《微积分 2》练习题（理工大类 B 卷）

班级____________ 学号____________ 姓名____________ 得分____________

本套练习题共 19 题，满分 50 分；内容涵盖定积分应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学及其应用、二重积分等四个部分。

一、单项选择题（5 题；每题 2 分，共 10 分）

1．曲线$y=|\ln x|$与直线$x=\dfrac{1}{e}, x=e$及$y=0$所围成的平面图形的面积$A=$(　　)

A、$e-\dfrac{1}{e}$　　B、$e+\dfrac{1}{e}$　　C、$2(1-\dfrac{1}{e})$　　D、$\dfrac{1}{e}+1$

2．极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}}\dfrac{x^2y}{x^4+y^2}=$(　　)

A、等于 0　　B、不存在　　C、等于$\dfrac{1}{2}$　　D、存在且不等于 0 或$\dfrac{1}{2}$

3．若$f(x,x^2)=x^4+2x^3+x, f_x'(x,x^2)=2x^2-2x+1$，则$f_y'(x,x^2)=$(　　)

A、$2x^2+2x+1$　　B、$2x^2+3x+\dfrac{1}{2x}$

C、$2x^2-2x+1$　　D、$2x^2+3x+1$

4．曲面$z=e^{yz}+x\sin(x+y)$在点$\left(\dfrac{\pi}{2},0,1+\dfrac{\pi}{2}\right)$处的法线方程为(　　)

A、$\dfrac{x-\frac{\pi}{2}}{1}=\dfrac{y}{1+\frac{\pi}{2}}=\dfrac{z-1-\frac{\pi}{2}}{1}$　　B、$\dfrac{x-\frac{\pi}{2}}{-1}=\dfrac{y}{1+\frac{\pi}{2}}=\dfrac{z-1-\frac{\pi}{2}}{-1}$

C、$\dfrac{x-\frac{\pi}{2}}{-1}=\dfrac{y}{1+\frac{\pi}{2}}=\dfrac{z-1-\frac{\pi}{2}}{1}$　　D、$\dfrac{x-\frac{\pi}{2}}{1}=\dfrac{y}{1+\frac{\pi}{2}}=\dfrac{z-1-\frac{\pi}{2}}{-1}$

5．二重积分$\iint\limits_D xydxdy$ (其中 D：$0\leqslant y\leqslant x^2, 0\leqslant x\leqslant 1$)的值为(　　)

A、$\dfrac{1}{6}$　　B、$\dfrac{1}{12}$　　C、$\dfrac{1}{2}$　　D、$\dfrac{1}{4}$

二、填空题（10 题；每题 2 分，共 20 分）

1．曲线$y=e^x\ (x\le 0), x=0, y=0$所围成的平面图形绕$ox$轴旋转所得旋转体的体积及绕$oy$轴旋转所得旋转体的体积分别为________及___________.

2．已知$|\boldsymbol{a}|=3,\ |\boldsymbol{b}|=2,\ (\hat{\boldsymbol{a},\boldsymbol{b}})=\dfrac{2\pi}{3}$，则$|(\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b})\times(\boldsymbol{a}-\boldsymbol{b})|=$_______________.

3．曲面 $x^2+4y^2+z^2=4$ 与平面 $x+z=a$ 的交线在 yo 平面上投影方程是___________________________。

4．平面$19x-4y+8z+21=0$和$19x-4y+8z+42=0$之间的距离等于______。

5．极限$\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 1}}(1+xe^y)^{\frac{2y+x}{x}}=$________。

6．设$u=\ln\sqrt{1+x^2+y^2+z^2}$，则$\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)\Big|_{(1,1,1)}=$__________。

7．二元函数$z=x^2-xy+y^2$在点$(-1,1)$处沿方向$\boldsymbol{l}=\{2,1\}$的方向导数.__________。

8．若函数$z=2x^2+2y^2+3xy+ax+by+c$在点$(-2,3)$处取得极小值－3，则常数a,b,c之积$abc=$______。

9．设 D：$0\leqslant x\leqslant 1, 0\leqslant y\leqslant 2(1-x)$,由二重积分的几何意义知$\iint\limits_D\left(1-x-\dfrac{y}{2}\right)dxdy=$_________.

10．设$f(x)$为连续函数，$F(t)=\int_1^t\mathrm{d}y\int_y^t f(x)\mathrm{d}x$，则$F'(2)=$_________________.

三、计算题（4 题；每题 5 分，共 20 分）

1. 计算曲线 $y=\ln(1-x^2)$ 上相应于 $0\le x\le \frac{1}{2}$ 的一段弧的长度.

2. 设 $z=f(u,x,y)$，$u=x\sin y$，其中 f 具有二阶偏导数，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

3. 求椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=2$ 上某点 M 处的切平面 π 的方程，使 π 过已知直线 L：$\frac{x-6}{2}=\frac{y-3}{1}=\frac{2z-1}{-2}$.

4. 设闭区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$，$f(x,y)$ 为 D 上的连续函数，且

$$f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

求 $f(x,y)$.