Контрольная работа №2 ПОАбд-81

по курсу „Вычислительная математика" Чекулаев В.Ю.

①

$y = x^2 - 0{,}55 \qquad \varepsilon = 0{,}05 \qquad x \in [0{,}5; 0{,}9]$

$f(0{,}5) = -0{,}3$; $f(0{,}9) = 0{,}26$ => на отр. $x \in [0{,}5; 0{,}9]$ есть корень уравнения.

$c_0 = \frac{0{,}5+0{,}9}{2} = 0{,}7$; $f(0{,}7) = -0{,}06$

$0{,}9 - 0{,}7 = 0{,}2 > \varepsilon$

$c_1 = \frac{0{,}7+0{,}9}{2} = 0{,}8$; $f(0{,}8) = 0{,}09$

$0{,}8 - 0{,}7 = 0{,}1 > \varepsilon$

$c_2 = \frac{0{,}7+0{,}8}{2} = 0{,}75$; $f(0{,}75) = 0{,}0125$

$|0{,}7 - 0{,}75| = 0{,}05 = \varepsilon$

$c_3 = \frac{0{,}7+0{,}75}{2} = 0{,}725$; $f(0{,}725) = -0{,}024375$

$0{,}75 - 0{,}725 = 0{,}025 < \varepsilon$ =>

=> $x = \cancel{0{,}025}\ 0{,}725$ - корень ур.

Ответ: 4 итерации

②

$x^3 + x^2 - 1 = 0 \qquad x \in [0{,}1; 1]$

Достаточные условия сходимости метода простых итераций:

1) Функция $\varphi(x)$ имеет производные для всех $x \in [0{,}1; 1]$

2) Существует число λ ($0 < \lambda < 1$, $\lambda = const$), такое что $|\varphi'(x)| < \lambda$ для всех $x \in [0{,}1; 1]$

$\varphi(x) = x - \lambda_0 \cdot f(x)$

$$\lambda_0 = \frac{1}{f'(x_0)} \qquad f'(x) = 3x^2 + 2x$$

$$f'(x_0) = 0{,}23$$

$$\varphi(x) = x - \frac{1}{0{,}23}\left(x^3 + x^2 - 1\right)$$

$$\varphi'(x) = 1 - \frac{1}{0{,}23}\left(3x^2 + 2x\right)$$

$$\varphi'(0{,}1) = 1 - \frac{1}{0{,}23} \cdot 0{,}23 = 1 \Rightarrow \lambda_0 \text{ должно быть} > 0{,}23$$

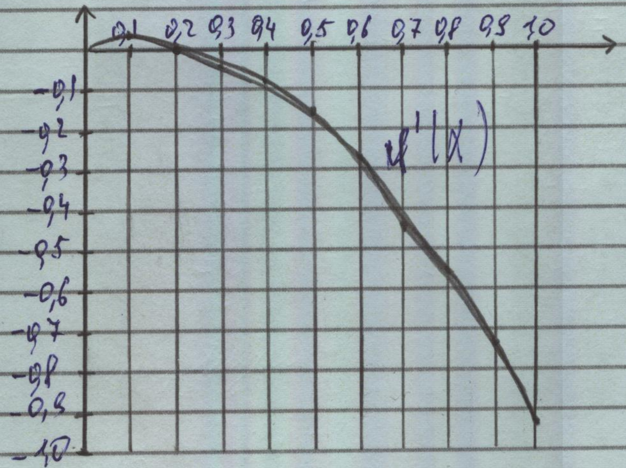
допустим $\lambda_0 = 0{,}27$

$$\varphi'(0{,}1) = 1 - \frac{0{,}23}{0{,}27} = 0{,}148$$

$$\varphi'(1) = 1 - \frac{5}{0{,}27} = -17{,}5 \Rightarrow \lambda_0 \text{ должно быть} > 2{,}5$$

допустим $\lambda_0 = 2{,}6$

$$\varphi'(1) = 1 - \frac{5}{2{,}6} = -0{,}9231 \Rightarrow \varphi(x) = x - \frac{1}{2{,}6}\left(x^3 + x^2 - 1\right)$$



Выполнение условий 1) и 2) видно из графика.

3) Правая разностная производная:

$$\frac{y(x_{i+1}) - y(x_i)}{x_{i+1} - x_i} = \frac{y_{i+1} - y_i}{h} = \frac{y(x_i + h) - y(x_i)}{h}$$

$$y(x_i + h) = y(x) + h \cdot y'(x) + \frac{h^2}{2} \cdot y''(x) + \frac{h^3}{6} \cdot y'''(x) + \ldots \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ в первом порядке разложения $O(h) = -\frac{h}{2} \cdot f''(x) + \ldots \Rightarrow$

$\Rightarrow |p(n)| = O(n)$

4 б)