Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería
Tarea 4

Álvaro Osorio

21 de Octubre de 2015

1. Pregunta 1

1.1. Introducción

Esta pregunta tiene como objetivo estudiar el tutorial de Software Carpentry, con el fin de mejorar el desarrollo de software

1.2. Preguntas

- Describa la idea de escribir el main driver primero y llenar los huecos luego. ¿Por qué es buena idea?

  El main drive permite estructurar el los pasos a seguir en la resolución del problema, de esta forma el código es ordenado y legible. P

- ¿Cuál es la idea detrás de la función mark_filled? ¿Por qué es buena idea crearla en vez del código original al que reemplaza?

  La función mark_filled se encarga de evaluar que los parámetros usados en el código estén correctos, en el caso de que esto no sea así la función entrega un mensaje con información especifica del error, con el fin de solucionarlo de manera más fácil, esto presenta bastantes ventajas en comparación a la función implementada nativamente en Python para informar de los errores, ya que un mismo error puede tener distintas causas las que si se podrían informar con la función mark_filled.

- ¿Qué es refactoring?

  Consiste en reorganizar un código con el fin de mejorarlo.

- ¿Por qué es importante implementar tests que sean sencillos de escribir? ¿Cuál es la estrategia usada en el tutorial?

Con test que sean fáciles de implementar tendremos menos posibilidades de generar errores, en el tutorial usan "fixtures"los cuales son pruebas con un resultado ya comprobado, el cual se usa para comparar con los tests.

- El tutorial habla de dos grandes ideas para optimizar programas, ¿cuáles son esas ideas? Descríbalas.

  Por un lado esta el de guardar en memoria información de problemas que se pueden presentar en más de una oportunidad, y por el otro lado el de tiempo de trabajo a cambio de mejorar el desempeño del programa.

- ¿Qué es lazy evaluation?

  Consiste en evaluar los valores solo cuando son necesarios, esto ayuda a que el programa sea más eficiente, pero a cambio más trabajo y dejando códigos más difíciles de entender.

- Describa la other moral del tutorial (es una de las más importantes a la hora de escribir buen código).

  Consiste en partir de un programa simple y desde ahí mejorarlo por partes utilizando los test en cada parte del proceso con el fin de que estos cambios estén correctos

2. Pregunta 2

2.1. Introducción

En esta pregunta se resuelve numéricamente la ecuación de movimiento para un planeta bajo un potencial central del la forma:

$$U(r) = -\frac{GMm}{r} + \alpha\frac{GMm}{r^2} \tag{1}$$

Donde el segundo termino corresponde a una aproximación derivada de la relatividad general de Einstein.

2.2. Desarrollo

En primera instancia se resolverá esta ecuación tomando $\alpha = 0$ y usando los métodos de Euler Explicito, Runge-Kutta de orden 4 y el de Verlet, y luego usando solamente el método de Verlet se resolverá la ecuación tomando $\alpha = 10^{-2,786}$

Para simplificar la resolución del problema tomaremos $G = 1$, $M = 1$ y $m = 1$

Tomamos la ecuacion (1) y la derivamos para obtener la fuerza y con esto la aceleración

$$F(r) = -\nabla U(r) \tag{2}$$

$$F(r) = -\frac{GMm}{r^2} + \frac{2\alpha GMm}{r^3} \tag{3}$$

Todo esto tomando que, $G = 1$, $M = 1$ y $m = 1$, además dado que el potencial es producto de una fuerza central tenemos que:

$$F(x) = F(r)\cos\theta \qquad F(y) = F(r)\sin\theta \tag{4}$$

Entonces

$$F(x) = F(r)\left(\frac{x}{r}\right) \qquad F(y) = F(r)\left(\frac{y}{r}\right) \tag{5}$$

$$F(x) = \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{2\alpha}{r^3}\right)\frac{x}{r} \tag{6}$$

$$F(y) = \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{2\alpha}{r^3}\right)\frac{y}{r} \tag{7}$$

Y finalmente

$$a_y = \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{2\alpha}{r^3}\right)\frac{y}{r} \tag{8}$$

$$a_x = \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{2\alpha}{r^3}\right)\frac{x}{r} \tag{9}$$

Con

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \tag{10}$$

Se puede ver que tenemos una edo de segundo orden por cada coordenada las cuales podemos transformar en un sistema de dos ecuaciones de primer orden, por ejemplo para el caso de la fuerza en la coordenada x.

$$\frac{d}{dt}\begin{pmatrix} x \\ v \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \\ \left(-\frac{1}{r^2} + \frac{2\alpha}{r^3}\right)\frac{x}{r} \end{pmatrix} \tag{11}$$

Este es el sistema a resolver por los métodos implementados en la clase Planeta, otro de los métodos de la clase Planeta son ecuacion_de_movimiento que en base a las condiciones actuales entrega un arreglo con con la velocidad y la aceleración para las dos coordenadas y el último de los métodos de esta clase energia_total es el que entrega la energía total del sistema para las condiciones actuales.

2.3. Resultados

A continuación se presentaran los resultados obtenidos para los tres métodos anteriormente mencionados tomando $\alpha = 0$ y usando como condiciones iniciales $x_0 = 10$, $y_0 = 0$, $v_x = 0$ y $v_y = 0{,}4$

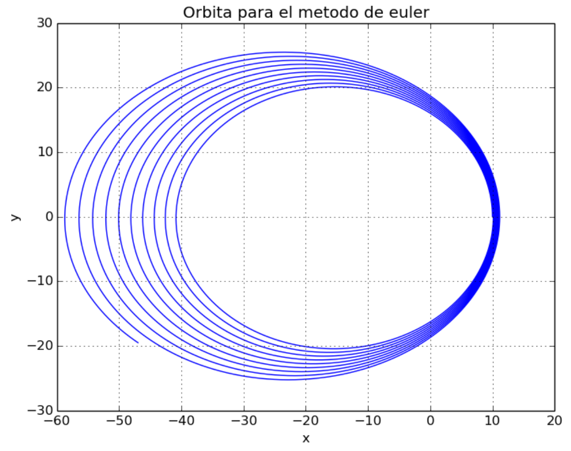

Figura 1: Orbita usando el Método de Euler

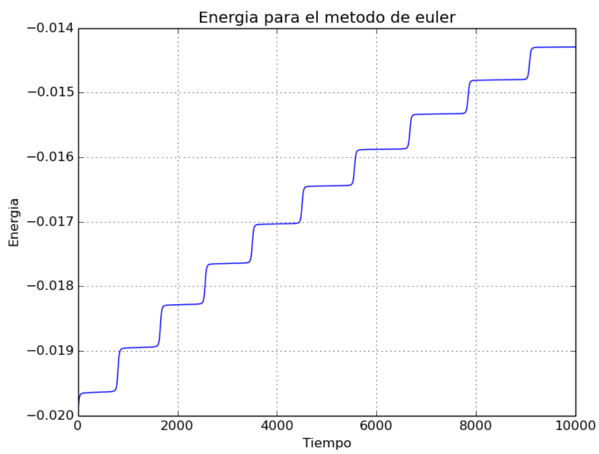

Figura 2: Energía total para la orbita calculada con el Metodo de Euler

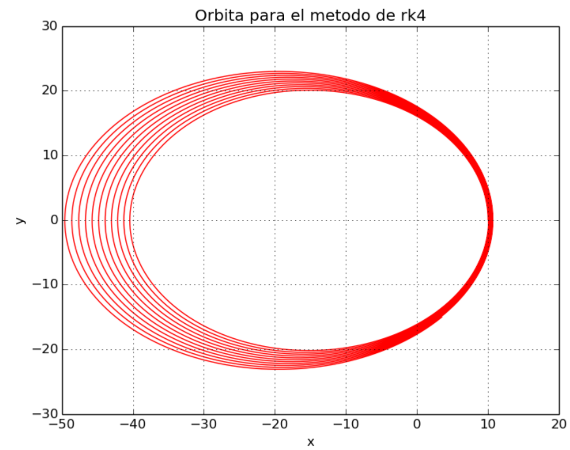

Figura 3: Orbita usando el método de Runge Kutta de orden 4

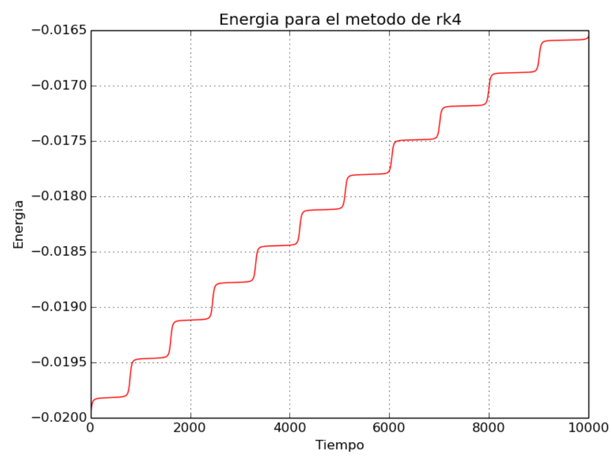

Figura 4: Energía total para la orbita calculada con el método de Runge Kutta de orden 4

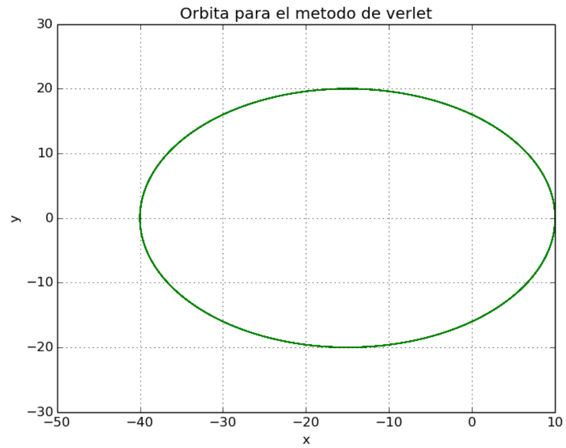

Figura 5: Orbita usando el método de Verlet

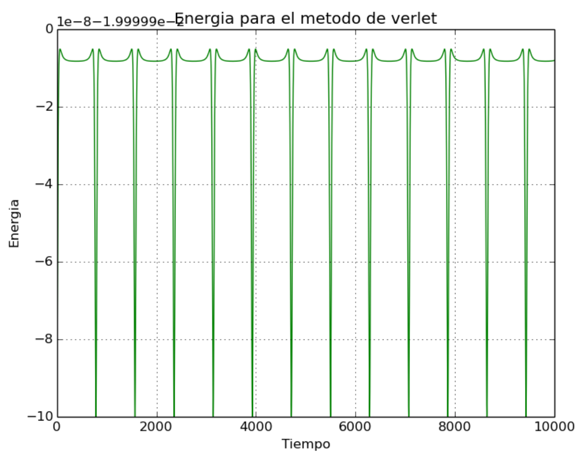

Figura 6: Energía total para la orbita calculada con el método de Verlet

Ahora los resultados del método de Verlet usando la corrección con $\alpha = 10^{-2{,}786}$

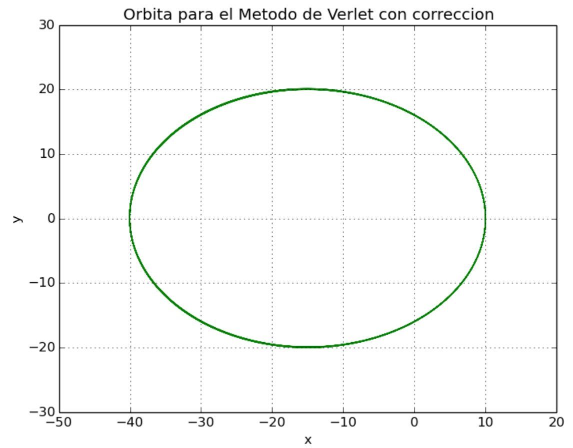

Figura 7: Orbita usando el método de Verlet usando la corrección

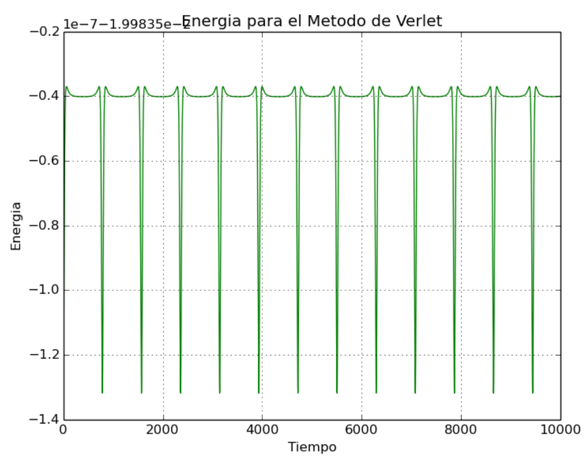

Figura 8: Energía total para la orbita calculada con el método de Verlet usando la corrección

2.4. Conclusiones

En la discusión de la primera parte del informe, se presentan varias ideas de como desarrollar software de mejor calidad y que sea perdurable en el tiempo

tanto a la hora de hacer mejoras o correcciones, para esto una gran herramienta es el uso de buenos test para comprobar la buena implementación de los cambios que se realicen sobre el código.
De la segunda parte del informe podemos concluir que el mejor método para la resolución del problema presentado es el de Verlet, se puede ver a simple vista que este es el que mejor conserva la energía total del sistema, a diferencia de lo que ocurre con los otros dos métodos que progresivamente van aumentando, y de forma significativa, la energía del sistema.
Por falta de tiempo no se implemento el calculo de la velocidad angular de precesión, pero la implementación de este era relativamente sencilla, solo bastaba encontrar el punto de máximo alejamiento en cada orbita y luego calcular el ángulo en que ocurría este, para cada una de las orbitas.