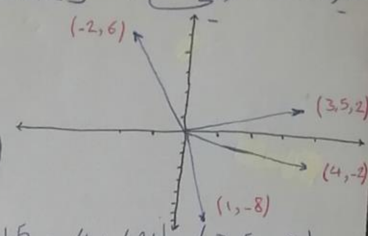
4011406123 - علیرضا رشتی



1. a) $(1,2)+(3,-4)=(1+3,\ 2+(-4))=(4,-2)$

b) $(1,2)-(3,-4)=(1-3,\ 2-(-4))=(-2,6)$

c) $2(1,2)+\frac{1}{2}(3,-4)=(2,4)+(1{,}5,-2)=(2+1{,}5,\ 4+(-2))=(3{,}5,2)$

d) $-2(1,2)+(3,-4)=(-2,-4)+(3,-4)=(-2+3,\ (-4)+(-4))=(1,-8)$

3. a) $u+v=(u_x+u_y+u_z)+(v_x+v_y+v_z)$

$=(u_x+v_x,\ u_y+v_y,\ u_z+v_z)$

$=(v_x+u_x,\ v_y+u_y,\ v_z+u_z)$

$=(v_x,v_y,v_z)+(u_x,u_y,u_z)$

$=v+u$

b) $u+(v+w)=(u_x,u_y,u_z)+((v_x,v_y,v_z)+(w_x+w_y+w_z))$

$=(u_x,u_y,u_z)+(v_x+w_x,\ v_y+w_y,\ v_z+w_z)$

$=(u_x+(v_x+w_x),\ u_y+(v_y+w_y),\ u_z+(v_z+w_z))$

$=((u_x+v_x)+w_x,\ (u_y+v_y)+w_y,\ (u_z+v_z)+w_z)$

$=(u_x+v_x,\ u_y+v_y,\ u_z+v_z)+(w_x,w_y,w_z)$

$=((u_x,u_y,u_z)+(v_x,v_y,v_z))+(w_x,w_y,w_z)$

$=(u+v)+w$

c) $(ck)u=(ck)(u_x,u_y,u_z)$

$=((ck)u_x,\ (ck)u_y,\ (ck)u_z)$

$=(c(ku_x),\ c(ku_y),\ c(ku_z))$

$=c(ku_x,ku_y,ku_z)$

$=c(ku)$

4011406123 - علیرضا رئیسی

3. d) $k(u+v) = k\big((u_x, u_y, u_z) + (v_x, v_y, v_z)\big)$

$= k(u_x + v_x, u_y + v_y, u_z + v_z)$

$= \big(k(u_x + v_x), k(u_y + v_y), k(u_z + v_z)\big)$

$= (ku_x + kv_x, ku_y + kv_y, ku_z + kv_z)$

$= (ku_x, ku_y, ku_z) + (kv_x, kv_y, kv_z)$

$= ku + kv$

e) $u(k+c) = (u_x, u_y, u_z)(k+c)$

$= \big(u_x(k+c), u_y(k+c), u_z(k+c)\big)$

$= (ku_x + cu_x, ku_y + cu_y, ku_z + cu_z)$

$= (ku_x, ku_y, ku_z) + (cu_x, cu_y, cu_z)$

$= ku + cu$

4.

$2\big((1,2,3) - x\big) - (-2,0,4) = -2(1,2,3)$

$(2,4,6) - 2x + (2,0,-4) = (-2,-4,-6)$

$(2,4,6) - 2x = (-4,-4,-2)$

$-2x = (-6,-8,-8)$

$x = (3,4,4)$

5.

$|u| = \sqrt{(-1)^2 + 3^2 + 2^2} = \sqrt{1+9+4} = \sqrt{14}$

$\hat{u} = \dfrac{u}{|u|} = \left(-\dfrac{1}{\sqrt{14}}, \dfrac{3}{\sqrt{14}}, \dfrac{2}{\sqrt{14}}\right)$

$|v| = \sqrt{3^2 + (-4)^2 + 1^2} = \sqrt{9+16+1} = \sqrt{26}$

$\hat{v} = \dfrac{v}{|v|} = \left(\dfrac{3}{\sqrt{26}}, -\dfrac{4}{\sqrt{26}}, \dfrac{1}{\sqrt{26}}\right)$

4011406123 علیرضا رشیدی

9\. a) $u.v = (u_x, u_y, u_z).(v_x, v_y, v_z)$

$= (u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z)$

$= (v_x u_x + v_y u_y + v_z u_z)$

$= (v_x, v_y, v_z).(u_x, u_y, u_z)$

$= v.u$

b) $u.(v+w) = (u_x, u_y, u_z).(v_x + w_x, v_y + w_y, v_z + w_z)$

$= u_x(v_x + w_x) + u_y(v_y + w_y) + u_z(v_z + w_z)$

$= u_x v_x + u_x w_x + u_y v_y + u_y w_y + u_z v_z + u_z w_z$

$= u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z + u_x w_x + u_y w_y + u_z w_z$

$= (u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z) + (u_x w_x + u_y w_y + u_z w_z)$

$= (u.v) + (u.w)$

$= u.v + u.w$

c) $K(u.v) = K(u_x v_x + u_y v_y + u_z v_z)$

$= ((Ku_x)v_x + (Ku_y)v_y + (Ku_z)v_z)$

$= (Ku).v$

$= (u_x(Kv_x) + u_y(Kv_y) + u_z(Kv_z))$

$= u.(Kv)$

d) $v.v = v_x v_x + v_y v_y + v_z v_z$

$= v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$

$= \left(\sqrt{v_x^2 + v_y^2 + v_z^2}\right)^2$

$= |v|^2$

4011406123 - علیرضا رئیسی

9. e) $0 \cdot v = 0v_x + 0v_y + 0v_z = 0$

17.

$$u \times ku = (u_y ku_z - u_z ku_y \,,\; u_z ku_x - u_x ku_z \,,\; u_x ku_y - u_y ku_x)$$

$$= \left(\overset{0}{\cancel{ku_y u_z - ku_y u_z}} \,,\; \overset{0}{\cancel{ku_z u_x - ku_z u_x}} \,,\; \overset{0}{\cancel{ku_x u_y - ku_x u_y}}\right)$$

$$= 0$$