

2. Грамматика $\langle S \rightarrow aSbbb|aaaSbb|c \rangle$ задаёт язык

$L = \{a^{n+3m} c b^{4n+2m}\}$, где n и m неотрицательные целые числа - количество применений первого и второго правил соответственно

Очевидно, что порядок правил неважен, мы можем вначале применить все первые правила, затем все вторые и получим то же самое слово

Поэтому можно переписать нашу грамматику в такой вид:

$S \rightarrow aSbbb|T$

$T \rightarrow aaaSbb|c$

А это уже однозначная грамматика, так как по количеству букв a и b мы можем восстановить количество применений первого и второго правил:

Пусть $w = a^n c b^m$ и мы применили x раз первое правило и y раз второе

Тогда $x + 3y = n$ и $4x + 2y = m$

Эта система имеет единственное решение:

$x = (3m - 2n)/10$ и $y = (4n - m)/10$

Значит дерево вывода задаётся однозначно

3. $F \rightarrow \epsilon|aFaFbF$

Заметим, что каждый раз, когда мы используем какое-нибудь правило и на свет рождается новая буква b , то обязательно где-то слева от неё рождаются две буквы a

Поэтому на любом префиксе букв a хоть бы в 2 раза больше чем букв b

Ну и так как мы всегда добавляем ровно 1 b и 2 a , то суммарно в строке букв a ровно в 2 раза больше

4. Давайте сократим грамматику $F \rightarrow a|bF|cFFF$ так, чтобы она принимала только слова из второй грамматики

Заметим, что в грамматике :

$K \rightarrow aM|cM$

$M \rightarrow aK|bK|\epsilon$

Нетерминалы чередуются

K допускает только буквы a и c , а M только буквы a и b

И так как начинаем мы с K , а заканчиваем M , то все слова состоят из нечетного количества букв

То есть это слова вида: $(a|c)(a|b)(a|c)(a|b) \dots (a|c)$

То есть в нашей первой грамматике нам нужно чередовать правила bF и $cFFF$ так, чтобы не оказалось bb и cc и в слове было нечётное количество букв

Получается такая грамматика:

Нетерминалы C_0, C_1 будут отвечать за переходы, которые начинаются с буквы c и содержат суммарно чётное и нечётное количество букв соответственно

Аналогично B_0 и B_1

$$C_1 \rightarrow a|cB_0B_0|cB_1C_1$$

(других переходов нету, потому что во всех остальных будет bb либо cc)

Например не подходит переход $C_1 \rightarrow cC_1B_1$, так как первая буква c будет стоять рядом со второй буквой c из C_1)

$$C_0 \rightarrow cB_0C_1$$

$$B_1 \rightarrow a|bC_0$$

$$B_0 \rightarrow bC_1$$

Такая вот грамматика получилась :)