HW 11

2. Грамматика $\ll S - > aSbbbb|aaaSbb|c \gg$ задаёт язык

 $L = \{a^{n+3m}\ c\ b^{4n+2m}\},$ где n и m неотрицательные целые числа - количество применений первого и второго правил соответственно

Очевидно, что порядок правил неважен, мы можем вначале применить все первые правила, затем все вторые и получим то же самое слово

Поэтому можно переписать нашу грамматику в такой вид:

S - > aSbbbb|T

T->aaaSbb|c

А это уже однозначная грамматика, так как по количеству букв a и b мы можем восстановить количество применений первого и второго правил:

Пусть $w = a^n \ c \ b^m$ и мы применили x раз первое правило и y раз второе

Тогда x + 3y = n и 4x + 2y = m

Эта система имеет единственное решение:

x = (3m - 2n)/10 и y = (4n - m)/10

Значит дерево вывода задаётся однозначно

3. $F - > \epsilon | aFaFbF$

Заметим, что каждый раз, когда мы используем какое-нибудь правило и на свет рождается новая буква b, то обязательно где-то слева от неё рождаются две буквы a

Поэтому на любом префиксе букв a хоть бы в 2 раза больше чем букв b

Ну и так как мы всегда добавляем ровно 1 b и 2 a, то суммарно в строке букв a ровно в 2 раза больше

4.