Facultatea de Inginerie Electrică

Metode Numerice

2024-2025

Conf. Dr. Ing. Levente CZUMBIL

Energy Transition Research Center

Dep. Electrotehnică și Măsurări, Facultatea de Inginerie Electrică

E-mail: Levente.Czumbil@ethm.utcluj.ro

EnTReC Energy Transition Research Center

ETHM DEPARTAMENTUL DE ELECTROTEHNICĂ ȘI MĂSURĂRI

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Echipa

Facultatea de Inginerie Electrică

Conf. dr. ing. **Levente CZUMBIL**

ETHM
DEPARTAMENTUL DE ELECTROTEHNICĂ ȘI MĂSURĂRI

Dr. ing. **Dacian JURJ**

Drd. ing. **Mircea LĂNCRĂNJAN**

Drd. ing. **Mihail VOROBIOV**

UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Introducere

Facultatea de Inginerie Electrică

Utilizarea *Metodelor Numerice* în Aplicații Specifice *Ingineriei Electrice*

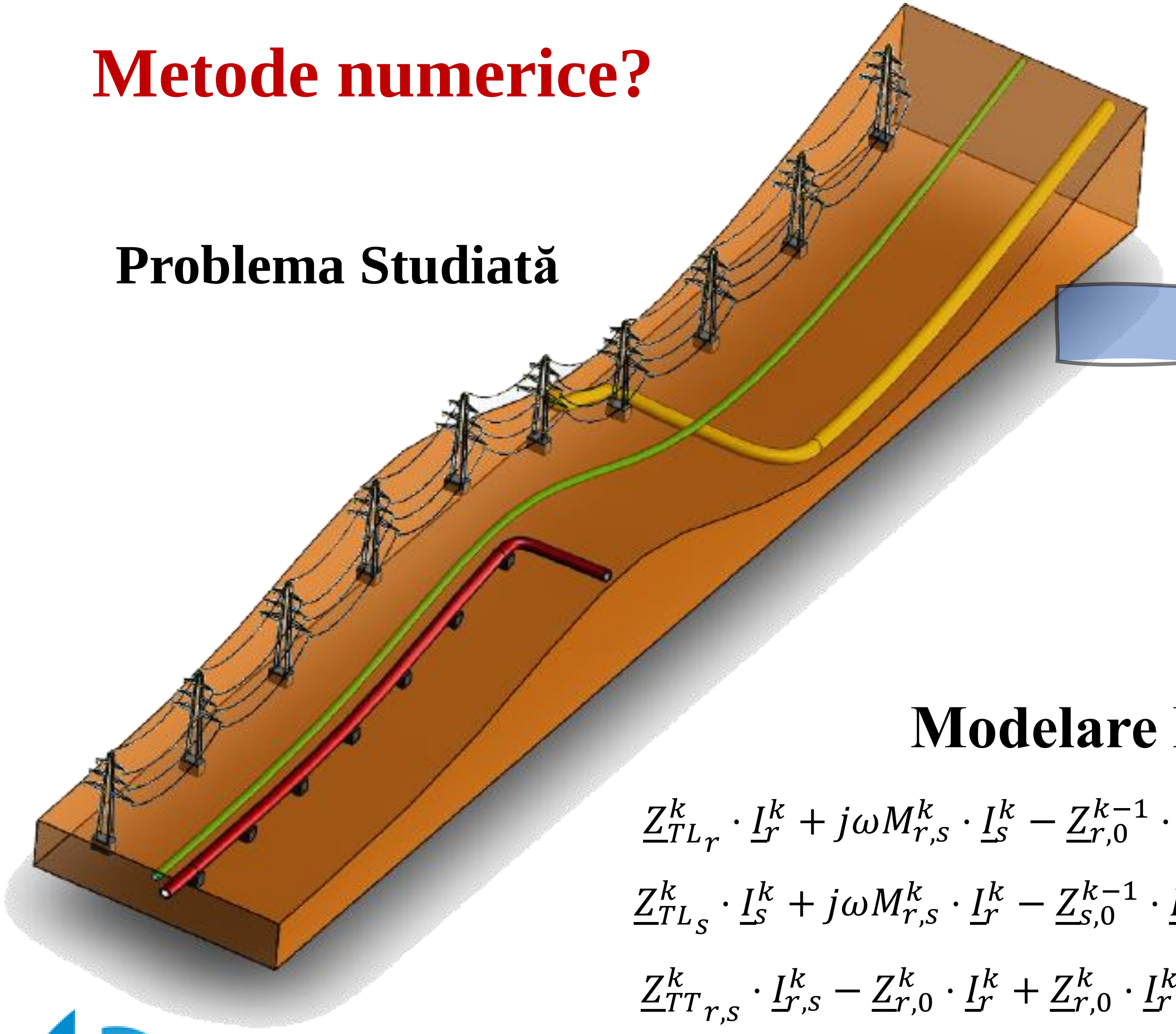
Ș.l. Dr. ing. Levente CZUMBIL
Energy Transition Research Center, Dep. Electrotehnică și Măsurări
E-mail: Levente.Czumbil@ethm.utcluj.ro

EnTReC Energy Transition Research Center

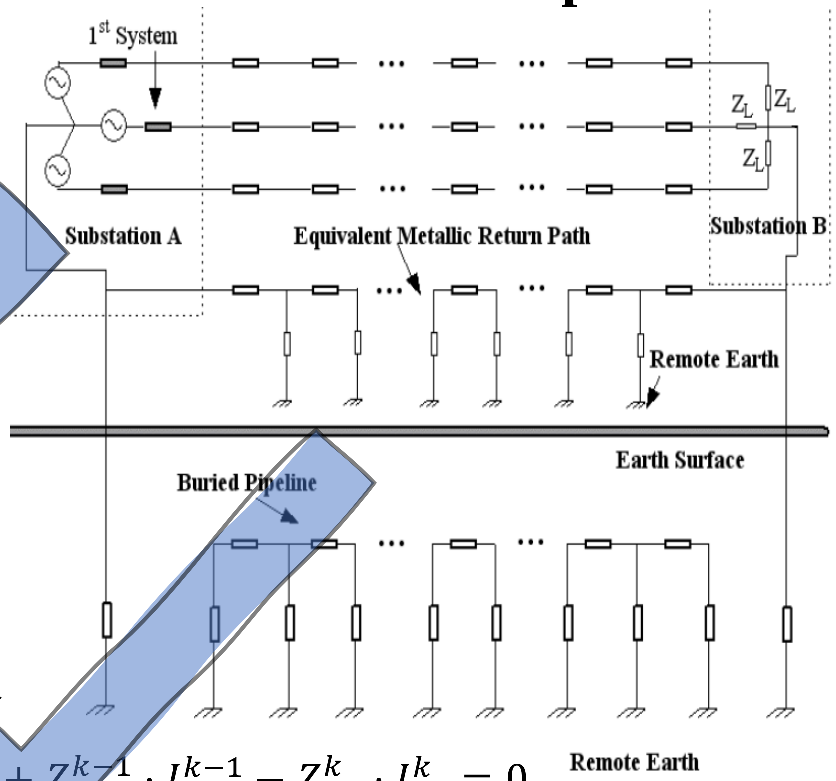
ETHM DEPARTAMENTUL DE ELECTROTEHNICĂ ȘI MĂSURĂRI

Metode numerice?

Problema Studiată



Model Fizic Simplificat



Modelare Matematică

$$\underline{Z}^k_{TL_r} \cdot \underline{I}^k_r + j\omega \underline{M}^k_{r,s} \cdot \underline{I}^k_s - \underline{Z}^{k-1}_{r,0} \cdot \underline{I}^{k-1}_r - \underline{Z}^k_{r,0} \cdot \underline{I}^{k+1}_r + \underline{Z}^{k-1}_{r,0} \cdot \underline{I}^{k-1}_{r,s} - \underline{Z}^k_{r,0} \cdot \underline{I}^k_{r,s} = 0$$

$$\underline{Z}^k_{TL_s} \cdot \underline{I}^k_s + j\omega \underline{M}^k_{r,s} \cdot \underline{I}^k_r - \underline{Z}^{k-1}_{s,0} \cdot \underline{I}^{k-1}_s - \underline{Z}^k_{s,0} \cdot \underline{I}^{k+1}_s - \underline{Z}^{k-1}_{s,0} \cdot \underline{I}^{k-1}_{r,s} + \underline{Z}^k_{s,0} \cdot \underline{I}^k_{r,s} = 0$$

$$\underline{Z}^k_{TT_{r,s}} \cdot \underline{I}^k_{r,s} - \underline{Z}^k_{r,0} \cdot \underline{I}^k_r + \underline{Z}^k_{r,0} \cdot \underline{I}^{k+1}_r + \underline{Z}^k_{s,0} \cdot \underline{I}^k_s - \underline{Z}^k_{s,0} \cdot \underline{I}^{k+1}_s = 0$$

Metode Numerice

$$\left[\underline{I}^k\right] = \left[\underline{A1}^k\right] + \left[\underline{A2}^k\right] \cdot \left[\underline{I}^{k+1}\right]$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Rezolvare a unei Probleme de IE

Formularea Problemei (P)

date cunoscute (date); necunoscute (soluţii); lege de legătură (date-soluţii)

Descrierea Problemei (P) – Model Matematic (M(P))

Aproximare M(P) – printr-o Metodă Numerică (MN(P))

Dezvoltarea/Identificarea unui algoritm pentru MN(P)

Implementare algoritmului într-un program de calcul (**MathCad**, Matlab, Mathematica)

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Obiectivul Principal

Determinarea algoritmilor care rezolvă o problemă numerică într-un timp minim şi cu o acurateţe (precizie) maximă

Pentru un model matematic **rezolvabilitatea** cere ca problema matematică asociată să fie:

a) **<u>bine pusă</u>:** existenţa, unicitatea, stabilitatea soluţiei;

b) **<u>bine condiţionată</u>:** la mici variaţii ale datelor (**erori experimentale** sau **erori de rotunjire** în reprezentarea numerică a datelor) corespund mici variaţii ale rezultatelor.

În metodele de analiza numerică se disting două aspecte:

1. **<u>Metodologia</u> : tratează construcţia algoritmilor specifici, eficienţa lor, implementarea pe un calculator (aspect practic);**

2. **<u>Analiza</u> : studiază şi estimează erorile şi convergenţa metodelor (aspect teoretic).**

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

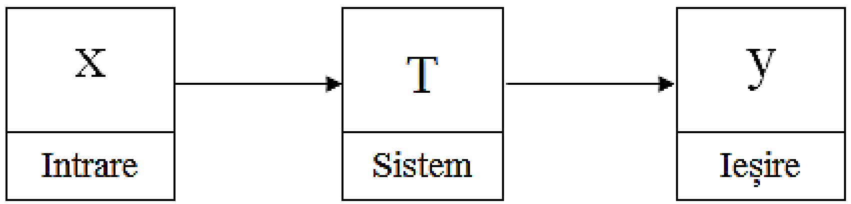
Clasificarea problemelor numerice (de calcul)

Problema numerică: $T \cdot x = y$

A, B – spaţii liniare $x \in A; y \in B$

T- operator $T: A \rightarrow B$

Reprezentare schematică a unei probleme numerice



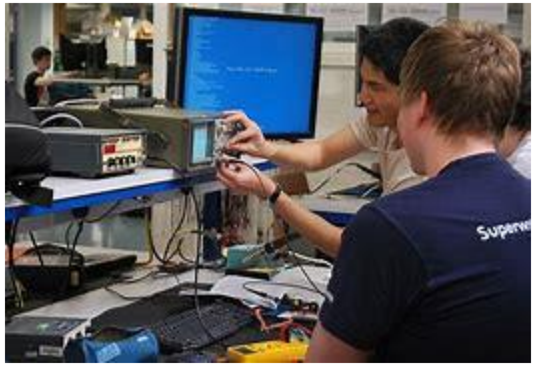
Problema Directă $\begin{cases} x \\ T \end{cases} \Rightarrow y; T \cdot x = y; \int P \cdot dt = W$

Problema Inversă $\begin{cases} T \\ y \end{cases} \Rightarrow x; T \cdot x = y \Rightarrow x = T^{-1} \cdot y$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Facultatea de Inginerie Electrică

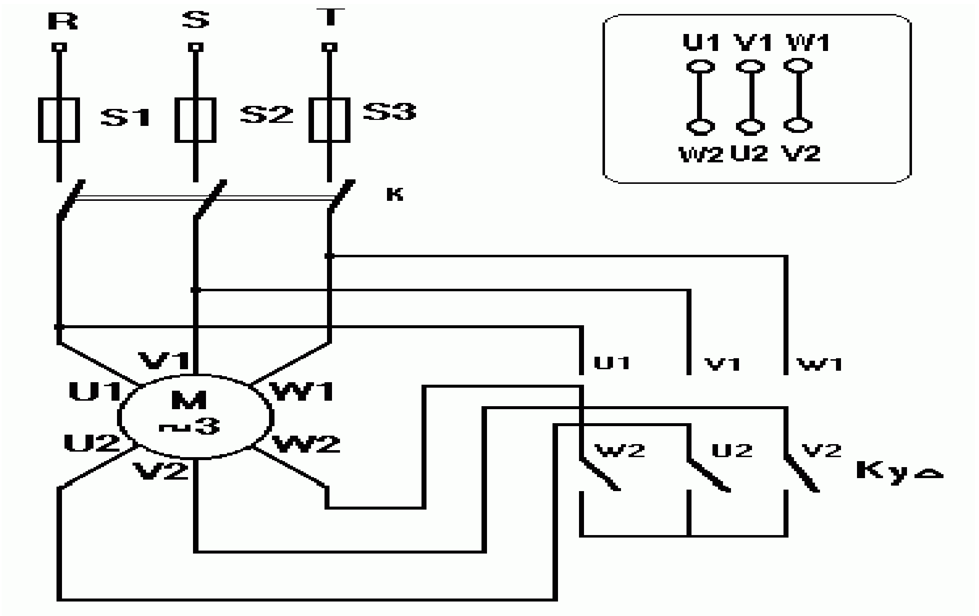
Aplicații ale Metodelor Numerice în Ingineria Electrică



UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Rezolvarea Aproximativă a Ecuaţiilor Algebrice şi Transcendente

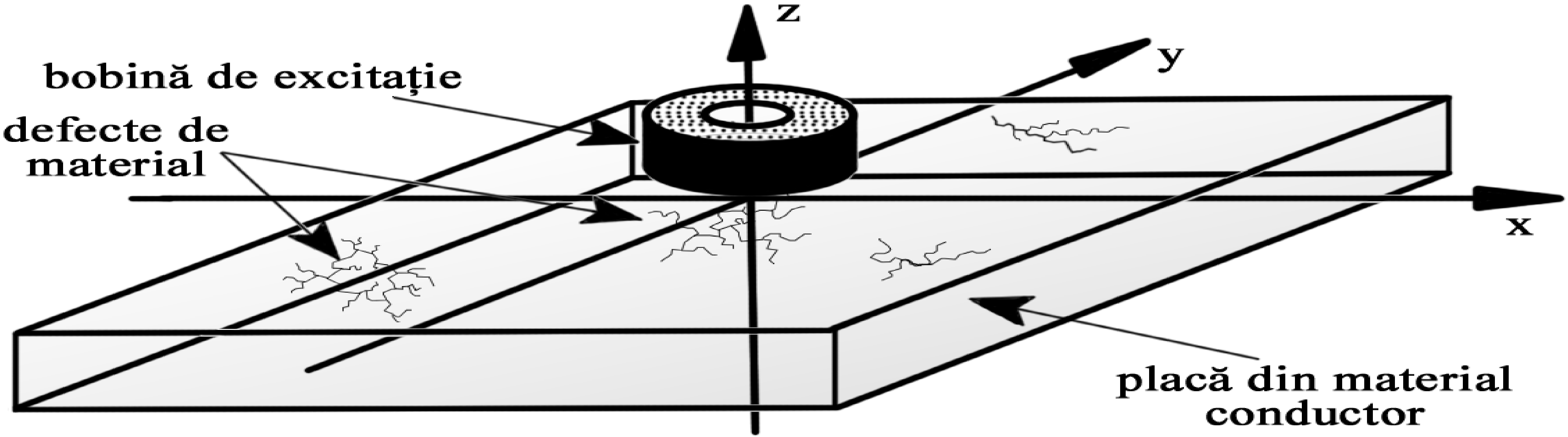
Efectul pornirii maşinilor electrice



Motor asincron pentru acţionarea pompelor

$$\left[Z_p{}^2 \cdot \left(\frac{U_{b0}}{S_{sc}}\right)^2 + \frac{2 \cdot X_p}{S_{sc}} + \frac{1}{U_{b0}{}^2}\right] \cdot U_b{}^2 - \left[\begin{array}{l} \left(\frac{S_{f0}}{S_{sc}}\right)^2 + \frac{2 \cdot (Q_{f0} - Q_f)}{S_{sc}} - \\ -2 \cdot \left(\frac{U_{b0}}{S_{sc}}\right)^2 \cdot (R_p \cdot P_f + X_p \cdot Q_f) + 1 \end{array}\right] \cdot U_b{}^2 + S_f{}^2 \cdot \left(\frac{U_{b0}}{S_{sc}}\right)^2 = 0$$

Detecţia defectelor de material



Model geometric demonstrativ privind testarea non-distructivă

$$\int_a^b K(x,y)\cdot z(x)dx = u(y), y \in [c,d]$$

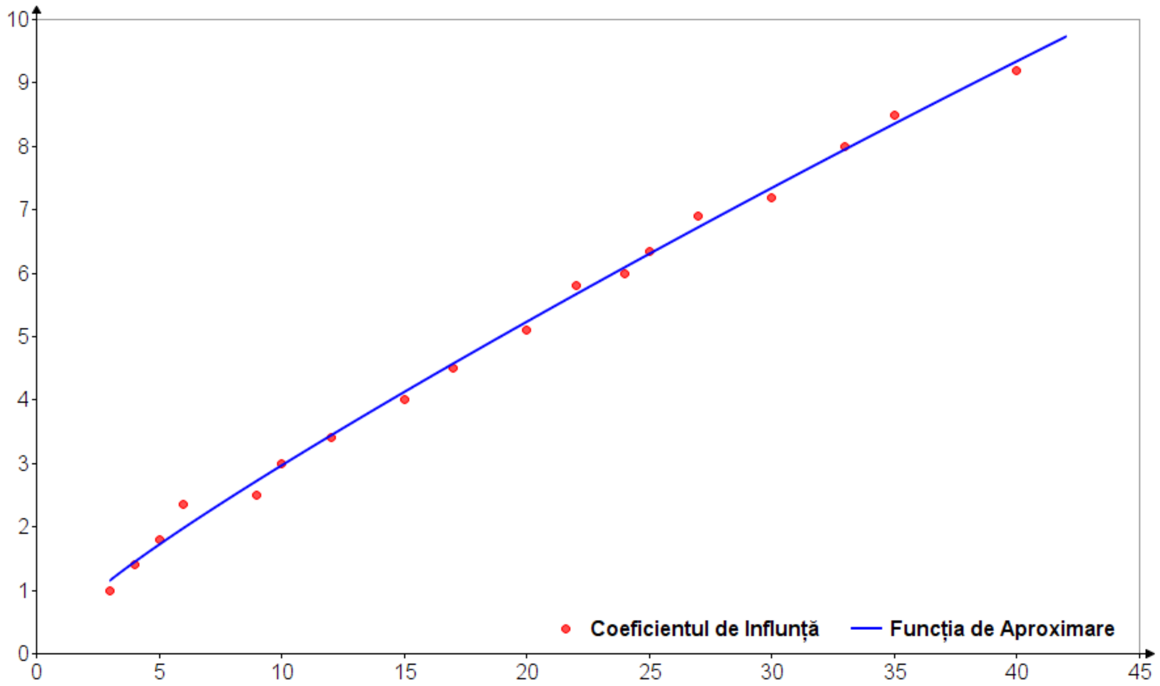
$$\Downarrow$$

$$A\cdot z = u$$

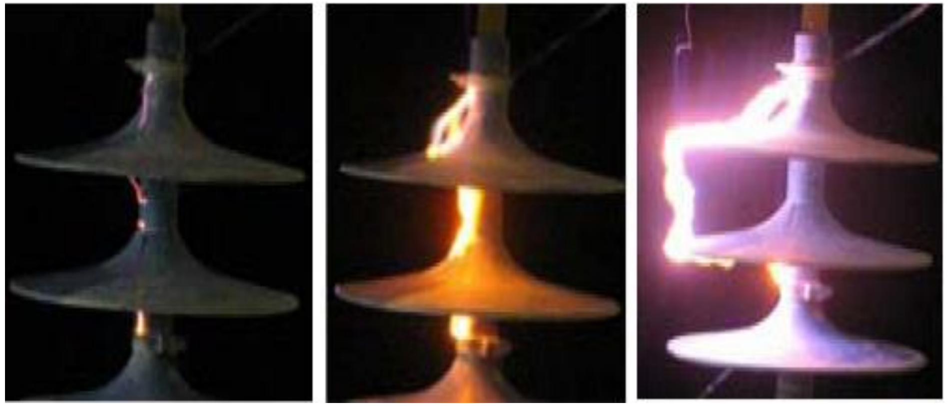
Amplasarea tablourilor de distribuţie

Alegerea unei funcţii pentru aproximarea analitică a coeficientului de influenţă

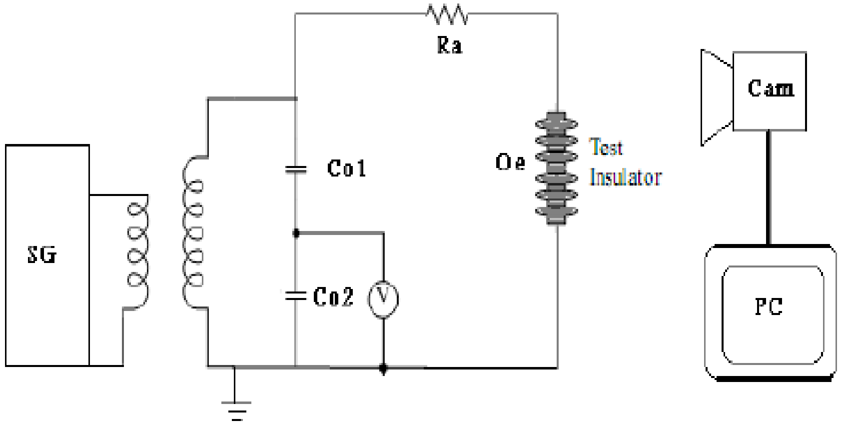
$$K_a(n, A, B, C, D) = A \cdot n^2 + B \cdot n + C + D \cdot \log(n)$$



Testarea izolatorilor liniilor electrice aeriene



Străpungerea izolatorilor



Montaj de testarea a izolatorilor

➢ În urma efectuării încercărilor se stabilesc **funcţii numerice de dependenţă** între valorile rezistenţei de izolaţie şi nivelul tensiunilor aplicate.

➢ Pentru determinarea rezistenţei pentru orice nivel de tensiune electrică, se apelează la **interpolarea numerică** a funcţiilor de dependenţă reieşite.

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Integrarea şi Derivarea Numerică

***Stabilirea cantităţilor de energie consumate*, pe baza înregistrărilor de putere – curba de sarcină zilnică**

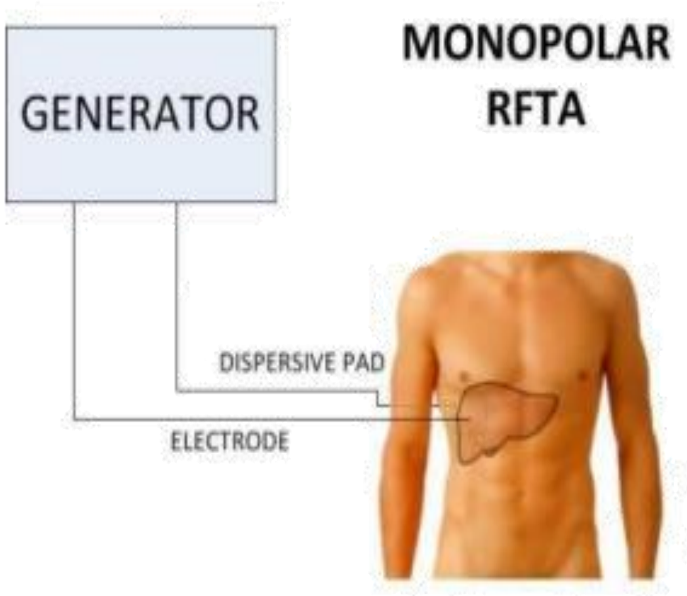
Se consideră un receptor de energie electrică pentru care se cunoaşte curba de sarcină zilnică referitoare la puterea activă consumată (exprimă variaţia în timp a puterii active consumate pe durata unei zile).

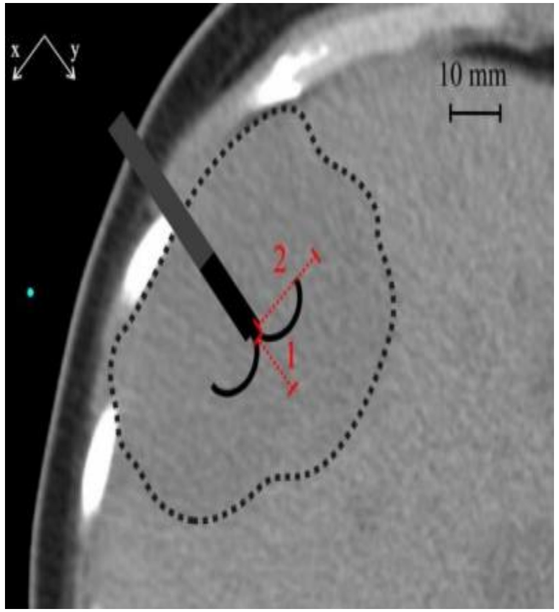
$$W_{zi} = \int_{0}^{24} P(t) \cdot dt$$

Computer modeling and simulation of radiofrequency thermal ablation

Dagmara Dolega, Jerzy Barglik

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \nabla \cdot k \cdot \nabla T + \sigma \cdot E^2 - \rho_{bl} \cdot c_{bl} \cdot w_{bl} \cdot T - T_{bl} - Q_m$$





Aplicație: Tratamentul leziunilor canceroase

încălzirea locală prin radiofrecvență

Mod de Examinare

60% Examen pe Calculator în MathCad

40% Examen Scris cu Acces la 2 pagini A4 de Documentații

+1 Punct Prezență la Curs (prezențe aleatoare)

+ Bonus Activități Suplimentare

Pentru a intra în examen maxim 1 abesență la laboratoare

https://docs.google.com/spreadsheets/d/1LwI4FlqzXpsuiT697Bk9a5mku9Advv4fud6ush_Y8F0/edit?usp=sharing

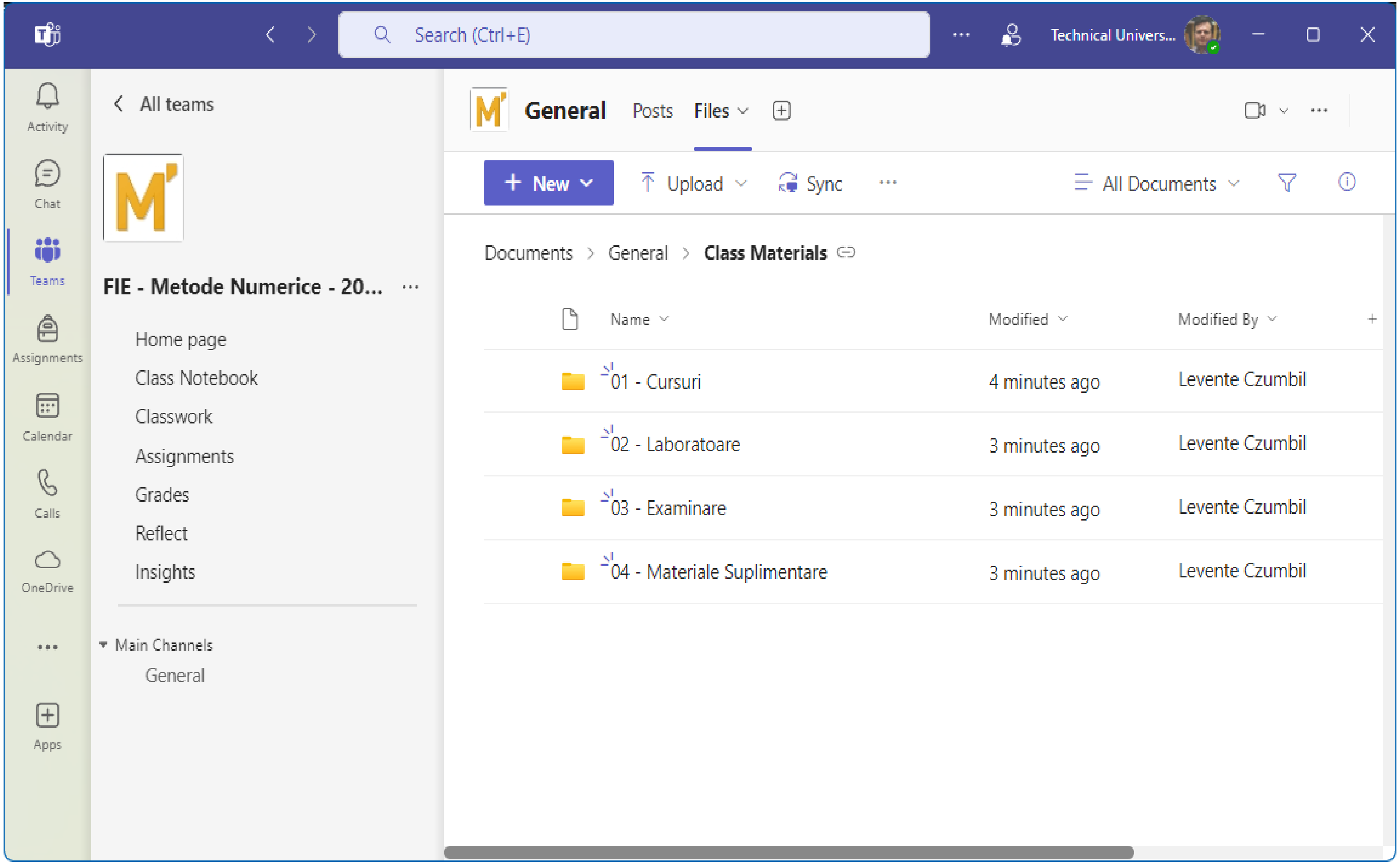
UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Bibliografie

1. D.D. Micu, A. Ceclan: ***Metode Numerice. Aplicații în Ingineria Electrica***, Ed. Mediamira, 2007.
2. D.D. Micu, L. Czumbil, A. Ceclan, D. Csala: ***Metode Numerice. Lucrări Practice***, Ed. Mediamira, 2010.
3. S.C. Chapra & R.P. Canale, ***Numerical Methods for Engineers***, 7th edition, Ed. McGraw-Hill, 2015.
4. J.F. Epperson, ***An Introduction to Numerical Methods and Analysis***, 2nd edition, Ed. Willey, 2013.
5. G. Ciuprina, ***Algoritmi Numerici pentru Calcule Științifice în Ingineria Electrică***, Ed. MatrixROM, 2013.
6. Ș. Kilyeni, ***Metode Numerice. Aplicații în Energetică***, ediția a 4-a, Ed. Orizonturi Universitare, 2011.
7. P.E. Brent Maxfield, ***Essential MATHCAD for Engineering, Scince and Math***, 2nd edition, Ed. Academic Press, 2011.
8. D.D. Micu, A. Cziker: ***Aplicaţii ale metodelor numerice în electrotehnică***, Ed. Casa Cărţii de Ştiinţă, Cluj-Napoca, 2002.
9. M.N.O. Sadiku, ***Numerical Techniques in Electromagnetics***, 2nd edition, Ed. CRC Press, 2000.
10. Welcome to PTC Mathcad Prime 10.0.0.0 - PTC Support
11. PTC Mathcad Prime – Migration Guide 5.0.0.0
12. Tech-30, Youtube chanel.

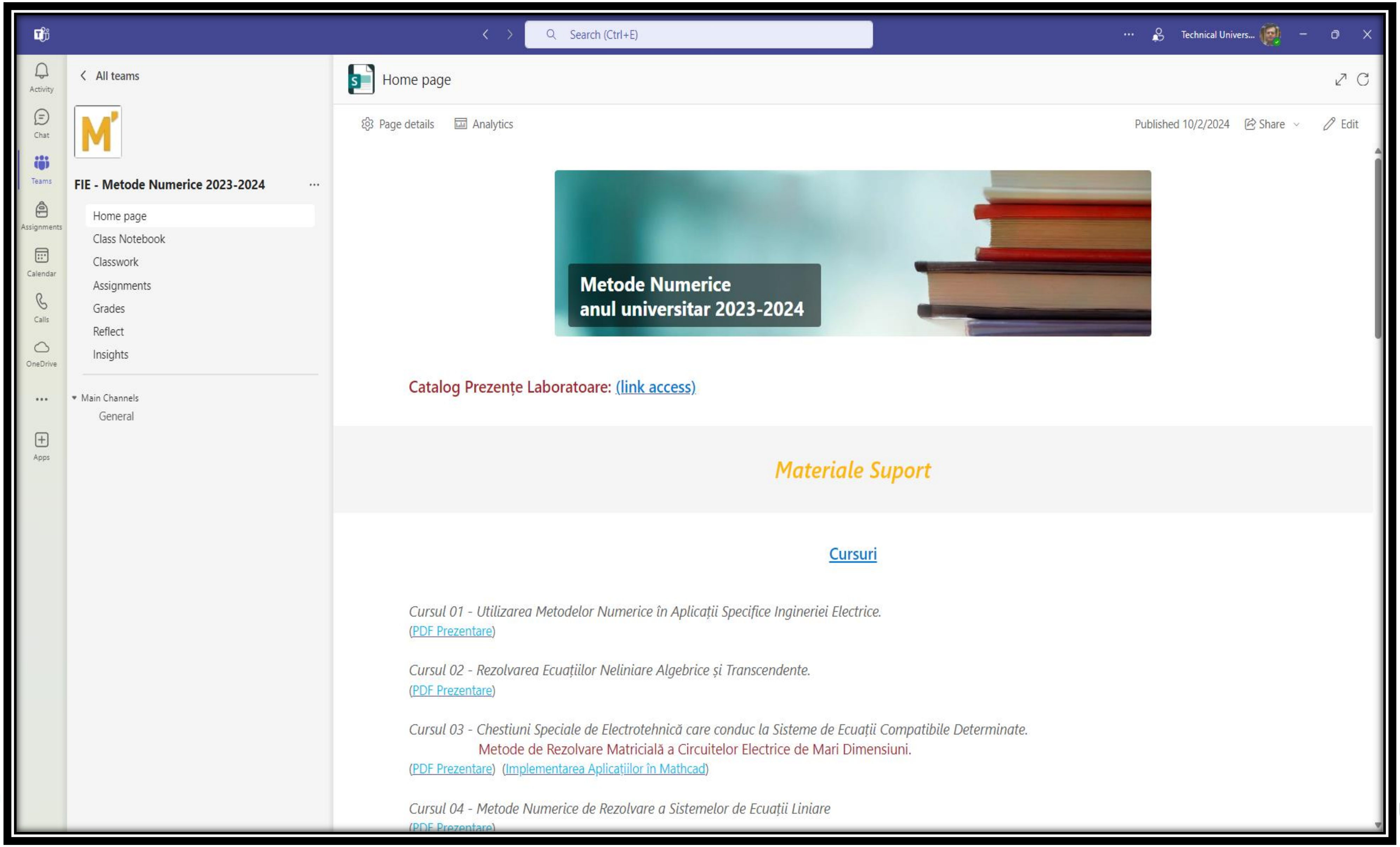
UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Materiale Suport – Clasa de TEAMS



UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Materiale Suport – Clasa de TEAMS



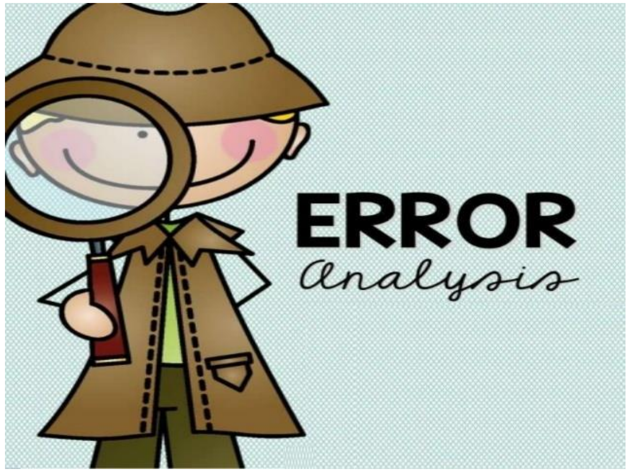
UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

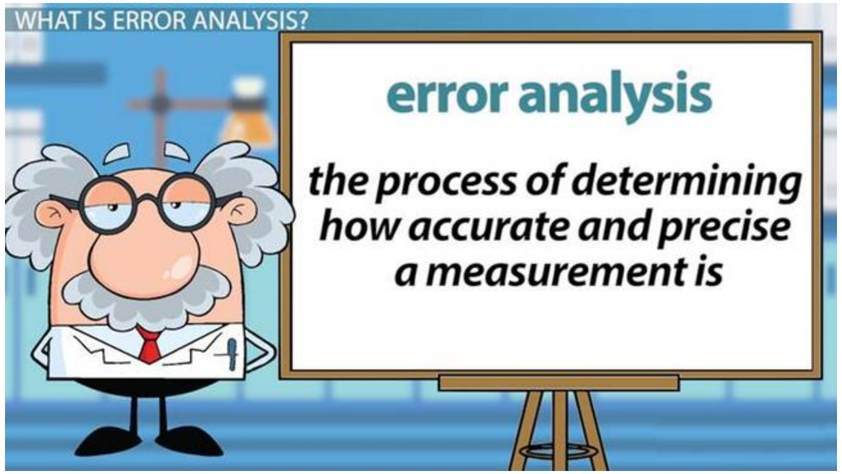
UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Cap. 01

Facultatea de Inginerie Electrică

Analiza Erorilor
în Rezovarea de Probleme Numerice





UNIVERSITATEA TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Analiza Erorilor

Fără a subestima importanţa **soluţiilor analitice**, majoritatea problemelor de inginerie electrică nu admit decât **soluţii numerice**.

În activitatea concretă de determinare a acestora, inginerul este obligat să cunoască şi să stăpânească aspectele legate de **aproximări şi erori**, de influenţa lor asupra rezultatelor.

Întrebare: „Cât de concrete, cât de exacte sunt rezultatele obţinute?"

Problema erorilor prezintă interes atât la **metodele numerice directe** (soluţia rezultatelor după efectuarea unui număr finit de operaţii elementare, cunoscut de la bun început), cât şi cele **iterative sau de aproximări succesive** (pornind de la o soluţie aproximativă, se obţin valori din ce în ce mai precise ale rezultatului, prin repetarea unei secvenţe relativ mai reduse de operaţii aritmetice elementare).

Condiţia de terminare a calculelor la metodele iterative este legată, de regulă, de atingerea unei anumite **precizii**, de situare a erorii sub o valoare prestabilită, ceea ce impune necesitatea **cunoaşterii sau aprecierii erorii** în fiecare moment a procesului de calcul.

Moduri de Exprimare a Erorii

Se consideră o mărime numerică reală A pentru care se cunoaște valoarea aproximativă a (determinată experimental – măsurători)

Eroarea aproximației a pentru valoarea exactă A:

$\varepsilon = A - a$ o corecție a aproximației lui A prin a

$A = a + \varepsilon$ formula de aproximare

$\varepsilon > 0 \Rightarrow$ Aproximare prin lipsă

$\varepsilon < 0 \Rightarrow$ Aproximare prin adaos

$\varepsilon_a = |\varepsilon| = |A - a|$ - ***Eroarea absolută***

În aplicațiile practice se cunoaște a; nu se cunoaște A - se pune problema estimării erorii absolute!

Limita superioară $\varepsilon_a = |A - a| \leq \varepsilon_{as}$

$$a - \varepsilon_{as} \leq A \leq a + \varepsilon_{as}$$

$$A = a \pm \varepsilon_{as}$$

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Eroarea absolută nu este suficientă pentru a caracteriza gradul de precizie a unei aproximări!!!

Exemplu $A_1 = 10$ $A_2 = 1000$

$a_1 = 9$ $a_2 = 999$

Se apreciază intuitiv că $\boldsymbol{a_2}$ aproximează mult mai bine $\boldsymbol{A_2}$ decât $\boldsymbol{a_1}$ pe $\boldsymbol{A_1}$ cu toate că:

$$\varepsilon_{a_1} = \varepsilon_{a_2} = 1$$

Este nevoie de o altă mărime care să exprime corect gradul de precizie al unei aproximaţii!!!

Eroarea relativă

$$\varepsilon_r = \frac{\varepsilon_a}{|a|} = \frac{|A - a|}{|a|} \qquad \varepsilon_r[\%] = 100 \cdot \varepsilon_r$$

$$\varepsilon_{r_1} = \frac{|A_1 - a_1|}{|a_1|} = \frac{|10 - 9|}{|9|} = 0.11 = 10[\%];$$

$$\varepsilon_{r_2} = \frac{|A_2 - a_2|}{|a_2|} = \frac{|10000 - 9999|}{|9999|} = 0.0001 = 0.01[\%]$$

$$\varepsilon_{r_2} < \varepsilon_{r_1}$$

Aproximația a doua
este mai precisă

UNIVERSITATEA
TEHNICĂ
DIN CLUJ-NAPOCA

Surse de Erori

➢ Măsurările obținute într-un laborator cu un instrument de măsură, au sens numai dacă este cunoscută **sensibilitatea** aparatului.

➢ Un calculator numeric poate reprezenta numai un **număr finit** de cifre; de unde şi posibilitatea ca un număr real introdus în calculator să fie aproximat.

$$A := 123456789.123456789$$

$$A = 123456789.123457$$

➢ **Operațiile elementare** cu aceste numere produc rezultate care nu pot fi reprezentate exact în calculator.

$$A1 := 123456789.9876$$

$$A2 := 123456789.987$$

$$A1 - A2 = 0.00059999525547$$

➢ Când un algoritm, constituit dintr-o succesiune de operații elementare este introdus în calculator, se obține în general o **eroare și propagare succesivă de erori**. Aceste erori se numesc **erori de rotunjire**, numele venind de la o tehnică de reprezentare a numerelor reale în calculator

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Propagarea Erorilor

X, Y – operanzi (tensiune, curent); x, y – valorile aproximative corespunzătoare

Adunarea

$$X = x + \varepsilon_x$$

$$Y = y + \varepsilon_y$$

$$X + Y = x + \varepsilon_x + y + \varepsilon_y$$

$$\varepsilon_{x+y} = \varepsilon_x + \varepsilon_y \qquad \varepsilon_{a_{x+y}} \le \varepsilon_{a_x} + \varepsilon_{a_y}$$

$$\varepsilon_{r_{x+y}} = \frac{\varepsilon_{a_{x+y}}}{|x+y|} \le \frac{\varepsilon_{a_x}}{|x+y|} + \frac{\varepsilon_{a_y}}{|x+y|} = \frac{\varepsilon_{a_x}}{|x|} \cdot \frac{|x|}{|x+y|} + \frac{\varepsilon_{a_y}}{|y|} \cdot \frac{|y|}{|x+y|}$$

$$\varepsilon_{r_{x+y}} \le \frac{|x| \cdot \varepsilon_{r_x} + |y| \cdot \varepsilon_{r_y}}{|x+y|}$$

$$\varepsilon_{r_{x+y}} \le max\left(\varepsilon_{r_x}, \varepsilon_{r_y}\right)$$

- Eroarea sumei este egală cu suma erorilor termenilor
- Eroarea absolută a sumei nu depășește suma erorilor absolute ale termenilor
- Dacă operanzii sunt de același semn, limita superioară a erorii relative a sumei nu depășește limita superioară a erorii relative maxime a termenilor!

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

PROBLEMA REALA (P)

erori de problemă cauzate de simplificările în formularea M(p)

MODEL MATEMATIC M(P)

erori de trunchiere analitice - procese de calcul numeric cu convergenţă infinită sunt înlocuite cu procese cu convergenţă practic finită, element caracteristic pentru metodele iterative sau de aproximări succesive.

METODA NUMERICA MN(P)

Eroarea de trunchiere nu se poate calcula exact dar se poate **estima.** De regulă, condiţia practică de terminare a calculelor la **metodele iterative** este legată de **valoarea erorii de trunchiere**: calculele se consideră terminate în momentul în care eroarea de trunchiere ajunge sub o valoare **limită prestabilită.**

erori de intrare-ieşire

ALGORITM (schemă logică)

PROGRAM

Testare şi utilizare

Interpretare rezultate

<u>Erorile iniţiale sau inerente</u> se datorează prezenţei în modelul matematic a unor coeficienţi numerici, ale căror valori se cunosc doar aproximativ.

Cauzele sunt legate de proveninţa lor : măsurători experimentale mai mult sau mai puţin precise, soluţii mai mult sau mai puţin aproximative ale unor probleme numerice asociate, etc.

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Dezvoltarea în Serie Taylor – Sursă a Erorii de Trunchiere

$$f(x) = f(x_0) + \frac{x - x_0}{1!} \cdot f'^{(x_0)} + \frac{(x - x_0)^2}{2!} \cdot f''(x_0) + \frac{(x - x_0)^3}{3!} \cdot f''(x_0) +$$

$$+ \cdots + \frac{(x - x_0)^n}{n!} \cdot f^{(n)}(x_0) + \frac{(x - x_0)^{n+1}}{(n+1)!} \cdot f^{(n+1)}(\xi)$$

Brook Taylor
(1685-1731)

Eroarea Analitică de Trunchiere

→ Eroarea între soluţia lui M(P) şi soluţia lui MN(P)

***Exemplu*: Considerăm funcția exponențială e^x. Se cere să se calculeze valorile ei pentru diverse valori ale argumentului x, utilizând dezvoltarea în serie MacLaurin:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \cdots + \frac{x^k}{k!} + \cdots +$$

Avem un număr infinit de termeni. În calcule se folosesc doar un număr finit de termeni (5,6,7,8, …) dependent şi de valoarea argumentului x. Termenii omişi determină apariţia erorii de trunchiere (datorată trunchierii unui proces de calcul teoretic infinit).

Formularea Matematică: $e^x = \sum_{i=0}^{\infty} \frac{x^i}{i!}$ Formularea Numerică: $S_N(x) = \sum_{i=0}^{N} \frac{x^i}{i!}$

Eroarea analitică de trunchiere: $\varepsilon_{A.T.} = \varepsilon_{A.T.}(N) = e^x - S_N(x)$

$\varepsilon_{A.T.}$ depinde de N (parametrul de discretizare)

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Eroarea Analitică de Trunchiere

Studiem variația erorii analitice de trunchiere în cazul utilizării dezvoltării în serie MacLaurin a funcției exponențiale e^x pentru $x = 2.7$, în funcție de numărul de termeni N considerați:

$$Fex(x, N) := \sum_{i=0}^{N} \frac{x^i}{i!}$$

$$e^{2.7} = 14.87973$$

Numărul de Termeni		$N = 1$	$N = 2$	$N = 3$	$N = 4$	$N = 5$	$N = 6$
Aproximarea MacLaurin		$F_{ex}(2.7, 1)$	$F_{ex}(2.7, 2)$	$F_{ex}(2.7, 3)$	$F_{ex}(2.7, 4)$	$F_{ex}(2.7, 5)$	$F_{ex}(2.7, 6)$
		3.7	7.345	10.6255	12.83984	14.03558	14.57366
Eroarea de Trunchiere	Eroarea Absolută	11.17973	7.63473	4.25423	2.03989	0.84415	0.30607
	Eroarea Relativă	75.13%	50.64%	28.59%	13.71%	5.67%	2.06%
Creșterea Preciziei	Valoare Absolută	N/A	3.645	3.2805	2.21434	1.19574	0.53808
	Valoare Relativă	N/A	49.63%	30.85%	17.25%	8.52%	3.69%

Tipuri de Erori

Categorii principale de erori: **erori de problemă și de metodă, erori inițiale sau inerente, erori de trunchiere și erori de rotunjire**.

Eroarea unui rezultat aproximativ este unică dar provine din mai multe surse și are mai multe componente de natura celor precizate mai sus:

- Fiecare dintre componentele erorii se poate exprima sub formă **absolută sau relativă**
- Diversele categorii de erori trebuie coordonate (corelate) între ele, în sensul asigurării **aceluiași ordin de mărime** pentru fiecare componentă.

Sunt nejustificate și ineficiente eforturile pentru reducerea
unui anumit tip de eroare, dacă celelalte tipuri au valori mult mai mari

Reguli practice pentru calculele numerice

Se consideră utilă evidențierea unor “sfaturi” practice, la efectuarea, manuală sau automată, a calculelor numerice:

- Pe parcursul efectuării unui șir de calcule, numărul de cifre semnificative al rezultatelor intermediare trebuie să fie mai mare cu 1 sau 2 decât numărul de cifre exacte;

- Rezultatul final al unei secvențe de calcule nu trebuie să conțină mai mult de o cifră semnificativă în plus față de numărul de cifre exacte;

- La operațiile de adunare și de scădere rangul ultimei cifre reținute pentru rezultat trebuie să fie cel mult egal cu rangul ultimelor cifre semnificative exacte ale datelor inițiale sau mai mare decât acesta (+1 pentru rezultate intermediare);

- La operațiile de înmulțire, împărțire, extragere de radical numărul de cifre semnificative al rezultatului trebuie să fie identic cu numărul de cifre semnificative exacte ale operandului cu numărul minim de asemenea cifre (+1 pentru rezultate intermediare);

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Reguli practice pentru calculele numerice

- Se recomandă, pe cât posibil, evitarea operației de scădere a două valori numerice aproximativ egale (apar erori foarte mari datorate fenomenului de “anulare prin scădere”), prin rescrierea expresiei respective și **utilizarea dezvoltării în serie Taylor**;

- Dacă se adună, în sens algebric, un șir de numere, atunci, pentru minimizarea erorii de rotunjire, se recomandă ca operanzii să fie considerați în ordinea crescătoare a modulelor lor;

- Dacă o expresie este de forma $(a - b)\cdot c$ sau de forma $(a - b) / c$, atunci se recomandă efectuarea operațiilor în ordinea $a\cdot c - b\cdot c$, respectiv $a/c - b/c$ (dacă valorile a și b sunt foarte apropiate, este de preferat respectarea ordinii inițiale);

- Atunci când argumentul unei funcții are valori atât de mari, încât determină pierderea unor cifre semnificative înainte de terminarea procesului de calcul, atunci se recomandă efectuarea unei schimbări corespunzătoare de variabilă;

- Pentru situațiile care nu se încadrează în regulile practice enumerate mai sus, se recomandă minimizarea numărului total de operații aritmetice elementare.

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA

Facultatea de Inginerie Electrică

Utilizarea *Metodelor Numerice* în Aplicații Specifice *Ingineriei Electrice*

Conf. Dr. ing. Levente CZUMBIL

Energy Transition Research Center, Dep. Electrotehnică și Măsurări

E-mail: Levente.Czumbil@ethm.utcluj.ro

UNIVERSITATEA TEHNICĂ DIN CLUJ-NAPOCA