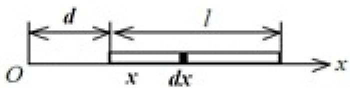
第八章　作业参考解答

3、解：（1）以 q_0 为原点 O，dq 在 q_0 处产生的场

强 $dE = \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 x^2}$，方向向左；整个杆



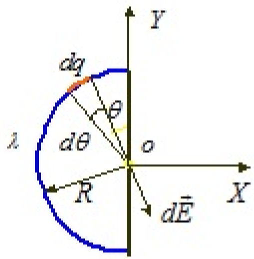
上的电荷在该处产生的场强为：

$$E=\int_d^{d+L}\frac{\lambda dx}{4\pi\varepsilon_0 x^2}=\frac{\lambda}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{d}-\frac{1}{d+L}\right)=\frac{\lambda L}{4\pi\varepsilon_0 d(L+d)}$$

，方向沿 ox 轴负方向

（2） $F=q_0E=9.0N$，方向沿 ox 轴负方向

5、解：电荷元 dq 产生的场强为：$dE=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}$；



根据对称性有：$\int dE_y=0$，则：

$$E=\int dE_x=\int dE\sin\theta=\int_0^{\pi}\frac{\lambda R\sin\theta d\theta}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}.$$

方向沿 x 轴正向。即：$\vec{E}=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 R}\vec{i}$。

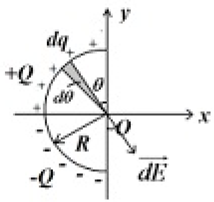
10、解：　球心处的场强可看成是均匀带负电荷的球面与点电荷+Δq 的场强的叠加。均匀带电球面的场强为零。O 点处的场强就是点电荷+Δq 的场强

$$E=\frac{\sigma\Delta S}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\frac{q\Delta S}{16\pi^2\varepsilon_0 R^4}$$

方向：从面积元 ΔS 指向中心 O

12、　在θ处取电荷元 $dq=\lambda dl=\dfrac{2Q}{\pi}d\theta$，在 O 点产生的场

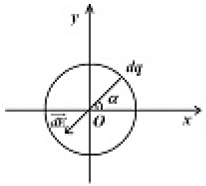
强为 $dE=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R^2}=\dfrac{Qd\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}$　对称性分析：$E_x=0$。



$$dE_y=-dE\cos\theta=\frac{-Q\cos\theta d\theta}{2\pi^2\varepsilon_0 R^2}.$$

$$E_y=2\int_0^{\frac{\pi}{2}}dE_y=\frac{-Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}.\quad \vec{E}=\frac{-Q}{\pi^2\varepsilon_0 R^2}\vec{j}$$

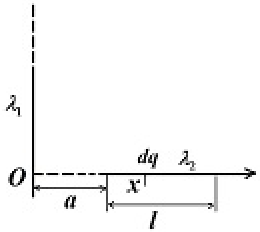
13、在α处取电荷元dq, 在O点处产生的场强为$dE=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0R^2}$，考虑到α在[$\dfrac{\pi}{2}$，$\dfrac{3\pi}{2}$]区间是负电荷，$E_x<0$，$E_y=0$.



$$dE_x=-\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0R^2}\cos\alpha=-\frac{\lambda_0\cos^2\alpha}{4\pi\varepsilon_0R}d\alpha=-\frac{\lambda_0}{4\pi\varepsilon_0R}(\frac{1+\cos2\alpha}{2})d\alpha$$

$E_x=4\int_0^{\frac{\pi}{2}}dE_x=-\dfrac{\lambda_0}{4\varepsilon_0R}$，沿ox轴负方向.

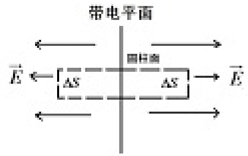
16、在x处取电荷元dq，其受力为$dF=E_1\cdot dq$，$E_1=\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0x}$，



$dF=\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0x}\cdot dq=\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0x}dx$，方向沿ox轴正方向

$F=\int_a^{a+l}dF=\int_a^{a+l}\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0x}dx=\dfrac{\lambda_1\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{a+l}{a}$，方向沿ox轴正方向

20、作垂直于平面的闭合圆柱面，由高斯定理$\Phi=\oint\vec{E}\cdot\vec{ds}=\dfrac{\sum q_i}{\varepsilon_0}$，



$\Phi=2E\cdot\Delta S=\dfrac{\sigma\Delta S}{\varepsilon_0}$，$\Delta S$为圆柱面的底面积，$E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$，方向垂直于平面。

电场线平行于xoy平面，通过平行于xoy的两个平面的电通量为零 Φ=0

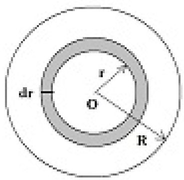
通过平行于yoz两个平面的电通量分别为±200b² Nm²/C

通过平行于xoz两个平面的电通量分别为±300b² Nm²/C

22、在球内取半径r厚度dr的薄球壳，该球壳带电为$dq=\rho dV=Ar\cdot4\pi r^2dr=4\pi Ar^3dr$，

半径为r的球面内的电荷数为$q=\int\rho dV=\int_0^r4\pi Ar^3dr=\pi Ar^4$，（0≤r≤R）由高斯定理

$E_1\cdot4\pi r^2=\dfrac{\pi Ar^4}{\varepsilon_0}$，$E_1=\dfrac{Ar^2}{4\varepsilon_0}$，方向沿径向；同理在球外

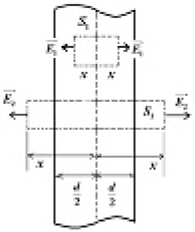


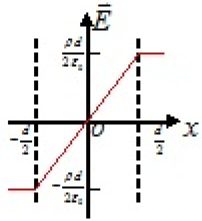
作高斯面r≥R，$E_2\cdot4\pi r^2=\dfrac{\pi AR^4}{\varepsilon_0}$ $E_2=\dfrac{AR^4}{4\varepsilon_0r^2}$，方向沿径向。

26、作闭合圆柱面 $r<R_1$， $\Phi=E\cdot 2\pi rh=\frac{q}{\varepsilon_0}=0$， $E=0$； $R_1<r<R_2$，

$\Phi=E\cdot 2\pi rh=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{\lambda h}{\varepsilon_0}$， $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$；$r>R_2$，$\Phi=E\cdot 2\pi rh=\frac{q}{\varepsilon_0}=\frac{(\lambda-\lambda)h}{\varepsilon_0}=0$，$E=0$

28、在平板内作一个被平板的中间面垂直平分的闭合圆柱面为高斯面，

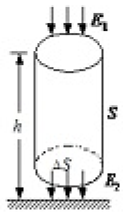




当 $|x|\le\frac{d}{2}$ 时，由 $\Phi=\oint\vec{E}_1\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=2E_1\Delta S=\frac{\rho 2x\Delta S}{\varepsilon_0}$， $E_1=\frac{\rho x}{\varepsilon_0}$；

当 $|x|>\frac{d}{2}$ 时，由 $\Phi=\oint\vec{E}_2\cdot d\vec{S}=\frac{\sum q_i}{\varepsilon_0}=2E_2\Delta S=\frac{\rho 2d\Delta S}{\varepsilon_0}$， $E_2=\frac{\rho d}{2\varepsilon_0}$。

30、 作柱形高斯面 $\Phi=(-E_1+E_2)S=\frac{q}{\varepsilon_0}$， $q=\rho V=\rho Sh$， $h=200m$, $\rho=\frac{\varepsilon_0}{4}$



32、先用高斯定理计算场强分布: $r<R$, $E=0$; $r>R$, $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$；再用电势的定义:

$V_1-V_2=\int_1^2\vec{E}\cdot d\vec{l}$， 设无穷远处电势为零 $V_\infty=0$，

$r>R$, $V(r)=\int_r^\infty\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^\infty\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}$；

$r<R$, $V(r)=\int_r^\infty\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^R\vec{E}\cdot d\vec{l}+\int_R^\infty\vec{E}\cdot d\vec{l}=0+\int_R^\infty\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

34、用高斯定理得到场强分布：r < R，$E=\dfrac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}$；r>R, $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$；再用电势的定义：

$V_1-V_2=\int_1^2 \vec{E}\cdot d\vec{l}$，设无穷远处电势为零$V_\infty=0$，

球外 r>R, $V(r)=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^\infty \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ ；球内 r < R,

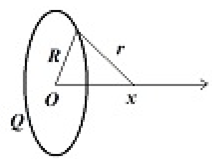
$$V(r)=\int_r^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^R \vec{E}\cdot d\vec{l}+\int_R^\infty \vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_r^R \frac{Qr}{4\pi\varepsilon_0 R^3}dr+\int_R^\infty \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R^3}(\frac{R^2-r^2}{2})+\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$$

$$=\frac{3Q}{8\pi\varepsilon_0 R}-\frac{Qr^2}{8\pi\varepsilon_0 R^3}$$

36、用电势叠加：$dV=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$，半径 r 宽度 dr 的圆环所带的电量$dq=\sigma 2\pi r dr$，

$$V_o=\int_0^R dV=\int_0^R \frac{\sigma 2\pi r dr}{4\pi\varepsilon_0 r}=\int_0^R \frac{\sigma dr}{2\varepsilon_0}=\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}$$

38、取电荷元 dq，$dV=\dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}$，



$V=\int dV=\int \dfrac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r}=\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0 r}\oint dq=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$，$V=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\sqrt{x^2+R^2}}$

42、由高斯定理可知 r=R,E=0;r= R, $E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

（1）规定$V_\infty=0$，r≥R, $V(r)-V(\infty)=V(r)=\int_r^\infty \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ ；

r≤R, $V(r)=\int_r^\infty Edr=\int_r^R 0\cdot dr+\int_R^\infty \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$ ；

（2）规定球面的电势等于零即$V(R)=0$，$V(r)-V(R)=V(r)=\int_r^R E\cdot dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R})$

r≥R, $V(r)=\int_r^R E\cdot dr=\int_r^R \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0}(\dfrac{1}{r}-\dfrac{1}{R})$ ；$r\to\infty$，$V_\infty=-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

r≤R, $V(r)=V(r)=\int_r^R E\cdot dr=\int_r^R 0dr=0$

44、(1) $V_O=\int dV=\int\frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R}$

(2)电场力做功 $A=q(V_\infty-V_O)=-qV_O=-\frac{qQ}{4\pi\varepsilon_0 R}$

47、$E_x=-\frac{\partial V}{\partial x}=-8-24xy$，$E_y=-\frac{\partial V}{\partial y}=-12x^2+40y$

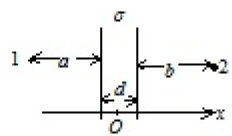
第九章　作业参考解答

2、$V_a-V_b=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(b-a)$

参考解：选坐标如图．由高斯定理，平板内、外的场强分布为：

$E=0$　　　　(板内)

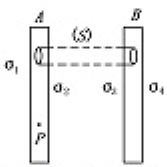
$E_x=\pm\sigma/(2\varepsilon_0)$　　(板外)



导体板为等势体。设板为电势零点：$V_a=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}a$

$V_b=-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}b$，$V_a-V_b=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}(b-a)$

4、设两导体 A、B 的四个平面均匀带电的电荷面密度依次为 σ_1，σ_2，σ_3，σ_4



根据导体静电平衡条件，导体内部场强为零。在导体 A 和 B 内部各取一点 P，其场强由四个均匀带电平面产生的场强叠加而成，并等于零，

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

$$\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_3}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_4}{2\varepsilon_0}=0$$

由电量守恒定律得：$\sigma_1+\sigma_2=\frac{Q_1}{S}$，$\sigma_3+\sigma_4=\frac{Q_2}{S}$ 得：

$\sigma_1=\sigma_4=\frac{Q_1+Q_2}{2S}$，$\sigma_2=-\sigma_3=\frac{Q_1-Q_2}{2S}$

即：$\sigma_A=\sigma_D=\frac{Q_1+Q_2}{2S}$，$\sigma_B=-\sigma_C=\frac{Q_1-Q_2}{2S}$

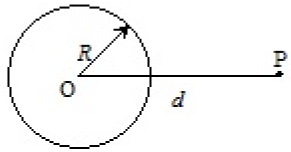
根据导体静电平衡条件，导体内场强处处等于零。在 B 板中任取一点，

6、

$E=\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\frac{\sigma_1}{2\varepsilon_0}-\frac{\sigma_2}{2\varepsilon_0}=0$， B 板本不带电：$\sigma_1+\sigma_2=0$；解方程：$\sigma_1=-\frac{\sigma}{2}$ $\sigma_2=\frac{\sigma}{2}$

解：

8、



（1）$U'=\int\frac{dq'}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R}\int dq'=0$

$E=-E_q+E'=0$

$E'=E_q=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d^2}$

（2）$E=0$

$U=U_O=U_q+U'=U_q=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}$

（3）$U=U_O=U_q+U'=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\int\frac{dq'}{4\pi\varepsilon_0 R}=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 d}+\frac{q'}{4\pi\varepsilon_0 R}=0\rightarrow$

$q'=-\frac{R}{d}q$

10、 $r<R_1$ E=0; $R_1=r=R_2$ $E=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$； $R_2<r<R_3$ E=0；$R_3\leq r$ $E=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

$R_3\leq r$ $V(r)=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 r}$ ；$R_2<r<R_3$ $V(r)=\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$；

$R_1=r=R_2$ $V(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{r}-\frac{1}{R_2})+\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$ ；

$r<R_1$ $V(r)=\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}(\frac{1}{R_1}-\frac{1}{R_2})+\frac{Q+q}{4\pi\varepsilon_0 R_3}$

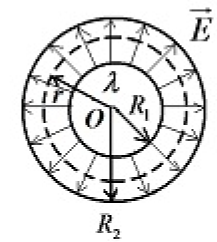
12、A 和 B 相连后形成一个导体，总电荷数为 Q，全部分布在 B 球壳的外表面， A 球上无电荷，$R_1<r<R_2$， 场强 E=0，电势处处相等，$V(r)=V(R_2)=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 R_2}$

14、无限趋近面积元ΔS 时，面积元ΔS 就成为无限大带电平面，它在ΔS 两侧产生的场强为$\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

σ为该处的电荷面密度。可认为导体表面的场强是由面积元ΔS 和导体其它部分以及导体周围所有电荷共同产生的。在导体面积元ΔS 外侧场强 $E=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}+\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$，而导体内侧由于面积元ΔS 的场强在两侧方向相反：$E=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}-\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}=0$

导体表面ΔS 处电荷 $\Delta q=\sigma\Delta S$ 受静电力 $dF=\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}dq=\dfrac{\sigma^2\Delta S}{2\varepsilon_0}$，可以推断无论Δq 是正或负，受到的静电力都是沿法线向外的。

16、设内圆柱单位长度带电量λ， 由高斯定理得到 $R_1<r<R_2$ 区域，场强

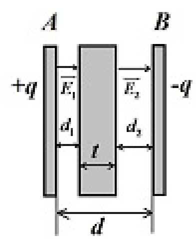


$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$， $V(r)-V(R_2)=\int_r^{R_2}\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}dr=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{r}$ ，

$V(r)-V_2=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{r}$， 按已知条件 $V_1-V_2=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$，

$$V(r)=V_2+\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R_2}{r}=V_2+(V_1-V_2)\frac{\ln\dfrac{R_2}{r}}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$$

18、设两极板各带电±q，金属片距两块板的距离分别为 d_1 和 d_2，金属片内场强为零，电势处处相等，故两极板的电势差



$V_A-V_B=E_1d_1+E_2d_2$，可以用高斯定理求出电容器 A 板与金属片之间的场强为 $E_1=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$， B 板与金属片之间的场强为 $E_2=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$，

$E_1=E_2=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}$，按电容器的定义：$C=\dfrac{q}{V_A-V_B}$，

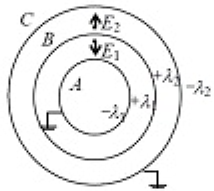
$V_A-V_B=E_1d_1+E_2d_2=\dfrac{\sigma}{\varepsilon_0}(d-t)$ ，$C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-t}$ ；从 C 的公式来看，C 与 d 和 t 有关，而金属片安放的位置对电容大小无影响。

20、（1）两球电势相等 $V_a=V_b$， 设两球分别带电 q_a 和 q_b，$q_a+q_b=Q$ 它们相距很远：

$V_a=V_b=\dfrac{q_a}{4\pi\varepsilon_0 a}=\dfrac{q_b}{4\pi\varepsilon_0 b}$ ，得到 $q_a=\dfrac{aQ}{a+b}$ ，$q_b=\dfrac{bQ}{a+b}$

（2）电容器电容 $C=\dfrac{Q}{V}=\dfrac{Q}{\dfrac{q_a}{4\pi\varepsilon_0 a}}=4\pi\varepsilon_0(a+b)$

22、设 B 带正电，内表面电荷线密度 λ_1，外表面电荷线密度 λ_2，

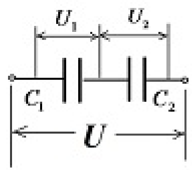


由高斯定理求出场强分布 $E_1=\dfrac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 r}$， 方向由 B 指向 A;

$E_2=\dfrac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 r}$，方向指 B 向 C; A、C 接地，$U_{BA}=U_{BC}$，

$\int_B^A E_1 dr=\int_B^C E_2 dr$，得 $\dfrac{\lambda_1}{\lambda_2}=\dfrac{\ln\dfrac{R_c}{R_b}}{\ln\dfrac{R_b}{R_a}}$

34、电容器串联 $\dfrac{1}{C}=\dfrac{1}{C_1}+\dfrac{1}{C_2}$，这两个电容器两端的电压



U=700V，两端带电 $Q=CU$，C_1 两端的电压

$U_1=\dfrac{Q}{C_1}=280V$，而 C_2 两端的电压 $U_2=\dfrac{Q}{C_{21}}=420V$，超

出规定的耐压值，将要击穿。一旦 C_2 击穿，C_1 两端的电势差

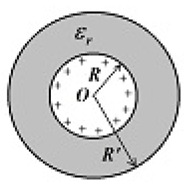
将要达到 700V，也要击穿。

24、设 q₂ 在 q₁ 的电场里，点电荷 q₁ 在无限大均匀电介质中，用电介质中的高斯定理，

$\oint\vec{D}\cdot d\vec{s}=\sum q_i$，作闭合球面 $\oint D\cdot ds=D\cdot 4\pi r^2=q_1$，$D=\dfrac{q_1}{4\pi r^2}=\varepsilon_0\varepsilon_r E$，q₁ 的场强为

$E_1=\dfrac{q_1}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$，q₂ 受到的 q₁ 静电力 $F=q_2E_1=\dfrac{q_1q_2}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$

26、（1）根据导体静电平衡条件球内 r＜R， E=0；介质中 R＜r＜R'，用



电介质中的高斯定理，求出 $D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}=\varepsilon_0\varepsilon_r E$，$E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$；介质

外 r＞R'，真空中 $D=\dfrac{Q}{4\pi r^2}=\varepsilon_0 E$，$E=\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}$

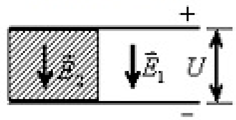
（2）r > R'， $V(r)=\int_r^{\infty}Edr=\int_r^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r}$

R < r < R'， $V(r)=\int_r^{\infty}Edr=\int_r^{R'}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}dr+\int_{R'}^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\frac{1}{r}+\frac{\varepsilon_r-1}{R'})$ ；

（3）r=R, 金属球内场强为零，电势处处相等:

$$V(r)=V(R)=\int_r^{\infty}Edr=\int_r^{R}0dr+\int_R^{R'}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}dr+\int_{R'}^{\infty}\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}dr=\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}(\frac{1}{R}+\frac{\varepsilon_r-1}{R'})$$

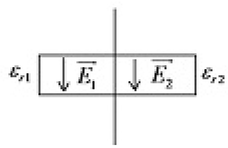
28、



在有介质和无介质两部分，它们的电势差 U 相等，所以这两部分里场强相等 $E_1=E_2$，做高斯面可得 $D_1=\sigma_1$，

$D_2=\sigma_2$； $D_1=\varepsilon_0 E_1=\sigma_1$， $D_2=\varepsilon_0\varepsilon_r E_2=\sigma_2$；

$$\frac{\sigma_2}{\sigma_1}=\frac{D_2}{D_1}=\varepsilon_r$$



30、设两个介质的极板上各有电荷 q_1 和 q_2，共有电荷 $q=q_1+q_2$，

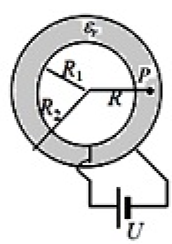
由于这两个介质的电势差相等，因此它们的场强也相等：$E_1=E_2$，

若这两部分对应的面积 S_1 和 S_2，电容器的面积 $S=S_1+S_2$，电位移 $D_1=\varepsilon_0\varepsilon_{r1}E_1=\sigma_1=\frac{q_1}{S_1}$，$D_2=\varepsilon_0\varepsilon_{r2}E_2=\sigma_2=\frac{q_2}{S_2}$ ， $C=\frac{q}{V_A-V_B}=\frac{q_1}{V_A-V_B}+\frac{q_2}{V_A-V_B}$，

$$\frac{q_1}{V_A-V_B}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S_1}{d}，\frac{q_2}{V_A-V_B}=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S_2}{d}，$$

$C=\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r1}S_1}{d}+\frac{\varepsilon_0\varepsilon_{r2}S_2}{d}=C_1+C_2$， $C=\frac{\varepsilon_0(\varepsilon_{r1}S_1+\varepsilon_{r2}S_2)}{d}$， 按题意 $S_1=S_2=\frac{S}{2}$，

$$C=\frac{\varepsilon_0 S}{2d}(\varepsilon_{r1}+\varepsilon_{r2})$$



电容器内 $R_1\le r\le R_2$，设两板带电线密度λ，由介质中的高斯定理得到电位移 $D=\frac{\lambda}{2\pi r}$， $E=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$ ；按已知条件两极之间的电势差 $U=V(R_2)-V(R_1)=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}=32V$ ，可求

32、出λ，则 P 点的电势$V(r)-V(R_2)=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\dfrac{R_2}{r}=12.5V$． P 点的场强 r=3.5cm，

E=998V/m，沿径向向外。

36、（1）由题给条件$L>>(R_2-R_1)$，忽略边缘效应，取半径为r的同轴圆柱面(S)，应用高斯定理：$\oint\vec{D}\cdot d\vec{S}=\sum q_i$，当$(R_1<r<R_2)$时，$\oint\vec{D}\cdot d\vec{S}=D\cdot 2\pi rL=\lambda L$可求出两柱面之间的场强$E=\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}$， 两柱面之间的电势差

$$V_1-V_2=\int_1^2\vec{E}\cdot d\vec{l}=\int_{R_1}^{R_2}Edr=\int_{R_1}^{R_2}\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r}dr=\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\frac{R_2}{R_1}$$

电容器的电容：$C=\dfrac{Q}{V_1-V_2}=\dfrac{\lambda L}{V_1-V_2}=\dfrac{\lambda L}{\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\dfrac{R_2}{R_1}}=\dfrac{2\pi\varepsilon_0\varepsilon_r L}{\ln\dfrac{R_2}{R_1}}$

（2）电容器贮存的能量$W=\dfrac{Q^2}{2C}=\dfrac{\lambda^2L^2}{2C}$， $W=\dfrac{\lambda^2 L}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$

40、当导体板被抽出后电容变化了，可以断定电容器里的能量发生了变化。由于是断开电源电容器上所带的电量不变。外力作的功等于电容器的能量的增量：$A=\Delta W=\dfrac{Q^2}{2}(\dfrac{1}{C_2}-\dfrac{1}{C_1})$

$Q=C_1U$，导体板抽出前电容$C_1=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d-t}$ ，抽出后电容$C_2=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，外力作功$A=\dfrac{\varepsilon_0 StU^2}{2(d-t)^2}$

42、电荷-Q 均匀分布在导体球外表面，按有电介质时的高斯定理可得$D=-\dfrac{Q}{4\pi r^2}$ ，

$E=-\dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0\varepsilon_r r^2}$ ；导体内场强等于零，静电能也为零，静电场能量在球外。在电场中取半径 r 厚度 dr 的球形薄壳，体积为$dV=4\pi r^2dr$，静电能$dW=(\dfrac{1}{2}DE)dV$， 电场能量

$$W=\int_R^\infty dW=\int_R^\infty\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon r^2}dr=\frac{Q^2}{8\pi\varepsilon R}$$

44、（1）与电源保持连接时，电容器的能量变化是外力与电源共同做功的结果，另外在极板间距拉大同时电容器的两端的电势差是保持不变的。因此整个过程中电容器的能量变化为$\Delta W=\dfrac{1}{2}(C_2-C_1)U^2=A_{外}+A_{电}$， 设ΔQ 为电容器两端的电量变化量，则电源做功$A_{电}=\Delta QU=(C_2-C_1)U^2$，$C_1=C=\dfrac{\varepsilon_0 S}{d}$，$C_2=\dfrac{\varepsilon_0 S}{nd}=\dfrac{C}{n}$ 得

$A_{外}=-\frac{1}{2}(C_2-C_1)U^2=\frac{1}{2}CU^2(1-\frac{1}{n})$，$A_{外}>0$，外力作正功， $A_{电}<0$，电源作负功。

（2）断开电源，整个过程中电源不作功，电容器上所带电量也不变，电容器的能量变化等于外力作的功：$A_{外}=\Delta W=\frac{Q^2}{2}(\frac{1}{C_2}-\frac{1}{C_1})$， $A_{外}=\frac{1}{2}CU^2(n-1)$，外力作正功。

第十章　作业参考解答

2、解：$B=\dfrac{\mu_0 I}{4\pi a}$ =5.00×10^{-5} T　方向垂直纸面向内

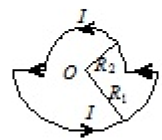
4、解 P 点处的 B 是由两载流直导线共同产生的，B_1与 B_2 的方向相同，均为⊙

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left[\sin 60^\circ-\sin(-90^\circ)\right]+\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left[\sin 90^\circ-\sin(-60^\circ)\right]$$

$$=2\frac{\mu_0 I}{4\pi r}\left(\sin 60^\circ+\sin 90^\circ\right)=3.73\times10^{-3}\,\mathrm{T}$$

方向垂直纸面向外。

6、解：(1)　$B>B_2$ 可知 $B=B_1+B_2$，故闭合回路形状如图所示.



(2)　$B_1=\mu_0 I/4R_1$，$B_2=\mu_0 I/4R_2$

$$B=B_1+B_2=\frac{\mu_0 I(R_1+R_2)}{4R_1R_2}$$

11、解 以 O 为圆心，在线圈所在平面处作一半径为 r 的圆，则在 r 到 r+dr 范围内线圈的匝数为 $\dfrac{N}{R_2-R_1}\mathrm{d}r$ 并可作圆电流看待，由圆电流在圆心处的磁场公式，得　$\mathrm{d}B=\dfrac{\mu_0 NI}{2r(R_2-R_1)}\mathrm{d}r$

O 点的磁感应强度为　$B=\int\mathrm{d}B=\int_{R_1}^{R_2}\dfrac{\mu_0 NI}{2r(R_2-R_1)}\mathrm{d}r=\dfrac{\mu_0 NI}{2(R_2-R_1)}\ln\dfrac{R_2}{R_1}$，方向⊙。

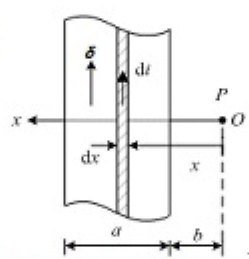
12、解 由毕-萨定律的微分形式，$\mathrm{d}\boldsymbol{B}=\dfrac{\mu_0}{4\pi}\cdot\dfrac{I\mathrm{d}\boldsymbol{l}\times\boldsymbol{r}}{r^3}$，电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_1$ 在 O 点产生的元磁场 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}_1$ 的方向沿 z 轴负方向，电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_2$ 在 O 点产生的元磁场 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}_2$ 沿 x 轴负方向，电流元 $I\mathrm{d}\boldsymbol{l}_3$ 在 O 点产生的元磁场 $\mathrm{d}\boldsymbol{B}_3$ 沿 x 轴负方向。

由直电流磁场公式及圆弧电流在其圆心处的磁场公式可求得 O 点的总磁感应强度为

$$\boldsymbol{B}=-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\pi+1)\boldsymbol{i}-\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\boldsymbol{k}$$

16、解 通电导体板可视为由无数细电流镶拼而成的，故可利用无限长载流直导线的公式求解。

在离 P 点 x 处取宽度为 dx 的无限长细电流条，其电流 $\mathrm{d}i=\delta\mathrm{d}x$，在 P 点产生的磁感应强度值为



$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}i}{2\pi x}=\frac{\mu_0\delta\mathrm{d}x}{2\pi x}$$

方向垂直纸面向里。

所有载流长条在 P 点产生的磁感应强度的方向都相同，载流平板在 P 点产生的磁感应强度值为

$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\delta}{2\pi}\int_b^{a+b}\frac{\mathrm{d}x}{x}=\frac{\mu_0\delta}{2\pi}\ln\frac{a+b}{b}$$　方向垂直纸面向里。

14、解： $I = R\lambda\omega$ $B = B_y = \dfrac{\mu_0 R^3\lambda\omega}{2(R^2+y^2)^{3/2}}$ $\vec{B}$ 的方向与 y 轴正向一致.

18、解 螺绕环内磁感应线以螺绕环中心轴线为圆心构成同心圆，取半径为 r 的圆周为积分环路，有

$$\oint_L B\cdot \mathrm{d}l = 2\pi r B = \mu_0 \Sigma I$$

$r < R_1$ $B_1 2\pi r = 0$ $B_1 = 0$

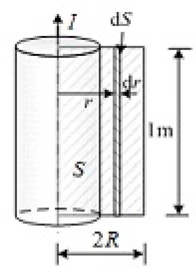
$R_2 > r > R_1$ $B_2 2\pi r = \mu_0 NI$ $B_2 = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

$r > R_2$ $B_3 2\pi r = 0$ $B_3 = 0$

在螺绕环内磁感应强度 B 沿积分圆周回路的切线方向，指向与电流成右手螺旋关系。若 $R_2 - R_1 \ll R_1$ 和 R_2，则环内的磁场的值近似可视为均匀分布，设螺绕环的平均半径 $R = \dfrac{1}{2}(R_1 + R_2)$，则环内的磁感应强度值近似为

$$B \approx \frac{\mu_0 NI}{2\pi R}$$

20、解 本题的电流分布满足安培环路定理求磁场的条件，由安培环路定理易求得圆柱体内外的磁感应强度值的分布为



$$B = \begin{cases} \dfrac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r, & (r \le R) \\ \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}, & (r > R) \end{cases}$$

在离圆柱体轴线 r 处的画斜线平面上取宽 $\mathrm{d}r$ 的面积条，其磁通量为

$$\mathrm{d}\Phi = B\mathrm{d}S = B\cdot(1\cdot \mathrm{d}r)$$

斜线平面的磁通量为

$$\Phi = \int \mathrm{d}\Phi = \int B\mathrm{d}r = \int_0^R \frac{\mu_0 I}{2\pi R^2} r\mathrm{d}r + \int_R^{2R} \frac{\mu_0 I}{2\pi r}\mathrm{d}r = \frac{\mu_0 I}{4\pi} + \frac{\mu_0 I}{2\pi}\ln 2$$

22、解 （1）电流元 $I_1\mathrm{d}l_1$ 在电流元 $I_2\mathrm{d}l_2$ 位置产生的元磁场为 $\mathrm{d}B_1 = \dfrac{\mu_0 I_1 \mathrm{d}l_1 \times r_{12}}{4\pi r_{12}^{\ 2}}$，它对电流元 $I_2\mathrm{d}l_2$ 的作用力为

$$\mathrm{d}F_{21} = I_2\mathrm{d}l_2 \times \mathrm{d}B_1 = I_2\mathrm{d}l_2 \times \frac{\mu_0 I_1 \mathrm{d}l_1 \times r_{12}}{4\pi r_{12}^{\ 2}}$$

（2）无限长直线电流 I_1 在电流元 $I_2\mathrm{d}l_2$ 处产生的磁场为

$$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi a}，方向 \otimes$$

电流元 $I_2\mathrm{d}l_2$ 受力为

$\mathrm{d}\vec{F}=I_2\mathrm{d}\vec{l}_2\times\vec{B}_1$，其值 $\mathrm{d}F=I_2\mathrm{d}l_2B_1=I_2\mathrm{d}l_2\dfrac{\mu_0I_1}{2\pi a}$，方向垂直指向电流 I_1。单位长度受力

$$\frac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l_2}=\frac{\mu_0I_1I_2}{2\pi a}$$

同理可得 $\dfrac{\mathrm{d}F}{\mathrm{d}l_1}=\dfrac{\mu_0I_1I_2}{2\pi a}$ 方向垂直指向电流 I_2。

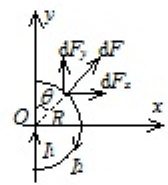
24、解：长直导线在周围空间产生的磁场分布为 $B=\mu_0I_1/(2\pi r)$ 取 xOy 坐标系如图，

则在半圆线圈所在处各点产生的磁感强度大小为：

$$B=\frac{\mu_0I_1}{2\pi R\sin\theta}$$，方向垂直纸面向里，

式中 θ 为场点至圆心的联线与 y 轴的夹角．半圆线圈上 $\mathrm{d}l$ 段线电流所受的力为：

$$\mathrm{d}F=\left|I_2\,\mathrm{d}\vec{l}\times\vec{B}\right|=I_2B\,\mathrm{d}l$$



$$=\frac{\mu_0I_1I_2}{2\pi R\sin\theta}R\,\mathrm{d}\theta$$

$$\mathrm{d}F_y=\mathrm{d}F\sin\theta\,.$$

根据对称性知：$F_y=\int\mathrm{d}F_y=0$

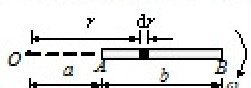
$$\mathrm{d}F_x=\mathrm{d}F\cos\theta\,,$$

$$F_x=\int_0^{\pi}dF_x=\frac{\mu_0I_1I_2}{2\pi}\pi=\frac{\mu_0I_1I_2}{2}$$

∴半圆线圈受 I_1 的磁力的大小为：

$$F=\frac{\mu_0I_1I_2}{2}$$，方向：垂直 I_1 向右．

32、解（1）在带电细线离 O 点 r 处取线元 $\mathrm{d}r$，其带电量 $\mathrm{d}q=\lambda\mathrm{d}r$，旋转时相当于一圆电流，



$\mathrm{d}I=\dfrac{\mathrm{d}q}{T}=\dfrac{\mathrm{d}q\,\omega}{2\pi}=\dfrac{\lambda\omega}{2\pi}\mathrm{d}r$。它在 O 点产生的磁感应强度值为

$$\mathrm{d}B=\frac{\mu_0\mathrm{d}I}{2r}=\frac{\lambda\mu_0\omega}{4\pi}\cdot\frac{\mathrm{d}r}{r}$$

整条带电线产生的磁感应强度为

$$B=\int\mathrm{d}B=\frac{\lambda\omega\mu_0}{4\pi}\int_a^{a+b}\frac{\mathrm{d}r}{r}=\frac{\lambda\mu_0\omega}{4\pi}\ln\frac{a+b}{a}$$

当 $\lambda>0$ 时，B 的方向垂直纸面向内；当 $\lambda<0$ 时，B 的方向垂直纸面向外。

（2）上述带电线元旋转产生的磁矩值为

$$\mathrm{d}p_m=\pi r^2\mathrm{d}I=\frac{1}{2}\lambda\omega r^2\mathrm{d}r$$

整条带电线旋转产生的磁矩值为

$$p_m=\int dp_m=\int_a^{a+b}\frac{1}{2}\lambda\omega r^2 dr=\frac{\lambda\omega}{6}\left[(a+b)^3-a^3\right]$$

当$\lambda>0$时，p_m的方向垂直纸面向内；当$\lambda<0$时，p_m的方向垂直纸面向外。

（3）若$a>>b$，则$\ln\frac{a+b}{a}\approx\frac{b}{a}$，$B=\frac{\mu_0\omega q}{4\pi a}$，式中$q=\lambda b$。

过渡到点电荷的情况，当$\lambda>0$时，B的方向垂直图面向里，反之则向外。

同理在$a>>b$时，$(a+b)^3\approx a^3(1+\frac{3b}{a})$，所以

$$p_m\approx\frac{\lambda\omega}{6}\left[a^3\left(1+\frac{3b}{a}\right)-a^3\right]=\frac{1}{2}q\omega a^2$$

与点电荷运动时产生的磁矩相同。

33、解 $p_m=IS\sin\theta=\frac{1}{2}\pi I(R_2^2-R_1^2)$ （θ 为面法线方向与磁感强度$\bar{B}$之间的夹角）

$M_m=p_m B\sin\beta=\frac{1}{2}\pi IB(R_2^2-R_1^2)$（β 为磁矩方向与磁感强度$\bar{B}$之间的夹角）

34、解 设圆线圈磁矩为p_{m1}，方线圈磁矩为p_{m2}，则$p_{m1}=\pi R^2 I_1, p_{m2}=a^2 I_2$。

由已知条件，$p_{m1}:p_{m2}=2:1$，得$I_2=\frac{\pi R^2}{2a^2}I_1$。

由直电流的磁场公式，正方形一边在其中心处产生的磁感应强度为$B_1=\frac{\mu_0 I_2}{\sqrt{2}\pi a}$。正方形各边在其中心产生的磁感应强度大小相等，方向相同，因此中心O'处总的磁感应强度的大小为 $B_0'=4B_1=\frac{2\sqrt{2}\mu_0 I_2}{\pi a}=\frac{\sqrt{2}\mu_0 R^2 I_1}{a^3}$

圆电流在其圆心产生的磁场为 $B_0=\frac{\mu_0 I_1}{2R}$

代入正方形线圈中心的磁场公式，得 $B_0'=\left(\frac{\sqrt{2}R}{a}\right)^3 B_0$

第十一章　作业参考解答

1、解：$\oint \bar{H}\cdot d\bar{l}=\sum I_i$　$2\pi rH=I$ $H=\dfrac{I}{2\pi r}$ $B=\mu H=\dfrac{\mu I}{2\pi r}$

2、解：$B=\mu_0\mu_r nI$ $H=nI$

4、解 螺绕环内的磁感应强度具有同心圆的轴对称分布，对均匀密绕的细螺绕环可认为环内的磁感应强度均匀；环外的磁感应强度为零。磁场强度 H 的环流仅与传导电流有关，形式上与磁介质的磁化无关。

（1）管内为真空时的磁场强度，由安培环路定理

$$\oint_L \boldsymbol{H}_0\cdot d\boldsymbol{l}=\sum_i I_i$$

得　$$H_0=nI=\frac{N}{l}I=200\ \text{A/m}$$

磁感应强度为　$$B_0=\mu_0 H_0=2.51\times10^{-4}\ \text{T}$$

（2）管内充满磁介质时，仍由安培环路定理可得

$$H=nI=\frac{N}{l}I=200\ \text{A/m}$$

磁感应强度为　$$B=\mu H=\mu_0\mu_r H=1.06\ \text{T}$$

$B>>B_0$，管内的磁介质是铁磁质。

（3）磁介质内由导线中电流产生的磁感应强度

为　$$B_0=2.51\times10^{-4}\ \text{T}$$

磁化电流产生的磁场为　$$B'=B-B_0=1.06\ \text{T}$$

7、$r<R_1$，$\oint \bar{H}\cdot d\bar{l}=\sum I_i$，$2\pi rH=\dfrac{r^2}{R_1^2}I$，$H=\dfrac{r}{2\pi R_1^2}I$，$B=\mu H=\mu_0\dfrac{r}{2\pi R_1^2}I$

$R_1<r<R_2$，$\oint \bar{H}\cdot d\bar{l}=\sum I_i$，$2\pi rH=I$，$H=\dfrac{I}{2\pi r}$，$B=\mu H=\dfrac{\mu_0\mu_r I}{2\pi r}$

$R_2<r<R_3$，$\oint \bar{H}\cdot d\bar{l}=\sum I_i$，$2\pi rH=I-\dfrac{r^2-R_2^2}{R_3^2-R_2^2}I$，$B=\mu H=\dfrac{\mu_0 I}{2\pi r}\dfrac{R_3^2-r^2}{R_3^2-R_2^2}$

$R_3<r$，$\oint \bar{H}\cdot d\bar{l}=\sum I_i$，$2\pi rH=I-I=0$，$B=0$.

第十二章　作业参考解答

3、解：$\varepsilon=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=\int_a^b vB\,dl=\int_1^2 v\frac{\mu_0 I_0}{2\pi x}dx=-\frac{\mu_0 v I_0}{2\pi}\ln 2$ =1.11×10⁻⁵ V　　A 端电势较高

4、解：(1)　$U_{OM}=U_O-U_M=\frac{1}{2}\omega a^2 B$

(2) 添加辅助线 ON，由于整个△OMN 内感应电动势为零，所以 $\varepsilon_{OM}+\varepsilon_{MN}=\varepsilon_{ON}$ 哋，即

可直接由辅助线上的电动势？$_{ON}$来代替 OM、MN 两段内的电动势

$\overline{ON}=2a\cos 30°=\sqrt{3}a$ $U_{ON}=U_O-U_N=\frac{1}{2}\omega B(\sqrt{3}a)^2=3\omega a^2 B/2$

(3)　O 点电势最高.

6、(1) $\Phi(t)=\int_s\vec{B}\cdot d\vec{s}=\int_{a+vt}^{b+vt}\frac{\mu_0 I}{2\pi r}l\,dr=\frac{\mu_0 Il}{2\pi}\ln\frac{b+vt}{a+vt}$

(2)　$\varepsilon_i=-\frac{d\Phi}{dt}\Big|_{t=0}=\frac{\mu_0 Ilv(b-a)}{2\pi ab}$.　ε_i 方向沿顺时针方向。

8、解：(1) $\overline{ab}$ 所处的磁场不均匀，建立坐标 ox，x 沿 ab 方向，原点在长直导线处，

则 x 处的磁场为 $B=\frac{\mu_0 i}{2\pi x}$，$i=I_0$

沿 a→b 方向 $\varepsilon=\int_a^b(\vec{v}\times\vec{B})\cdot d\vec{l}=-\int_a^b vB\,dl=-\int_{l_0}^{l_0+l_1}v\frac{\mu_0 I_0}{2\pi x}dx=-\frac{\mu_0 v I_0}{2\pi}\ln\frac{l_0+l_1}{l_0}$

故 $U_a>U_b$

(2)　$i=I_0\cos\omega t$，以 abcda 作为回路正方向，$\Phi=\int Bl_2\,dx=\int_{l_0}^{l_0+l_1}\frac{\mu_0 i l_2}{2\pi x}dx$

上式中 $l_2=vt$，　则有 $\varepsilon=-\frac{d\Phi}{dt}=-\frac{d}{dt}\left(\int_{l_0}^{l_0+l_1}\frac{\mu_0 i l_2}{2\pi x}dx\right)$

$$=\frac{\mu_0 I_0}{2\pi}v\left(\ln\frac{l_0+l_1}{l_0}\right)(\omega t\sin\omega t-\cos\omega t)$$

14、解：先求长直导线与矩形线圈间的互感系数 M，若长直导线中通有电流 I_1，则空间的磁场分布为 $B=\mu_0 I_1/(2\pi r)$.

穿过矩形线圈的磁通为 $\Phi=\int\vec{B}\cdot d\vec{S}=\frac{\mu_0 I_1}{2\pi}\int_c^{c+a}\frac{1}{r}b\,dr=\frac{\mu_0 b I_1}{2\pi}\ln\frac{c+a}{a}$

互感系数 $M=\Phi/I_1=\frac{\mu_0 b}{2\pi}\ln\frac{c+a}{a}$

当矩形线圈中通有变化的电流时，(设顺时针方向为电流的正方向，直导线中的感应电动势以从下向上为正)长直导线中的感应电动势为

$$\varepsilon=-M\frac{dI}{dt}=-\frac{\mu_0 I_0 b\omega}{2\pi}\ln\frac{c+a}{a}\cos\omega t$$

18、解：设螺线环中通电流 I，在环内取以环中心为圆心、半径为 r 的圆形回路，由安培环路定理 $\oint_L \vec{B} d\vec{l} = \mu_0 \sum I$ 得 $2\pi r B = \mu_0 NI$，$\therefore B = \dfrac{\mu_0 NI}{2\pi r}$

通过螺线管矩形截面的磁通链数 ψ 为

$$\psi = N\int_{R_1}^{R_2} \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} h dr = \frac{\mu_0 N^2 hI}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1} \quad , \quad \therefore L = \frac{\varphi}{I} = \frac{\mu_0 N^2 h}{2\pi} \ln\frac{R_2}{R_1}$$

21、解：(1) $\mathrm{d}\Phi = \vec{B}\cdot \mathrm{d}\vec{S} = Bl\,\mathrm{d}r$ $B = \mu_0 I/(2\pi r)$

$\therefore \Phi = \int_a^b \dfrac{\mu_0 I}{2\pi r} l\,\mathrm{d}r = \dfrac{\mu_0 I\, l}{2\pi} \ln\dfrac{b}{a}$， $\varepsilon_i = -\dfrac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = -\dfrac{\mu_0\, l}{2\pi}(\ln\dfrac{b}{a})\dfrac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}t} = \dfrac{3\mu_0 l I_0}{2\pi}\ln\dfrac{b}{a}\mathrm{e}^{-3t}$ 感应电流方向为顺时针方向.

(2) $M = \dfrac{\Phi}{I} = \dfrac{\mu_0 l}{2\pi} \ln\dfrac{b}{a}$

24、证：以电源在线圈中通电为例讨论，在线圈中的电流由 0 增加到 I_0 的过程中，中产生的自感电动势的大小为 $\varepsilon_L = -L\dfrac{dI}{dt}$

电源及抗自感电动势作功的大小为 $A = \int_0^t -\varepsilon_L I dt = \int_0^{I_0} LIdI = \dfrac{1}{2}LI_0^2$

由能量守恒定律知，电源及抗自感电动势作功所消耗的能量完全转变为载流线圈的磁能，即

$\overline{W}_m = \dfrac{1}{2}LI_0^2$

27、解：$w = \dfrac{1}{2}B^2/\mu_0$， $B = \mu_0 nI$.

$$W_1 = \frac{B^2 V}{2\mu_0} = \frac{\mu_0^2 n^2 I^2 l}{2\mu_0}\pi(\frac{d_1^2}{4}),\quad W_2 = \frac{1}{2}\mu_0 n^2 I^2 l\pi(d_2^2/4).$$

$$W_1 : W_2 = d_1^2 : d_2^2 = 1:16.$$