《微积分 2》练习题（理工大类 D 卷）

班级___________ 学号___________ 姓名___________ 得分___________

本套练习题共 19 题，满分 50 分；内容涵盖定积分应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学及其应用、二重积分等四个部分。

一、单项选择题（5 题；每题 2 分，共 10 分）

1. 曲线$x^{\frac{2}{3}}+y^{\frac{2}{3}}=a^{\frac{2}{3}}$所围成的平面图形绕$ox$轴旋转一周得到的旋转体的体积$V=$(　　)

A、$\frac{8}{105}\pi a^3$　　B、$\frac{16}{105}\pi a^3$　　C、$\frac{32}{105}\pi a^3$　　D、$\frac{4}{3}\pi a^3$

2. 函数 $f(x,y)=\begin{cases}\dfrac{2x^2+y^2}{x^2+y^2} & (x,y)\neq(0,0)\\ 0 & (x,y)=(0,0)\end{cases}$ 在(0，0)点（　　）。

A、连续　　B、有极限但不连续

C、极限不存在　　D、无定义

3. 设$u=\arctan\frac{y}{x}$，则$\frac{\partial^2 u}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial y^2}$（　　）

A、$\frac{4xy}{(x^2+y^2)^2}$　　B、$\frac{-4xy}{(x^2+y^2)^2}$　　C、0　　D、$\frac{2xy}{(x^2+y^2)^2}$

4. 设曲线$\begin{cases}x-y-z=0\\ x^2-y^2-z^2=0\end{cases}$在点$(1,1,0)$处的法平面为$S$，则点$(0,-2,2)$到$S$的距离是(　　)

A、$\frac{\sqrt{2}}{4}$　　B、$2\sqrt{2}$　　C、2　　D、$\frac{2}{\sqrt{3}}$

5. 若区域D为$|x|\leqslant 1, |y|\leqslant 1$,则$\iint\limits_D xe^{\cos(xy)}\sin(xy)dxdy=$（　　）

A、 e;　　B、 e^{-1};

C、 0;　　D、π .

二、填空题（10 题；每题 2 分，共 20 分）

1. 已知点$A(5,-1,4), B(2,3,-1), C(1,1,1)$，则$\angle ABC=$_______ 。

2. 过点$(-1,2,1)$且平行直线$\begin{cases}x+y-2z-1=0\\ x+2y-z+1=0\end{cases}$的直线方程为__________________ 。

3. 球面$x^2+y^2+z^2=R^2$与$x+z=a$交线在xoy平面上投影曲线的方程是______________________(其中$0<a<R$)。

4. 直线$\begin{cases}x+2y-z-2=0\\ x+y-3z-7=0\end{cases}$的方向余弦为_____ 。

5. 过球面$x^2+y^2+z^2-6x+2y=15$上一点$P(3,3,3)$处的球面的切平面方程为______________________ 。

6. 设$z=(2x+1)^{xy}$，dz =____________________________

7. 极限$\lim\limits_{\substack{x\to0\\ y\to1}}(1+xe^y)^{\frac{2y+x}{x}}=$_______ 。

8. 二元函数$z=x^2-xy+y^2$在点$(-1,1)$处沿方向$\boldsymbol{l}=\{2,1\}$的方向导数为 _________ 。

9. 设区域D是$x^2+y^2\leqslant 1$与$x^2+y^2\leqslant 2x$的公共部分，试写出$\iint\limits_D f(x,y)dxdy$在极坐标系下先对$r$积分的累次积分________________.

10. 设$f(x)$为连续函数，$F(t)=\int_1^t dy\int_y^t f(x)dx$，则$F'(2)=$_________________.

三、计算题（4 题；每题 5 分，共 20 分）

1. 求曲线$y=1-x^2$与x轴围成的封闭图形的面积；并求该封闭图形绕直线$y=2$旋转所得的旋转体体积.

2. 求椭球面 $x^2+2y^2+3z^2=21$ 上某点 M 处的切平面 π 的方程，使 π 过已知直线

3. 求 $u=x^2-y^2+6$ 在闭区域 $x^2+\dfrac{y^2}{4}\le 1$ 上的最大值和最小值.

4. 设闭区域 $D=\{(x,y)\,|\,x^2+y^2\le 1\}$，$f(x,y)$ 为 D 上的连续函数，且

$$f(x,y)=\sqrt{1-x^2-y^2}-\frac{8}{\pi}\iint_D f(x,y)\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

求 $f(x,y)$.