

Universidad Nacional Tecnológica de Lima Sur
Facultad de Ingeniería y Gestión
Escuela de Ingeniería de Sistemas

11. Prueba de Hipótesis para la proporción y diferencia de proporciones.

Mg. Myrna Manco Caycho

Procedimiento básico

1. Establecer la hipótesis estadística:

$$H_0 : \pi = p_0$$

$$H_1 : \pi < p_0$$

$$H_0 : \pi = p_0$$

$$H_1 : \pi \neq p_0$$

$$H_0 : \pi = p_0$$

$$H_1 : \pi > p_0$$

2. Establecer el nivel de significancia α para la prueba

3. Seleccionar el estadístico de contraste ($n > 30$):

$$z = \frac{\bar{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$

4. Calcular el Valor experimental

$$V_0 = \frac{\bar{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1 - p_0)}{n}}}$$



■ Ejercicio 1

Un fabricante afirma que el 30% de todos los consumidores prefieren su producto. Con el fin de evaluar esta afirmación se tomó una muestra aleatoria de 400 consumidores y se encontró que 100 de ellos prefieren dicho producto.

¿Es esta suficiente evidencia, para inferir que el **porcentaje de preferencia** del producto no es 30%? Utilice el nivel de significancia del 1%



Prueba estadística

1. Hipótesis

$H_0: \pi = 0.30$

$H_1: \pi \neq 0.30$

2. Nivel de significancia $\alpha = 0.01$

3. Estadístico de contraste

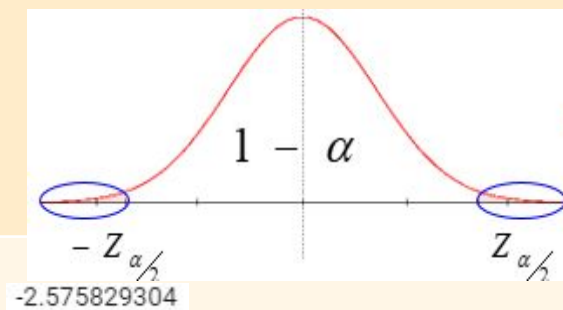
$$z = \frac{\bar{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$

4. Valor experimental $p = 100/400$

$V_0 =$

-2.1821

5. Regiones de acept y rechaz, regla de decisión



6. Decisión: No se rechaza H_0

7. Conclusión:

Prueba estadística P-VALOR

1. Hipótesis

$H_0: \pi = 0.30$

$H_1: \pi \neq 0.30$

2. Nivel de significancia $\alpha = 0.01$

3. Estadístico de contraste

$$z = \frac{\bar{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$

4. Valor experimental $p = 100/400$

$V_0 =$

-2.1821

5. p-valor

=DISTR.NORM.ESTAND.N(-2.1821;1)

0.029102153,

6. Decisión: No se rechaza H_0

7. Conclusión:

65. Brach's Candies combina su caramelo de goma de manera tal que el 20% de las bolsas contengan por lo menos 5 colores de gomas. Control de calidad revisa 400 bolsas y encontró que 87 bolsas contienen por lo menos 5 colores. A un nivel de significancia del 1%, ¿se cumple con esta característica de calidad? Calcule el valor de prueba.

Éxito: encontrar una bolsa que tenga **por lo menos cinco colores**

Éxito: encontrar una bolsa que tenga característica A

BRACH combina sus caramelos de manera que el 20% de las bolsas tengan la característica A. control de calidad revisa 400 bolsas y encuentra que 87 tienen la característica A. A un nivel de significancia del 1%, ¿se cumple con la característica de calidad?

65. Brach's Candies combina su caramelo de goma de manera tal que el 20% de las bolsas contengan por lo menos 5 colores de gomas. Control de calidad revisa 400 bolsas y Encontró que 87 bolsas contienen por lo menos 5 colores. A un nivel de significancia del 1%, ¿se cumple con esta característica de calidad? Calcule el valor experimental.

Éxito: encontrar una bolsa que tenga por lo menos cinco colores

Prueba estadística

1. Hipótesis

$H_0: \pi = 0.20$ π : Proporción de bolsas que tienen por lo menos de cinco colores

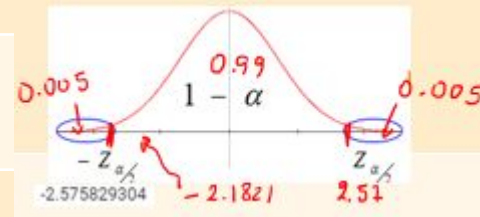
$H_1: \pi \neq 0.20$

2. Nivel de significancia $\alpha = 0.01$

3. Estadístico de contraste

$$z = \frac{\bar{p} - \pi}{\sqrt{\frac{\pi(1 - \pi)}{n}}} \sim N(0,1)$$

4. Valor experimental $p = 87/400$ $V_0 = 0.875$



5. Decisión: No rechazar H_0

6. Conclusión: Las evidencias muestrales favorecen que el porcentaje de bolsas cumple con el requisito de calidad, con un nivel de significancia de 1%



Prueba de hipótesis de diferencia de proporciones

Hipótesis: $\begin{cases} H_0: p_1 = p_2 \\ H_1: p_1 \neq p_2 \end{cases} \quad \text{ó} \quad \begin{cases} H_0: p_1 \leq p_2 \\ H_1: p_1 > p_2 \end{cases} \quad \text{ó} \quad \begin{cases} H_0: p_1 \geq p_2 \\ H_1: p_1 < p_2 \end{cases}$

Estadístico de prueba:
$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \quad \hat{p} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n}, \quad n = n_1 + n_2$$

Reglas de decisiones

Caso A: $\begin{cases} H_0: p_1 = p_2 \\ H_1: p_1 \neq p_2 \end{cases}$

Si $|Z| > Z_{\alpha/2}$, se rechaza H_0 .

Caso B: $\begin{cases} H_0: p_1 \leq p_2 \\ H_1: p_1 > p_2 \end{cases}$

Si $Z > Z_{\alpha}$ se rechaza H_0 .

Caso C: $\begin{cases} H_0: p_1 \geq p_2 \\ H_1: p_1 < p_2 \end{cases}$

Si $Z < -Z_{\alpha}$ se rechaza H_0 .

■ Ejercicio 4

Una empresa de estudios de mercado quiere saber si un producto promocionado a nivel nacional lo adquieren los hombres en mayor porcentaje que las mujeres. Si en dos muestras aleatorias independientes de 900 hombres y 800 mujeres se encontró que 270 hombres y 200 mujeres adquieren el producto ¿Cuál es su decisión a nivel $\alpha=0.04$?

Prueba estadística

1. Hipótesis

$H_0: \pi_1 = \pi_2$ o $\pi_1 \leq \pi_2$

$H_1: \pi_1 > \pi_2$

Pob1: hombres

Pob2: mujeres

2. Nivel de significancia $\alpha = 0.04$

3. Estadístico de contraste

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (\pi_1 - \pi_2)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \quad \hat{p} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n}, \quad n = n_1 + n_2$$

4. Valor experimental

Pasos: Prueba estadística

Prueba estadística

1.7506

6. Decisión: Rechazar H_0

7. Conclusión:

Ejercicio 6

Un grupo de investigadores del Ministerio de Educación afirman que en Lima, la proporción de hombres que recibieron educación primaria es igual a la de mujeres. Para probar su afirmación los investigadores tomaron una m.a de 1722 hombres, de los cuales 411 recibieron educación primaria y una m.a. de 1572 mujeres, de las cuales 393 recibieron educación primaria. En base a los datos ¿Se puede decir que los investigadores tenían razón? Utilice $\alpha=0.01$

Ejercicio 7

En el año 2015 se realizó una encuesta para determinar el porcentaje de personas que usaban Internet en el trabajo: En México se encontró que el 40% de los adultos usa internet de una muestra de 240. En Monterrey el 32% de los adultos usaba internet de una muestra de 250. ¿Es mayor la proporción que usa Internet en México que en Monterrey para un 5% de nivel de significancia?

Éxito: usa el internet para el trabajo

Pob1: México

Pob 2: Monterrey

Pasos: Prueba estadística

Prueba estadística

1. Hipótesis

$H_0: \pi_1 = \pi_2$ o $\pi_1 \leq \pi_2$

$H_1: \pi_1 > \pi_2$

2. Nivel de significancia $\alpha = 0.05$

3. Estadístico de contraste

$$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}}, \quad \hat{p} = \frac{n_1\hat{p}_1 + n_2\hat{p}_2}{n}, \quad n = n_1 + n_2$$

4. Valor experimental $n_1=240, n_2=250, p_1=0.40, p_2=0.32$ $V_0 = 1.845$

5. Regiones de acept y rechazo

$$Z_{\alpha} = 1.64485362695147$$

6. Decisión: Rechazar H_0

$$= \text{INV.NORM.ESTAND}(1-0.05)$$

6. Conclusión: Existen evidencias que la proporción de adultos que usan Internet en México es mayor que en Monterrey a un 5% de nivel de significancia

Diez barras de acero fabricadas por un proceso A tienen una fuerza de ruptura media de 50, con desviación estándar muestral 10, mientras que ocho fabricadas con un proceso B tienen una fuerza de ruptura media de 55, con desviación estándar muestral de 12. Suponga normalidad y varianzas iguales. Pruebe con nivel de significancia de 5% la hipótesis que los dos procesos difieren en la fuerza de ruptura promedio. Mencione el valor experimental y la región de aceptación.

CASO III
$\frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_P \sqrt{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}}} \approx t(n_1 + n_2 - 2)$
$S_P = \sqrt{\frac{(n_1 - 1)S_1^2 + (n_2 - 1)S_2^2}{n_1 + n_2 - 2}}$



3. Estadístico de prueba

