

上海大学 2019 ~ 2020 学年秋季学期试卷 A

成绩

课程名: 微积分 1 课程号: 01014125 学分: 6

应试人声明:

我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》，如有考试违纪、作弊行为，愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 _____ 应试人学号 _____ 应试人所在院系 _____

题号	一	二	三	四	五	六
得分						

得分	评卷人

一. 单项选择题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

1. 下列命题正确的是().

- A. $f(x)$ 在 x_0 可导的充分必要条件是 $f(x)$ 在 x_0 处连续;
 B. $f(x)$ 在 x_0 可导的充分必要条件是 $f(x)$ 在 x_0 处可微;
 C. $f(x)$ 在 x_0 连续的充分必要条件是 $f(x)$ 在 x_0 处极限存在;
 D. $f(x)$ 在 x_0 可导的充分必要条件是 $f(x)$ 在 x_0 处连续存在.

2. 设 $f(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 则下列命题不正确的是().

- A. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上取得最大值与最小值;
 B. 若 $f(a) < A < f(b)$, 则存在 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) = A$;
 C. 若 $f(a)f(b) < 0$, 则存在 $x_0 \in (a, b)$, 使得 $f(x_0) = 0$;
 D. $f(x)$ 在 $[a, b]$ 上无界

3. 设 $f(x)$ 可导, 则下列命题不正确的是().

- A. $\int f'(x)dx = f(x)$ B. $\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$
 C. $\int f'(x)dx = f(x) + C$ D. $d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$

4. $\lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=1}^n \frac{n}{n^2 + k} = (\quad)$

- A. 0 B. 1 C. $+\infty$ D. $-\infty$

5. 设 $f(x)$ 有二阶导数, 且满足 $f'(x) + xf(x) = \sin x$, $f(0) = 0$, 则下列命题正确的是().

- A. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处无极限值 B. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得极大值
 C. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处取得极小值 D. $f(x)$ 在 $x = 0$ 处是否取极值不能确定

得分	评卷人

二. 填空题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 在 $x \rightarrow 0$ 时, $(\sqrt[3]{1+x^2} - 1) \arcsin x$ 与 $\arctan(x^\alpha)$ 是同阶无穷小, 则 $\alpha =$ _____.

7. 设函数 $f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x-1}, & x > 0, \\ \frac{1}{x+2}, & x \leq 0. \end{cases}$ 则 $f(x)$ 的跳跃间断点个数为 _____.

8. 已知曲线 L 的参数方程是 $\begin{cases} x = 3t + t^3, \\ y = 3\arctan t \end{cases}$, 则曲线 L 在 $t = 0$ 处法线斜率为 _____.9. 函数 $y = \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + \sqrt{1+x^2}$ 单调递增开区间是 _____.10. $\int_{-1}^1 (x^{2020} \ln(x + \sqrt{1+x^2}) + 4x^3) dx =$ _____.

草稿区

草 稿 区

得分	评卷人

三. 计算题 (5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

11. (6 分) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin(x^{-1}) + 1}{x^2 + 1} \left(\frac{1}{2} x^2 + \cos x \right)^{\frac{1}{x^4}}.$

12. (6 分) $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{e^{x^2} - 1} - \frac{1}{\ln(1 + x^2)} \right).$

13. (6 分) 设 $y = (1 + x) \ln x^3$, 求 $y^{(n)}(1) (n \geq 2).$

14. (6 分) 设 $f(x)$ 二阶可导, 且 $y = f(\arctan x)$ 求 $y''.$

得分	评卷人

五. 计算题 (3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

15. (6 分) 设函数 $y = y(x)$ 由方程 $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$ 所确定, 求 $\left. \frac{d^2y}{dx^2} \right|_{x=0, y=0}$.

16. (6 分) 计算 $\int 4x^3 \arctan(x^2 - 1) dx$.

17. (6 分) 计算 $\int_{-1}^0 \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$.

18. (6 分) 已知 $\int_0^x e^{(t-1)^3} dt$, 求 $I = \int_0^1 xf(x)dx$ (原题有误)

草稿区

得分	评卷人

五. 应用题 (2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

19. (8 分) 已知抛物线 $y = ax^2$ 与直线 $y = 2x - 1$ 相切与点 $P(x_0, y_0)$ 。过 $P(x_0, y_0)$ 作直线 L 交 x 轴正半轴于点 A , 交 y 轴正半轴于点 B . 假设 O 为坐标系原点, 试求三角形 OAB 面积的最小值.

20. (8 分) 设函数 $f(x)$ 满足 $f(x) = \frac{3}{2(\sqrt{x+2}+2)} + \int_2^7 f(x)dx$ 。求 $f(x)$ 。

得分	评卷人

六. 证明题 (1 小题, 共 6 分)

21. (6 分) 设 $f(x), g(x)$ 在区间 $[a, b]$ 上连续, 证明存在 $\xi \in (a, b)$ 使得

$$f(\xi) \int_a^\xi g(x)dx = g(\xi) \int_\xi^b f(x)dx.$$

草 稿 区