2)0.0 Изначальная грамматика:

- $S \to RS \mid R$
- $R \to aSb \mid cRd \mid ab \mid cd \mid \epsilon$

0.1 Давайте вначале избавимся от смешанных и длинных терминальных правил :

- $S \to RS \mid R$
- $R \to ASB \mid CRD \mid AB \mid CD \mid \epsilon$
- $A \to a;\ B \to b;\ C \to c;\ D \to d$

1. Избавляемся от длинных правил:

   - $S \to RS \mid R$
   - $R \to AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD \mid \epsilon$
   - $A \to a;\ B \to b;\ C \to c;\ D \to d$
   - $B_1 \to SB;\ D_1 \to RD$

2. ϵ-правила
   Нетерминалы S и R являются ϵ-порождающими, поэтому для них добавляем нужные правила:

   - $S \to RS \mid R \mid \epsilon$
   - $R \to AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD \mid \epsilon$
   - $A \to a;\ B \to b;\ C \to c;\ D \to d$
   - $B_1 \to SB \mid B;\ D_1 \to RD \mid D$

   Убираем ϵ-правила:

   - $S \to RS \mid R \mid \epsilon$
   - $R \to AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD$
   - $A \to a;\ B \to b;\ C \to c;\ D \to d$
   - $B_1 \to SB \mid B;\ D_1 \to RD \mid D$

3. Новое стартовое:

   - $S_1 \to S \mid \epsilon$
   - $S \to RS \mid R$
   - $R \to AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD$
   - $A \to a;\ B \to b;\ C \to c;\ D \to d$
   - $B_1 \to SB \mid B;\ D_1 \to RD \mid D$

4. Убираем унарные правила, замыкая цепочки:

   - $S_1 \to RS \mid AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD \mid \epsilon$

- $S \to RS \mid AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD$
- $R \to AB_1 \mid CD_1 \mid AB \mid CD$
- $A \to a;\ B \to b;\ C \to c;\ D \to d$
- $B_1 \to SB \mid b;\ D_1 \to RD \mid d$

5. Получилась нормальная форма Хомского!

3) Этот язык является контекстно-свободным, предъявим КС-грамматику:

- $S \to aaZ \mid aZb \mid bbT$
- $Z \to aaZ \mid aZb \mid bbT$
- $T \to bbT$
- $Z \to \epsilon$
- $T \to \epsilon$

Нетерминированные состояния - это S, Z, T, стартовое состояние - S

1. Докажем, что мы получаем все слова вида $a^n b^m$, где m + n > 0, (m + n) делится на 2

- Если букв a чётное количество, то так как сумма тоже чётная, то и букв b чётное количество, значит можно просто сделать так:
  $S \to aaZ \to aaaaZ \to ... \to a^n Z \to a^n bbT \to a^n bbbbT \to ... \to a^n b^m$
  (n и m чётные, значит можно добавлять по две буквы)

- Если n нечетное, то так как сумма чётная, то и m нечетное
  Тогда можно сделать так:
  $S \to aaZ \to ... \to a^{n-1}Z \to a^n Zb \to a^n bbbT \to ... \to a^n b^m$
  То есть мы $(n-1)/2$ раз применяем правило $Z \to aaZ$, один раз правило $Z \to aZb$ и правило $Z \to bbT$, и $(m-1)/2$ раз правило $T \to bbT$

2. Докажем, что мы не получаем ничего лишнего

- Пустое слово получить невозможно, так как из стартового символа S все переходы сразу дают хотя бы 1 букву

- Все слова имеют вид $a^n b^m$, так как во всех правилах буквы a левее всего. И видно, что буква b не может оказаться левее буквы a
  Формально, можно доказать по индукции по количеству сделанных переходов.
  Утверждение: все буквы a находятся левее всехZ, T и b
  База понятна, переход: все наши правила не нарушают это утверждение.

- Осталось доказать, что $m + n$ чётное
  Но это просто инвариант. Изначально их чётное, после каждого правила их в сумме остаётся чётное число. Ч.Т.Д.