

Proyecto

Fundamentos de Investigación de Operaciones
Optimización

1 Enunciado

Una empresa de ingeniería civil está diseñando una red de tuberías para abastecer de agua a una zona urbana. La red consiste en una serie de **nodos**, que representan puntos de suministro (como plantas de tratamiento), tanques (que funcionan como cruce de tuberías) y puntos de demanda (como viviendas o edificios), conectados por **arcos** que representan las tuberías. Cada tubería debe tener un **diámetro** seleccionado de un conjunto de opciones disponibles, donde cada tubería de un diámetro determinado tiene asociado un **costo de instalación** y una **capacidad de flujo máxima**.

El objetivo del diseño es **minimizar el costo total de la red**, esto es, considerando costos de instalación de tuberías que permitan crear la red y costos de transporte de flujo de agua que satisfaga la demanda de todos los clientes.

La red debe considerar que existen n_P plantas de tratamiento, las cuales son los puntos que entregan agua. También debe considerar n_t tanques, los cuales reciben el agua y la distribuyen a nodos clientes. Los nodos clientes son de dos tipos: los primeros son nodos clientes de transbordo, esto quiere decir que el agua que les llega la utilizan para satisfacer su demanda, pero también distribuyen agua a otros nodos clientes, y los segundos nodos clientes, son solo nodos que reciben agua para satisfacer su demanda. A estos últimos los llamaremos nodos clientes finales.

Importante es señalar que los nodos clientes de transbordo son los únicos que reciben el agua de los tanques y entre estos no existen cañerías que los comuniquen. Por otro lado, los nodos clientes finales solo reciben agua de los nodos clientes de transbordo.

La siguiente figura muestra gráficamente un ejemplo de la situación recién explicada:

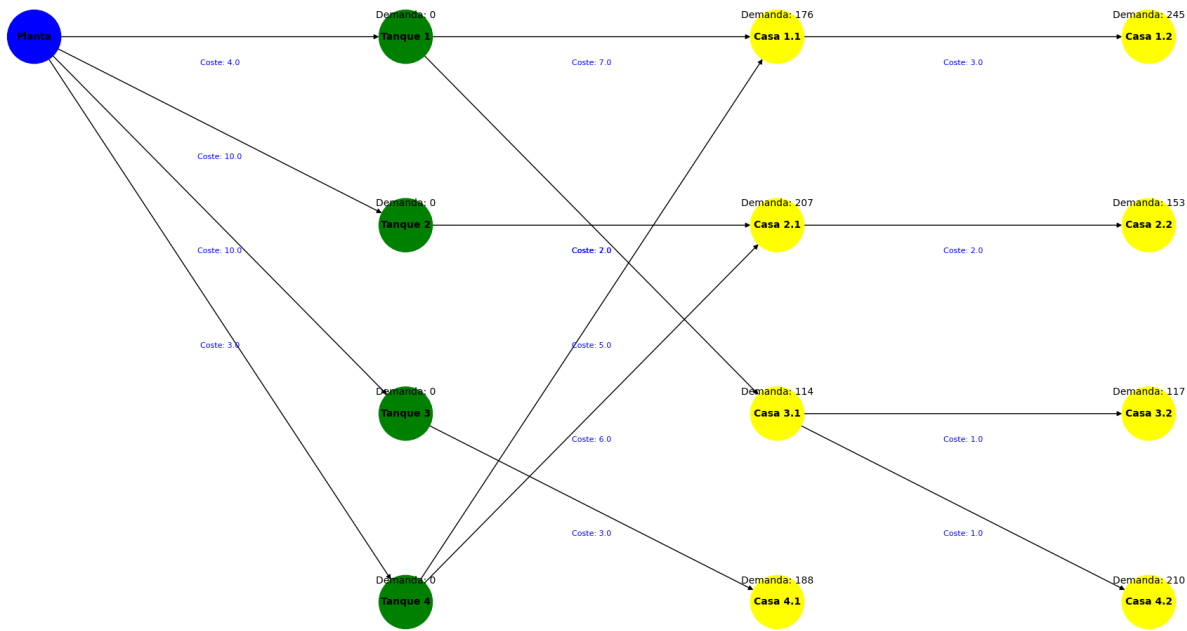


Figura 1: Ejemplo de una red con un punto de suministro (azul), 4 tanques (verde), 4 clientes de transbordo (primera columna de nodos amarillos) y 4 clientes finales (segunda columna de nodos amarillos).

Un aspecto clave es que **no todas las tuberías potenciales son necesarias y estas no pueden exceder un cierto largo, por lo que a modo de simplificación, los nodos de una columna pueden estar conectados solo con nodos de columnas adyacentes**. El modelo debe decidir qué conexiones instalar considerando que hay tuberías con mayor costo de instalación que pueden ser evitadas si existen rutas alternativas más económicas, ya que algunos tramos pueden tener costos de operación elevados provocados por largas distancias entre nodos o elevación. Suponer además que el flujo dentro de la tubería ocupa todo su diámetro.

Es crucial que se respete la continuidad del flujo, esto es, que el flujo entrante sea igual al de salida **si no existe demanda en ese nodo**. De lo contrario, la diferencia entre el flujo entrante y el de salida deberá ser la demanda en dicho nodo.

Nota importante: Ignorar efectos relacionados a la mecánica de fluidos, como pérdidas de carga, singularidades, etc. Ceñirse a los contenidos del ramo.

2 Preguntas

1. Formule el modelo matemático para el problema anterior. Debe definir los conjuntos, parámetros, variables, función objetivo y restricciones. Además, debe agregar una breve descripción de la función objetivo y cada una de las restricciones.
2. Cree un generador de instancias (recomendamos en Python) siguiendo las indicaciones de la sección 3. Cualquier supuesto debe ser explicado brevemente.
3. Se tienen los siguientes software que son asignados en la sección de asignación por grupo.
 - (a) LPSolve
 - (b) MiniZinc
4. Análisis de resultados.
 - (a) Incluir análisis de función objetivo y como se comporta a medida que crece el tamaño de la instancia.
 - (b) Explicar brevemente si es que existe infactibilidad y el porqué de ello.
 - (c) Para las instancias pequeñas, debe entregar de manera gráfica la solución del problema. Incluir dibujos de como quedaría la red de tuberías. Algo como la figura 1 de este documento.
5. Análisis de tiempos de resolución a medida que aumenta el tamaño de las instancias.

La entrega 1 del proyecto incluye solo la parte 1 y 2. La entrega 2 (final) incluye la parte 3, 4 y 5.

3 Generador de instancias y asignación por grupos

Debido a las distintas necesidades hidráulicas y geográficas de cada urbanización, los diámetros de tuberías (D_1 a D_5) y sus costos de instalación varían entre grupos. Algunas zonas requieren combinaciones de mayores diámetros para satisfacer demandas poblacionales elevadas (como áreas residenciales densas), mientras que otras, con terrenos accidentados, priorizan configuraciones que minimicen costos de excavación. Además, la disponibilidad limitada de proveedores, materiales y la logística de transporte hacen que ciertas combinaciones tengan costos diferenciados (a, b, c). Los costos están en alguna unidad monetaria y la tabla 1 muestra lo anteriormente mencionado.

Tabla 1: Diámetros y costos disponibles.

	D_1	D_2	D_3	D_4	D_5
Diámetro nominal [mm]	50	75	100	120	150
Máximo flujo en tubería [l/min]	353	795	1414	2036	3181
Costo de instalación (a)	16	20	24	27	32
Costo de instalación (b)	45	50	62	68	78
Costo de instalación (c)	90	120	145	170	210

Para validar el modelo, se deben generar 15 instancias clasificadas en tres tamaños (5 instancias por cada tamaño):

Tabla 2: Rangos para generación de instancias

Tamaño	Plantas	Tanques (T)	Nodos Transbordo (C_1)	Nodos Finales (C_2)
Pequeñas	1-2	5-10	5-10	10-20
Medianas	3-4	10-20	10-20	20-50
Grandes	5-7	20-50	25-50	50-100

Asignar costos y capacidades según diámetros predefinidos. Generar demandas de los clientes c según $d_c \sim U(40, 100)[l/min]$ para nodos de consumo y generar costos de transporte del nodo i al nodo j según $c_{ij} \sim N(8, 2)[l]$.

La siguiente tabla muestra la configuración con la que deben trabajar cada grupo. Seguir enumeración asignada según AULA.

Tabla 3: Asignación de diámetros y costos por grupo

Grupo	Diámetros a usar	Costo	Solver
1	D_1, D_2, D_3	a,c	MiniZinc
2	D_2, D_4, D_5	a,c	lpsolve
3	D_1, D_4, D_5	b,c	MiniZinc
4	D_2, D_3, D_4	b,c	lpsolve
5	D_2, D_3, D_5	a,b	MiniZinc
6	D_1, D_3, D_4	a,b	lpsolve
7	D_2, D_3, D_5	a,c	MiniZinc
8	D_1, D_3, D_5	a,c	lpsolve
9	D_1, D_2, D_5	b,c	MiniZinc
10	D_1, D_4, D_5	b,c	lpsolve
11	D_1, D_2, D_5	a,b	MiniZinc
12	D_1, D_2, D_4	a,b	lpsolve
13	D_1, D_2, D_4	a,c	MiniZinc
14	D_3, D_4, D_5	a,c	lpsolve
15	D_1, D_4, D_5	b,c	MiniZinc
16	D_1, D_2, D_4	b,c	lpsolve
17	D_3, D_4, D_5	a,b	MiniZinc
18	D_1, D_3, D_5	a,b	lpsolve
19	D_2, D_3, D_4	a,c	Minizinc

Esto significa que por ejemplo: el grupo 1 debe trabajar con los diámetros 1, 2 y 3, costos de instalación a) y b), y usando el solver Minizinc.