Aufgabe 6

Teilaufgabe 6a

Es handelt sich um ein M/M/100/∞ Warteschlangenmodell, wenn man davon ausgeht, dass die Personen vor der Diskothek warten, falls diese zu voll ist.

Wenn man davon ausgeht, dass die Leute nicht warten, handelt es sich um ein M/M/100/100 Warteschlangenmodell.

Teilaufgabe 6b

Sei $K = 100$ die Kapazität.

$$\lambda_i = \lambda \text{ für } i = 0, 1, \ldots, K-1 \tag{1}$$

$$\mu_i = \begin{cases} \mu \cdot i & \text{für } i = 0, 1, \ldots, K \\ 0 & \text{für } K+1, K+2, \ldots \end{cases} \tag{2}$$

Teilaufgabe 6c

Das Erlangsche Verlustmodell mit $K = 100$ hat folgende Intensitätsmatrix Q:

$$Q = \begin{pmatrix} -\lambda & \lambda & 0 & 0 & \ldots & 0 \\ \mu & -(\mu+\lambda) & \lambda & 0 & \ldots & 0 \\ 0 & 2\mu & -(2\mu+\lambda) & \lambda & \ddots & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & & \ddots & 0 \\ \vdots & & \ddots & & & \lambda \\ 0 & 0 & \ldots & 0 & 100\mu & -100\mu \end{pmatrix} \in \mathbb{R}^{101\times 101}$$

Teilaufgabe 6d

Es seien $X_1, \ldots, X_n$ exponentialverteilte Zufallsvariablen mit $X_i \sim Exp(\lambda_i)$. Dann gilt:

$$\min \{ X_1, \ldots, X_n \} \sim Exp(\sum_{i=1}^{n} \lambda_i)$$

Daher gilt für die Zufallsvariable $Y :=$ „Dauer bis der erste von 100 Leuten geht“:

$$Y \sim Exp(100 \cdot \mu)$$

Es folgt:

$$\mathbb{E}(Exp(100 \cdot \frac{1}{50})) = \frac{1}{2}$$