

Формальные языки

домашнее задание до 23:59 05.03

1. Доказать или опровергнуть утверждение: произведение двух минимальных автоматов всегда дает минимальный автомат (рассмотреть случаи для пересечения, объединения и разности языков).
2. Для регулярного выражения:

$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

Построить эквивалентные:

- (a) Недетерминированный конечный автомат
- (b) Недетерминированный конечный автомат без ε -переходов
- (c) Минимальный полный детерминированный конечный автомат

Заметим, что из регулярного выражения можно выкинуть среднюю скобку. И будет тот же самый язык, так как:

Если слово S принадлежало

$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

то его очевидно можно сконструировать с помощью

$$(a \mid b)^+(a \mid b)^+$$

Нужно просто среднюю часть $(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*$ 'занести' в $(a \mid b)^+$ (мы же там можем произвольное количество букв а и б использовать)

И обратно, если слово S принадлежало

$$(a \mid b)^+(a \mid b)^+$$

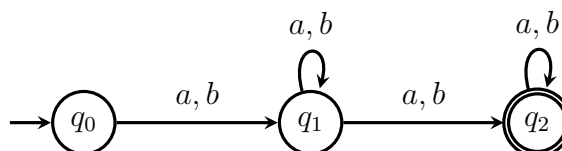
то его можно составить и с помощью

$$(a \mid b)^+(aa \mid bb \mid abab \mid baba)^*(a \mid b)^+$$

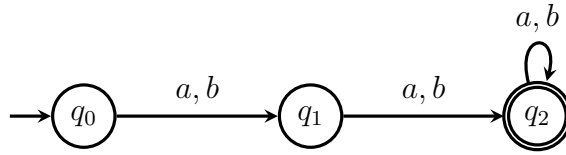
Так как средняя часть со звёздочкой, то можно просто повторить её 0 раз.

- (a) (b) Недетерминированный конечный автомат без ε -переходов для

$$(a \mid b)^+(a \mid b)^+$$

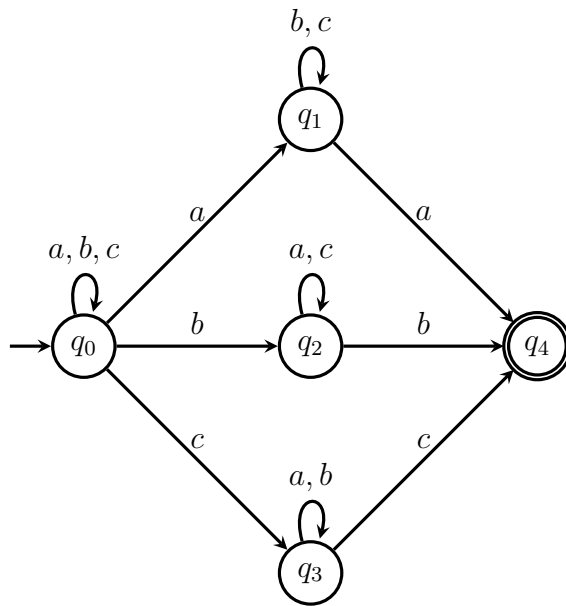


(с) Минимальный полный детерминированный конечный автомат



Понятно, что меньше 3 вершин быть не может, так как у нас есть две скобочки со знаком +, а значит во всех словах есть как минимум 2 буквы, а значит нужно 3 вершины.

3. Построить регулярное выражение, распознающее тот же язык, что и автомат:



Вершина q_0 даёт нам скобочку $(a|b|c)^*$

А дальше у нас есть 3 пути до q_4 , перебираем каждый из них: $a(b|c)^*a$, $b(a|c)^*b$, $c(a|b)^*c$

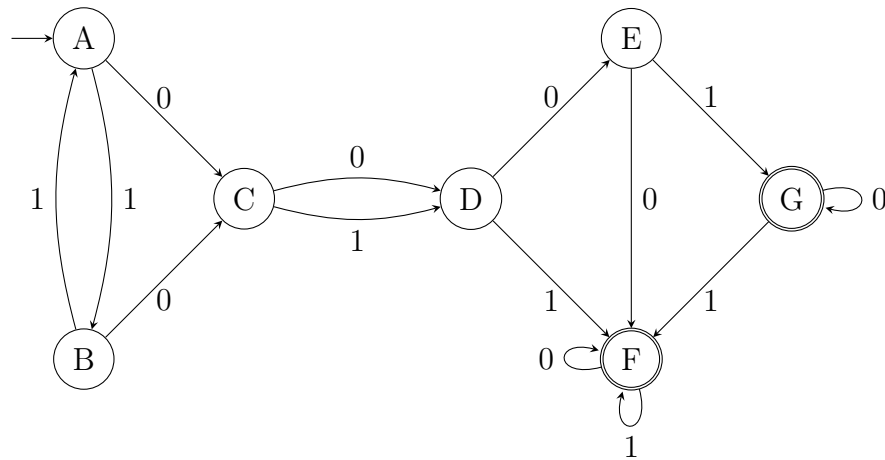
Итого:

$$(a|b|c)^*((a(b|c)^*a) \mid (b(a|c)^*b) \mid (c(a|b)^*c))$$

4. Определить, является ли автоматным язык $\{\omega\omega^r \mid \omega \in \{0,1\}^*\}$. Если является — построить автомат, иначе — доказать.
5. Определить, является ли автоматным язык $\{uaav \mid u, v \in \{a,b\}^*, |u|_b \geq |v|_a\}$. Если является — построить автомат, иначе — доказать.

Пример применения алгоритма минимизации

Минимизируем данный автомат:



Автомат полный, в нем нет недостижимых вершин — продолжаем.

Строим обратное δ отображение.

| δ^{-1} | 0 | 1 |
|---------------|-----|-------|
| A | — | B |
| B | — | A |
| C | A B | — |
| D | C | C |
| E | D | — |
| F | E F | D F G |
| G | G | E |

Отмечаем в таблице и добавляем в очередь пары состояний, различаемых словом ε : все пары, один элемент которых — терминальное состояние, а второй — не терминальное состояние. Для данного автомата это пары

$(A, F), (B, F), (C, F), (D, F), (E, F), (A, G), (B, G), (C, G), (D, G), (E, G)$

Дальше итерируем процесс определения неэквивалентных состояний, пока очередь не оказывается пуста.

(A, F) не дает нам новых неэквивалентных пар. Для (B, F) находится 2 пары: $(A, D), (A, G)$. Первая пара не отмечена в таблице — отмечаем и добавляем в очередь. Вторая пара уже отмечена в таблице, значит, ничего делать не надо. Переходим к следующей паре из очереди. Итерируем дальше, пока очередь не опустошится.

Результирующая таблица (заполнен только треугольник, потому что остальное симметрично) и порядок добавления пар в очередь.

| | A | B | C | D | E | F | G |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A | | | | | | | |
| B | | | | | | | |
| C | ✓ | ✓ | | | | | |
| D | ✓ | ✓ | ✓ | | | | |
| E | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | | |
| F | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | | |
| G | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | ✓ | |

Очередь:

$(A, F), (B, F), (C, F), (D, F), (E, F), (A, G), (B, G), (C, G), (D, G), (E, G),$
 $(B, D), (A, D), (A, E), (B, E), (C, E), (C, D), (D, E), (A, C), (B, C)$

В таблице выделились классы эквивалентных вершин: $\{A, B\}, \{C\}, \{D\}, \{E\}, \{F, G\}$. Остается только нарисовать результирующий автомат с вершинами-классами. Переходы добавляются тогда, когда из какого-нибудь состояния первого класса есть переход в какое-нибудь состояние второго класса. Минимизированный автомат:

