

Aufgabe 6

Teilaufgabe 6a

Es handelt sich um ein M/M/100/ ∞ Warteschlangenmodell, wenn man davon ausgeht, dass die Personen vor der Diskothek warten, falls diese zu voll ist.

Wenn man davon ausgeht, dass die Leute nicht warten, handelt es sich um ein M/M/100/100 Warteschlangenmodell.

Teilaufgabe 6b

Sei $K = 100$ die Kapazität.

$$\lambda_i = \lambda \text{ für } i = 0, 1, \dots, K - 1 \quad (1)$$

$$\mu_i = \begin{cases} \mu \cdot i & \text{für } i = 0, 1, \dots, K \\ 0 & \text{für } K + 1, K + 2, \dots \end{cases} \quad (2)$$

Teilaufgabe 6c

$$\begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \mu & -(\mu + \lambda) & \lambda & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\mu & -(2\mu + \lambda) & \lambda & & 0 \\ \vdots & \vdots & & & & \\ 0 & 0 & 0 & & 100\mu & -100\mu \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{101 \times 101}$$

Teilaufgabe 6d

Es seien X_1, \dots, X_n exponentialverteilte Zufallsvariablen mit $X_i \sim \text{Exp}(\lambda_i)$. Dann gilt:

$$\min \{ X_1, \dots, X_n \} \sim \text{Exp}\left(\sum_{i=1}^n \lambda_i\right)$$

Daher gilt für die Zufallsvariable $Y :=$ „Dauer bis der erste von 100 Leuten geht“:

$$Y \sim \text{Exp}(100 \cdot \mu)$$

Es folgt:

$$\mathbb{E}(\text{Exp}(100 \cdot \frac{1}{50})) = \frac{1}{2}$$