Задание 1

Описание задания:
Задание 1 состоит в численном решении антагонистической матричной игры *(основная задача)*, а также в визуализации спектров оптимальных стратегий в Jupiter, написания unit-тестов и оформления решения в виде пакета.
Постановка задачи: Даётся матрица выигрыша, нужно найти стратегии первого и второго игроков *(в виде вектора)*, а также цену игры *(в виде рационального числа)*. Считаем, что игрок I выбирает свою стратегию так, чтобы получить максимальный свой выигрыш, а игрок II выбирает свою стратегию так, чтобы минимизировать выигрыш игрока I.
Алгоритм решения состоит в следующем:
1) Проверяем имеет ли матрица седловую точку. Если да, то мы можем выписать решение **в чистых стратегиях**. Если нет, то переходим ко второму пункту.
2) Если матрица имеется отрицательные элементы, то находим наименьший из них и прибавляем ко всем элементам матрицы +1. В конце, при нахождении оптимальных стратегий отнимает эту константу.
3) Находим решение игры **в смешанных стратегиях**. Для этого моделируем нашу задачу под задачу линейного программирования и решаем её симплексным методом, с использованием симплексной таблицы, вводя дополнительные переменные и приводя матрицу к канонической форме.
4) Дальше идет цикл по проверке оптимальности: если есть хотя бы один отрицательный элемент в индексной строке *(последняя строка в матрице)*, то базисное решение не оптимально.
5) Если не оптимален, то на следующей итерации в число базисных переменных вводим небазисную переменную x_s, номер которой находится по правилу:

$$c_s = \min_{c_j < 0} c_j$$

Столбец под номером s называется *ведущим столбцом* симплексной таблицы.
6) Если, в ведущем столбце имеются положительные элементы, то в качестве базисной переменной, которая исключается из числа базисных, выбирается та переменная x_r, для которой

$$\frac{b_r}{a_{rs}} = \min_{a_{is} > 0} \frac{b_i}{a_{is}}$$

Строка под номером r называется *ведущей строкой* СТ, а элемент $a_{rs} > 0$ – *ведущим элементом* СТ
7) Используя эквивалентные преобразования таблицы пересчитываем таблицу так, чтобы ведущий элемент новой СТ стал равным 1, а все остальные элементы ведущего столбца – равными 0. Обозначим верхним индексом 1 элементы

новой симплексной таблицы. Тогда формулы пересчета коэффициентов примут вид:

$$a_{rj}^1 = \frac{a_{rj}}{a_{rs}}, j = \overline{1, n}, b_r^1 = \frac{b_r}{a_{rs}}$$
$$a_{ij}^1 = a_{ij} - \frac{a_{rj}}{a_{rs}} a_{is}, i \neq r, j = \overline{1, n}, b_i^1 = b_i - \frac{b_r}{a_{rs}} a_{is}, i \neq r$$
$$c_j^1 = c_j - \frac{a_{rj}}{a_{rs}} c_s, j = \overline{1, n}, z^1 = z^0 - \frac{b_r}{a_{rs}} c_s$$

8) Перейти к исследованию новой симплексной таблицы (новая итерация, шаг 4).

Инструкция к запуску:
Для правильной работы необходимо использовать Python3
1) nosetests -v - для запуска тестов
2) python3 setup.py sdist - для сборки пакета

Использованные библиотеки:
NumPy - для более удобной работы с матрицами.
MatProLib - для визуализации
Math - для сравнивания рациональных чисел
setuptools - для сбора пакета

Список участников и вклад каждого:
Битиев Алексей - реализация алгоритма, визуализация
Кулакова Мария - написание тестов, сборка пакета, readme

Список литературы и материалов:
1) Показательное видео: $https : //www.youtube.com/watch?v =_7 vFY3JUhn0$
2) $https : //math.semestr.ru/games/gamesimplex.php$
3)$http : //www.apmath.spbu.ru/ru/staff/kuzyutin.d/files/simpleks_metod_dvoystvenn$