

Métodos Numéricos para la Ciencia e Ingeniería

Tarea 9

Álvaro Osorio

24 de Noviembre de 2015

1. Pregunta 1

1.1. Introducción

Esta pregunta tiene como objetivo obtener la constante de Hubble a partir de los datos originales obtenidos por Hubble para la velocidad de recesión de las Nebulosas.

1.2. Desarrollo y Resultados

Para obtener la constante de Hubble H_0 tenemos dos modelos:

$$v = H_0 D \tag{1}$$

$$D = \frac{H_0}{v} \tag{2}$$

Dado que no tenemos más información, no hay razón para preferir un modelo sobre el otro, por lo cual calcularemos H_0 para cada uno de los modelos anteriores y promediaremos ambos resultados con el fin de obtener un valor simétrico para H_0 , en este caso tenemos el siguiente resultado $H_0 = 472.14$ [km/s/Mpc] (ver figura 1).

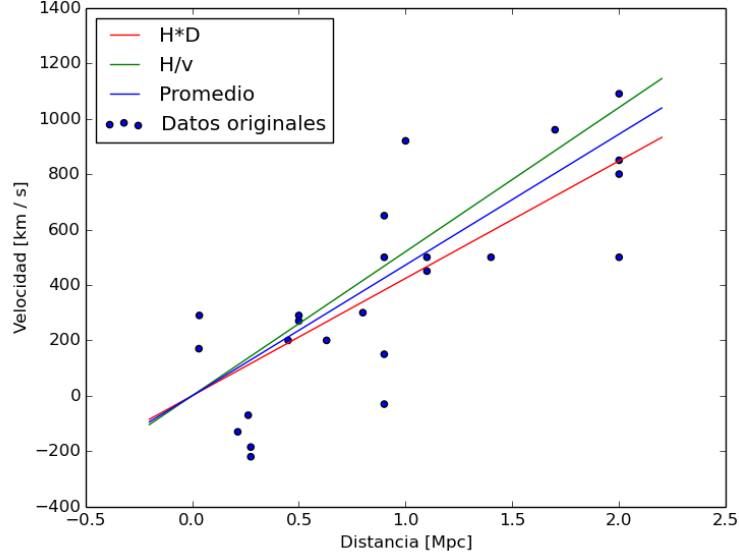


Figura 1: Resultado para los dos modelos presentados anteriormente y el valor promedio para la constante H_0 .

Para obtener el intervalo de confianza usamos el método de Bootstrap para generar una muestra sintética usando los mismos valores observacionales originales usados por Hubble, para usar este método tomamos valores aleatorios de la muestra original y los guardamos en una nueva lista de donde calcularemos H_0 , repetiremos esto para 10000 muestras sintéticas de donde calcularemos el intervalo donde están contenidos el 95 % de los valores de H_0 , haciendo esto obtenemos que el intervalo de confianza al 95 % es desde $H_0 = 362.78$ [km/s/Mpc] hasta $H_0 = 604.71$ [km/s/Mpc].

2. Pregunta 2

2.1. Introducción

Para esta pregunta realizaremos el mismo análisis que para la pregunta 1.

2.2. Desarrollo y Resultados

Tenemos el siguiente resultado: $H_0 = 0.014$ [km/s/Mpc] (ver Figura 2) y su intervalo de confianza al 95 % es desde $H_0 = 0.013$ [km/s/Mpc] hasta $H_0 = 0.014$ [km/s/Mpc].

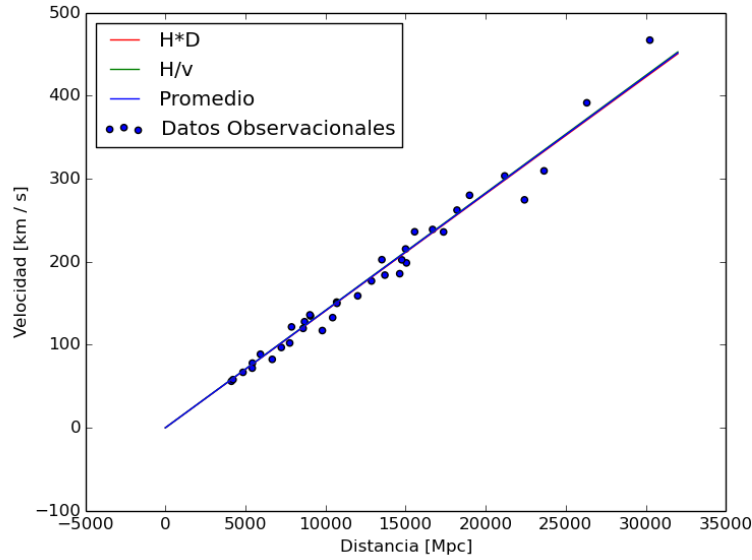


Figura 2: Resultado para los dos modelos presentados anteriormente y el valor promedio para la constante H_0 , notese que las rectas para los modelos presentados en las ecuaciones (1) y (2) estan muy cercanas con la del promedio.

3. Pregunta 3

3.1. Introducción

En esta pregunta modelaremos la relación entre el flujo de la banda i y la banda z, para esto se buscara la recta que mejor represente los datos usando la función polyfit de python.

3.2. Desarrollo y Resultados

Al cargar los datos nos preocupamos de cargar las columnas que corresponden a las bandas y sus respectivos errores, estas son las columnas que van desde el índice 80 a la 83, tenemos que la recta que mejor modela los datos es:

$$Y = 1.10X + 3.14 \quad (3)$$

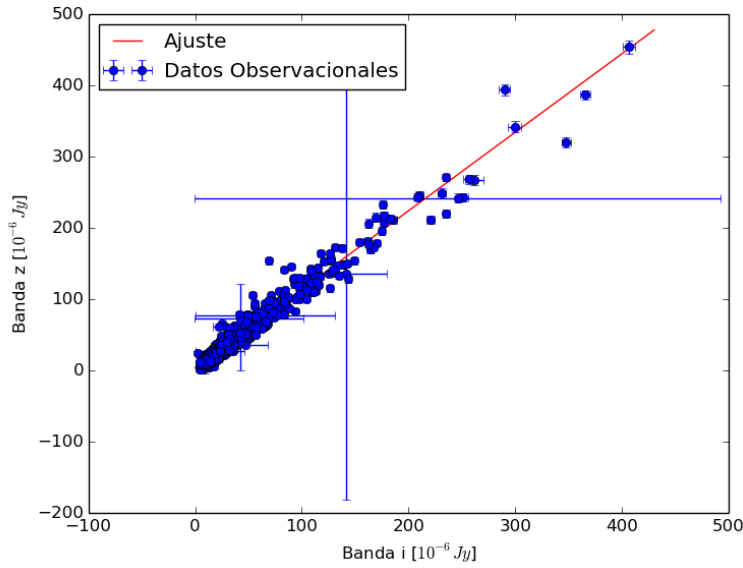


Figura 3: Regresión lineal sobre los datos observacionales para la banda i y la banda z.

Para obtener los intervalos de confianza usaremos el método de Montecarlo con el cual generaremos muestras sintéticas en base a los datos observacionales, para hacer esto tomamos los errores de los datos y los ponderamos por un valor aleatorio que distribuye normalmente y sumamos este valor a la muestra original de datos, con esta muestra sintética calculamos la recta que mejor modela los datos, para calcular el intervalo de confianza realizaremos este procedimiento 10000 veces y calcularemos el intervalo donde están contenidos el 95 % de los datos, realizando esto tenemos que el intervalo de confianza al 95 % de la pendiente de la recta es desde $H_0 = 0.952$ [km/s/Mpc] hasta $H_0 = 1.141$ [km/s/Mpc], y el intervalo de confianza al 95 % del coeficiente de posición es desde $H_0 = 2.272$ [km/s/Mpc] hasta $H_0 = 7.677$ [km/s/Mpc].

4. Conclusiones

Para las preguntas 1 y 2 se usaron el mismo método tanto para calcular el ajuste lineal como para calcular los intervalos de confianza, donde solo cambian los datos a modelar. En el caso de la pregunta 1 tenemos los datos originales que uso Hubble que estos presentan una dispersión importante por lo cual los modelos presentados en las ecuaciones (1) y (2) presentan grandes diferencias, además el intervalo de confianza es bastante grande producto de la misma dispersión de los datos. Para la pregunta 2 tenemos que los datos son mucho menos dispersos por lo cual la diferencia entre los dos modelos es mucho menor, además el intervalo de confianza también es mucho mas acotado, esto indica que el método de Bootstrap para calcular los intervalos de confianza para el caso que se dispongan datos sin un error asociado funciona de buena forma.

Para el caso de la pregunta 3 tenemos una gran cantidad de datos y a diferencia de los modelos de las preguntas anteriores buscamos un modelo lineal, por lo cual se buscan los intervalos de confianza para la pendiente y el coeficiente de posición usando el método de Montecarlo, resultando que el intervalo de confianza para los parámetros del modelo lineal están dentro de lo esperado.

Para finalizar quiero mencionar, a tono personal, que los métodos de Bootstrap y de Montecarlo los encontré muy divertidos, la posibilidad de tener nuevos datos a partir de los datos originales y usarlos para analizar la validez de estos últimos lo considero una herramienta poderosa y útil, resumiendo, aprender esto me hizo feliz.