第一章 习题参考解答

1、（1） $x=2t,\ y=19-2t^2$， $y=19-\dfrac{x^2}{2}$

（2）$\vec{v}=\dfrac{\Delta\vec{r}}{\Delta t}$， $\vec{r}=2t\vec{i}+(19-2t^2)\vec{j}$，$\vec{r}(2)=4\vec{i}+11\vec{j}$，$\vec{r}(1)=2\vec{i}+17\vec{j}$，$\Delta\vec{r}=2\vec{i}-6\vec{j}$，

$\vec{v}=2\vec{i}-6\vec{j}$ m/s；即大小为$v=2\sqrt{10}$ m/s；与 x 正向夹角$\theta=arctg(-3)$

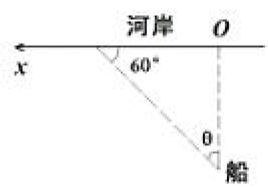
（3）$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}=2\vec{i}-4t\vec{j}$， $\vec{v}(1)=2\vec{i}-4\vec{j}$（m/s）， $\vec{v}(2)=2\vec{i}-8\vec{j}$（m/s）

（4）$\vec{a}=-4\vec{j}$（m/s2）

（5）$\vec{r}\cdot\vec{v}=0$， $\vec{r}\cdot\vec{v}=4t-4t(19-2t^2)=0$，得 t=0, t=3s

3、(1) $v=\dfrac{dx}{dt}=5+12t-3t^2$，$v(0)=5\ m/s$

(2) $a=\dfrac{dv}{dt}=12-6t$, a=0, t=2s $v(2)=17\ m/s$



5、 $\theta=\omega t=2\pi nt=\dfrac{2\pi}{60}t=\dfrac{\pi}{30}t$， $x=500tg\theta$，

$v=\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{50}{3}\pi\sec^2\theta=69.8$ m/s （θ=30° ）

7、 $\int_{v_0}^{v}dv=\int_0^t a dt$， $v=v_0-A\omega\sin\omega t$， $v=\dfrac{dx}{dt}$， $\int_A^x dx=\int_0^t vdt$， $x=v_0t+A\cos\omega t$

9、 $\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\cdot\dfrac{dx}{dt}=-kv^2$， $\dfrac{dv}{dx}=-kv$， $\int_{v_0}^{v}\dfrac{dv}{v}=\int_0^x -kdx$， $v=v_0e^{-kx}$即证

11、 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$， $\int\vec{a}dt=\int_0^t 4tdt\vec{i}=\int_{2\vec{j}}^{\vec{v}}d\vec{v}$， $\vec{v}-2\vec{j}=2t^2\vec{i}$， $\vec{v}=2t^2\vec{i}+2\vec{j}$

$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$， $\int_0^{\vec{r}}d\vec{r}=\vec{r}=\int_0^t\vec{v}dt=\dfrac{2}{3}t^3\vec{i}+2t\vec{j}$

13、 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dy}\cdot\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{dv}{dy}v=-ky$， $\int_{v_0}^{v}vdv=\int_{y_0}^{y}-kydy$， $v^2=v_0^2-ky^2+ky_0^2$

15、 $a_t=\dfrac{dv}{dt}$， $\int_0^v dv=\int_0^t a_t dt$， $v=3t$， $v(1)=3m/s$， $a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$， $a_n=\dfrac{v^2}{R}=3t^2$，

$a_t=3m/s^2$， $a(1)=3\sqrt{2}\ m/s^2$

17、$v=\frac{dS}{dt}=ct^2$，　$S=\int_0^t vdt=\frac{1}{3}ct^3$，　$a_t=\frac{dv}{dt}=2ct$，　$a_n=\frac{v^2}{R}=\frac{c^2t^4}{R}$

19、(1)　$\Delta x=v_{0x}t=v_0\frac{\sqrt{3}}{2}t=60\sqrt{3}$，$t=\frac{120}{v_0}$；$\Delta y=v_{0y}t-\frac{1}{2}gt^2$，代入 $t=\frac{120}{v_0}$，取

重力加速度 $g=10\,\mathrm{m/s^2}$，得 $v_0=30\ \mathrm{m/s}$

(2)　$v_x=v_{0x}=15\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$，$v_y=v_{0y}-gt$，　$v=\sqrt{v_{0x}^2+(v_{0y}-gt)^2}$

切向加速度 $a_t=\frac{dv}{dt}=\frac{-(v_{0y}-gt)g}{\sqrt{v_{0x}^2+(v_{0y}-gt)^2}}$；　t = 3 s时，$a_t=5\,\mathrm{m/s^2}$，

法向加速度 $a_n=\sqrt{g^2-a_t^2}=\sqrt{100-25}=\sqrt{75}=8.66\,\mathrm{m/s^2}$

第二章 习题参考解答

2、质点作直线运动：$3+2t=m\frac{dv}{dt}$，　$\int_0^v dv=\int_0^t\frac{3+2t}{m}dt$，　$v=\frac{1}{2}(3t+t^2)$，t=1,

$v(1)=2\mathrm{m/s}$

6、根据牛顿第二定律得 f=-$\frac{k}{x^2}$=m$\frac{dv}{dt}$=m$\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}$=mv$\frac{dv}{dx}$

$\therefore \int_0^v vdv=-\int_A^{A/4}\frac{k}{mx^2}dx\quad \frac{1}{2}v^2=\frac{k}{m}(\frac{4}{A}-\frac{1}{A})\therefore v=\sqrt{6k/mA}$

8、$m_1g-T=m_1(a_r-a)$，$T-m_2g=m_2(a_r+a)$，$a_r=\frac{(m_1-m_2)(g+a)}{m_1+m_2}$

10、因绳子质量不计，所以环受到的摩擦力在数值上等于绳子张力 T，设 m_2 相对地面的加速度为 a_2'，

取向上为正；m_1 相对地面的加速度为 a_1（即绳子的加速度），取向下为正。

$$\begin{aligned}m_1g-T&=m_1a_1\\ T-m_2g&=m_2a_2'\end{aligned},\quad a_2'=a_1-a_2$$

得 $a_1=\frac{(m_1-m_2)g+m_2a_2}{m_1+m_2}$，　$a_2'=\frac{(m_1-m_2)g-m_1a_2}{m_1+m_2}$，　T=$\frac{(2g-a_2)m_1m_2}{m_1+m_2}$

14、当两物体作匀速直线运动时，对 A: $F-F_{弹}-\mu m_1 g=m_1 a_A=0$；对 B: $F_{弹}-\mu m_2 g=m_2 a_B=0$；当撤去外力 F 后，弹力不变，对物体 A: $-F_{弹}-\mu m_1 g=m_1 a_A$

对物体 B，$F_{弹}-\mu m_2 g=m_2 a_B=0$，因此物体 A 的加速度 $a_A=-\mu\dfrac{m_1+m_2}{m_1}g$，$a_A$ 与运动方向相反。物体 B 的加速度 $a_B=0$。

第三章 习题参考解答

2、$\vec r=5t\vec i+0.5t^2\vec j$，$\vec v=\dfrac{d\vec r}{dt}$，$\vec a=\dfrac{d\vec v}{dt}=\vec j$，$\vec F=m\vec a$，$A=\int\vec F\cdot d\vec r=\int_2^4 0.5t\,dt=3\ J$

4、$\vec F=F_0(x\vec i+y\vec j)$，$\vec r=x\vec i+y\vec j$，$d\vec r=dx\vec i+dy\vec j$，

$$A=\int\vec F\cdot d\vec r=\int_0^0 F_0x\,dx+\int_0^{2R}F_0y\,dy=2F_0R^2$$

6、$x=ct^2$　$f=-kv^2$，$A_{阻}=\int_0^1 f\,dx=-2kc$

8、$A=\int_0^4 F\,dx=\int_0^4(10+6x^2)dx=168\ J$；　$A=\dfrac{1}{2}mv^2$，$v=13\ \text{m/s}$

10、$A_{阻}=\dfrac{1}{2}mv_0^2=f\cdot l$，设摩擦力大小不变，当木板厚度为 2l 时，$f\cdot 2l=\dfrac{1}{2}mv^2$，$v=\sqrt{2}v_0$

14、（1）按保守力的功: $A_{弹}=\int_{x_1}^{x_2}-kx\,dx=\dfrac{1}{2}kx_1^2-\dfrac{1}{2}kx_2^2=E_p(x_1)-E_p(x_2)$，

令 $x_1=x_0$ 为势能零点 $E_p(x_0)=0$，且 $x_2=x$，所以 $E_p(x)=\dfrac{1}{2}kx^2-\dfrac{1}{2}kx_0^2$

（2）$E_p(x)\big|_{x=0}=E_p(0)=\left(\dfrac{1}{2}kx^2-\dfrac{1}{2}kx_0^2\right)\Big|_{x=0}=-\dfrac{1}{2}kx_0^2$

20、（1）摩擦力的功 $A_{摩}=\frac{1}{2}m(\frac{v_0}{2})^2-\frac{1}{2}mv_0^2=-\frac{3}{8}mv_0^2$

(2) $A_{摩}=-\mu mg\cdot 2\pi R$，$\mu=\frac{3v_0^2}{16\pi Rg}$

(3) $-\mu mg\cdot 2\pi R\cdot N=-\frac{1}{2}mv_0^2$，转过的圈数 $N=\frac{4}{3}$ rev

22、动量守恒 $mv_1+Mv_2=0$；机械能守恒：$\frac{1}{2}mv_1^2+\frac{1}{2}Mv_2^2-G\frac{Mm}{d}=0$ 解方程

得：$v_1=M\sqrt{\frac{2G}{(M+m)d}}$，　$v_2=-m\sqrt{\frac{2G}{(M+m)d}}$，　相对速度

$u=|v_1-v_2|=\sqrt{\frac{2G(M+m)}{d}}$

第四章 习题参考解答

2、　最大静摩擦力 $f=\mu_0 N=\mu_0 mg=1.96N$。当 t=1s 时，外力 F 大于静摩擦力，

物体开始运动。滑动摩擦力 $f=\mu N=\mu mg=1.568N$，合力

$F_1=t+0.96-\mu mg=t-0.608$，$I=\int_1^2(t-0.608)dt=0.892Ns$ ，$I=m\Delta v=mv$，t=2s

时物体的速度 $v=0.892m/s$

6、v=kx，$a=\frac{dv}{dt}=k\frac{dx}{dt}=kv$，$F=Ma=Mkv=Mk^2x$；$v=\frac{dx}{dt}=kx$，$\int\frac{dx}{x}=\int kdt$，

$\ln\frac{x_1}{x_0}=k(t_1-t_0)=k\Delta t$，　$\Delta t=\frac{1}{k}\ln\frac{x_1}{x_0}$

8、设小船质量 M、人的质量 m，人与船两者水平方向上动量守恒：$Mv_1+mv_2=0$，

人与船运动方向相反；$M\int v_1dt=-m\int v_2dt$ ；设 $x_1=\int v_1dt$，$x_2=\int v_2dt=3m$，按题

意人相对于船走过 $x_2-x_1=4m$，$x_1=-1m$；　$Mx_1=-mx_2$，　$M=3m=180kg$

10、物体到达最高点时物体与槽相对速度等于零，动量守恒：$mv_0=(m+M)v$

机械能守恒：$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(m+M)v^2+mgh$ 解方程得：　$h=\frac{Mv_0^2}{2(m+M)g}$

12、（1）行李包下滑到最低点过程中，机械能守恒：$\frac{1}{2}mv_0^2+mgh=\frac{1}{2}mv_1^2$，行李包的速度$v_1=\sqrt{21}=4.58m/s$；当行李包与车相对运动直至两者速度相同整个过程中，动量守恒：$mv_1=(M+m)v_2$，$v_2=\frac{mv_1}{M+m}=3.82m/s$

(2) 行李包装上车以后受摩擦力作用，根据动量定理：$-\mu mgt=m(v_2-v_1)$，*t=0.19s*

16、动量定理 $I=\int_0^t Fdt=mv$，$I=\int_0^{10}Fdt=200=mv$． t=10， v=40m/s；由

动能定理 F 的功$A=\frac{1}{2}mv^2=4000J$

18、 (1)以小物体和半圆槽为系统，水平方向动量守恒。设小物体对小圆槽的速度为 v'，

槽对地的速度为 V，则$m(v'\sin\theta-V)-MV=0$ (1)

以小物体、半圆槽、地球为系统，机械能守恒，

即 $\frac{1}{2}m(v\sin\theta-V)^2+\frac{1}{2}m(v\cos\theta)^2+\frac{1}{2}MV^2=mgR\sin\theta$ (2)

解（1）、（2）式得$V=\frac{m\sin\theta}{M+m}\sqrt{\frac{(M+m)2gR\sin\theta}{(M+m)-m\sin^2\theta}}$

$$v=\sqrt{\frac{(M+m)2gR\sin\theta}{(M+m)-m\sin^2\theta}}$$

（2）设小物对地在水平方向的速度分量为v_x，

则 $mv_x-MV=0$，即$V=\frac{m}{M}v_x$，两边积分$\int_0^t Vdt=\frac{m}{M}\int_0^t v_x dt$

式中$\int_0^t Vdt=s_1$为槽移动的距离，$\int_0^t v_x dt=s_2$为物对地移动的距离，故$s_1=\frac{m}{M}s_2$

当小物体滑到 B 点时相对的移动的距离 $s_2=R-s_1$，

所以$s_1=\frac{m}{M}(R-s_1)$， 得$s_1=\frac{m}{m+M}R$

22、

$L=mvr$，$v=\frac{L}{mr}$，动能$E_K=\frac{1}{2}mv^2=\frac{L^2}{2mr^2}$，势能$E_P=-\frac{GMm}{r}=-mv^2=-\frac{L^2}{mr^2}$，

总能量$E=E_K+E_P=-\frac{L^2}{2mr^2}$（总能量为负值）

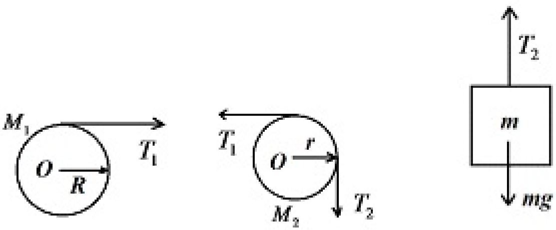
第五章 习题参考解答

2、杆两端受到的重力矩方向相反：$M=2mg\frac{l}{2}-mg\frac{l}{2}=mg\frac{l}{2}$ ；角加速度 $\alpha=\frac{M}{J}$，

转动惯量 $J=m(\frac{l}{2})^2+2m(\frac{l}{2})^2=3m(\frac{l}{2})^2=\frac{3}{4}ml^2$， $\alpha=\frac{2g}{3l}$

4、(1)

画受力图。



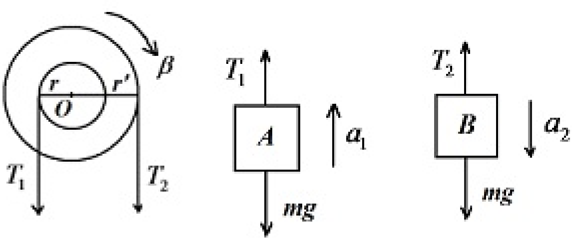
$T_1R=J_1\beta_1$ ① ； $T_2r-T_1r=J_2\beta_2$ ② ； $mg-T_2=ma$ ③ $a=r\beta_2=R\beta_1$ ④

$v^2=2ah$ ⑤； 联立上述等式，解得 $a=\dfrac{mg}{\frac{M_1}{2}+\frac{M_2}{2}+m}=4m/s^2$ ，

$v=\sqrt{2ah}=2m/s$；

(2) $T_1=\frac{M_1}{2}a=48N$， $T_2=m(g-a)=58N$

6、(1) 受力图如图所示：



设物体 B 向下 ,物体 A 向上运动,列方程: $T_2r'-T_1r=J\beta$ ① ； $T_1-mg=ma_1$ ② ；

$mg-T_2=ma_2$ ③ ； $a_1=r\beta$ ④ ； $a_2=r'\beta$ ⑤； 解方程得： $\beta=\dfrac{mgr}{\frac{19}{2}mr^2}=\dfrac{2g}{19r}$ ；

组合轮的角加速度 $\beta=10.3rad\cdot s^{-2}$；

(2) 组合轮转过的角度θ与物体 A 上升的高度 h 的关系： $h=r\theta$， $\omega^2=2\beta\theta$，

组合轮的角速度 $\omega=\sqrt{2\beta\frac{h}{r}}=9.08rad\cdot s^{-1}$

8、在 r 处的宽度为 dr 的环带面积上摩擦力矩为 $dM=df\cdot r$，$df=\mu dmg$，

$dm=\frac{m}{\pi R^2}\cdot 2\pi r dr$，$\mathrm{d}M=\mu\frac{mg}{\pi R^2}\cdot 2\pi r\cdot r\cdot \mathrm{d}r$ 。总摩擦力矩 $M=\int_0^R \mathrm{d}M=\frac{2}{3}\mu mgR$ ，

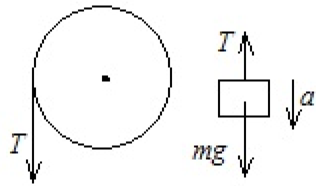
故平板角加速度 $\beta=M/J$，设停止前转数为 n，则转过的角度 $\theta=2\pi n$ 由于

$\omega_0^2=2\beta\theta=4\pi Mn/J$ 可得 $n=\frac{J\omega_0^2}{4\pi M}=\frac{3R\omega_0^2}{16\pi\mu g}$

10、解：(1) 角加速度与初角速度方向相反，物体 m 先升高后下降。$mg-T=ma$ ；$TR=J\beta$ ；$a=R\beta$ ，$\beta=mgR/(mR^2+J)$，$\beta=\frac{mgR}{mR^2+\frac{1}{2}MR^2}=\frac{2mg}{(2m+M)R}=$

81.7 rad/s² ，

角加速度β方向垂直纸面向外.



(2) $\omega^2=\omega_0^2-2\beta\theta$ ，当 $\omega=0$ 时，

$\theta=\frac{\omega_0^2}{2\beta}=0.612$ rad，物体上升的高度 $h=R\theta=6.12\times 10^{-2}$ m

(3) 从最高处算起，滑轮转过的角度θ=0.612rad,

$\omega=\sqrt{2\beta\theta}=10.0$ rad/s 角速度ω方向垂直纸面向外.

12、杆与小球角动量守恒：$2mvL=(\frac{1}{3}mL^2+2mL^2)\omega$ ， $\omega=\frac{6v}{7L}$

14、解:取转台和落下的砂粒为系统.由分析可知系统在转动平面内的角动量守恒.

t 时刻,落下砂粒的质量为 $m=kt$, $k=0.001$ kg/s

由角动量守恒,得: $J\omega_0=(J+mr^2)\omega$

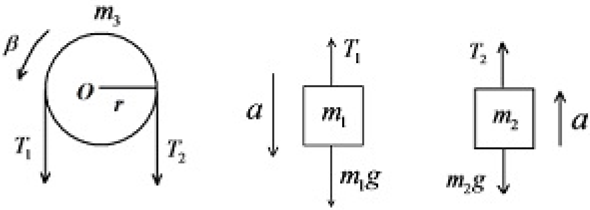
$$t=\frac{J(\omega_0-\omega)}{kr^2\omega}=5\text{ s}$$

16、（1）当 A 和 B 轮相连时无外力矩，因此两轮组成的系统对转轴角动量守恒。

$J_A\omega_0=(J_A+J_B)\omega$，按题意 $J_A=10kgm^2$，$J_B=20kgm^2$，得转速 $n=200rev/min$ ；

（2）冲量矩 $\int_0^t Mdt=J\omega-J\omega_0$， $\omega=\frac{2\pi}{T}=2\pi n$，n 转速（单位：rev/s）；对 A 轮，受到的冲量矩等于 $J_A(\omega-\omega_0)=-419Nms$；对 B 轮，受到的冲量矩等于 $J_B(\omega-0)=419Nms$

18、



阻力矩与滑轮转动方向相反。设 m_1 向下、m_2 向上运动：$T_1r-T_2r-M_f=J\beta$ ①；

$m_1g-T_1=ma$ ② ； $T_2-m_2g=m_2a$ ③ ；$a=r\beta$ ④ 得：$a=\dfrac{(m_1-m_2)g-\dfrac{M_f}{r}}{m_1+m_2+\dfrac{m_3}{2}}$，

$a=2m/s^2$；$T_1=m_1(g-a)=156N$； $T_2=m_2(g+a)=118N$

20、设质心距两运动员分别为 l_A, l_B， 则 $l_A+l_B=l$，且 $M_Al_A=M_Bl_B$，可得

$l_A=0.808\,\text{m}$，$l_B=0.692\,\text{m}$

(1)系统的总角动量 $L=M_Al_Av_A+M_Bl_Bv_B=630\ \text{kg}\cdot\text{m}^2/\text{s}$

(2)系统对质心的转动惯量 $J=M_Al_A^2+M_Bl_B^2=72.7\ \text{kg}\cdot\text{m}^2$

由角动量守恒定律， $J\omega=M_Al_Av_A+M_Bl_Bv_B$

得 $\omega=\dfrac{M_Al_Av_A+M_Bl_Bv_B}{J}=8.67\ \text{rad/s}$

(3)拉手前总动能 $E_k=\dfrac{1}{2}M_Av_A^2+\dfrac{1}{2}M_Bv_B^2=2.73\times10^3\ \text{J}$

拉手后总动能 $E_k=\dfrac{1}{2}J\omega^2=2.73\times10^3\ \text{J}$ 对两人系统，在拉手过程中，因无外力和对质心轴的外力矩作功，所以能量守恒

22、细杆落下来过程中机械能守恒：$mg\dfrac{L}{2}=\dfrac{1}{2}J\omega_0^2$， 细杆的转动惯量 $J=\dfrac{1}{3}mL^2$，

$\omega_0=\sqrt{\dfrac{3g}{L}}$；设细杆和物体碰撞后细杆的角速度和物体的速度分别为 ω_1 和 v_1，整

个碰撞过程系统角动量守恒：$J\omega_0 = J\omega_1 + mv_1 L$

由动能定理：$-\mu mgs = 0 - \frac{1}{2}mv_1^2$，　$v_1 = \sqrt{2\mu gs}$，$\omega_1 = \omega_0 - \frac{3v_1}{L}$

细杆碰后继续转动，设转到最高点时中点 A 到平面距离为 h，根据机械能守恒：

$\frac{1}{2}J\omega_1^2 = mg(h - \frac{L}{2})$，化简得：$h = L + 3\mu S - \sqrt{6\mu SL}$

第六章 习题参考解答

2、设振动方程为 $x = A\cos\omega t$，则 $v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin\omega t$　A=12cm

(1) 在 x=6cm, v=24cm/s状态下有：　$6 = 12\cos\omega t$；$24 = -12\omega\sin\omega t$

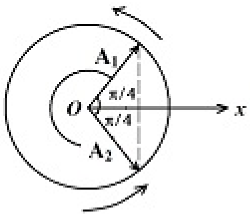
解以上两式 得 $\omega = \frac{4}{\sqrt{3}}$；$\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi = 2.72$ s

(2) 设对应 v=12cm/s的时间为 t_2，则由 $v=-A\omega\sin\omega t$ 得 $12 = -12\cdot\frac{4}{\sqrt{3}}\sin\omega t_2$

解上式得 $\sin^2\omega t_2 = 0.1875$，相应位移为 $x = A\cos\omega t_2 = \pm A\sqrt{1-\sin^2\omega t_2} = \pm 10.8$ cm

4、(见图) $\Delta\phi = \frac{3}{2}\pi$，或 $\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$

两种情况都行 1，4；2，3 象限都行。



6、由矢量图很容易得到如下条件的初相位：

(1) $x_0 = -A, v_0 = 0$；　$\varphi = \pm\pi$.　$x = A\cos(\omega t + \pi)$ (SI);

(2) $x_0 = 0$，　$v_0 = v_{max} > 0$；$\varphi = -\pi/2$.　$x = A\cos(\omega t - \pi/2)$ (SI);

(3) $x_0 = \frac{A}{2}$，　$v_0 < 0$；　$\varphi = \pi/3$.　$x = A\cos(\omega t + \pi/3)$ (SI);

(4) $x_0 = \frac{A}{\sqrt{2}}$，$v_0 > 0$；　$\varphi = -\pi/4$.　$x = A\cos(\omega t - \pi/4)$ (SI).

8、取坐标向上为正.

(1) 物体处于正方向位移最大时,所受合力方向向下.

即:　$N_1 - mg = ma_1 = -mA\omega^2$　　所以:　$N_1 = m(g - A\omega^2) = 6.64$ N

当物体处于负方向位移最大时,所受合力方向向上.

即:　$N_2 - mg = ma_2 = mA\omega^2$　　所以:　$N_2 = m(g + A\omega^2) = 12.96$ N

物体对平板的正压力　$N_1' = -N_1, N_2' = -N_2$

可见：物体处于正方向位移最大时,所受支持力最小.

(2) $N_1 = 0$时,物体可跳离平板.即:　$-mg = -mA\omega^2$　所以，$A = \frac{g}{\omega^2} = 0.062$ m

10、设振动方程为 $x = A\cos(\omega t+\varphi)$。则由曲线可知 A=10cm,t=0 时 $x_0 = -5 = 10\cos\varphi$，

$v_0 = -10\omega\sin\varphi < 0$。可解得 $\varphi = \frac{2}{3}\pi$

再由图可知近地点由位移 $x_0 = -5$ cm、$v_0 < 0$ 的状态到 $x = 0$、$v > 0$ 的状态所需

时间为 t=2s,代入振动方程得 $0 = 10\cos\left(2\omega + \frac{2\pi}{3}\right)$ $\quad 2\omega + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$ $\quad \therefore \omega = \frac{5}{12}\pi$

故所求振动方程为 $x = 0.10\cos\left(\frac{5}{12}\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$（SI）

12、(1)设振子运动方程为 $\quad x = A\cos(\omega t+\varphi)$ $\quad$ (1)

动能和势能分别为 $E_K = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\sin^2(\omega t+\varphi)$、

$E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2\cos^2(\omega t+\varphi)$ $\quad$ (2)

动能和势能相等时,有 $\tan^2(\omega t+\varphi) = 1$； 即 $(\omega t+\varphi) = (K+\frac{1}{2})\frac{\pi}{2}$ $\quad K = 0,1,2,\cdots$ $\quad$ (3)

将(3)式代入(1)式,得动、势能相等时的位移

$x = \pm\frac{\sqrt{2}}{2}A = \pm 0.14$ m $\quad$ (4)

或：动能和势能相等时,有 $E_p = \frac{1}{2}E$；即 $\frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}(\frac{1}{2}kA^2)$ $\quad$ 得解同 4 式.

(2)由题意可知 $x_0 = A$, $v_0 = 0$,得 $\quad \varphi = 0$；系统的固有角频率 $\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$

由(3)式可得,一个周期内达到动、势能相等所需的时间为

$t = (K+\frac{1}{2})\frac{\pi}{2\omega} = (K+\frac{1}{2})\sqrt{\frac{m}{k}}\frac{\pi}{2} = (K+\frac{1}{2})\frac{\pi}{4}$ $\quad K = 0,1,2,3$

即 $\quad t = \frac{\pi}{8};\frac{3\pi}{8};\frac{5\pi}{8};\frac{7\pi}{8}$

14、(1) $E = E_K + E_p = 0.2 + 0.6 = 0.8J$，$E = \frac{1}{2}kA^2 = 0.8J$，

$A = \sqrt{0.064} = 0.253m$

(2) $E_K = E_p = \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}kA^2\right)$，$x = \pm\frac{A}{\sqrt{2}} = \pm 0.178m$

(3) $x = \frac{A}{2}$，$\quad E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}k\left(\frac{A}{2}\right)^2 = \frac{1}{4}\left(\frac{1}{2}kA^2\right) = 0.2J$

16、据题中谐振动曲线可得两个谐振动方程为：

$x_1 = 0.08\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$(SI)， $x_2 = 0.04\cos\left(\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$(SI)　（$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{2} = \pi$ rad/s）

据合振动的振幅及初相位公式可得 $A = \sqrt{8^2 + 4^2 + 64\cos\pi} = 4$

$$\varphi = \arctan\frac{8\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 4\sin\frac{\pi}{2}}{8\cos\left(-\frac{\pi}{2}\right) + 4\cos\frac{\pi}{2}} = -\frac{\pi}{2}$$

故合振动方程为 $x = x_1 + x_2 = 0.04\cos\left(\pi t - \frac{\pi}{2}\right)$(SI)

第七章 习题参考解答

2、（1）取 $x>0.2$，位相落后 $\frac{2\pi}{\lambda}(x-0.2)=\frac{\omega}{u}(x-0.2)$，波动方程

$y=0.2\cos\left(20\pi t+\frac{\pi}{2}-\frac{\omega}{u}(x-0.2)\right)$，将 $\omega=20\pi$， $u=5m/s$ 代入得：

$$y=0.2\cos\left(20\pi t-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)\ (\mathrm{m})$$

（2）$t=5s$，x轴上任一点位移

$y=0.2\cos\left(100\pi-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)=0.2\cos\left(4\pi x-\frac{13\pi}{10}\right)(\mathrm{m})$；

x轴上任一点的速度 $v=\frac{dy}{dt}=-4\pi\sin\left(20\pi t-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)$， $t=5s$，

$$v=-4\pi\sin\left(100\pi-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)$$

（3） $x=-0.2m$，代入波动方程得 $y=0.2\cos\left(20\pi t+0.8\pi+\frac{13\pi}{10}\right)\ (\mathrm{m})$

（4）两点的位相差 $\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{8}{5}\pi$

4、已知波动方程为 $y=A\cos\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}$，其中 $A=0.01\,\mathrm{m}$， $\lambda=0.2\,\mathrm{m}$， $u=25\,\mathrm{m/s}$

则 t=0.1s、x=2m 处质点振动位移 $y=A\cos\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}=-0.01\,\mathrm{m}$

速度 $v=\left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{x=2,t=0.1}=-A\frac{2\pi u}{\lambda}\sin\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}=0$

加速度 $a=\left.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right|_{x=2,t=0.1}=-A\left(\frac{2\pi u}{\lambda}\right)^2\cos\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}=6.17\times10^3\,\mathrm{m/s^2}$

6、取 $x>-1$，位相超前 $\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{2\pi}{\lambda}[x-(-1)]=\frac{2\pi}{\lambda}(x+1)=\frac{\omega}{u}(x+1)$，

波动表达式为： $y=A\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\omega}{u}(x+1)\right)$

8、(1) 由 P 点的运动方向，可判定该波向左传播。

对原点 O 处质点，t=0 时，$y_0 = A\cos\varphi = \frac{\sqrt{2}}{2}A$，$v_0 = -A\omega\sin\varphi < 0$，所以 $\varphi = \frac{\pi}{4}$，

O 处质点的振动方程为 $y_0 = A\cos\left(500\pi t + \frac{\pi}{4}\right)$（SI）波动方程为

$$y = A\cos\left[2\pi\left(250t + \frac{x}{200}\right) + \frac{\pi}{4}\right] \text{（SI）}$$

（2） 距 O 点 100m 处质点振动方程是 $y_{100} = A\cos\left(500\pi t + \frac{5\pi}{4}\right)$（SI）

振动速度表达式是 $v = -500\pi A\sin\left(500\pi t + \frac{5}{4}\pi\right)$

10、（1）设 $x=0$ 处质点振动方程为 $y = A\cos(2\pi\nu t + \varphi)$

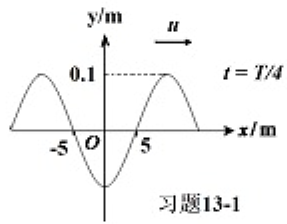
由图可知 $t = t'$ 时 $y = A\cos(2\pi\nu t' + \varphi) = 0$　　$\frac{dy}{dt} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t' + \varphi) < 0$

$\therefore 2\pi\nu t' + \varphi = \frac{\pi}{2}$，$\varphi = \frac{\pi}{2} - 2\pi\nu t'$　　$x=0$ 处振动方程为 $y = A\cos\left[2\pi\nu(t-t') + \frac{\pi}{2}\right]$

（2）该波的波动方程为　$y = A\cos\left[2\pi\nu\left(t - t' - \frac{x}{u}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$

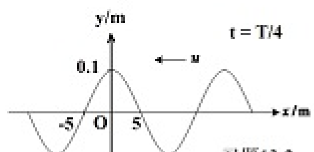
12、（1）由图可得波动方程 $y = 0.1\cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{20}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$ (m)，

$t = \frac{T}{4}$，波向前移动 $\frac{\lambda}{4}$，相应的波形图向右移 $\frac{\lambda}{4}$，或原点向左移 $\frac{\lambda}{4}$。



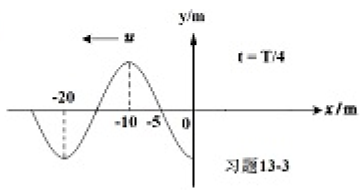
习题13-1

（2） $y = 0.1\cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{20}\right) - \frac{\pi}{2}\right]$ (m)，$t = \frac{T}{4}$，波向左移动 $\frac{\lambda}{4}$，相应的波形图向左移 $\frac{\lambda}{4}$，或原点向右移 $\frac{\lambda}{4}$。



习题13-2

（3）由图得到 O 点的振动方程 $y = 0.1\cos\left[10\pi t + \frac{\pi}{2}\right]$ (m)



习题13-3

$x > 0$，波动方程 $y = 0.1\cos\left[2\pi\left(5t - \frac{x}{20}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$ (m)

$x < 0$　波动方程 $y = 0.1\cos\left[2\pi\left(5t + \frac{x}{20}\right) + \frac{\pi}{2}\right]$ (m)

14、设 x=1 的振动方程 $y = A\cos(\omega t+\varphi)$， $A = 2\,(\mathrm{cm})$ $T=\frac{1}{5}\,(\mathrm{s})$， $\omega=\frac{2\pi}{T}=10\pi$，

由图 $t=0$，$y=-\frac{A}{2}$，速度向下 $v_0<0$，初相 $\varphi=\frac{2}{3}\pi$， $y_{x=1}=0.02\cos\left(10\pi t+\frac{2}{3}\pi\right)$；

从图 7.6.8(b)可看到波长 $\lambda=2\,(\mathrm{m})$，波速 $u=\lambda\nu=10m/s$， $x=1$处的质元向下运动，所以波是沿 x 轴正向传播的，因此波动方程

$$y=0.02\cos\left(10\pi t+\frac{2}{3}\pi-\frac{2\pi}{\lambda}(x-1)\right)=0.02\cos\left(10\pi t-\pi x-\frac{\pi}{3}\right)$$

16、(1)波中的平均能量密度: $\overline{w}=\frac{I}{u}=\frac{9.0\times10^{-2}}{300}$ $=3.0\times10^{-5}\,\mathrm{J/m^3}$

最大能量密度: $w_m=2\overline{w}=6.0\times10^{-5}\,\mathrm{J/m^3}$

(2) 每两个相邻的、相位差为 2π 的同相面间的能量: $W=\overline{w}V=\overline{w}\lambda S=\overline{w}u\frac{1}{\nu}\pi r^2$ $=4.62\times10^{-7}\,\mathrm{J}$

18、(1)波的平均能流密度为 $I=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2u=\frac{1}{2}\times800\times10^{-4}\times(2\pi\times10^2)^2\times10^2=1.58\times10^5$ $\mathrm{W/m^2}$

(2) 1 分钟内垂直通过面积 $S=4\times10^{-4}\,\mathrm{m^2}$的总能量为

$W=IS\Delta t=1.58\times10^5\times4\times10^{-4}\times60=3.79\times10^3\,\mathrm{J}$

20、在 P 点最大限度地减弱，即两振动反相，现两个波源是反相的相干波源，故要求因传播路径不同而引起的位相差应等于 $\pm2k\pi\,(k=1,2,\cdots)$

由图 $\overline{AP}=50$ cm，$\therefore 2\pi(50-40)/\lambda=2k\pi$，即 $\lambda=\frac{10}{k}$ cm。当 k=1 时，$\lambda_{max}=10$ cm。

22、(1) B 点的振动方程 $y_B=0.01\cos(100\pi t+\varphi)$；

C 点的振动方程 $y_C=0.01\cos(100\pi t+\varphi+\pi)$

（2）B 为波源发出的波：

$$y_1=0.01\cos\left(100\pi t+\varphi-\frac{2\pi}{\lambda}x\right)=0.01\cos\left(100\pi t+\varphi-\frac{\pi}{8}x\right);$$

C 为波源发出的波: $y_2=0.01\cos\left(100\pi t+\varphi+\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{8}x\right)$

(3) 因干涉而静止的点：两列波在该点引起的分振动的位相相反。设 x 是 B、C 之间的某一点，位相差 $\Delta\Phi=\frac{5\pi}{4}+\frac{\pi}{8}\cdot2x=(2k+1)\pi$，得 $x=8k-1$，$k=1,2,3$，

即 $x=7,\ 15,\ 23$

25、两列波形成驻波为 $y=2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\cos(2\pi\nu t)$

(1) 最大振幅点的位置处，最大合振幅 A_{max}，要求 $\left|2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\right|=1$

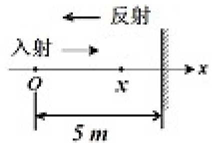
所以 $(2\pi\frac{x}{\lambda})=k\pi$，即 $x=\frac{k\lambda}{2};(k=0,\pm1,\pm2\cdots)$

(2) 最小振幅点的位置处，最小合振幅 A_{min}. 要求 $\left|2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\right|=0$

所以 $(2\pi\frac{x}{\lambda})=\frac{(2k+1)}{2}\pi$，即 $x=\frac{(2k+1)\ \lambda}{4};(k=0,\pm1,\pm2\cdots)$

26、(1) $\lambda=2m$，入射波和反射波在 x 处的位相差

$\Delta\Phi=\frac{2\pi}{\lambda}(5-x)\times2+\pi$，反射波方程



$$y=0.01\cos\left(4t-\pi x-\frac{\pi}{2}-\frac{4\pi}{\lambda}(5-x)+\pi\right)=0.01\cos\left(4t+\pi x+\frac{\pi}{2}\right)$$

(2) $y=y_{入}+y_{反}=0.02\cos\left(\pi x+\frac{\pi}{2}\right)\cos4t$

(3) 波腹：$\pi x+\frac{\pi}{2}=k\pi$，$x=k-\frac{1}{2}$，$k\le5$ 或（$k=\cdots-2,-1,0,1,2,3,4,5$）

波节：$\pi x+\frac{\pi}{2}=(2k+1)\frac{\pi}{2}$，$x=k$，$k\le5$ 或（$k=\cdots-2,-1,0,1,2,3,4,5$）

28、已知:声速 $u=340$ m/s,波源(汽笛)频率 $\nu_s=500$ Hz；

波源(火车)速度 $v_s=\frac{90\times10^3}{3600}=25$ m/s, 观察者(汽车)速度 $v_R=\frac{54\times10^3}{3600}=15$ m/s.

由多普勒频率公式 $\nu_R=\frac{u+v_R}{u-v_S}\nu_S$

(1) 观察者不动 $v_R=0$,火车向着观察者运动，$v_s>0$.

观察者接受到的频率为 $\nu_1=\left(\frac{u}{u-v_s}\right)\nu_s=\left(\frac{340}{340-25}\right)\times500=540$ Hz

当火车离观察者而去时，$v_s<0$. 则观察者接受到的频率为

$\nu_2=\left(\frac{340}{340+25}\right)\times500=466$ Hz 频率变化为： $\Delta\nu=\nu_1-\nu_2=74$ Hz

(2) 观察者和波源相向运动时,$v_R>0$, $v_s>0$.

观察者接受到的频率为 $\nu=\frac{u+v_R}{u-v_s}\nu_s=\frac{340+15}{340-25}\times500=563.5$ Hz