

《微积分 2》练习题（理工大类 A 卷）

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 得分_____

本套练习题共 19 题，满分 50 分；内容涵盖定积分应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学及其应用、二重积分等四个部分。

一、单项选择题（5 题；每题 2 分，共 10 分）

1. 曲线 $y = |\ln x|$ 与直线 $x = \frac{1}{e}$, $x = e$ 及 $y = 0$ 所围成的平面图形的面积 $A =$ ()

- A、 $e - \frac{1}{e}$ B、 $e + \frac{1}{e}$ C、 $2(1 - \frac{1}{e})$ D、 $\frac{1}{e} + 1$

2. 直线 $\begin{cases} 5x + y - 3z - 7 = 0 \\ 2x + y - 3z - 7 = 0 \end{cases}$ ()

- A、垂直 $yo z$ 平面 B、在 $yo z$ 平面内
C、平行 x 轴 D、在 xoy 平面内

3. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{2x^2 + y^2}{x^2 + y^2} & (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & (x, y) = (0, 0) \end{cases}$ 在 $(0, 0)$ 点()。

- A、连续 B、有极限但不连续
C、极限不存在 D、无定义

4. 设 $f(x, y) = e^{x+y} \left[x^{\frac{1}{3}}(y-1)^{\frac{1}{3}} + y^{\frac{1}{3}}(x-1)^{\frac{2}{3}} \right]$, 则在 $(0, 1)$ 点处的两个偏导数 $f'_x(0, 1)$ 和

$f'_y(0, 1)$ 的情况为: ()

- A、两个偏导数均不存在; B、 $f'_x(0, 1)$ 不存在, $f'_y(0, 1) = \frac{4}{3}e$
C、 $f'_x(0, 1) = \frac{e}{3}$, $f'_y(0, 1) = \frac{4}{3}e$ D、 $f'_x(0, 1) = \frac{e}{3}$, $f'_y(0, 1)$ 不存在

5. 设 $f(x, y)$ 为连续函数, 则二次积分 $\int_0^1 dy \int_{\frac{1}{2}y^2}^{\sqrt{3-y^2}} f(x, y) dx$ 可交换积分次序为()

- A、 $\int_0^1 dx \int_0^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy + \int_1^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy$
B、 $\int_0^{\frac{1}{2}} dx \int_0^{\sqrt{2x}} f(x, y) dy + \int_{\frac{1}{2}}^{\sqrt{2}} dx \int_0^1 f(x, y) dy + \int_{\sqrt{2}}^{\sqrt{3}} dx \int_0^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy$
C、 $\int_0^1 dx \int_{\sqrt{2x}}^{\sqrt{3-x^2}} f(x, y) dy$
D、 $\int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_{\frac{2\cos\theta}{\sin^2\theta}}^{\sqrt{3}} f(r \cos \theta, r \sin \theta) r dr$

二、填空题（10 题；每题 2 分，共 20 分）

1. 设 $\vec{a} = \sqrt{2}\{1, 2, 1\}$, $\vec{b} = \{1, -1, 1\}$, 则 $(2\vec{a} + 5\vec{b}) \cdot (5\vec{a} - 7\vec{b}) =$ _____.

2. xoy 坐标面内的双曲线 $\frac{x^2}{4} - y^2 = 1$ 绕 x 轴旋转一周所得的旋转曲面方程为 _____.

3. 设空间两直线 $\frac{x-1}{1} = \frac{y+1}{2} = \frac{z-1}{\lambda}$ 与 $x+1 = y-1 = z$ 相交于一点, 则 $\lambda =$ _____.

4. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} (1 + xe^y)^{\frac{2y+x}{x}} =$ _____.

5. 设 $u(x, y, z) = \left(\frac{x}{y}\right)^z$, 则 $du|_{(1, 2, 3)} =$ _____.

6. 曲线 $y = \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{2}\ln x$ 自 $x = 1$ 至 $x = e$ 之间的一段弧的弧长 $s =$ _____.

7. 函数 $z = x \sin y$ 在点 $(2, \frac{\pi}{3})$ 沿 $\vec{a} = \{2, 1\}$ 方向的方向导数是_____.

8. 点 $(1, -2, -5)$ 到双叶双曲面 $x^2 - 2y^2 - 4z^2 = 4$ 在点 $(4, 2, -1)$ 处切平面的距离 $d =$ _____.

9. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0$, 则二重积分 $\iint_D \sin(x^3 y^2) d\sigma =$ _____.

10. 设 $D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 2(1-x)$, 由二重积分的几何意义知 $\iint_D \left(1-x-\frac{y}{2}\right) dx dy =$ _____.

三、计算题（4 题；每题 5 分，共 20 分）

1. 求曲线 $y=1-x^2$ 与 x 轴围成的封闭图形的面积；并求该封闭图形绕直线 $y=2$ 旋转所得的旋转体体积.

2. 函数 $z=z(x, y)$ 由方程 $x=f(y^2, x+z)$ 所确定，其中 $f(u, v)$ 二阶可偏导，且 $f_v \neq 0$ ，求

$$\frac{\partial^2 z}{\partial x^2}.$$

3 设闭区域 $D=\{(x, y) \mid x^2+y^2 \leq 1\}$ ， $f(x, y)$ 为 D 上的连续函数，且

$$f(x, y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi} \iint_D f(x, y) dx dy,$$

求 $f(x, y)$.

4 求函数 $f(x, y)=x^2+2y^2-x^2y^2$ 在区域 $D=\{(x, y) \mid x^2+y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ 上的最大值和最小值.