INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA
PARAÍBA

INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAIBA
COORDENAÇÃO DO CURSO SUPERIOR DE BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ALYSSON BATISTA DE SOUZA

Projeto 1 – Sistemas de Controle I

JOÃO PESSOA
Abril de 2023

ALYSSON BATISTA DE SOUZA

Projeto 1 – Sistemas de Controle I

Relatório referente à disciplina de Sistemas de controle 1 , ministrada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, durante o semestre 2023.1, orientado pelo professor Dr. Ademar Gonçalves da Costa Júnior

João Pessoa
Abril de 2023

Lista de ilustrações

Sumário

1 Analítica

1.1 Função de transferência

A primeira etapa do processo foi o modelamento matemático do circuito 3, apresentado na Figura 1, proposto em aula para desenvolvimento deste projeto.

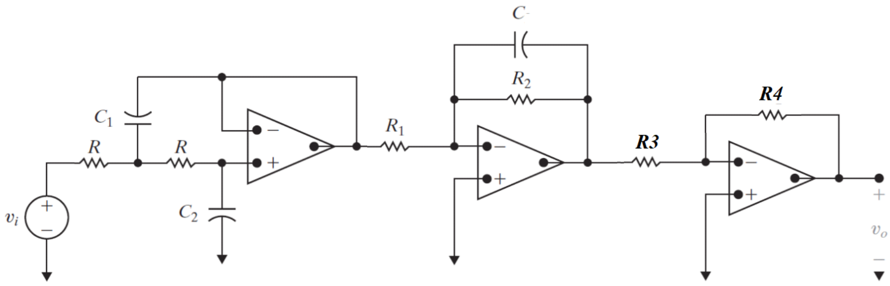


Figura 1 – Circuito 3

Como temos um circuito com amplificadores operacionais em cascata, podemos obter a função de tranferência de cada parte do circuito pois o ganho total é o produto dos ganhos individuais.

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_{o1}}{V_i} \times \frac{V_{o2}}{V_i} \times \frac{V_{o3}}{V_i}$$

Por análise nodal foi encontrado a função de transferência do $\frac{V_{o1}}{V_i}$ do circuito parte 1 (Figura 2):

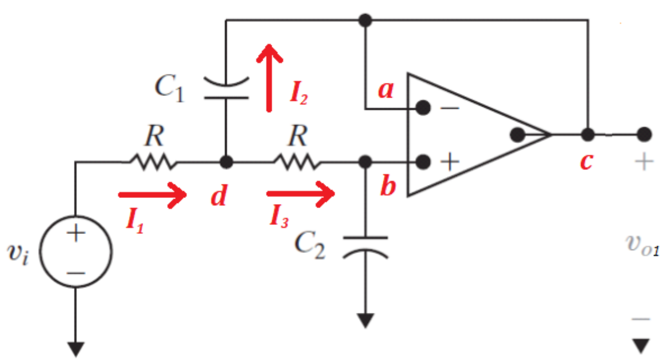


Figura 2 – Circuito parte 1

Em a :

$$V_a = V_b = V_c = V_{o1}$$

em b :

$$\frac{V_b - V_d}{R} + \frac{V_b - 0}{\frac{1}{C_2 s}} = 0$$

$$\frac{V_b - V_d}{R} + V_b.C_2 s = 0$$

$$\frac{V_b - V_d}{R} = -V_b.C_2 s$$

$$-V_d = -V_b.C_2 s.R - V_b \quad \times (-1)$$

$$V_d = V_b.C_2 s.R + V_b$$

$$V_d = (C_2 s.R + 1).V_b$$

Como $V_b = V_{o1}$

$$V_d = (C_2 s.R + 1).V_{o1} \quad 1$$

no d :

$$\frac{V_d - V_i}{R} + \frac{V_d - V_c}{\frac{1}{Cs}} + \frac{V_d - V_b}{R} = 0$$

$$\frac{V_d - V_i}{R} + V_d.C_1 s - V_c.C_1 s + \frac{V_d - V_b}{R} = 0$$

$$\frac{V_d - V_i + R.V_d.C_1 s - R.C_1 s.V_c + V_d - V_{o1}}{\cancel{R}} = 0$$

$$V_d - V_i + R.V_d.C_1 s - R.C_1 s.V_c + V_d - V_{o1} = 0$$

$$2.V_d - V_i + R.C_1 s.V_d - R.C_1 s.V_c = V_{o1}$$

Substituindo a equação 1 na equação do nó d:

$$2.((C_2 s.R + 1).V_{o1}) - V_i + R.C_1 s.((C_2 s.R + 1).V_{o1}) - R.C_1 s.V_c = V_{o1}$$

$$2.V_{o1}.R.C_2 s + 2.V_{o1} - V_i + R^2.C_1.C_2 s^2.V_{o1} + R.C_1 s.V_{o1} - R.C_1 s.V_c = V_{o1}$$

Como $V_c = V_{o1}$:

$$2.V_{o1}.R.C_2 s + 2.V_{o1} - V_i + R^2.C_1.C_2 s^2.V_{o1} + \cancel{R.C_1 s.V_{o1}} - \cancel{R.C_1 s.V_{o1}} = V_{o1}$$

$$2.V_{o1}.R.C_2s + 2.V_{o1} + R^2.C_1.C_2s^2.V_{o1} - V_{o1} = V_i$$
$$2.V_{o1}.R.C_2s + V_{o1} + R^2.C_1.C_2s^2.V_{o1} = V_i$$
$$R^2.C_1.C_2s^2.V_{o1} + 2.V_{o1}.R.C_2s + V_{o1} + = V_i$$
$$(R^2.C_1.C_2s^2 + 2.R.C_2s + 1).V_{o1} = V_i$$
$$V_{o1} = \frac{V_i}{R^2.C_1.C_2s^2 + 2.R.C_2s + 1}$$
$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{1}{R^2.C_1.C_2s^2 + 2.R.C_2s + 1}$$

Subsistindo os valores individuais fornecidos $R = 5\Omega$, $C_1 = 2F$,$C_2 = 1F$:

$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{1}{5^2 \times 2 \times 1s^2 + 2 \times 5 \times 1s + 1}$$
$$\frac{V_{o1}}{V_i} = \frac{1}{50s^2 + 10s + 1}$$

Por análise nodal foi encontrado a função de transferência do $\frac{V_{o2}}{V_i}$ do circuito parte 2 (Figura 3):

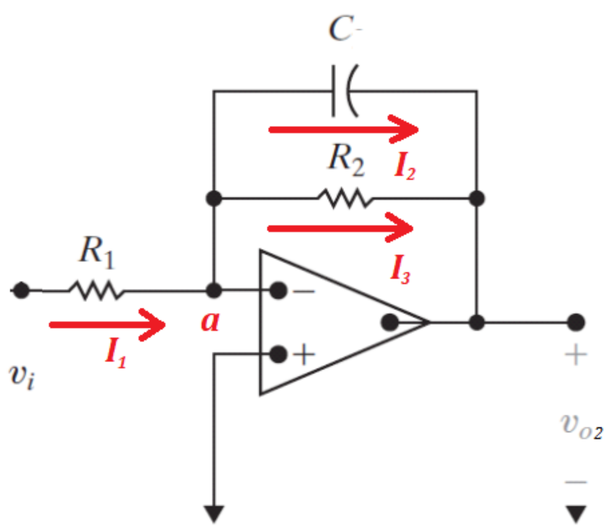


Figura 3 – Circuito parte 2

No nó a sabemos que $a = 0$

$$\frac{V_i - 0}{R_1} = (0 - V_{o2}).Cs + \frac{-V_{o2}}{R_2}$$
$$\frac{V_i}{R_1} = -V_{o2}.Cs - \frac{V_{o2}}{R_2}$$
$$\frac{V_i}{R_1} + V_{o2}.Cs + \frac{V_{o2}}{R_2} = 0$$

$$\frac{V_i.R_2 + R_1.R_2.Cs.V_{o2} + V_{o2}.R_1}{\cancel{R_1.R_2}} = 0$$
$$V_i.R_2 + R_1.R_2.Cs.V_{o2} + V_{o2}.R_1 = 0$$
$$(R_1.R_2.Cs + R_1).V_{o2} = -V_i.R_2$$
$$V_{o2} = \frac{-V_i.R_2}{R_1.R_2.Cs + R_1}$$
$$\frac{V_{o2}}{V_i} = -\frac{R_2}{R_1.R_2.Cs + R_1}$$

Subsistindo os valores individuais fornecidos $R_1 = 2\Omega$, $R_2 = 5\Omega$, $C = 1F$:

$$\frac{V_{o2}}{V_i} = -\frac{5}{2 \times 5 \times 1s + 2}$$
$$\frac{V_{o2}}{V_i} = -\frac{5}{10s + 2}$$

Por análise nodal foi encontrado a função de transferência do $\frac{V_{o3}}{V_i}$ do circuito parte 3 (Figura 4):

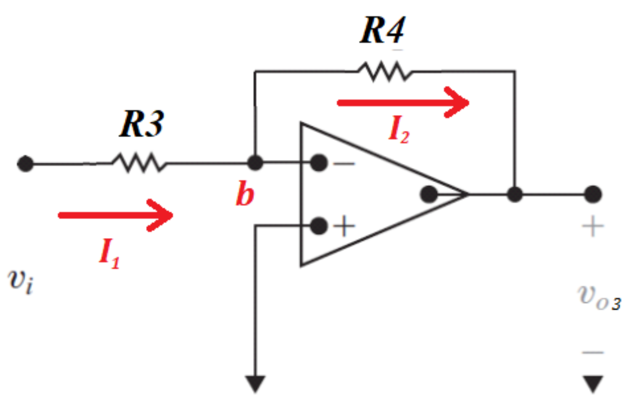


Figura 4 – Circuito parte 3

No nó b sabemos que $b = 0$:

$$I_1 = I_2$$
$$\frac{V_i - 0}{R_3} = \frac{0 - V_{o3}}{R_4}$$
$$\frac{V_i}{R_3} + \frac{V_{o3}}{R_4} = 0$$
$$\frac{V_i.R_4 + V_{o3}.R_3}{\cancel{R_3.R_4}} = 0$$

$$V_i.R_4 + V_{o3}.R_3 = 0$$
$$V_{o3}.R_3 = -V_i.R_4$$
$$V_{o3} = -\frac{V_i.R_4}{R_3}$$
$$\frac{V_{o3}}{V_i} = -\frac{R_4}{R_3}$$

Subsistindo os valores individuais fornecidos $R_3 = 10\Omega$, $R_4 = 1\Omega$:

$$\frac{V_{o3}}{V_i} = -\frac{1}{10}$$

Calculando a função de transferência geral:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{V_{o1}}{V_i} \times \frac{V_{o2}}{V_i} \times \frac{V_{o3}}{V_i}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{50s^2 + 10s + 1} \times \left(-\frac{5}{10s + 2}\right) \times \left(-\frac{1}{10}\right)$$
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{5}{5000s^3 + 1000s^2 + 1000s^2 + 200s + 100s + 20}$$
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{5}{5000s^3 + 2000s^2 + 300s + 20}$$

$$\boxed{\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1000s^3 + 400s^2 + 60s + 4}}$$

1.2 Obter a transformada inversa de Laplace, utilizando frações parciais

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1000s^3 + 400s^2 + 60s + 4}$$
$$\frac{1}{(20s + 4)(100s^2 + 20s + 2)} = \frac{K}{20s + 4} + \frac{As + B}{100s^2 + 20s + 2}$$

Calculando o valor de K :

$$K = \cancel{(20s + 4)} \times \frac{1}{\cancel{(20s + 4)}(100s^2 + 20s + 2)}$$

$$K = \left.\frac{1}{(100s^2 + 20s + 2)}\right|_{s=-\frac{1}{5}}$$

$$K = \frac{1}{2}$$

Substituindo o valor de K e calculando os valores de A e B:

$$\frac{1}{(20s+4)(100s^2+20s+2)} = \frac{\frac{1}{2}}{20s+4} + \frac{As+B}{100s^2+20s+2}$$

$$\frac{1}{(20s+4)(100s^2+20s+2)} = \frac{50s^2+10s+1+20.As^2+20.Bs+4.As+4.B}{(20s+4)(100s^2+20s+2)}$$

$$\frac{1}{(20s+4)(100s^2+20s+2)} = \frac{(50+20.A).s^2+(10+20.B+4.A).s+(4.B+1)}{(20s+4)(100s^2+20s+2)}$$

$$\begin{cases} 50+20.A=0 \\ 10+20.B+4.A=0 \\ 4.B+1=1 \end{cases} \longrightarrow \begin{cases} A = -\frac{5}{2} \\ B = \quad 0 \end{cases}$$

A função de tranferência fica:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{1}{2}}{20s+4} - \frac{\frac{5}{2}s}{100s^2+20s+2}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{2(10s+2)} - \frac{5s}{2(50s^2+10s+1)} \qquad (2)$$

Como temos polos complexos na segunda equação, podemos reescreve-la.

$$\sigma = \frac{5s}{2(50s^2+10s+1)} = \frac{5\left(s+\frac{1}{10}\right)-\frac{1}{2}}{2\left(50\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\sigma = \frac{5\left(s+\frac{1}{10}\right)-\frac{1}{2}}{2\left(50\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\sigma = \frac{5\left(s+\frac{1}{10}\right)}{2\left(50\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{2}\right)} - \frac{\frac{1}{2}}{2\left(50\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{2}\right)}$$

$$\sigma = 5 \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{50} \times \frac{\left(s+\frac{1}{10}\right)}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{2}\times\frac{1}{50}} - \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{50} \frac{1}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{2}\times\frac{1}{50}}$$

$$\sigma = \frac{5}{100} \times \frac{\left(s+\frac{1}{10}\right)}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}} - \frac{1}{200} \times \frac{1}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}$$

$$\sigma = \frac{5}{100} \times \frac{\left(s+\frac{1}{10}\right)}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}} - \frac{1}{20\cancel{0}} \times 1\cancel{0} \times \frac{\frac{1}{10}}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}$$

Agora as duas equaçãoes estão escritas na forma da transfomrda de laplace da tabela:

$$\sigma = \frac{1}{20} \times \underbrace{\frac{\left(s+\frac{1}{10}\right)}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}}_{F(s)=\frac{s+a}{(s+a)^2+\omega^2}} - \frac{1}{20} \times \underbrace{\frac{\frac{1}{10}}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}}_{F(s)=\frac{\omega}{(s+a)^2+\omega^2}}$$

A função da equação 2 fica:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{20(s+\frac{1}{5})} - \frac{1}{20} \times \frac{\left(s+\frac{1}{10}\right)}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}} - \frac{1}{20} \times \frac{\frac{1}{10}}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}$$

A transformada inversa é dada por:

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\Big[F(s)\Big]$$

$$f(t) = \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{20(s+\frac{1}{5})}\right) - \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{20} \times \frac{\left(s+\frac{1}{10}\right)}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}\right) - \mathcal{L}^{-1}\left(\frac{1}{20} \times \frac{\frac{1}{10}}{\left(s+\frac{1}{10}\right)^2+\frac{1}{100}}\right)$$

$$f(t) = \frac{1}{20}e^{-\frac{t}{5}} - \frac{1}{20}cos\left(\frac{t}{10}\right)e^{-\frac{t}{10}} - \frac{1}{20}sen\left(\frac{t}{10}\right)e^{-\frac{t}{10}}$$

$$\boxed{f(t) = \frac{e^{-\frac{t}{5}}}{20} - \frac{e^{-\frac{t}{10}}}{20}\left(cos\left(\frac{t}{10}\right) - sen\left(\frac{t}{10}\right)\right)}$$

1.3 Ganho, polo(s) e o(s) zero(s) do sistema dinâmico e o diagrama de polos e zeros do sistema dinâmico (em malha aberta)

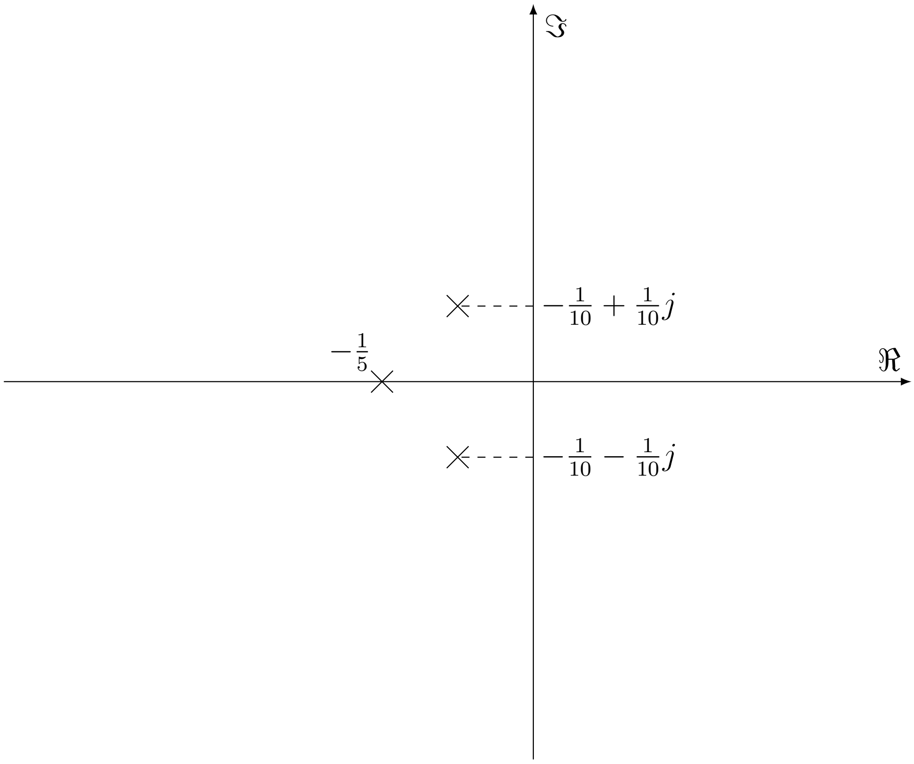
O ganho do sistema é $\frac{1}{20} = 0{,}05$

O sistema não possui zeros. Os polos são:

$$\boxed{s = -\frac{1}{5}}$$

$$\boxed{s = -\frac{1}{10} + \frac{1}{10}j}$$

$$\boxed{s = -\frac{1}{10} - \frac{1}{10}j}$$



1.4 Aplicação de uma entrada em degrau de amplitude com valor de 1,5

Valor inicial com entrada degrau de amplitude de 1,5 fornecida:

$$f(0^+) = \lim_{t\to 0^+} f(t) = \lim_{s\to\infty} sf(s)$$

$$y(0) = \lim_{s\to\infty} s \times f(s) \times \frac{1,5}{s}$$

$$y(0) = \lim_{s\to\infty} \cancel{s} \times \left(\frac{1}{1000s^3 + 400s^2 + 60s + 4}\right) \times \frac{1,5}{\cancel{s}}$$

$$\boxed{y(0) = 0}$$

Valor final:

$$t \to; s = 0$$

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} s \times f(s) \times \frac{1,5}{s}$$

$$y(\infty) = \lim_{s\to 0} \cancel{s} \times \left(\frac{1}{1000s^3 + 400s^2 + 60s + 4}\right) \times \frac{1,5}{\cancel{s}}$$

$$\boxed{y(\infty) = 0,375}$$

1.5 Classificação do sistema dinâmico (o circuito) a partir do valor do coeficiente de amortecimento e calculo do valor da frequência natural

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1000s^3 + 400s^2 + 60s + 4}$$

Dividindo todos os valores por 1000:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{0.001}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$

$$s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004 = (s + P)(s^2 + s\omega_n\zeta s + \omega_n^2)$$

$$s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004 = s^3 + (s\omega_n\zeta + P)s^2 + (\omega_n^2 + 2\omega_n\zeta P)s + P\omega_n^2$$

$$\begin{cases} 0{,}4 = 2\omega_n\zeta + P & \longrightarrow \\ 0{,}06 = \omega_n^2 + 2\omega_n\zeta P \\ 0{,}004 = P\omega_n^2 & \longrightarrow \end{cases} \qquad \begin{cases} \omega_n\zeta = \frac{0{,}4-P}{2} \\ \\ \omega_n^2 = \frac{0{,}004}{P} \end{cases}$$

Sabemos que a raiz real do denominador é $P = \frac{1}{5}$, calculando a frequência natural não amortecida:

$$\omega_n^2 = \frac{0{,}004}{P}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{0{,}004}{P}}$$

$$\omega_n = \sqrt{\frac{0{,}004}{\frac{1}{5}}}$$

$$\boxed{\omega_n = 0{,}14}$$

$$\omega_n\zeta = \frac{0{,}4 - P}{2}$$

$$0{,}14\zeta = \frac{0{,}4 - \frac{1}{5}}{2}$$

$$\zeta = \frac{0{,}4 - \frac{1}{5}}{2 \times 0{,}14}$$

$$\boxed{\zeta = 0{,}71}$$

O sistema de segunda ordem pode ser classificado de acordo com o valor do amortecimento ζ que define o tipo dos polos do sistema e como temos um coeficiente $0 < \zeta < 1$, logo o sistema é subamortecido.

Podemos agora calcular a frequência natural amortecida ω_d

$$\omega_d = \omega_n \sqrt{1 - \zeta^2}$$

$$\omega_d = 0{,}14\sqrt{1 - (0{,}71)^2}$$

$$\boxed{\omega_d = 0{,}0985}$$

1.6 Tempos de subida, de atraso, de pico, de acomodação, e overshoot

Tempo de subida:

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{\omega_d}{\zeta\omega_n}\right)$$

$$\theta = tan^{-1}\left(\frac{0{,}0985}{0{,}71 \times 0{,}14}\right)$$

$$\theta = tan^{-1}\Big(0{,}991\Big)$$

$$\theta = 0{,}78rad$$

$$t_r = \frac{\pi - \theta}{\omega_d}$$

$$t_r = \frac{\pi - 0{,}78}{0{,}0985}$$

$$\boxed{t_r = 23{,}95 \quad segundos}$$

Tempo de atraso:

$$t_d = \frac{t_r}{2}$$

$$t_d = \frac{23{,}95}{2}$$

$$\boxed{t_d = 11{,}97 \quad segundos}$$

Tempo de pico:

$$t_p = \frac{\pi}{\omega_n\sqrt{1 - \zeta^2}}$$

$$t_p = \frac{\pi}{0{,}14\sqrt{1-0{,}71^2}}$$
$$\boxed{t_p = 31{,}86 \quad segundos}$$

Tempo de acomodação:

$$t_s = \frac{4}{\omega_n \zeta}$$
$$t_s = \frac{4}{0{,}14 \times 0{,}71}$$
$$\boxed{t_s = 40{,}24 \quad segundos}$$

Overshoot:

$$M_p = 100 \times e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$
$$M_p = 100 \times e^{-\frac{0{,}71}{\sqrt{1-0{,}71^2}}}$$
$$\boxed{M_p = 4{,}21\%}$$

1.7 Analise da inclusão de um terceiro polo no eixo real e a inclusão de um zero no sistema dinâmico.

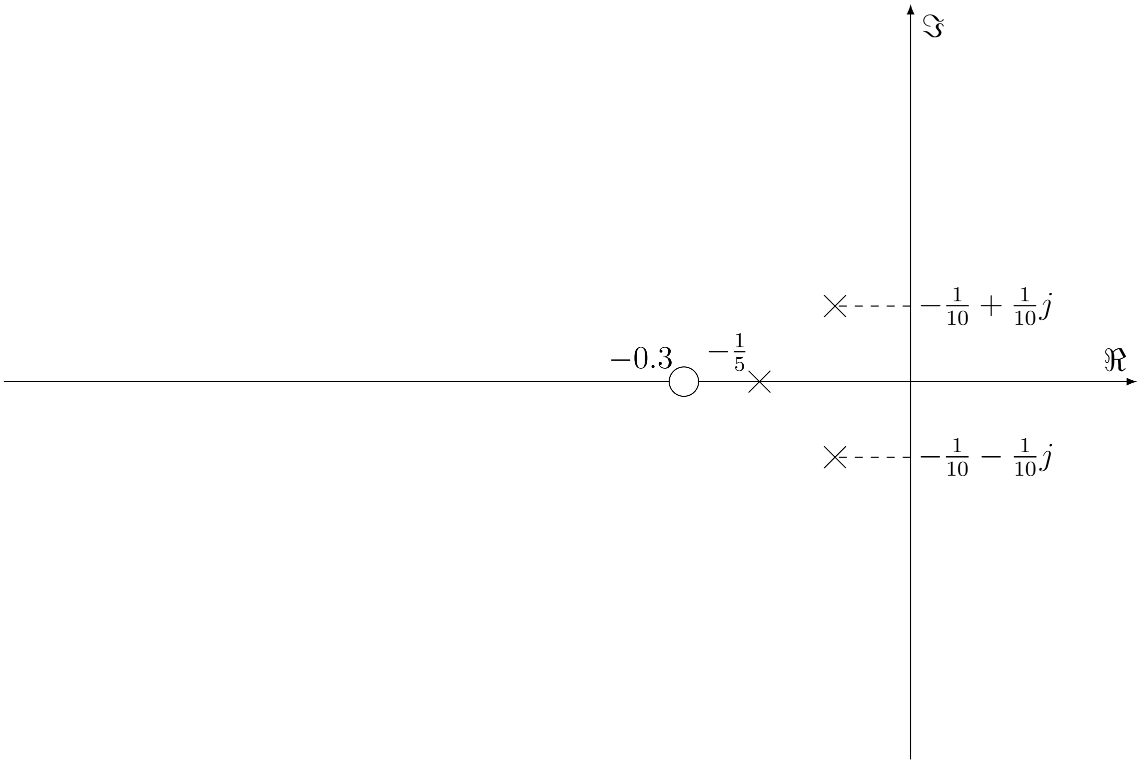
A função de transferência do circuito propósto tem 1 polo real e 2 polos complexos conjugados. Quando um sistema possui dois polos complexos (oscilações subamortecidas) e um polo real, a resposta total será uma combinação das duas, predominando aquela que for mais lenta (polos mais próximos da origem).

O efeito do polo real $s = -P$ com uma entrada degrau unitário é de reduzir o overshot e aumentar o tempo de acomodação. Se o polo for a direita dos polos complexos conjugados a resposta tende a ser lenta, caso contrário, o sistema terá um comportamento similar a um sistema subamortecido.

Inclusão de um zero no sistema dinâmico: $z_1 = -0.3$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{0{,}001(15000s + 5000)}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{15s + 5}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$

$$z_1 = -0.3$$



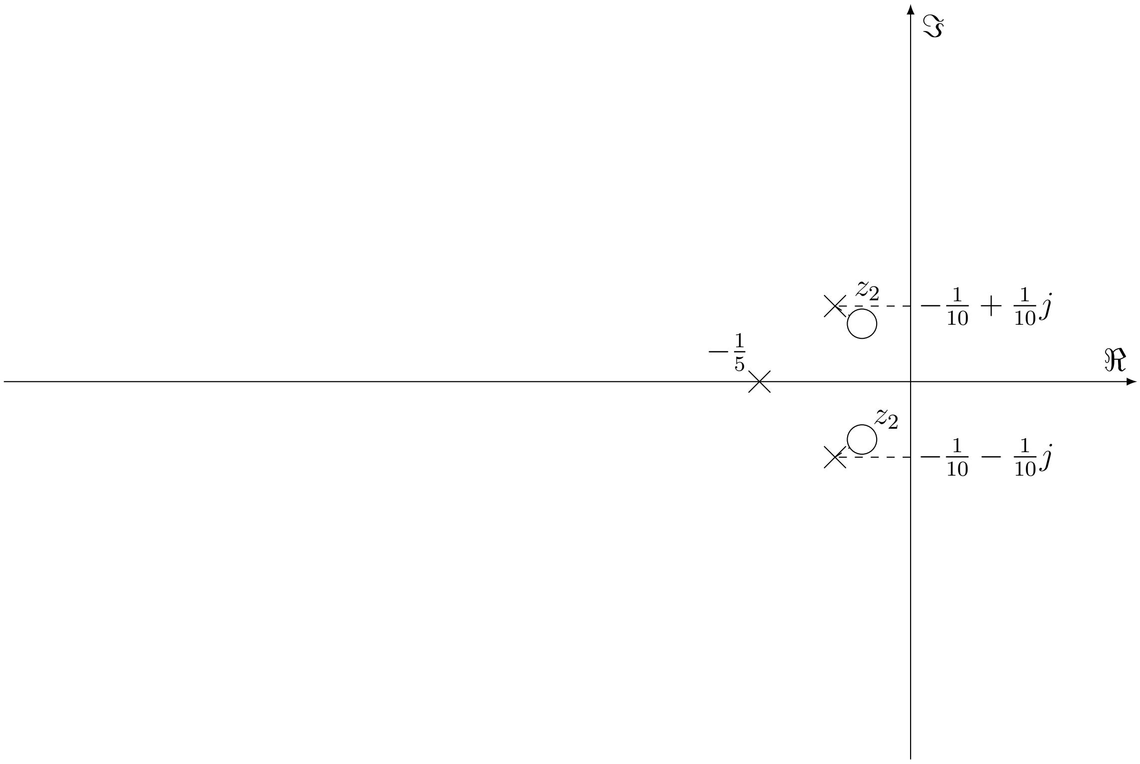
O zero não tem influência no comportamento do nosso sistema

Inclusão de zeros complexos conjugados no sistema dinâmico: $z_1 = -0{,}097 \pm 0{,}096j$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{0{,}001(1000s^2 + 195s + 18{,}9)}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{s^2 + 0{,}195s + 0{,}0189}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$

$$z_2 = -0{,}097 \pm 0{,}096j$$

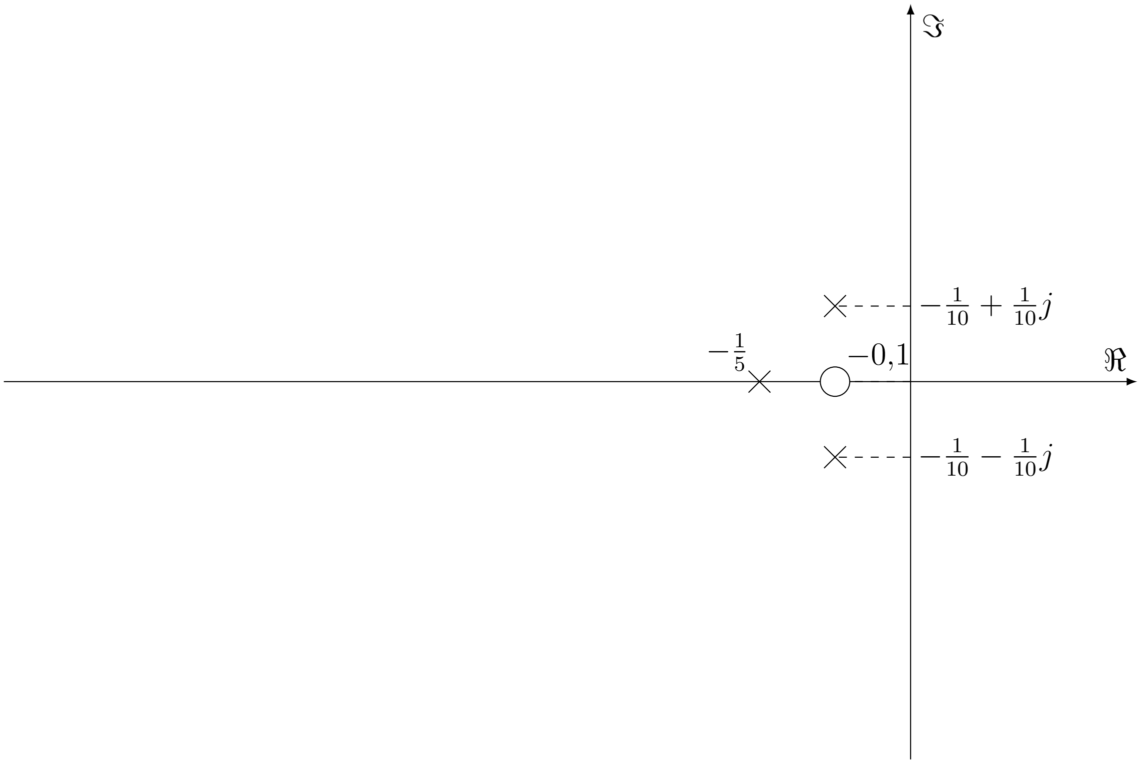


Há um cancelamento da dominância dos polos à direita pois os zeros estão próximos do polos.

Inclusão de mais um zero no sistema dinâmico: $z_3 = -0{,}1$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{0{,}001(10000s + 1000)}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{10s + 1}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$

$$z_3 = -0{,}1$$

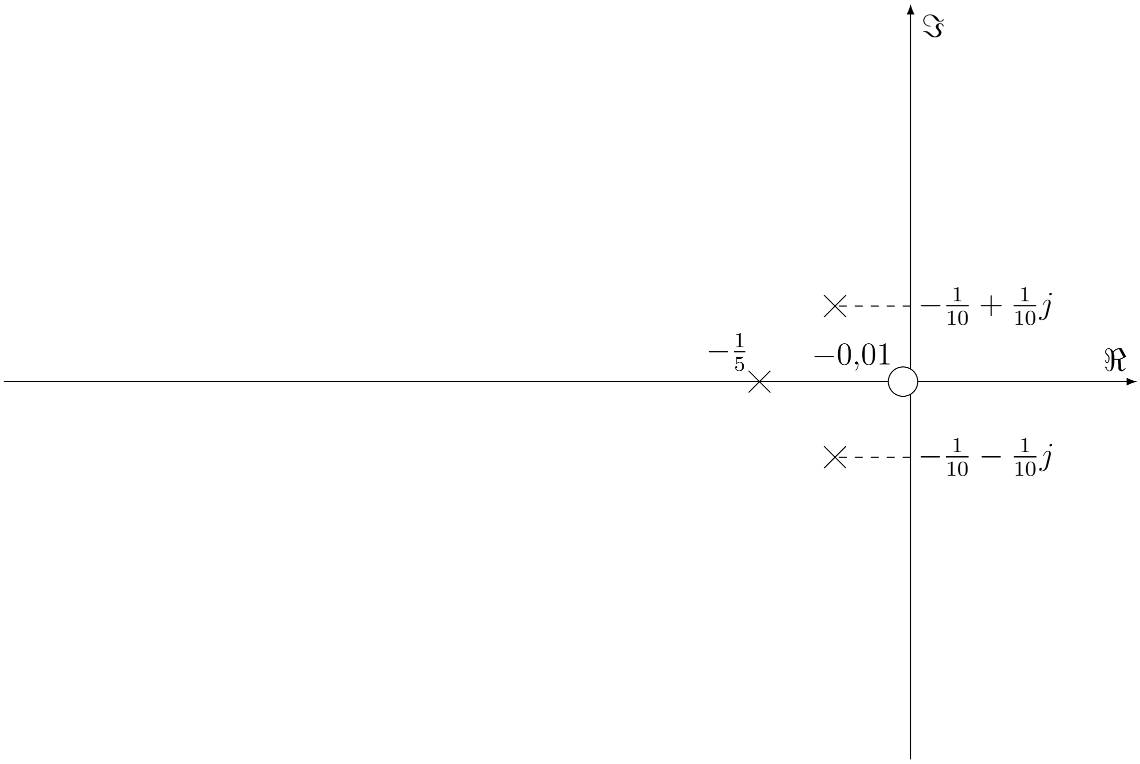


O zero nessa possição tem sua influência no sistema.

Inclusão de mais um zero no sistema dinâmico: $z_3 = -0{,}01$

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{0{,}001(100000s + 1000)}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$
$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{100s + 1}{s^3 + 0{,}4s^2 + 0{,}06s + 0{,}004}$$

$$z_3 = -0{,}01$$



Quando temos zeros muitos próximos à direita teremos um aumento do sobresinal.

2 Simulação

O software utilizado no projeto foi o MATLAB R2020a. O código desenvolvido completo encontra-se em anexo.

2.1 Comparção com os resultados obtidos da fração parcial e da transformada de Laplace inversa no item 2, com os resultados de simulação:

Função de transferência obtido na parte analítica do projeto:

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{1000s^3 + 400s^2 + 60s + 4}$$

Transformada inversa de Laplace da função:

$$f(t) = \frac{e^{-\frac{t}{5}}}{20} - \frac{e^{-\frac{t}{10}}}{20}\left(cos\left(\frac{t}{10}\right) - sen\left(\frac{t}{10}\right)\right)$$

Função de transferência obtida pela simulação:

```
>> simulacao
             1
---------------------------
      3         2
1000 s  + 400 s  + 60 s + 4

   /   t \       /    t \ /    /  t \      /  t \ \
exp| - - |    exp| - -- | | cos| -- | - sin| -- | |
   \   5 /       \   10 / \    \ 10 /      \ 10 / /
---------- - ------------------------------------
    20                          20
```

Figura 5 – Visualização dos dados da função de transferência na janela de comando e sua transformada de laplace inversa

2.2 Simulação do comportamento dinâmico do sistema com a aplicação de um impulso unitário em sua entrada

Declarou-se: um vetor (t) correspondente ao tempo da simulação, de 0 a 10s, a transformada inversa de Laplace da função de transferência (Gt) obtida no item 1.2

correspondente ao sinal de saída do circuito e por fim, o impulso unitário a ser aplicado na entrada do sistema. Os comandos a seguir correspondem à impressão do gráfico. Utilizando o comando figure( ), criou-se uma nova figura para apresentar as retas, com o comando plot( ), imprime-se tanto o sinal de saída (Vot) quanto o sinal de entrada (impulso). Os comandos seguintes, legend( ), title( ), xlabel( ), ylabel( ) e grid são para melhor visualização e entendimento do gráfico, que podemos ver na figura abaixo:

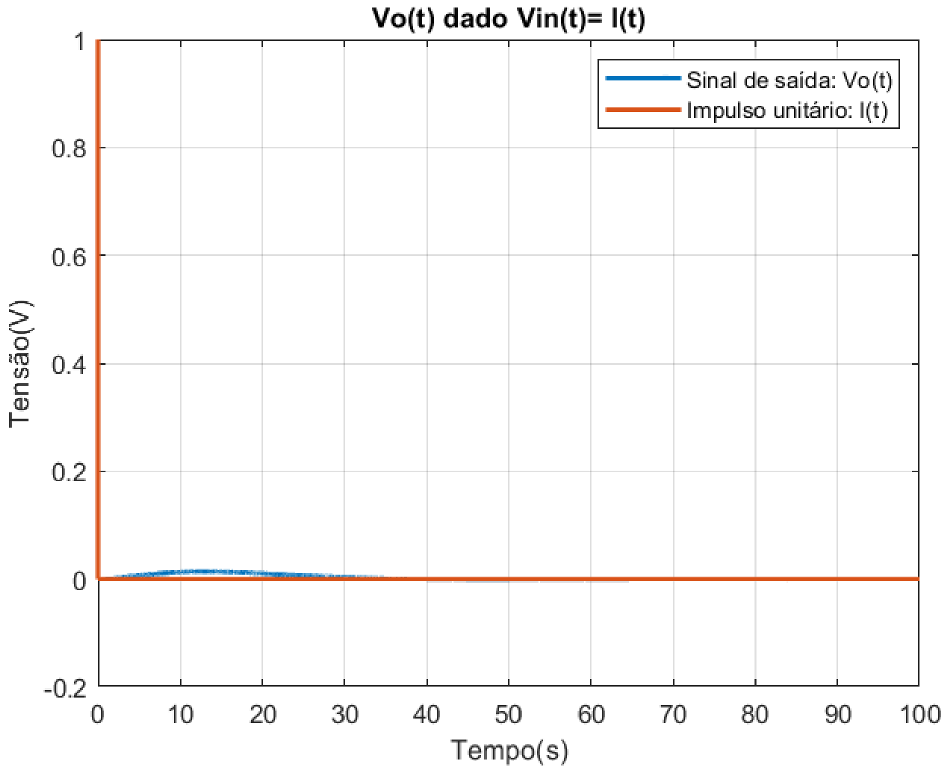


Figura 6 – Resposta ao impulso unitário com amplitude 1.

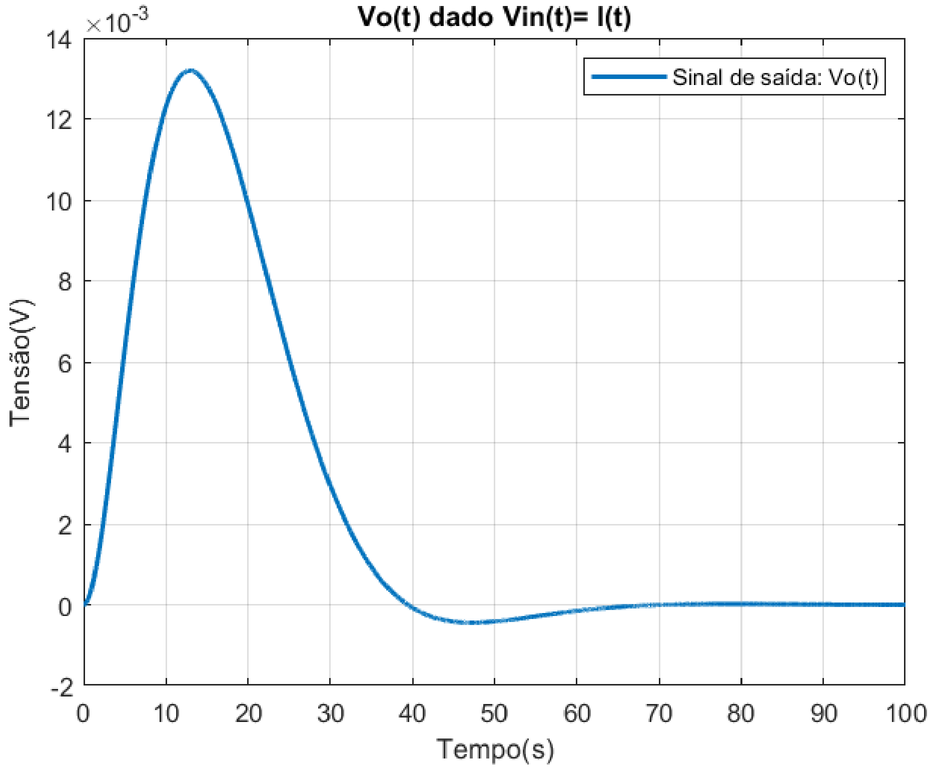


Figura 7 – Gráfico do comportamento do sistema com um impulso unitário na entrada(sem o impulso na imagem).

2.3 Diagrama de polos e zeros do sistema dinâmico (em malha aberta)

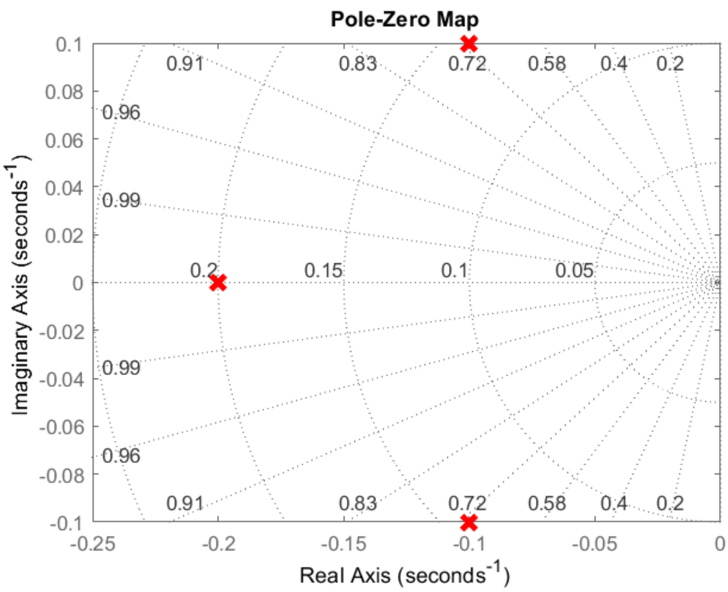


Figura 8 – Diagrama de polos e zeros).

2.4 Simulação do comportamento dinâmico do sistema com a aplicação de um degrau de amplitude 1.5 em sua entrada

Uma nova função é declarada, agora aplicando o degrau de amplitude 1,5 em sua entrada, utilizando os mesmos comandos utilizados anteriormente.

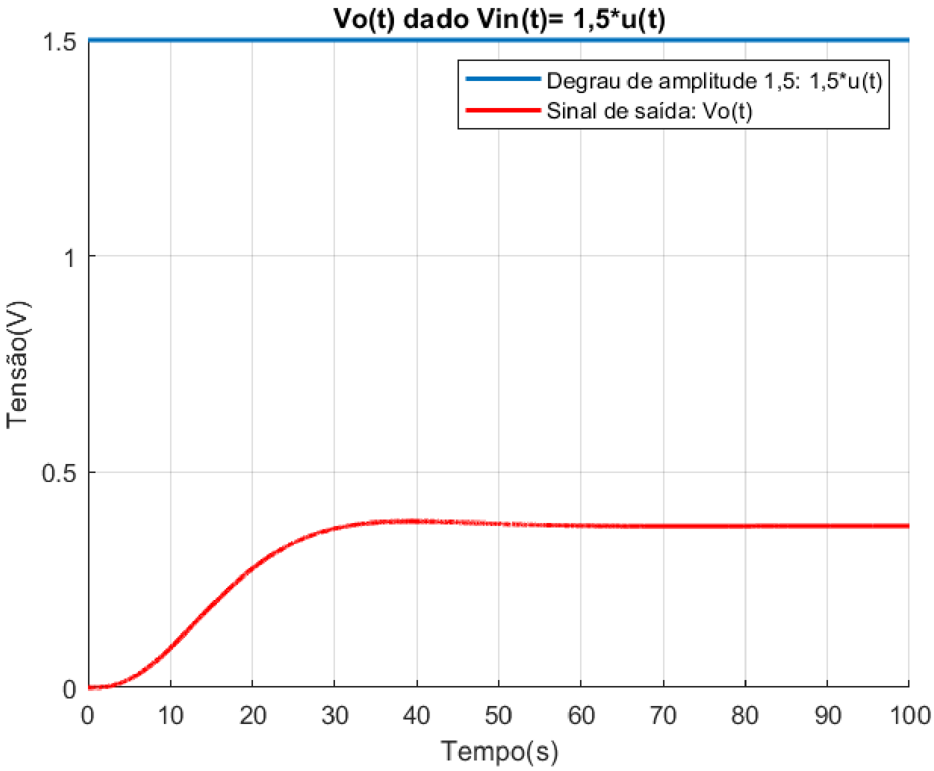


Figura 9 – Resposta ao degrau unitário com amplitude 1,5

Declarou-se: a nova transformada inversa de Laplace da função de transferência Gt correspondente ao sinal de saída do circuito e o degrau de amplitude 1,5 a ser aplicado na entrada do sistema.

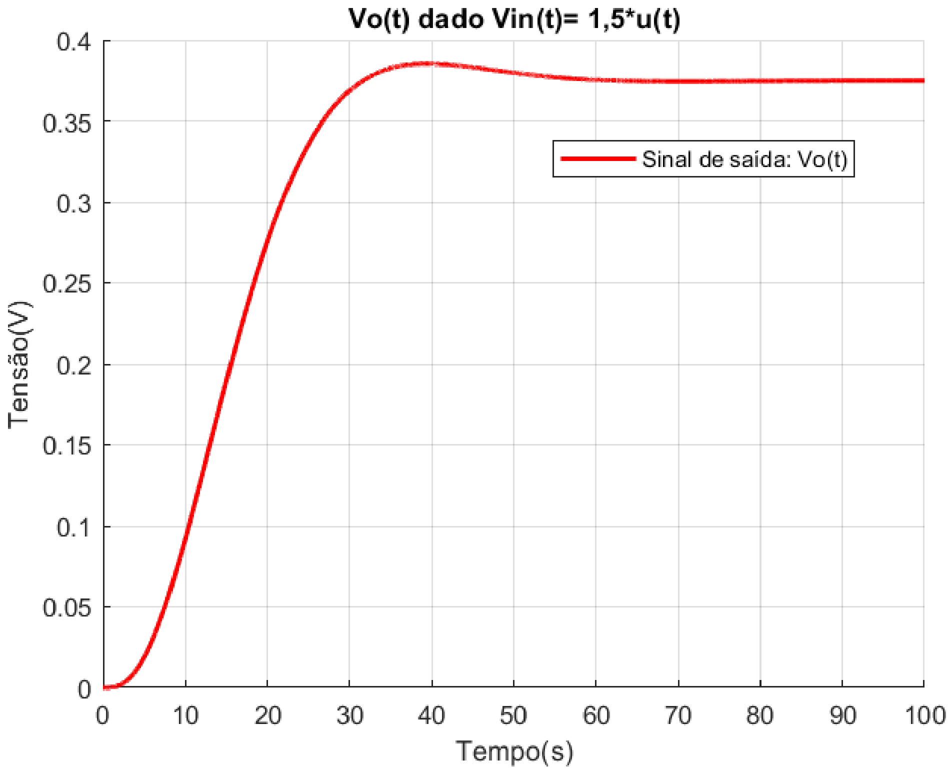


Figura 10 – Resposta ao degrau unitário com amplitude 1,5(sem o degrau na imagem)

2.5 Utilização de rotinas computacionais para o cálculo e a análise dos resultados

Calculo do item 5 com a função *damp* que fornece os polos, coeficiente de amortecimento e a frequência natural não amortecida;

```
        Pole               Damping       Frequency      Time Constant
                                       (rad/seconds)      (seconds)

-1.00e-01 + 1.00e-01i     7.07e-01       1.41e-01         1.00e+01
-1.00e-01 - 1.00e-01i     7.07e-01       1.41e-01         1.00e+01
-2.00e-01                 1.00e+00       2.00e-01         5.00e+00
```

Figura 11 – Resultado da função damp

Item 6 foi calculado os tempos de subida, de atraso, de pico, de acomodação, e overshoot

```
wd =

    0.1000
    0.1000
    0.1414


teta =

    0.7854
    0.7854
    0.9553


tr =

         0         0   16.6608
         0         0   16.6608
         0         0   15.4593


td =

         0         0    8.3304
         0         0    8.3304
         0         0    7.7297


tp =

   31.4159


ts =

   40.0000


Mp =

    4.3214
```

Figura 12 – Frequência natural amortecida, teta, tempo de subida, tempo de atraso, tempo de pico, tempo de acomodação, overshoot respectivamente.

No item 7 foi a analise da inclusão de um terceiro polo no eixo real e a inclusão de um zero no sistema dinâmico.

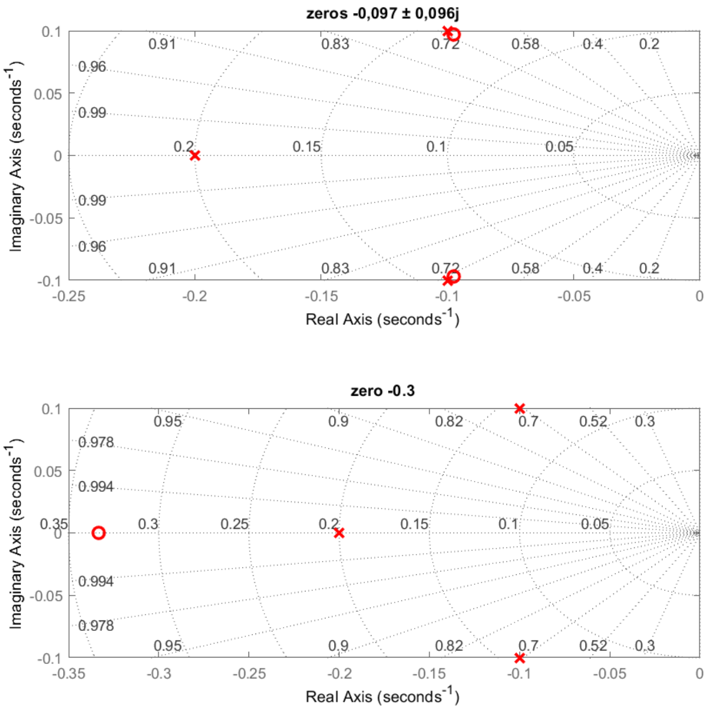


Figura 13 – Polos e zeros $z_1 = -0{,}097 \pm 0{,}096j$ e $z_2 = -0.3$

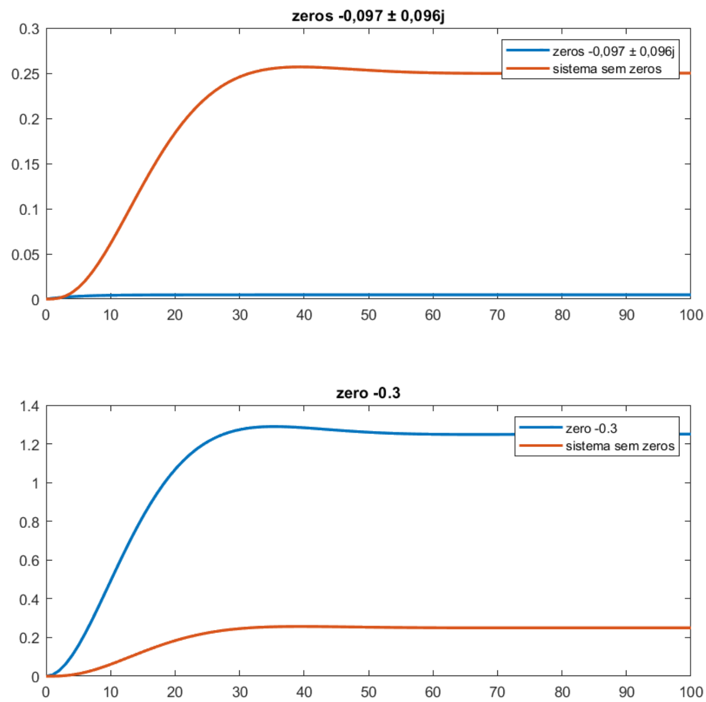


Figura 14 – Gráfico com as respectivas curvas de cada zero adicionado $z_1 = -0{,}097 \pm 0{,}096j$ e $z_2 = -0.3$

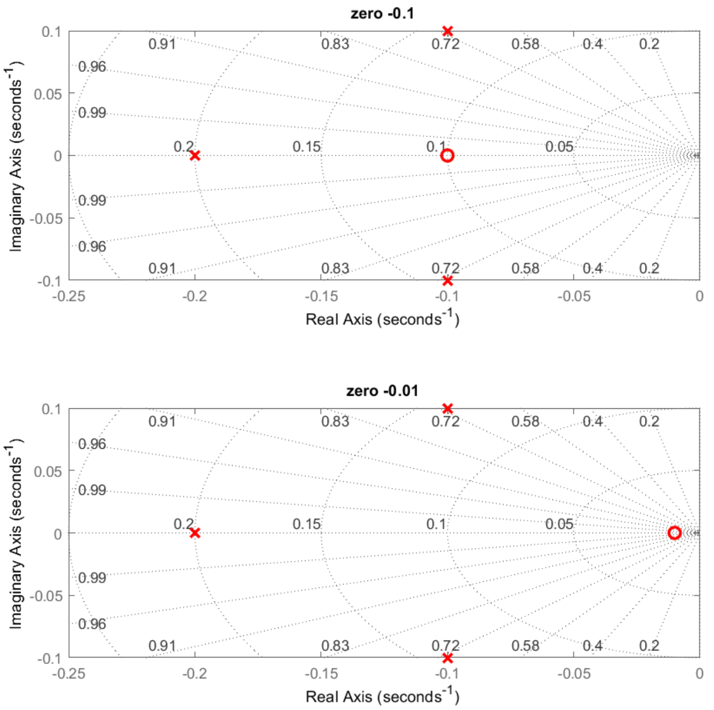


Figura 15 – Polos e zeros $z_3 = -0{,}1$ e $z_4 = -0.01$

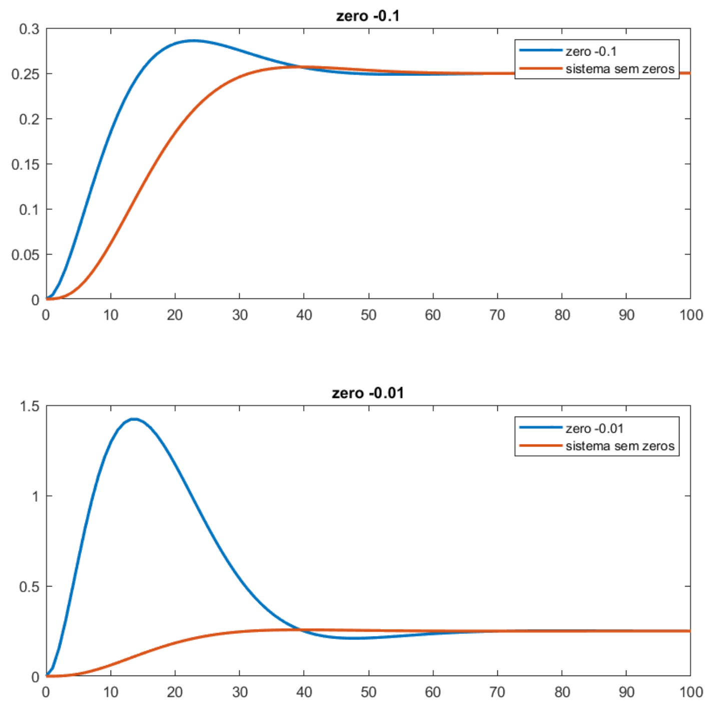


Figura 16 – Gráfico com as respectivas curvas de cada zero adicionado $z_3 = -0{,}1$ e $z_4 = -0.01$

Análise com relação aos polos dominantes:

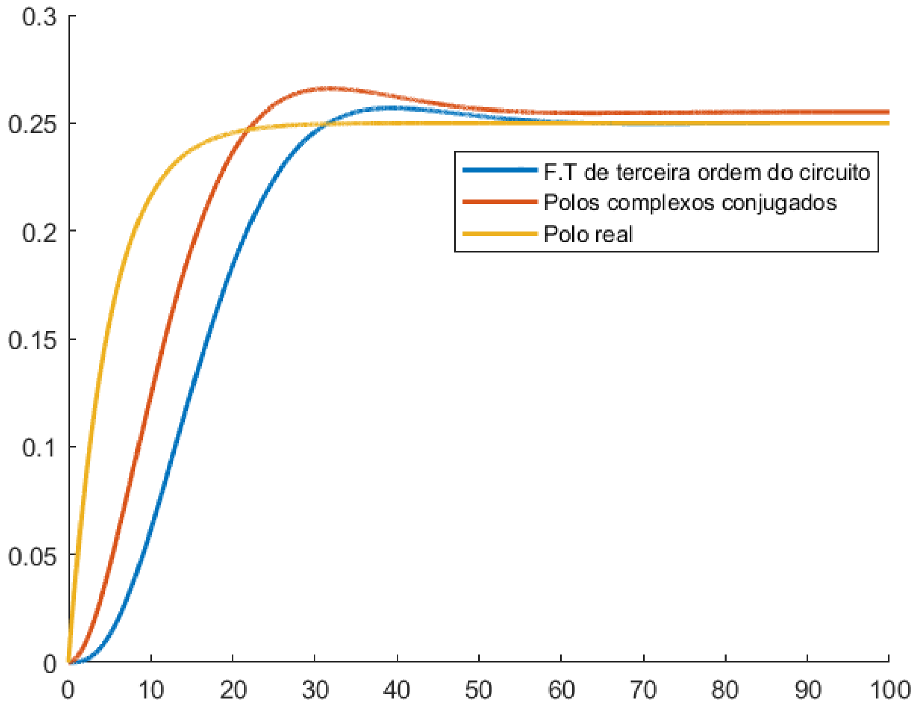


Figura 17 – Comparação entre as curvas dos sistemas de primeira,segunda e terceira ordem.

3 Considerações finais

Diante dos resultados obtidos na simulação, pode-se afirmar que o programa MATLAB gerou quase os mesmos valores da parte analítica do projeto. Com a aplicação dos respectivos valores da transformada inversa de Laplace, o programa conseguiu gerar as curvas características do comportamento do sistema dinâmico em malha aberta apresentado quando o mesmo tinha em sua entrada um impulso unitário ou um degrau. Foi possível notar a mudança no comportamento da saída do sistema ao aplicar a função degrau na entrada. Podemos observar que temos a mesma forma de onda, logo o formato da resposta do sistema não muda independentemente da amplitude do do degrau que é aplicado em sua entrada. Diferentemente quando é aplicado um impulso unitário, onde nos momentos iniciais ela cresce de valores negativos para valores positivos e por fim decresce e chega em zero.Para o gráfico de polos e zeros, vimos que se trata de um sistema estável por causa da posição dos polos no semiplano esquerdo e pelo comportamento das curvas de saída geradas pelo MATLAB.

```
%Projeto I - Sistemas de Controle _ 2023.1
%Autor: Alysson Batista de souza 20142610296
%OBS: GERAR AS CURVAS DE CADA ITEM INDIVIDUALMENTE, E COMENTA OS DEMAIS
%ITENS

% Item a
%###########################################################################

syms s
num = 1;
den = 1000*s^3+400*s^2+60*s+4;
sys = num/den;
pretty(sys)
pretty(ilaplace(sys))

% Item b
%###########################################################################

t = 0:0.01:100;
impulso = t;
impulso(1,:) = 0;
impulso(:,1) = 1;
gt = (exp(-t/5)-exp(-t/10).*(cos(t/10)-sin(t/10)))/20;
figure(1);
plot(t,gt,'LineWidth',2);
hold on;
plot(t,impulso,'LineWidth',2);
hold off;
legend("Sinal de saída: Vo(t)","Impulso unitário: I(t)");
title('Vo(t) dado Vin(t)= I(t)');
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Tensão(V)');
grid on;


% Item c
%###########################################################################

sys2 = tf([1],[1000 400 60 4]);
h = pzplot(sys2(:,:,1),'r');
grid on


% Item d
%###########################################################################

t = 0:0.01:1000;
num3 = 0.001;
den3 = [1 0.4 0.06 0.004];
sys3 = tf(num3,den3);
ys=step(sys3,t);
degrau = t;
degrau(1,:) = (1.5);
```

```
hold on;
plot(t,degrau,'LineWidth',2);
plot(t,ys,'-r','LineWidth',2);hold on
legend("Degrau de amplitude 1,5: 1,5*u(t)","Sinal de saída: Vo(t)");
title('Vo(t) dado Vin(t)= 1,5*u(t)');
xlabel('Tempo(s)');
ylabel('Tensão(V)');
grid on


% Item e
%###########################################################################
% item 5
%==========================================================================

num = [0.001];
den = [1 0.4 0.06 0.004];
fun=tf(num,den)
damp(fun)
[wn,coe]=damp(fun2);
wn_u = wn(1)% Frequência natural não amortecida
amortecimento = coe(1)% coefiente de amortecimento


% item 6
%==========================================================================
% frequência natural amortecida(O ITEM 5 NÃO PODE ESTÁR COMENTADO POIS
% PRECISAMOS DA FREQUÊNCIA NATURAL NÃO AMORTECIDA E O COEFICIENTE DE
% AMORTECIMENTO)


wd=wn*sqrt(1-amortecimento^2);
teta = atan(wd/(wn_u*amortecimento));

% tempo de subida
tr = (pi-teta)/wd

% tempo de atraso
td = tr/2

% tempo de pico
tp =pi/(wn_u*sqrt(1-amortecimento^2))

% tempo de acomodação
ts = 4/(wn_u*amortecimento)

% overshoot
Mp=exp(-(amortecimento*pi)/sqrt(1-amortecimento^2))

step(fun)


% item 7
```

```
%===========================================================================

fun  = tf([1],[1000 400 60 4])
fun1 = tf([1 0.195 0.0189],[1000 400 60 4]);
fun2 = tf([15 5],[1000 400 60 4]);
fun3 = tf([10 1],[1000 400 60 4]);
fun4 = tf([100 1],[1000 400 60 4]);

%============================================================================

% Comparação dos diagramas de polos e zeros(COMENTA AS COMPARAÇÕES DE
% CURVAS ABAIXO)

figure(1)
subplot(2,1,1)
h1 = pzplot(fun1(:,:,1),'r');grid on
title('zeros -0,097 ± 0,096j')
subplot(2,1,2)
h2 = pzplot(fun2(:,:,1),'r'); grid on
title('zero -0.3')

figure(2)
subplot(2,1,1)
h3 = pzplot(fun3(:,:,1),'r');grid on
title('zero -0.1')
subplot(2,1,2)
h4 = pzplot(fun4(:,:,1),'r');grid on
title('zero -0.01')


% ==========================================================================

% Comparação das curvas da função sem e com os zeros(COMENTA AS COMPARAÇÕES
% DE POLOS E ZEROS ACIMA)

t = linspace(0,100);
A = step(fun,t);
a = step(fun1,t);
b = step(fun2,t);
c = step(fun3,t);
d = step(fun4,t);


figure(1)
subplot(2,1,1)
plot(t,a,t,A,'LineWidth',2)
legend('zeros -0,097 ± 0,096j','sistema sem zeros')
title('zeros -0,097 ± 0,096j')
figure(1)
subplot(2,1,2)
plot(t,b,t,A,'LineWidth',2)
legend('zero -0.3','sistema sem zeros')
title('zero -0.3')
```

```
figure(2)
subplot(2,1,1)
plot(t,c,t,A,'LineWidth',2)
legend('zero -0.1','sistema sem zeros')
title('zero -0.1')
figure(2)
subplot(2,1,2)
plot(t,d,t,A,'LineWidth',2)
legend('zero -0.01','sistema sem zeros')
title('zero -0.01')


% ==========================================================================

% Comparação entre as curvas dos sistemas de primeira,segunda e terceira ordem.

te = 0:0.01:100;
s=tf('s');
sys3_ordem= tf([0.001],[1 0.4 0.06 0.004]); % sistema de terceira ordem
sys2_ordem= tf([0.001],(1/5)*[1 0.1988 0.0196]); % sistema de segunda ordem com
ajuste de ganho
sys1_ordem= tf([1],[20 4]); % sistema de primeira ordem
hold on

f3 = step(sys3_ordem,te);
f2 = step(sys2_ordem,te);
f1 = step(sys1_ordem,te);

plot(te,f3,'LineWidth',2)
plot(te,f2,'LineWidth',2)
plot(te,f1,'LineWidth',2)
legend('F.T de terceira ordem do circuito','Polos complexos conjugados ','Polo
real')
```