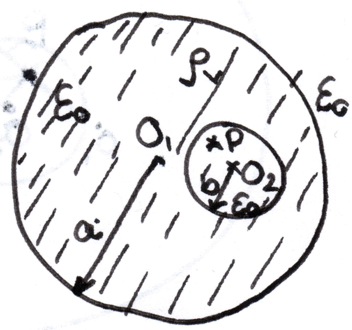
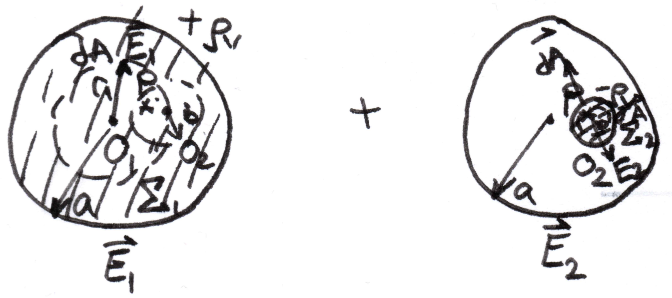
Calculul intensității curentului electric

Problema I

Într-o sferă conductoare de rază a, se practică o cavitate excentrică de rază b, cu b mai mic ca a, știind că domeniul dintre cele două sfere este încărcat cu sarcină electrică uniform distribuită cu densitatea volumică de sarcină ρ_v. Să se determine intensitatea câmpului electric E_v într-un punct P plasat în interiorul cavității. Să se descrie câmpul electric din interiorul cavității.



Obs: În conformitate cu teorema superpoziției, intensitatea câmpului electric $\vec{E}$ într-un punct P din interiorul cavității prin suprapunerea a două câmpuri: $\boxed{\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2}$



$E_1 = ?$ $r < a$

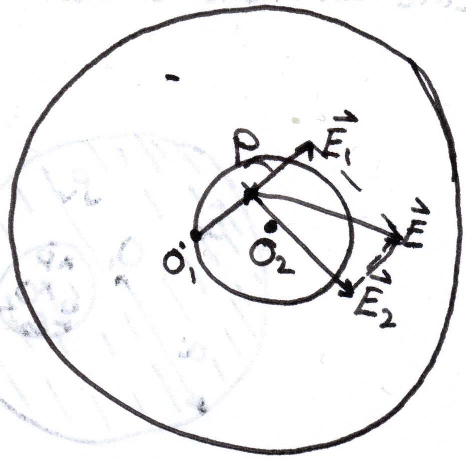
1. Simetrie sferică, ε_0
2. Σ_1
3. $\vec{E}_1 \parallel dA \Rightarrow \cos(0^\circ) = 1$
4. $\Psi_{\Sigma_1} = \oint_{\Sigma_1} \vec{E}_1 dA = \oint_{\Sigma} \vec{E}_1 dA \cos(0^\circ)$

$$= E_1 \oint_{\Sigma_1} dA = \boxed{E_1 4\pi r_1^2}$$

5. $q_{\Sigma_1} = \rho_v \cdot V_{B_1} = \rho_v \dfrac{4\pi r_1^3}{3}$

6. $E_1 4\pi r_1^2 = \rho_v \dfrac{4\pi r_1^3}{3\varepsilon_0} \Rightarrow E_1 = \dfrac{\rho_v r_1}{3\varepsilon_0}$

$$\vec{E}_1 = \frac{\rho_v r_1}{3\varepsilon_0} \cdot \frac{\vec{r}_1}{r_1} = \frac{\rho_v \vec{r}}{3\varepsilon_0}$$



$E_2 = ?$ $r_2 < b$

1. Simetrie sferică, ε_0
2. Σ_2
3. $\vec{E}_2 \parallel dA \Rightarrow \cos(0^\circ) = 1$
4. $\Psi_{\Sigma_1} = \oint_{\Sigma_2} \vec{E}_2 d\vec{A} = E_2 4\pi r_2^2$
5. $q_{\Sigma_2} = -\rho_v \cdot V_{r_2} = -\rho_v \dfrac{4\pi r_2^3}{3\cancel{\varepsilon_0}}$
6. $E_2 \cdot 4\pi r_2^2 = \dfrac{-\rho_v 4\pi r_2^3}{3\varepsilon_0}$

$$E_2 = \frac{-\rho_v r_2}{3\varepsilon_0} \Rightarrow \vec{E}_2 = \frac{-\rho_v \vec{r}_2}{3\varepsilon_0}$$

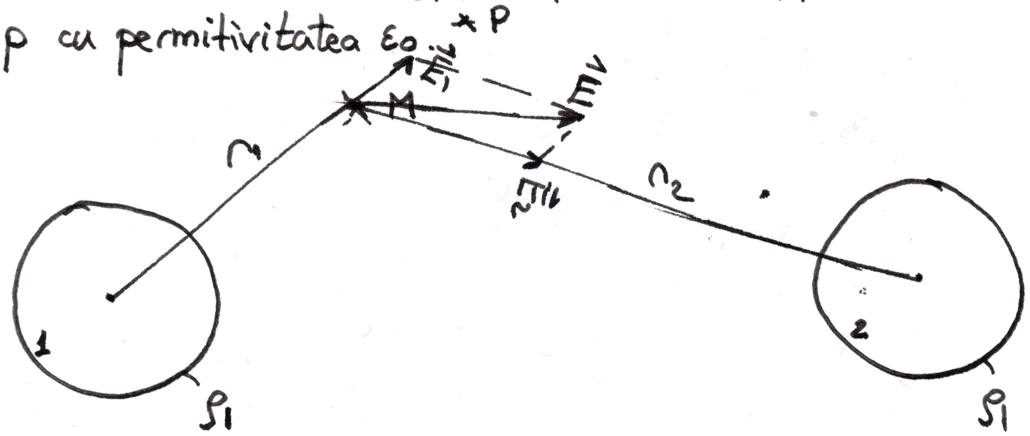
$$\vec{E} = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

$$= \frac{\rho_v \vec{r}_1}{3\varepsilon_0} - \frac{\rho_v \vec{r}_2}{3\varepsilon_0} = \frac{\rho_v}{3\varepsilon_0}(r_1 - r_2)$$

$$= \frac{\rho_v}{3\varepsilon_0} \overrightarrow{O_1O_2}$$

Răspuns: $\vec{E}$ în orice punct din interiorul cavității are direcția vectorului $\overrightarrow{O_1O_2}$ care unește centrele celor două sfere. Câmpul este uniform având și modulul constant.

Să se determine expresia intensității câmpului electrostatic și a potențialului electrostatic într-un punct M din vecinătatea unei linii electrice bifilare, cu cele două conductoare filiforme încărcate cu densitățile liniare de sarcină ρ_l, respectiv $(-\rho_l)$, aflate într-un mediu izotrop cu permitivitatea ε_0.



$\boxed{A}$ $\vec{E}_M = \vec{E}_1+\vec{E}_2 = \frac{\rho_l}{2\pi r_1^2\varepsilon_0}\cdot\hat{r}_1 - \frac{\rho_2}{2\pi r_2^2\varepsilon_0}\hat{r}_2 = \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\hat{r}_1}{r_1^2}-\frac{\hat{r}_2}{r_2^2}\right)$

$\boxed{P_2S_1}$ $E = \frac{\rho_l}{2\pi r\varepsilon_0}$; $\vec{E} = \frac{\rho_l}{2\pi r^2\varepsilon_0}\hat{r}$

$\boxed{B}$ $V_{P_1} = \int_{P_1}^{P}\underbrace{\vec{E}_1\, d\vec{r}}_{\parallel} = \int_{P_1}^{P}\frac{\rho_l}{2\pi r_1^2\varepsilon_0}\,dr = \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\int_{P_1}^{P}\frac{1}{r_1^2}\,dr = -\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\left(\overset{\ln(r)}{\cancel{\frac{1}{r}}}\right)\Big|_{r_1}^{r_p}$

$= \underbrace{+\frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{r_p}}_{=0} - \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\overset{\ln(r_1)}{\cancel{\frac{1}{r_1}}} = \frac{\rho_l}{2\pi\cancel{r_1}\varepsilon_0}\ln(r_1)$

Analog $\rightarrow +\frac{\rho_l}{2\pi\cancel{r_2}\varepsilon_0}\ln(r_2)$ $\quad V_M = V_{P_1}+V_{P_2} = \frac{\rho_l}{2\pi\varepsilon_0}\left(\overset{\ln\left(\frac{r_2}{r_1}\right)}{\cancel{\frac{1}{r_1}-\frac{1}{r_2}}}\right)$ [V]