

## Aufgabe 1: Raytracing

### Teilaufgabe 1a

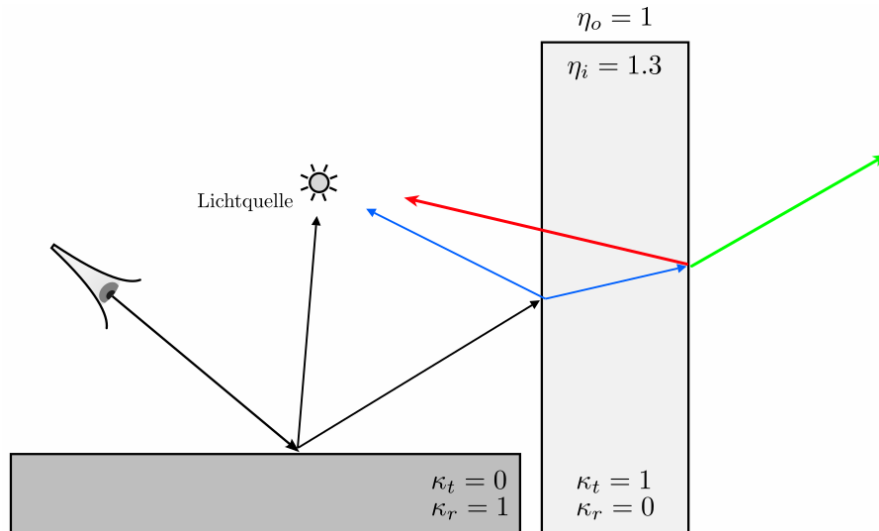


Abbildung 1: Reflexionsstrahl, Schattenstrahlen und Transmissionstrahl

### Teilaufgabe 1b

Wie nennt man das physikalische Gesetz oder Prinzip, welches die Richtungsänderung eines Lichtstrahls beim Übergang in ein anderes Medium beschreibt?

Snellsches Gesetz ( $\eta_0 \cdot \sin \theta_0 = \eta_1 \cdot \sin \delta_1$ )

### Teilaufgabe 1c

Welche Bedingung muss gelten, damit beim Übergang eines Lichtstrahls von einem Medium mit Brechungsindex  $\eta_0$  in ein Medium mit Brechungsindex  $\eta_1$  Totalreflexion auftreten kann?

Der Einfallswinkel muss einen Grenzwinkel  $\theta = \arcsin \frac{\eta_1}{\eta_0}$  überschreiten (also besonders flach auf das Material sein).

## Aufgabe 2: Beleuchtung und Wahrnehmung

### Teilaufgabe 2a

- Bild 1: Nicht mögliche Kombination aus Bild 2 und Bild 3.
- Bild 2: Nur spekulär (glossy)
- Bild 3: Entspricht einem Glanzlicht in Richtung  $N$ , aber das ist nur in Richtung  $R_L$  möglich.
- Bild 4: Komplette diffus.

### Teilaufgabe 2b

Aussage	Wahr	Falsch
Von den drei Grundfarben der additiven Farbmischung sind Menschen gegenüber blau in der Regel am unempfindlichsten.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Es gibt keine zwei unterschiedlichen Lichtspektren im sichtbaren Bereich, die der Mensch als dieselbe Farbe wahrnimmt.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Genau drei Grundgrößen reichen (nach Graßmann) aus, um einen menschlichen Farbeindruck zu beschreiben.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Es entspricht nicht der menschlichen Farbempfindlichkeit, wenn die Helligkeit (Luminanz) einer Farbe als das arithmetische Mittel der RGB-Anteile berechnet wird.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Gammakorrektur mit dem Parameter $\gamma$ wird üblicherweise durch die Abbildung $L' = \gamma^L$ beschrieben.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>

## Aufgabe 3: Transformationen

### Teilaufgabe 3a

Homogene Koordinaten

$$M = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

### Teilaufgabe 3b

Geben Sie zeichnerisch ein einfaches Beispiel an, das deutlich zeigt, dass man die Normalen eines Primitivs im Allgemeinen nicht mit derselben Matrix transformieren kann wie die Vertices. Um was für eine Art Transformation handelt es sich dabei?

Normale auf Kreis; Skalierung in  $x$ -Richtung.

### Teilaufgabe 3c

Um Normalen korrekt von Objekt- in Kamerakoordinaten zu transformieren, verwendet man die...

- ☒ invers transponierte Model-View-Matrix.
- ☐ dehomogenisierte Model-View-Matrix.
- ☐ inverse Projektionsmatrix.

Die Matrix  $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$  ist eine...

- ☒ Translationsmatrix in homogenen 2D-Koordinaten.
- ☐ Translationsmatrix in homogenen 3D-Koordinaten.
- ☐ Rotationsmatrix in  $\mathbb{R}^{3 \times 3}$ .

Die Matrix  $\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$  beschreibt eine...

- ☐ Rotation.
- ☒ Spiegelung an der ersten Winkelhalbierenden.
- ☐ nichtlineare Abbildung.

Matrixmultiplikation ist stets kommutativ, wenn...

- ☒ nur Skalierungsmatrizen multipliziert werden.
- ☐ nur Scherungsmatrizen multipliziert werden.
- ☐ nur Rotationsmatrizen multipliziert werden.

2D-Rotationsmatrizen sind kommutativ:

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta & -\cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta \\ \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta & -\sin \alpha \sin \beta + \cos \alpha \cos \beta \end{pmatrix} \quad (1)$$

$$= \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \quad (2)$$

3D-Rotationsmatrizen nicht:

$$R_x\left(\frac{3}{2}\pi\right) \cdot R_z\left(\frac{3}{2}\pi\right) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \neq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (4)$$

$$= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{pmatrix} \quad (5)$$

$$= R_z\left(\frac{3}{2}\pi\right) \cdot R_x\left(\frac{3}{2}\pi\right) \quad (6)$$

## Aufgabe 4: Texturen und Texture-Mapping

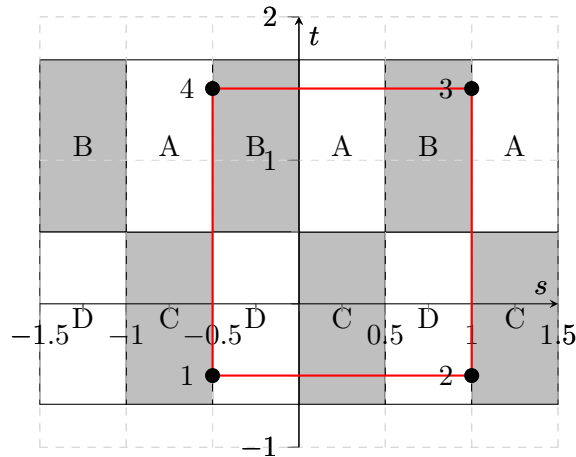
### Teilaufgabe 4a

*Skizzieren Sie hier die Ausgabe*

Für die  $t$ -Koordinate ist `GL_CLAMP` eingestellt. Das bedeutet, dass nach oben die letzte Texel-Reihe einfach wiederholt wird und nach unten die erste Texel-Reihe wiederholt wird.

Für die  $s$ -Koordinate ist `GL_REPEAT` eingestellt. Das bedeutet, dass nach rechts und links die komplette Textur nochmals hinkopiert wird.

Damit ergibt sich das Gesamtbild:



### Teilaufgabe 4b

*Wann und wofür wird die bilineare Interpolation beim Texture-Mapping verwendet?*

Bei Magnification um Unschärfe zu kompensieren.

### Teilaufgabe 4c

*Was ist die Grundidee von vorgefilterten Environment Maps?*

Die Grundidee ist die Darstellung einer Umgebung mit nur geringem Aufwand.

*Nennen Sie zwei Beispiele für Beleuchtungseffekte, die damit erzielt werden können!*

- Diffuse Beleuchtung
- Spekulare Beleuchtung

*Welche grundlegende Annahme wird dabei gemacht?*

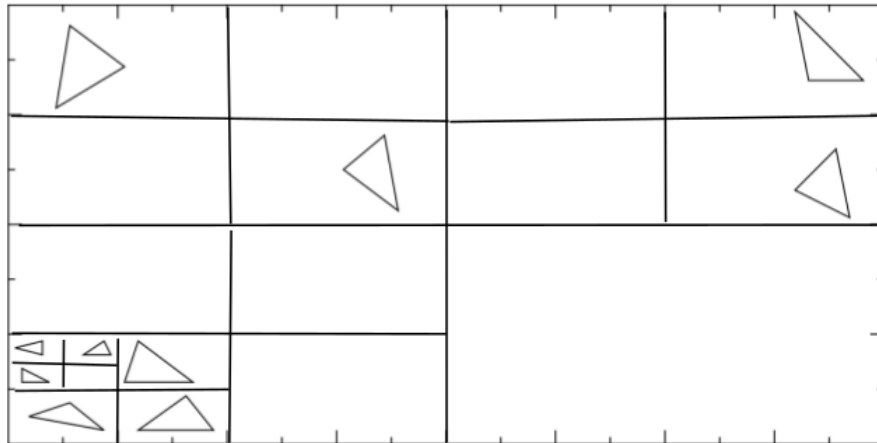
Die Umgebung ist weit genug entfernt, sodass die Position keine Rolle spielt und nur die Richtung genommen werden muss.

## Aufgabe 5: Räumliche Datenstrukturen

### Teilaufgabe 5a

Aussage	BVH	Octree	kD-Baum	Gitter
Die Raumunterteilung kann mit Hilfe der Surface Area Heuristic durchgeführt werden.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Die Anzahl der Schnittpunkte mit Primitiven kann durch Mailboxing weiter reduziert werden.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
Die Raumunterteilung ist geeignet für Szenen mit einer Geometrie, die dem sogenannten Teapot-in-a-Stadium-Problem ähnelt.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
Der Datenstruktur liegt ein Binärbaum zugrunde.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Teilaufgabe 5b



### Teilaufgabe 5c

Sie wollen in der obigen Szene Raytracing durchführen und dies mit einer räumlichen Datenstruktur beschleunigen. Ist dafür ein regelmäßiges Gitter oder ein kD-Baum besser geeignet? Begründen Sie Ihre Entscheidung!

Ein kD-Baum eignet sich für das genannte Szenario besser, da bei Verwendung eines Gitters mehr als die Hälfte des raumes leer ist. Der Großteil der Geometrie befindet sich links unten.

## Aufgabe 6: Rauschen und Turbulenz

### Teilaufgabe 6a

Welche der Funktionen ist eine Rauschfunktion (value noise)?  $\gamma(t)$

### Teilaufgabe 6b

Welche der Funktionen ist eine Turbulenzfunktion? Wie kann man eine Turbulenzfunktion aus einer Rauschfunktion wie der aus Aufgabe a) erzeugen? Geben Sie eine Formel an!

$\delta(t)$  wird erzeugt durch spektrale Synthese (vgl. Folie 14):

$$\text{turbulence}(x) = \sum k^n (1/2)^k \cdot n(2^k \cdot x)$$

### Teilaufgabe 6c

Welche zwei der Funktionen sind weder Rausch- noch Turbulenzfunktionen? Nennen Sie jeweils eine Eigenschaft von Rauschfunktionen, die nicht erfüllt wird.

- $\alpha$  Eine Rauschfunktion darf nicht sichtbar periodisch sein
- $\beta$  Räumliche Korrelation ist verletzt

## Aufgabe 7: Interpolation

### Teilaufgabe 7a

Wie berechnet man die baryzentrische Koordinate  $\lambda_2$  des Punktes  $\mathbf{x}$  bezüglich des abgebildeten Rechtecks?

$$\lambda_2 = \frac{\square(\mathbf{x}, \mathbf{x}_4)}{\square(\mathbf{x}_1, \mathbf{x}_3)}$$

### Teilaufgabe 7b

Berechnen Sie anhand der in der Zeichnung angegebenen Längen die 4 baryzentrischen Koordinaten des Punktes  $\mathbf{x}$  mit der Formel aus Aufgabenteil a). Nutzen Sie dann die baryzentrischen Koordinaten, um anzugeben, wie der interpolierte Farbwert  $\mathbf{c}$  am Punkt  $\mathbf{x}$  berechnet wird.

$$\lambda_1 = 2/9 \qquad \lambda_2 = 1/9 \qquad (7)$$

$$\lambda_3 = 2/9 \qquad \lambda_4 = 4/9 \qquad (8)$$

$$c = 2/9 \cdot c_1 + 1/9 \cdot c_2 + 2/9 \cdot c_3 + 4/9 \cdot c_4$$

### Teilaufgabe 7c

$$\lambda_1^\Delta = 1/3 \qquad \lambda_3^\Delta = 1/3 \qquad (9)$$

$$\lambda_4^\Delta = 1/3 \qquad (10)$$

$$c' = 1/3 \cdot c_1 + 1/3 \cdot c_3 + 1/3 \cdot c_4 \neq c$$

## Aufgabe 8: OpenGL und OpenGL-Shader

	Aussage	Wahr	Falsch
1	Beleuchtung mit Schattenberechnung kann bei OpenGL mit Hilfe von <code>glEnable(GL_LIGHTING   GL_SHADOWS)</code> aktiviert werden.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Der Vertex-Cache funktioniert nicht mit indizierten Vertices.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
3	Im Fragment-Shader kann auf benachbarte Fragmente zugegriffen werden.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
4	Im Fragment-Shader kann man die Tiefe eines Fragments verändern.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
5	Die Fixed-Function-Pipeline berechnet Beleuchtung in normalisierten Gerätekoordinaten.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
6	OpenGL führt Clipping in normalisierten Gerätekoordinaten durch.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
7	Der Maler-Algorithmus benutzt einen Tiefenpuffer, um das Sichtbarkeitsproblem zu lösen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
8	Im Vertex-Shader kann man durch Erzeugung zusätzlicher Vertices Primitive unterteilen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>
9	Der Fragment-Shader ist in der OpenGL-Pipeline vor den Fragment-Operationen und nach dem Geometrie-Shader.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
10	Beim Tiefenpuffer-Verfahren ist die Reihenfolge des Zeichnens auch bei opaken Primitiven wichtig für die Korrektheit.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>



## Aufgabe 9: Toon-Shading in OpenGL

### Teilaufgabe 9a

---

```
1  in vec4 position;    // Vertex-Position in Objektkoordinaten.
2  in vec4 normal;      // Vertex-Normale in Objektkoordinaten.
3  out vec3 posWorld;   // Vertex-Position in Weltkoordinaten.
4  out vec3 normWorld;  // Vertex-Normale in Weltkoordinaten.
5  uniform mat4 M;      // Model-Matrix.
6  uniform mat4 V;      // View-Matrix.
7  uniform mat4 P;      // Projection-Matrix.
8
9  void main(void) {
10     posWorld = M * position;
11     normal = transpose(inverse(M)) * normal;
12
13     gl_Position = P * (V * posWorld);
14 }
```

---

### Teilaufgabe 9b

Berechnen Sie im folgenden Fragment-Shader den Richtungsvektor zur Lichtquelle. Berechnen Sie dann aus dem Winkel zwischen Lichtrichtung und Normale den passenden Winkelbereich  $c$  und nutzen Sie `toonShade(int c)`, um die Ausgabefarbe zu bestimmen. Speichern Sie diese in `color`.

---

```
1  out vec4 color;      // Ausgabefarbe.
2  in vec3 posWorld;    // Vertex-Position in Weltkoordinaten.
3  in vec3 normWorld;   // Vertex-Normale in Weltkoordinaten.
4  uniform vec3 lightWorld; // Position der Lichtquelle in Weltkoordinaten.
5  uniform float pi;    // Der Wert der Konstante Pi.
6
7  vec4 toonShade(int c) {
8      // ...
9  }
10
11 void main(void)
12 {
13     vec3 l = normalize(lightWorld - posWorld);
14     float theta = acos(dot(l, normWorld));
15     int c;
```

```
16     if (theta < pi / 6.) {
17         c = 0;
18     } else if (theta < pi / 3.) {
19         c = 1;
20     } else {
21         c = 2;
22     }
23     color = toonShade(c);
24 }
```

---

## Aufgabe 10: Clipping in einem OpenGL-Shader

### Teilaufgabe 10a

---

```
1  _____ shader10a.vert _____  
1  in vec3 position;    // Die Position des Vertex in Objektkoordinaten.  
2  out vec3 posCamera;  // Die Position des Vertex in Kamerakoordinaten.  
3  
4  uniform mat4 M;      // Die Model-Matrix.  
5  uniform mat4 V;      // Die View-Matrix.  
6  uniform mat4 P;      // Die Projection-Matrix.  
7  
8  void main() {  
9      posCamera = vec3(V * (M * vec4(position, 1.0)));  
10     gl_Position = P * V * M * vec4(position, 1.0);  
11 }
```

---

### Teilaufgabe 10b

---

```
1  _____ shader10b.frag _____  
1  in vec3 posCamera;  // Die Position des Vertex in Kamerakoordinaten.  
2  out vec4 color;      // Die Ausgabefarbe.  
3  uniform vec3 N;      // Die Normale der Clip-Ebene, in Kamerakoordinaten.  
4  uniform vec3 p;      // Der Aufpunkt der Clip-Ebene, in Kamerakoordinaten.  
5  
6  bool clip() {  
7      // Solution starts here:  
8      vec3 toVertex = posCamera - p;  
9      return dot(N, toVertex) < 0.;  
10 }  
11  
12 void main() {  
13     if (clip()) {  
14         discard;  
15     }  
16     color = vec4(1.0, 0.0, 0.0, 1.0);  
17 }
```

---

## Aufgabe 11: OpenGL und semitransparente Kugeln

### Teilaufgabe 11.1

---

```
1 void renderScene(std::vector<Sphere>& spheres) opengl.cpp
2 {
3     glDisable( GL_DEPTH_TEST );    // (4)
4     glDepthMask( GL_TRUE );        // (1)
5     glDisable( GL_CULL_FACE );     // (6)
6
7     glClear( GL_COLOR_BUFFER_BIT | GL_DEPTH_BUFFER_BIT );
8
9     glDepthMask( GL_TRUE );    // (2)
10    glEnable( GL_BLEND );      // (9)
11    sort( spheres );           // (11) sortiert alle Kugeln von hinten nach vorne
12
13    for (int i = 0; i < spheres.size(); ++i)
14    {
15        Sphere& sphere = spheres[i];
16
17        // sortiert Primitive einer Kugel von hinten nach vorne.
18        sortPrim( sphere );    // (12)
19        draw( sphere );        // (13) zeichnet eine Kugel
20    }
21 }
```

---

### Teilaufgabe 11.2

Begründen Sie kurz warum Sie die Funktion `sort( spheres )` benutzt oder nicht benutzt haben.

Da die Sphären alle semi-transparent sind (nicht-kommutativer Blendingoperator) müssen sie von hinten nach vorne gezeichnet werden um korrekt dargestellt zu werden.

### Teilaufgabe 11.3

Begründen Sie kurz warum Sie die Funktion `sortPrim( sphere )` benutzt oder nicht benutzt haben.

Analog zu (11.2).

## Teilaufgabe 11.4

	Aussage	Wahr	Falsch	Begründung
1	Um eine Szene mit opaken und semitransparenten Objekten mit OpenGL möglichst korrekt zu zeichnen, muss man die opaken nach den transparenten Objekten zeichnen.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
2	Der Alpha-Test erlaubt es, Fragmente anhand ihres Alpha-Wertes zu verwerfen, ohne den Tiefenpuffer zu modifizieren.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	Alpha-Clipping ist eine Fragmentoperation und findet zwischen Alpha-Test und Alpha-Blending statt.	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	
4	Der Blendingoperator definiert durch <code>glBlendEquation(GL_FUNC_ADD)</code> und <code>glBlendFunc(GL_SRC_ALPHA, GL_SRC_ALPHA)</code> ist kommutativ.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	1)

1)  $\text{COLOR} = \text{SRC\_ALPHA} \cdot \text{SRC\_COLOR} + \text{SRC\_ALPHA} \cdot \text{DST\_COLOR} \Leftrightarrow \text{COLOR} = \text{SRC\_ALPHA} \cdot \text{DST\_COLOR} + \text{SRC\_ALPHA} \cdot \text{SRC\_COLOR}$

## Aufgabe 12: Bézierkurven

### Teilaufgabe 12a

#	Aussage	Wahr	Falsch
1	Bézierkurven liegen immer innerhalb der konvexen Hülle der Kontrollpunkte.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
2	Bézierkurven interpolieren zwei Ihrer Kontrollpunkte und approximieren alle anderen.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
3	Um eine Bézierkurve affin zu transformieren, genügt es, die Transformation auf ihre Kontrollpunkte anzuwenden.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
4	Bézierkurven sind stetig differenzierbar.	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>

### Teilaufgabe 12b

Kurve	Ja	Nein	Begründung
1	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Kurve verlässt konvexe Hülle der Kontrollpunkte
2	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	
3	<input type="checkbox"/>	<input checked="" type="checkbox"/>	Tangentenbedingung verletzt
4	<input checked="" type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	