



المعادلات

لماذا؟



سجل المنتخب السعودي لكرة القدم ٣ أهداف في إحدى مبارياته في الشوط الأول، وانتهى اللقاء لصالحه بـ ٤ أهداف مقابل صفر. يمكن أن تمثل التغير في عدد الأهداف بالجملة:

$$٤ = ٣ + س$$

ويمثل العدد ١ حلاً لها؛ أي أن المنتخب سجل هدفًا واحدًا في الشوط الثاني.

حل المعادلة: الجملة الرياضية التي تحتوي على عبارات جبرية ورموز تسمى **جملة مفتوحة**، وإذا احتوت على إشارة المساواة (=) فإنها تسمى **معادلة**.

معادلة $١٣ = ٧ + ٣$ ← **علاقة جبرية** $٧ + ٣$ ←

وعملية إيجاد قيم المتغير التي تجعل الجملة صحيحة تسمى **حل الجملة المفتوحة**. وتمثل كل قيمة منها أحد الحلول. ومجموعة هذه الحلول تسمى **مجموعة الحل**.

المجموعة هي تجمع أشياء أو أعداد تُكتب غالبًا بين القوسين { }، ويفصل بين كل منها (،)، ويُسمى كل منها **عنصرًا**.

أما **مجموعة التعويض** فهي مجموعة الأعداد التي نعوض بها عن قيمة المتغير لتحديد مجموعة الحل.

استعمال مجموعة التعويض

مثال ١

أوجد مجموعة حل المعادلة $١٣ = ٥ + ٢ك$ إذا كانت مجموعة التعويض هي {٢، ٣، ٤، ٥، ٦}.

ك	$١٣ = ٥ + ٢ك$	صحيح أم خطأ؟
٢	$١٣ = ٥ + (٢)٢$	خطأ
٣	$١٣ = ٥ + (٣)٢$	خطأ
٤	$١٣ = ٥ + (٤)٢$	صحيح
٥	$١٣ = ٥ + (٥)٢$	خطأ
٦	$١٣ = ٥ + (٦)٢$	خطأ

استعمل الجدول المجاور لتجد الحل.

عوض عن ك في المعادلة $١٣ = ٥ + ٢ك$ بجميع قيم مجموعة التعويض. بما أن المعادلة صحيحة عندما $ك = ٤$ ، فإن حل المعادلة $١٣ = ٥ + ٢ك$ هو $ك = ٤$ وتكون مجموعة الحل: {٤}.

تحقق من فهمك

أوجد مجموعة الحل لكل معادلة فيما يأتي إذا كانت مجموعة التعويض {٠، ١، ٢، ٣}:

(أ) $٢٨ = ٤(١ + ٥)$

(ب) $١٧ = ٧ - ٨$

فيما سبق

درست العبارات الجبرية وتبسيطها.

والآن

- أحل معادلات ذات متغير واحد.
- أحل معادلات ذات متغيرين.

المفردات

- الجملة المفتوحة
- المعادلة
- حل الجملة المفتوحة
- مجموعة الحل
- المجموعة
- العنصر
- مجموعة التعويض
- المتطابقة

يمكنك أحياناً استعمال ترتيب العمليات لحل المعادلات.

مثال ٢ من اختبار

ما حلُّ المعادلة: $٦ + (٥ - ٢٥) \div ٢ = ب$ ؟

- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ١٣ (د) ١٦

اقرأ فقرة الاختبار:

تحتاج إلى تطبيق ترتيب العمليات على العبارة لحل المعادلة وإيجاد قيمة ب.

حل فقرة الاختبار:

المعادلة الأصلية	$٦ + (٥ - ٢٥) \div ٢ = ب$
حساب القوى	$٦ + (٥ - ٢٥) \div ٢ = ب$
طرح ٥ من ٢٥	$٦ + ٢٠ \div ٢ = ب$
قسمة ٢٠ على ٢	$٦ + ١٠ = ب$
اجمع، إذن الحل الصحيح هو د.	$١٦ = ب$

تحقق من فهمك

(٢) ما حل المعادلة: $٩ \div (٢ - ٥) = ت$ ؟

- (أ) ٣ (ب) ٦ (ج) ٢، ١٤ (د) ٢٧

بعض المعادلات لها حل وحيد، وبعض المعادلات لا حل لها.

مثال ٣

حلول المعادلات

حل كل معادلة فيما يأتي:

(أ) $١٠ = ن + (١٠ - ٢٤) - ٧$

المعادلة الأصلية	$١٠ = ن + (١٠ - ٢٤) - ٧$
حساب القوى	$١٠ = ن + (١٠ - ١٦) - ٧$
طرح ١٠ من ١٦	$١٠ = ن + ٦ - ٧$
طرح ٦ من ٧	$١٠ = ن + ١$

القيمة الوحيدة لـ ن التي تجعل المعادلة صحيحة هي ٩. لذا يكون لهذه المعادلة حل وحيد هو ٩.

(ب) $٦ + (٢ + ٣) = ٥ + ن + (٣ - ١٠)$

المعادلة الأصلية	$٦ + (٢ + ٣) = ٥ + ن + (٣ - ١٠)$
اجمع ٢ + ٣، اطرح ٣ من ١٠	$٧ + ٥ = ٦ + (٥) + ن$
خاصية الإبدال في الضرب	$٧ + ٥ = ٦ + ٥ + ن$

لاحظ أنه عند تعويض أي عدد حقيقي بدلاً من ن، سيكون الطرف الأيمن للمعادلة أقل من الطرف الأيسر بواحد دائماً. لذا لا يمكن أن تكون المعادلة صحيحة، وبالتالي فإنه لا يوجد حل لها.

تحقق من فهمك حل كلًا من المعادلتين الآتيتين:

(أ) $٣(١٨ + ٤) = م + (٣ - ٥)م$ (ب) $٨ \times ٤ \times ك + ٩ \times ٥ = (٣٦ - ٤)ك - (٢ \times ٥)$

قراءة الرياضيات

لا يوجد حل

الرمز الذي يمثل عدم وجود حل للمعادلة هو \emptyset ويقرأ «فاي».

تسمى المعادلة التي تكون صحيحة لجميع قيم المتغير فيها **متطابقة**. ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

قراءة الرياضيات

المتطابقة:

هي معادلة طرفها متكافئان دائماً.

مثال ٤

المتطابقات

حل المعادلة: $2[6 + (هـ + ٢هـ)] = (٦ + هـ ٣)(٨ - ٥ \times ٢)$

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad 2[6 + (هـ + ٢هـ)] = (٦ + هـ ٣)(٨ - ٥ \times ٢)$$

$$\text{اضرب } ٥ \times ٢ \quad 2[6 + (هـ + ٢هـ)] = (٦ + هـ ٣)(٨ - ١٠)$$

$$\text{طرح } ٨ \text{ من } ١٠ \quad 2[6 + (هـ + ٢هـ)] = (٦ + هـ ٣)٢$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad 2[6 + (هـ + ٢هـ)] = ١٢ + هـ ٦$$

$$\text{اجمع } ٢هـ + هـ \quad 2[6 + هـ ٣] = ١٢ + هـ ٦$$

$$\text{خاصية التوزيع} \quad ١٢ + هـ ٦ = ١٢ + هـ ٦$$

بما أن الطرف الأيمن للمعادلة يساوي الطرف الأيسر لها، فليس مهماً أن تعوض أي قيمة بدلاً من هـ؛ لذا فالمعادلة دائماً صحيحة، ويكون حلها مجموعة الأعداد الحقيقية.

تحقق من فهمك

حل كلا من المعادلتين الآتيتين:

$$\text{١٤ (أ)} \quad ٣(ب + ١) - ٥ = ٣ب - ٢ \quad \text{٤ب (ب)} \quad ٥ - \frac{١}{٢}(ج - ٦) = ٤$$

حل معادلات بمتغيرين: تحتوي بعض المعادلات على متغيرين؛ لذا من المفيد تكوين جدول للقيم واستعمال التعويض لإيجاد قيم المتغير الثاني، إذا علمت قيمة المتغير الأول.

مثال ٥

معادلات تحتوي متغيرين

اتصالات: يدفع حمزة ٣٥ ريالاً شهرياً رسوم اشتراك في خدمة الهاتف الجوال، بالإضافة لـ ٢٥, ٠ ريال لكل دقيقة اتصال. اكتب معادلة وحلها لإيجاد المبلغ الذي سيدفعه هذا الشهر إذا علمت أنه اتصل مدة ٨٠ دقيقة.

رسم اشتراك الخدمة مقدار ثابت، والتغير هو في عدد دقائق الاتصال؛ لذا فالمبلغ الذي سيدفعه مقابل ٨٠ دقيقة اتصال هو حاصل ضرب ٢٥, ٠ في ٨٠. لنفرض أن (ك) هو المبلغ الكلي الذي سيدفعه حمزة مقابل رسوم الخدمة والاتصال مدة ٨٠ دقيقة، و(م) هي مدة الاتصال.

$$\text{المعادلة الأصلية} \quad ٣٥ + م٠, ٢٥ = ك$$

$$\text{عوض } ٨٠ \text{ بدلاً من م} \quad ٣٥ + (٨٠)٠, ٢٥ =$$

$$\text{اضرب} \quad ٣٥ + ٢٠ =$$

$$\text{اجمع} \quad ٥٥ =$$

إذن سيدفع حمزة ٥٥ ريالاً هذا الشهر.

تحقق من فهمك

٥ (سفر): يقود رامي سيارته بمعدل ١٠٤ كلم في الساعة. اكتب معادلة وحلها لإيجاد الزمن الذي سيستغرقه للسفر مسافة ٣١٢ كلم.

