INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DA PARAIBA
COORDENAÇÃO DO CURSO SUPERIOR DE BACHARELADO EM ENGENHARIA ELÉTRICA

ALYSSON BATISTA DE SOUZA
FABRÍCIO DA SILVA LEITÃO
GABRIEL BARBOSA DO NASCIMENTO

Projeto 3 – Sistemas de Controle I

JOÃO PESSOA
Junho de 2023

ALYSSON BATISTA DE SOUZA
FABRÍCIO DA SILVA LEITÃO
GABRIEL BARBOSA DO NASCIMENTO

PROJETO 3 – SISTEMAS DE CONTROLE I

Relatório referente à disciplina de Sistemas de controle 1 , ministrada no Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia da Paraíba, durante o semestre 2023.1, orientado pelo professor Dr. Ademar Gonçalves da Costa Júnior

João Pessoa
Junho de 2023

Lista de ilustrações

Sumário

1 Analítica

Neste terceiro projeto, utilizando o modelamento matemático de um circuito elétrico do projeto 2 vocês deverão, em grupo, desenvolver nesta etapa, os seguintes itens:

1.1 Item 1

1. Considerando a inserção de um ganho K na malha direta, e uma realimentação unitária para o sistema em malha fechada, esbocem manualmente o LGR do sistema em malha fechada (deve ser apresentado todos os cálculos para este esboço como justificativa);

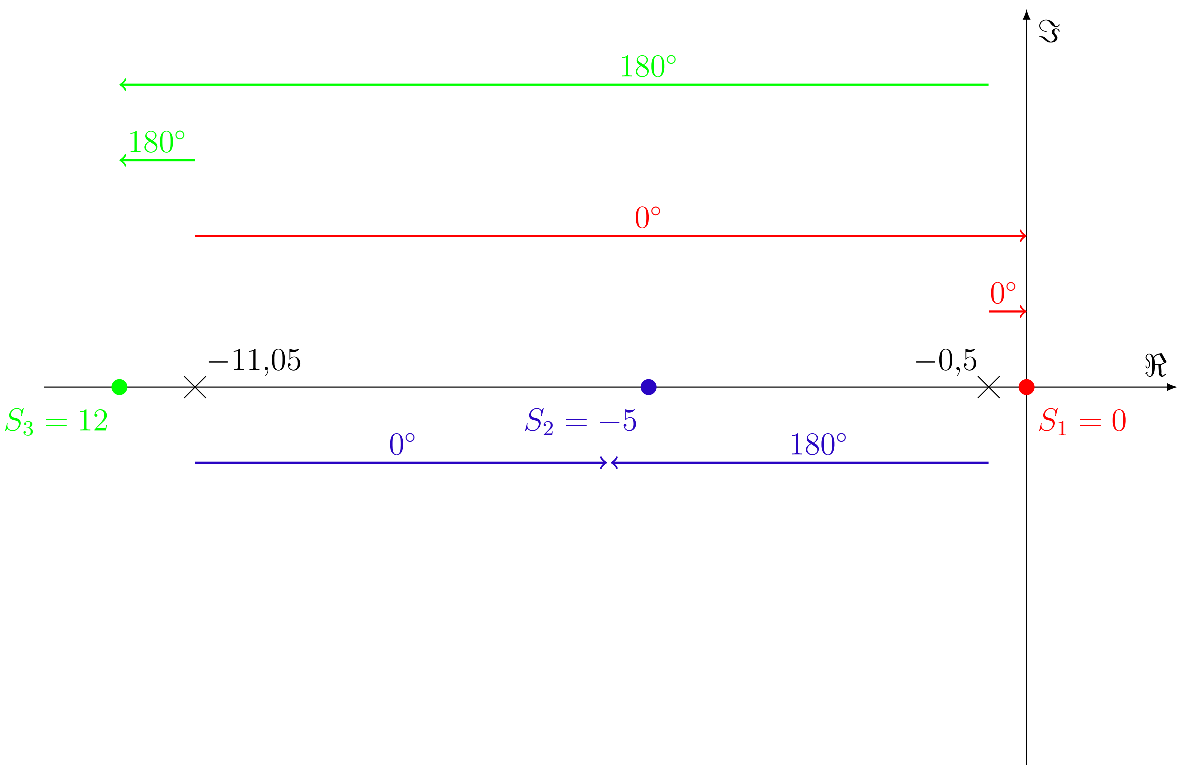
$$G(s) = \frac{5{,}56}{s^2 + 11.56s + 5.56}$$

Conversão de fase

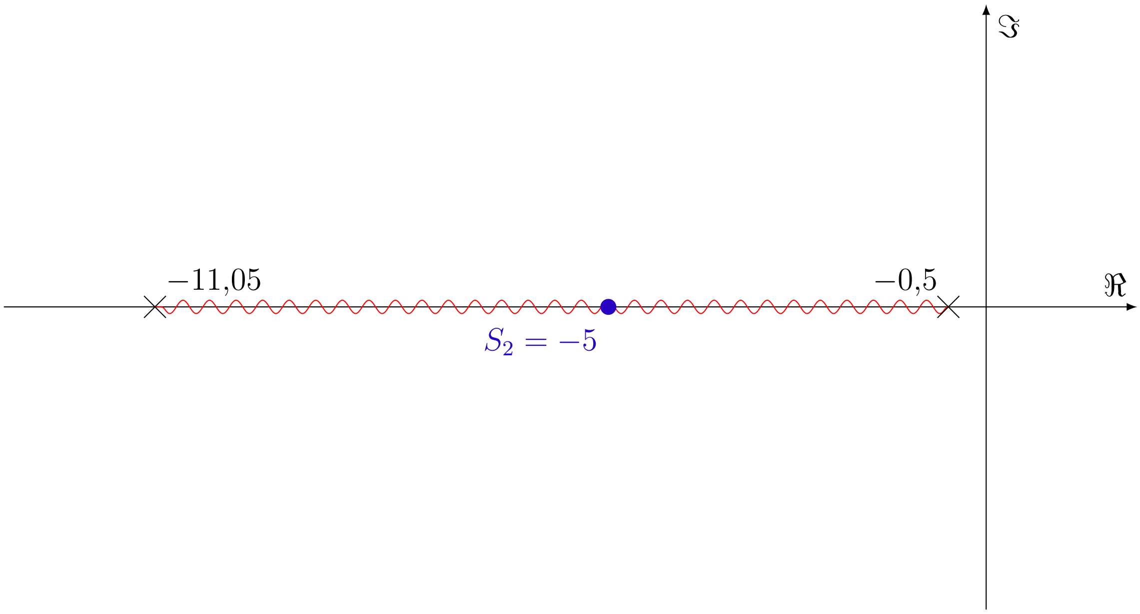
$$\text{Para} \quad S_1 = 0 \quad G(s) = -\angle S_1 + 0{,}5 - \angle S_1 + 0{,}5 = 0°$$

$$\text{Para} \quad S_2 = -5 \quad G(s) = -\angle S_2 + 0{,}5 - \angle S_2 + 0{,}5 = 180°$$

$$\text{Para} \quad S_3 = 12 \quad G(s) = -\angle S_3 + 0{,}5 - \angle S_3 + 0{,}5 = -360° = 0°$$



O logo LGR está entre os polos $-0{,}5$ e $-11{,}04$ com condição satisfeita para $S_2 = -5$



Traçando o LGR:

$$n = 2 \quad \longrightarrow \quad 2 \quad \text{ramos}$$

$$m = 0 \quad \longrightarrow \quad 0 \quad \text{zeros}$$

Como $n > m$:

$$n - m = 2$$

Definindo os ângulos das assíntotas dos ramos que terminam no infinito.

$$\alpha_1 = \frac{S_2}{n-m} = \frac{180°}{2} = 90°$$

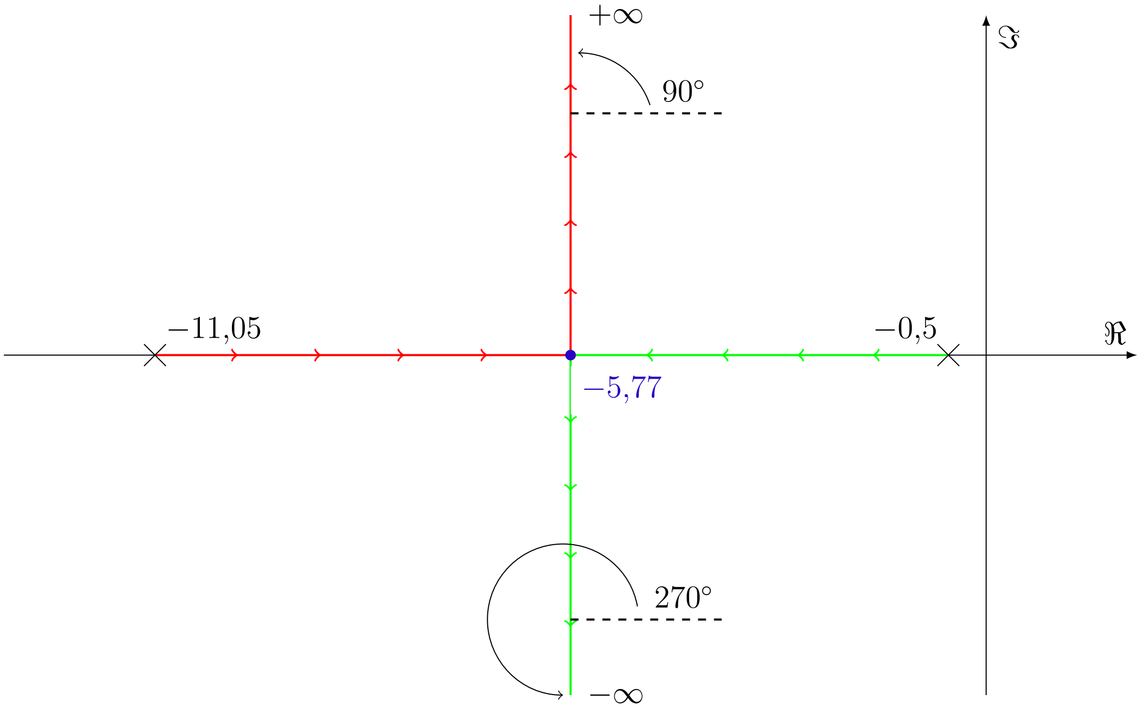
$$\alpha_1 = \frac{3 \times S_2}{n-m} = \frac{3 \times 180°}{2} = 270°$$

Definindo o ponto que as assíntotas cruzam o eixo real:

$$S_e = \frac{\sum \text{Polos(Malha aberta)} - \sum \text{Zeros(Malha aberta)}}{n-m}$$

$$S_e = \frac{-0{,}5 - 11{,}04 - 0}{2} = -5{,}77$$

Há um ponto de partida em $-5{,}77$



1.2 Item 2

2. Com a premissa de projeto de overshoot máximo permitido de 12% e tempo de estabelecimento, no critério de 2%, de 5 segundos, determinem o valor de K para estes polos especificados;

$$M_p = 0{,}12 \quad \longrightarrow \quad \text{Overshoot}$$
$$T_s = 5s \quad \longrightarrow \quad \text{Tempo de assentamento}$$

Sabendo que $M_p = 0{,}12$

$$M_p = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$
$$0{,}12 = e^{-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}}$$
$$ln(0{,}12)^2 = \left(-\frac{\zeta\pi}{\sqrt{1-\zeta^2}}\right)^2$$
$$ln^2(0{,}12) = \frac{\zeta^2\pi^2}{1-\zeta^2}$$
$$0{,}4554 = \frac{\zeta^2}{1-\zeta^2}$$
$$0{,}4554 - 0{,}4554\zeta^2 = \zeta^2$$
$$0{,}4554 = \zeta^2 + 0{,}4554\zeta^2$$

$$0{,}4554 = 1{,}4554\zeta^2$$

$$\boxed{\zeta = 0{,}56}$$

E que o $T_s = 5s$

$$T_s = \frac{4}{\zeta\omega_n}$$
$$5 = \frac{4}{0{,}56\omega_n}$$
$$\omega_n = \frac{0{,}8}{0{,}56}$$
$$\boxed{\omega_n = 1{,}43}$$

Agora podemos calcular o nosso polo dominante:

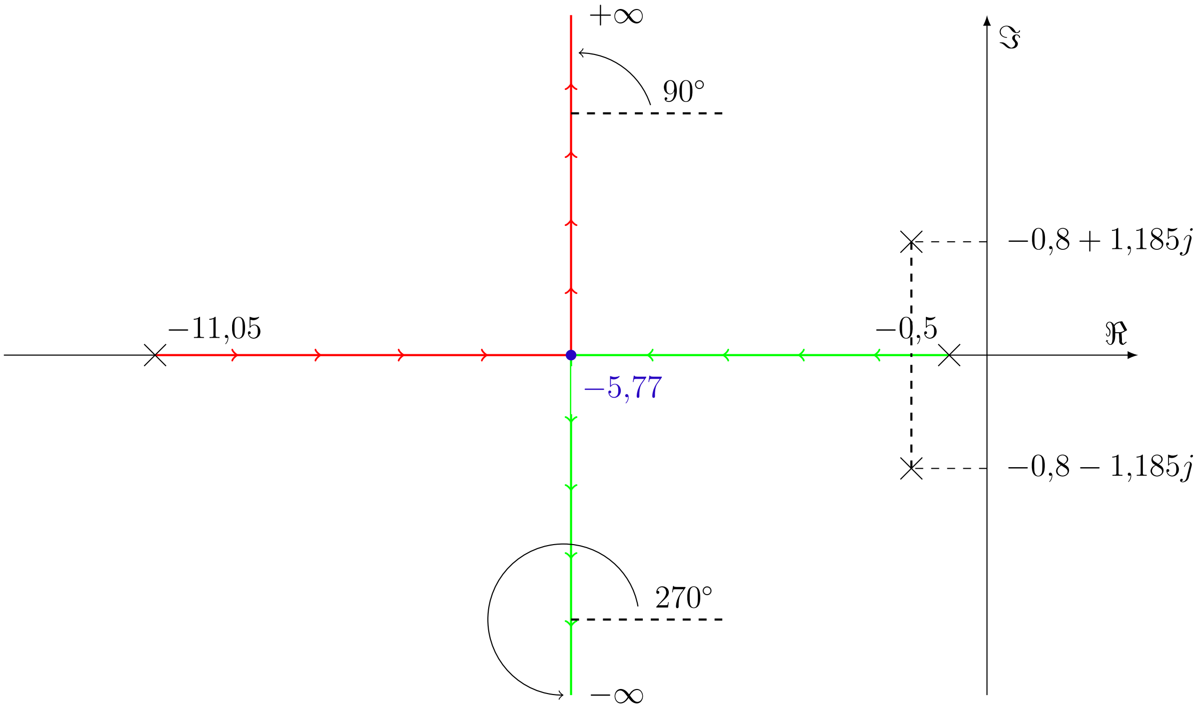
$$S = -\zeta \times \omega_n \pm j\omega_n \times \sqrt{1-\zeta^2}$$
$$S = -0{,}56 \times 1{,}43 \pm j1{,}43 \times \sqrt{1-(0{,}56)^2}$$
$$S = -0{,}8 \pm 1{,}185j$$

Calculando o valor de k para esses polos:

$$k = \frac{1}{G(s)}$$

$$k = \frac{1}{\frac{5.56}{s^2+11.56s+5.56}}$$

$$k = \frac{(-0{,}8+1{,}185j)^2 + 11.56 \times (-0{,}8+1.185j) + 5.56}{5.56}$$
$$\boxed{k = 2.2271}$$



1.3 Item 3

3. Com a mesma premissa do item anterior (overshoot máximo permitido de 12% e tempo de estabelecimento, no critério de 2%, de 5 segundos), projetem os compensadores pelas técnicas de avanço de fase (por condição de fase/ganho e análise direta), atraso de fase, e avanço e atraso de fase. O erro em regime permanente permitido será de 0,5% para o sistema em malha fechada.

- Controlador proporcional

Usando apenas controlador proporcional:

$$e_p(\infty) \leq 0.005 \quad M_p\% \leq 12\% \quad T_s \leq 5s$$

O erro no estado estacionário como premissa é 0,005:

$$e_p(\infty) = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$0{,}005 = \frac{1}{1 + K_p}$$

$$0{,}005 + 0{,}005 \times K_p = 1$$

$$k_p = \frac{0{,}995}{0{,}005}$$

$$K_p = 199$$

logo

$$199 = \lim_{s \to 0} k \frac{5{,}56}{(s + 0{,}5)(s + 11.05)}$$

$$199 = k \frac{5{,}56}{0{,}5 \times 11{,}05}$$

$$199 = k \times 1{,}0063$$

$$k = 197{,}75$$

Atende o critério de erro e tempo de acomodação abaixo de 5 segundos, porém não atende o pré-requisíto de overshoot máximo de 12%.

- Compensandor por avanço

Como os polos dominantes em malha fechada $s = -0{,}8 \pm 1{,}185j$

$$\phi_1 = 180° - tg^{-1}\left(\frac{1.185}{0{,}3}\right) = 104.21°$$

$$\phi_2 = tg^{-1}\left(\frac{1.185}{10{,}25}\right) = 6.6°$$

$$tg^{-1}\left(\frac{1.185}{p_c - 0.8}\right) = 90° - \phi_1 - \phi_2 + 180° = 90° - 104.21° - 6.6° + 180° = 159.19°$$

$$tg(159.19°) = -0.38 = \frac{1{,}185}{p_c - 0{,}8}$$

$$p_c - 0{,}8 = \frac{1{,}185}{(-0{,}38)}$$

$$p_c - 0{,}8 = -3{,}12$$

$$p_c = -2{,}32$$

O polo do compensador por avanço fica no lado direito do sistema fazendo com que o sistema fique instável.

- Compensandor por Atraso

Função de tranferência do sistema em malha fechada compensado:

$$G_{ma}(s) = G_c(s)G(s) = K_c\left(\frac{s+z_c}{s+p_c}\right) \times \frac{5.56}{s^2+11{,}56s+5{,}56}$$

$$G_{ma}(s) = \frac{k_c(5{,}56s+5{,}56z_c)}{(s+p_c)(s+0{,}5)(s+11{,}05)} \qquad 1$$

Considerando o $e_c = 0{,}005$:

$$e_p = \lim_{s\to 0} sE_c(s) = \lim_{s\to 0} s\frac{1}{1+G_{ma}(s)} \times \frac{1}{s} = \lim_{s\to 0} \cancel{s}\frac{1}{1+\frac{k_c(\cancel{5{,}56s}+5{,}56z_c)}{(\cancel{s}+p_c)(\cancel{s}+0{,}5)(\cancel{s}+11{,}05)}} \times \frac{1}{\cancel{s}}$$

$$0{,}005 = \frac{1}{1+\frac{k_c(5{,}56z_c)}{p_z \times 0{,}5 \times 11{,}05}} = \frac{1}{1+\frac{5{,}56K_cz_c}{5{,}525}}$$

$$0{,}005 = \frac{1}{\frac{5{,}525p_c+5{,}56k_cz_c}{5{,}525p_c}}$$

$$0{,}005 = \frac{5{,}525p_c}{5{,}525p_c+5{,}56k_cz_c}$$

$$0{,}005(5{,}525p_c+5{,}56k_cz_c) = 5{,}525p_c$$

$$0{,}0276p_c + 0{,}0278k_cz_c = 5{,}525p_c$$

$$5{,}4974p_c = 0{,}0278k_cz_c$$

Considerando $k_c = 1$:

$$0{,}0278z_c = 5{,}4974p_c$$

Isolando z_c:

$$z_c = p_c\frac{5{,}4974}{0{,}0278}$$

$$\frac{z_c}{p_c} = 197{,}75$$

Escolhendo arbitrariamente o valor do polo $p_c = 0{,}00575$

$$\frac{z_c}{p_c} = 197{,}75$$

$$\frac{z_c}{0{,}00575} = 197{,}75$$

$$z_c = 1{,}13$$

Substituindo p_c e z_c na função de tranferência do compensador para atraso de fase :

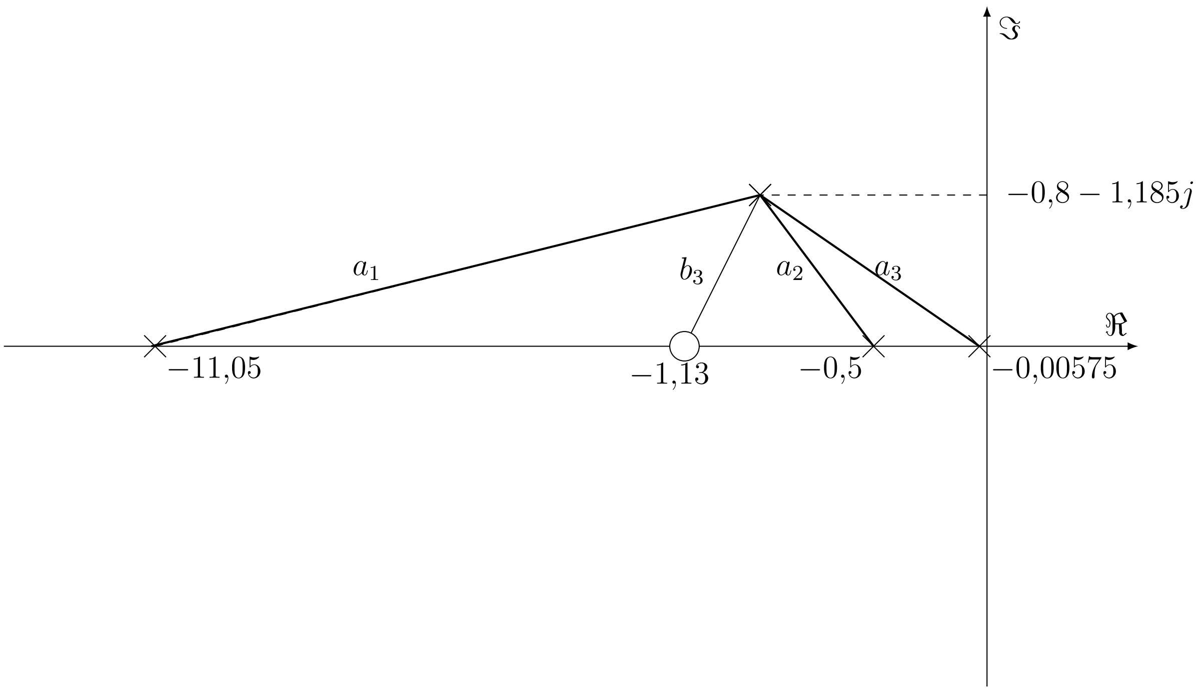
$$G_c = K_c\left(\frac{s+1{,}13}{s+0{,}00575}\right) \quad (2)$$

Substituindo (2) em (1):

$$G_{ma}(s) = \frac{k_c(5{,}56s + 5{,}56 \times 1{,}13)}{(s+0{,}00575)(s+0{,}5)(s+11{,}05)}$$

O ganho K_c pode ser ajustado pela condição de módulo:

$$\left|\frac{k_c(5{,}56s + 5{,}56 \times 1{,}13)}{(s+0{,}00575)(s+0{,}5)(s+11{,}05)}\right| = 1$$



$$a_1 = \sqrt{1{,}185^2 + 10{,}25^2} \cong 10{,}32$$

$$a_1 = \sqrt{1{,}185^2 + 0{,}3^2} \cong 1{,}22$$

$$a_1 = \sqrt{1{,}185^2 + 0{,}79425^2} \cong 1{,}42$$

$$b_1 = \sqrt{1{,}185^2 + 0{,}33^2} \cong 1{,}23$$

Condição de módulo:

$$\left|\frac{k_c \times b_1 \times 5{,}56}{a_1 \times a_2 \times a_3}\right| = 1$$

$$K_c = \frac{a_1 \times a_2 \times a_3}{5.56 \times b_1}$$
$$k_c = \frac{(10{,}32)(1{,}22) \times (1{,}42)}{5{,}56 \times 1{,}23}$$
$$k_c = 2{,}61$$

$$G_{ma}(s) = \frac{2{,}61(5{,}56s + 5{,}56 \times 1{,}13)}{(s + 0{,}00575)(s + 0{,}5)(s + 11{,}05)}$$

1.4 Item 4

4. Com a ajuda do Matlab apresentem o LGR dos itens 1 a 3, além de simular o comportamento dinâmico do sistema em malha fechada (itens 2 e 3). Em um mesmo gráfico, comparem os resultados obtidos no projeto dos compensadores do item 3.

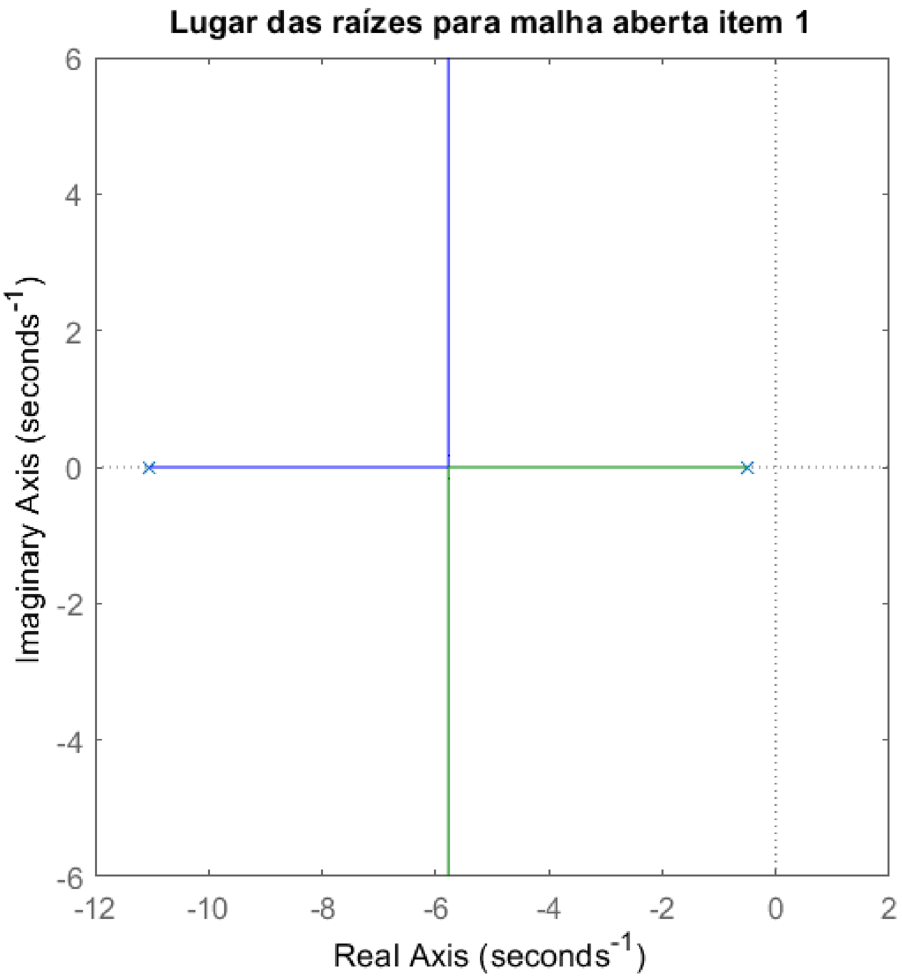


Figura 1 – LGR item 1

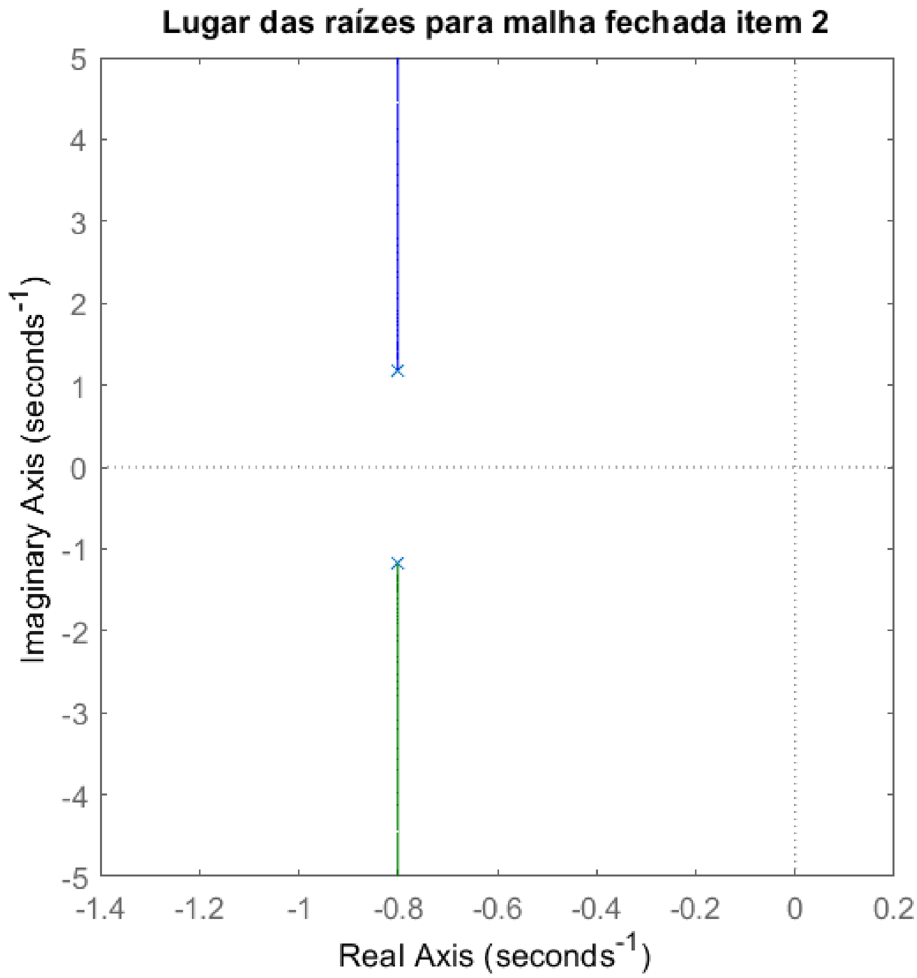


Figura 2 – LGR item 2.

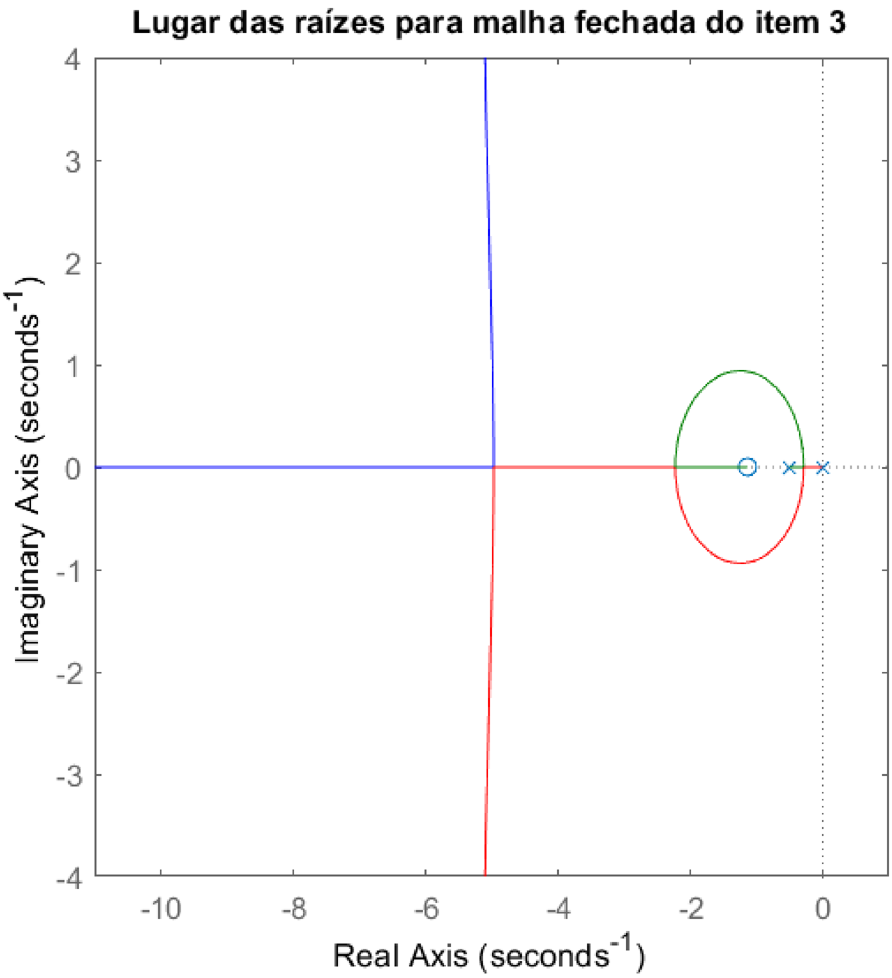


Figura 3 – LGR item 3.

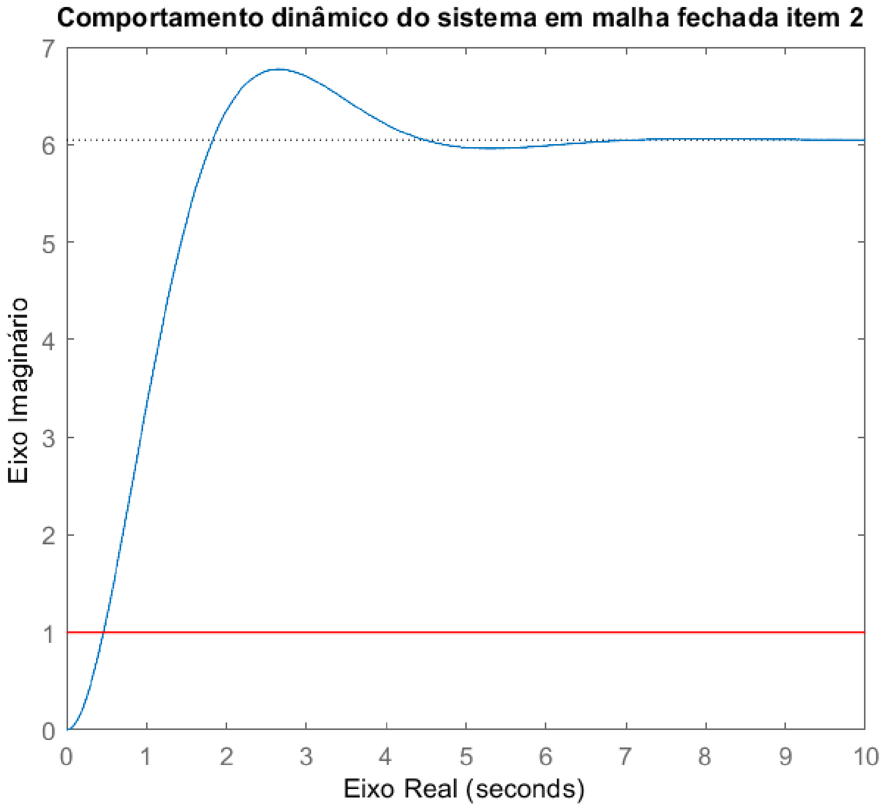


Figura 4 – Comportamento dinâmico item 2.

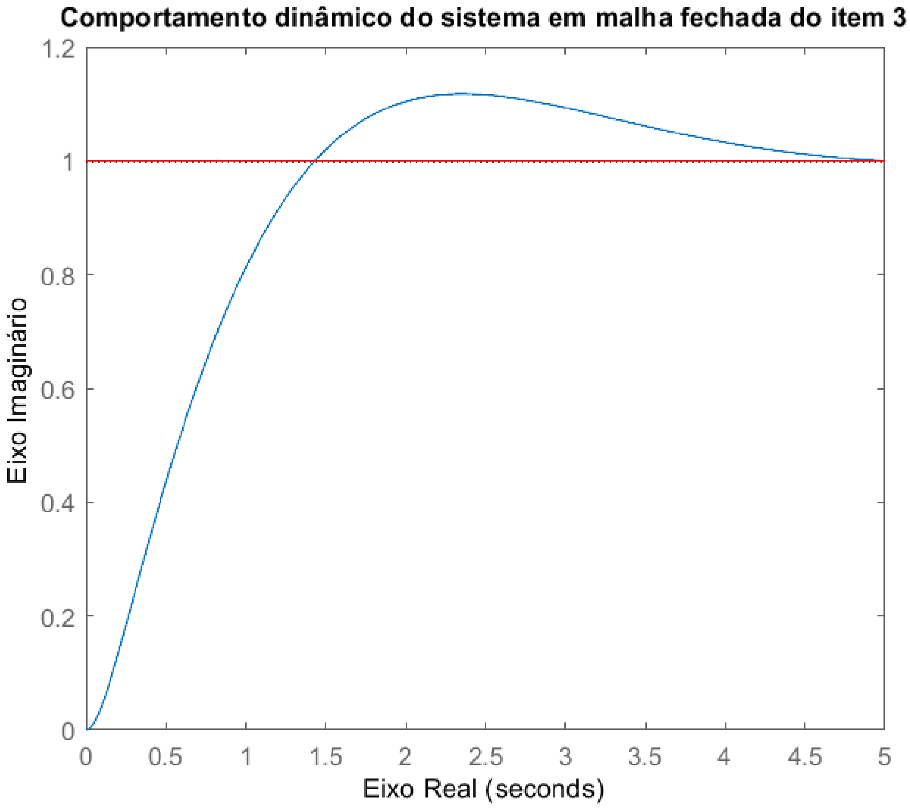


Figura 5 – Comportamento dinâmico item 3.

O compensador por avanço de fase apresentou instabilidade, e o compensador por avanço e atraso de fase também possui uma tendência para a instabilidade.

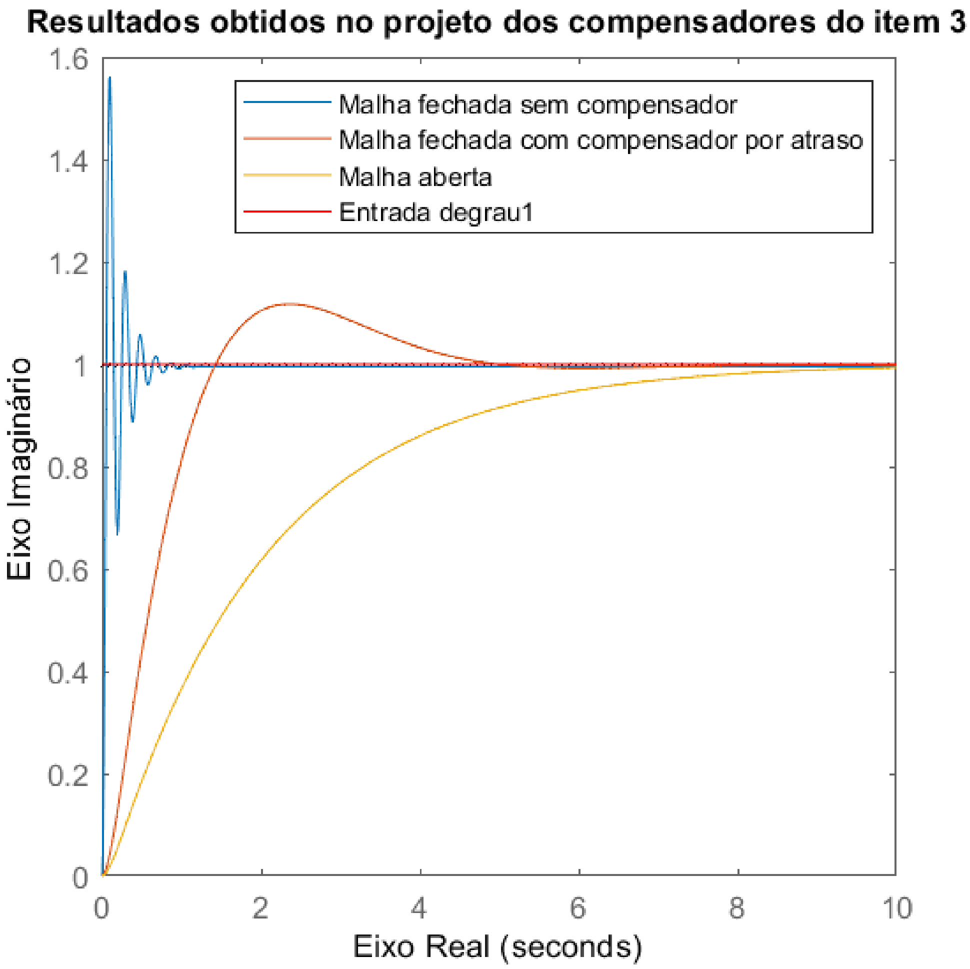


Figura 6 – Resultado obtido com compensador por atraso.

2 Considerações finais

Diante dos resultados obtidos na simulação, pode-se afirmar que o programa MATLAB gerou quase os mesmos valores da parte analítica do projeto.

```
% Instituto Federal da Paraíba
% Data: 31/04/2023
% Ademar Gonçalves da Costa Júnior
% Sistemas de Controle I
% Projeto 3 - Sistemas de Controle I
% Grupo 3: Alysson, Fabrício,Gabriel


close all
clear all

%##########################################################################
%##########################################################################

% 1. Considerando a inserção de um ganho K na malha direta, e uma realimentação
% unitária para o sistema em malha fechada, esbocem manualmente o LGR do sistema
% em malha fechada (deve ser apresentado todos os cálculos para este esboço como
% justificativa);

% Função de transferência do sistema em malha aberta

numA = [5.55];
denA = [1 11.55 5.55];
G = tf(numA, denA);
figure('Units', 'inches', 'Position', [0 3.1 5 5]);
rlocus(G);
pole(G);
title('Lugar das raízes para malha aberta item 1');
grid off;
hold on;
pause(0.01)

%##########################################################################
%##########################################################################

% 2. Com a premissa de projeto de overshoot máximo permitido de 12% e tempo de
% estabelecimento, no critério de 2%, de 5 segundos, determinem o valor de K para ↙
estes
% polos especificados;

% Definir overshoot máximo permitido e tempo de estabelecimento desejado
OS_max = 0.12; % 12% de overshoot máximo permitido
Ts_desired = 5; % Tempo de estabelecimento desejado (2% de critério)

% Calcular o coeficiente de amortecimento a partir do overshoot máximo permitido
zeta = -log(OS_max) / sqrt(pi^2 + log(OS_max)^2);

% Calcular a frequência natural não amortecida a partir do tempo de estabelecimento ↙
desejado
omega_n = 4 / (zeta * Ts_desired);

% Determinar o valor de K
K = omega_n^2;
```

```
% Exibir os resultados
disp(['Valor de K: ' num2str(K)]);
disp(['Coeficiente de amortecimento (\zeta): ' num2str(zeta)]);
disp(['Frequência natural não amortecida (\omega_n): ' num2str(omega_n)]);

figure('Units', 'inches', 'Position', [5 3.1 6 5])
tempo = 0:0.001:10;
nume1 = [5.55*2.2271];
poly1 = [1 1.6 2.04423];
sistema=tf(nume1,poly1);
step(sistema,tempo);
hold on
degrau = tempo;
degrau(1,:) = (1);
plot(tempo,degrau,'r');
grid off

title('Comportamento dinâmico do sistema em malha fechada item 2 ');
xlabel('Eixo Real');
ylabel('Eixo Imaginário');
hold on

figure('Units', 'inches', 'Position', [0 1.5 5 5])
rlocus(sistema);
title('Lugar das raízes para malha fechada item 2');
grid off
pause(0.01)
%##########################################################################
%##########################################################################

% Com a mesma premissa do item anterior (overshoot máximo permitido de 12% e
% tempo de estabelecimento, no critério de 2%, de 5 segundos), projetem os ↙
compensadores
% pelas técnicas de avanço de fase (por condição de fase/ganho e análise direta), ↙
atraso de
% fase, e avanço e atraso de fase. O erro em regime permanente permitido será de ↙
0,5% para
% o sistema em malha fechada.

time = 0:0.001:5;

num1_3a = [5.56*1];
den1_3a = [1 11.56 5.56*(1+1)];
f1 = tf(num1_3a, den1_3a);

num2_3b = [5.56*197.75];
den2_3b = [1 11.56 5.56*(1+197.75)];
f2 = tf(num2_3b,den2_3b);
% numerador da planta
num=5.56;

% denominador da planta
```

```
den=[1 11.56 5.56]

% funcao de transferencia da planta
sys=tf(num,den);

%% funcao de transferencia de malha fechada (com indicacao de polos. O sistema nao
tem zeros)

numF=[5.56*197.75];
denF=[1 11.56 5.56*(1+197.75)];
T1=tf(numF,denF);

disp('polos em malha fechada do sistema original:')
pole(T1)

% resposta ao degrau em malha fechada do sistema original
to=0:0.01:10;
yo=step(T1,to);

% sobressinal em %
disp('sobressinal em % do sistema original:')
(max(yo)-yo(end))*100/yo(end)

% erro em estado estacionario
disp('erro em estado estacionario do sistema original:')
1-yo(end)

%% Compensador por atraso

% funcao de transferencia da planta
sys=tf(num,den);

p=0.00575;
% pelas restricoes de ganho chega-se a
z=p*197.75;

% a condicao de modulo para ter polos de mf em -0.8+-j1.185 resulta em
A1 = sqrt(1.185^2+(11.05-0.8)^2);
A2 = sqrt(1.185^2+(0.8-0.5)^2);
A3 = sqrt(1.185^2+(0.8-z)^2);
B1 = sqrt(1.185^2+(A2-0.8)^2);
Kc = (A1*A2*A3)/(5.56*B1)


numc=Kc*[1 z];
denc=[1 p];
C=tf(numc,denc);

% funcao de transferencia de ramo direto
CG=series(C,sys)

% funcao de transferencia de malha fechada (indicacao de polos e zeros)
T2=CG/(1+CG);
```

```
figure('Units', 'inches', 'Position', [5 1 6 5]);
step(time,T2);
hold on
degrau = time;
degrau(1,:) = (1);
plot(time,degrau,'r');
title('Comportamento dinâmico do sistema em malha fechada do item 3');
xlabel('Eixo Real');
ylabel('Eixo Imaginário');

disp('polos em malha fechada com controlador em atraso de fase:')
pole(T2)
disp('zero em malha fechada com controlador em atraso de fase:')
zero(T2)

t2=0:0.01:8;

% resposta ao degrau unitario
y2=step(t2,T2);

% sobressinal em %
disp('sobressinal em % do sistema com controlador em atraso de fase:')
(max(y2)-y2(end))*100/y2(end)

% erro em estado estacionario
disp('erro em estado estacionario do sistema com controlador em atraso de fase:')
1-y2(end)

% Lugar das raizes do sistema com compensador

figure('Units', 'inches', 'Position', [0 0 5 5])
rlocus(CG)
title('Lugar das raízes para malha fechada do item 3');
axis([-11 1 -4 4])

figure('Units', 'inches', 'Position', [10.96 3.1 5 5]);
step(to,T1);
hold on;
step(to,T2);
step(to,sys);

degrau = to;
degrau(1,:) = (1);
plot(to,degrau,'r');

title('Resultados obtidos no projeto dos compensadores do item 3');
xlabel('Eixo Real');
ylabel('Eixo Imaginário');
legend('Malha fechada sem compensador','Malha fechada com compensador por↙
atraso','Malha aberta','Entrada degrau1');
```