

Atividade 3

1) Sejam $X_1: N(180, 40)$ e $X_2: N(160, 50)$ independentes. Seja $Y = 4X_1 - 3X_2$ também com distribuição normal.

Calcule $P(239 \leq Y \leq 242)$.

$$Y = 4x_1 - 3x_2 \quad X_1: N(180, 40) \quad \begin{cases} \mu_1 = 180 \\ \sigma_1^2 = 40 \\ \sigma_1 = 6,32 \end{cases} \quad X_2: N(160, 50) \quad \begin{cases} \mu_2 = 160 \\ \sigma_2^2 = 50 \\ \sigma_2 = 7,07 \end{cases}$$

$$P(239 \leq Y \leq 242) = ?$$

$$E(Y) = E(4x_1 - 3x_2) = E(4x_1) - E(3x_2) = 4E(x_1) - 3E(x_2) = 4 \cdot 180 - 3 \cdot 160 = 240$$

$$VAR(Y) = VAR(4x_1 - 3x_2) = VAR(4x_1) + VAR(3x_2) = 16VAR(x_1) + 9VAR(x_2) = 16 \cdot 40 + 9 \cdot 50 = 1090$$

$$Y: N(240, 1090) \quad \begin{cases} \mu_Y = 240 \\ \sigma_Y^2 = 1090 \\ \sigma_Y = 33,02 \end{cases} \quad Z = \frac{Y - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z_1 = \frac{239 - 240}{33,02} = -0,03$$

$$Z_2 = \frac{242 - 240}{33,02} = 0,06$$

$$P(0 \leq Z \leq 0,06) + P(0 \leq Z \leq 0,03) = 0,0239 + 0,0120 = 0,0359$$

2) Latas de refrigerante são cheias por uma máquina automática de enchimento. O volume médio de enchimento é 350ml com desvio padrão 5ml. Suponha que os volumes de enchimento sigam distribuição normal e sejam independentes entre as latas. Qual a probabilidade de que o volume total de 10 latas selecionadas aleatoriamente da esteira seja menor do que 3,45l?

$$X: N(350, 25) \quad \begin{cases} \mu: 350 \\ \sigma^2: 25 \\ \sigma: 5 \end{cases} \quad E(X) = E(n \cdot x) = E(10 \cdot 250) = 10 \cdot 350 = 3500$$

$$VAR(X) = VAR(n \cdot x) = VAR(10 \cdot 25) = 10 \cdot 25 = 250$$

$$X: N(n\mu, n\sigma^2) = X: N(3500, 250) \quad \begin{cases} \mu = 3500 \\ \sigma^2 = 250 \\ \sigma = 15,81 \end{cases} \quad P(X < 3450) = ?$$

$$Z = \frac{X - \mu}{\sigma} \Rightarrow Z = \frac{3450 - 3500}{15,81} = -3,16 \quad P(Z < -3,16) = 0,5 - P(0 \leq Z \leq 3,16)$$

$$0,5 - 0,4992 = 0,0008$$