第一章 习题参考解答

1、（1） $v=\dfrac{dx}{dt}=10t-6t^2$， $a=10-12t$

（2）x 达到最大值时 $v=\dfrac{dx}{dt}=10t-6t^2=t(10-6t)=0$，$t=\dfrac{10}{6}=\dfrac{5}{3}$ s （舍去 t=0)

（3） $\Delta x=x(2)-x(0)=20-16=4m$，期间质点运动方向发生了变化：

$$S=\left|x(\frac{5}{3})-x(0)\right|+\left|x(2)-x(\frac{5}{3})\right|=4.59+0.59=5.18m$$

(4) $v(2)=-4m/s, a=-14m/s^2$

3、（1） $\Delta x=x(3)-x(1)=6-6=0m$,位移为零

（2） $v=\dfrac{dx}{dt}=8-4t=0$， $t=2s$； t > 2，质点朝相反方向运动

路程 $S=\left|x(2)-x(1)\right|+\left|x(3)-x(2)\right|=2+2=4m$

5、由几何关系可得： $s=l\tan\theta$. 两侧求导：

$$\upsilon=\frac{ds}{dt}=\frac{d}{dt}(l\tan\theta)=l\sec^2\theta\frac{d\theta}{dt}=\omega l\sec^2\theta$$

7、 $\dfrac{dv}{dt}=-kvt$， $\displaystyle\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{v}=\int_0^t-ktdt$， $v=v_0e^{-\frac{1}{2}kt^2}$

9、 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\cdot\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{dv}{dx}\cdot v=2+6x^2$， $\displaystyle\int_0^v vdv=\int_0^x(2+6x^2)dx$， $v^2=4x+4x^3$

11、 $\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}$， $\displaystyle\int\vec{a}dt=\int_0^t 4tdt\vec{i}=\int_{2\vec{j}}^{\vec{v}}d\vec{v}$， $\vec{v}-2\vec{j}=2t^2\vec{i}$， $\vec{v}=2t^2\vec{i}+2\vec{j}$

$$\vec{v}=\frac{d\vec{r}}{dt},\quad \int_0^{\vec{r}}d\vec{r}=\vec{r}=\int_0^t\vec{v}dt=\frac{2}{3}t^3\vec{i}+2t\vec{j}$$

13、 $a=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{dv}{dy}\cdot\dfrac{dy}{dt}=\dfrac{dv}{dy}v=-ky$， $\displaystyle\int_{v_0}^{v}vdv=\int_{y_0}^{y}-kydy$， $v^2=v_0^2-ky^2+ky_0^2$

15、 $a_t=\dfrac{dv}{dt}$， $\displaystyle\int_0^v dv=\int_0^t a_tdt$， $v=3t$， $v(1)=3m/s$， $a=\sqrt{a_n^2+a_t^2}$， $a_n=\dfrac{v^2}{R}=3t^2$，

$a_t=3m/s^2$， $a(1)=3\sqrt{2}\,m/s^2$

17、 $v=\dfrac{dS}{dt}=ct^2$， $S=\int_0^t v dt=\dfrac{1}{3}ct^3$， $a_t=\dfrac{dv}{dt}=2ct$， $a_n=\dfrac{v^2}{R}=\dfrac{c^2t^4}{R}$

19、（1） $\Delta x=v_{0x}t=v_0\dfrac{\sqrt{3}}{2}t=60\sqrt{3}$，$t=\dfrac{120}{v_0}$；$\Delta y=v_{0y}t-\dfrac{1}{2}gt^2$，代入 $t=\dfrac{120}{v_0}$，取重力加速度 $g=10\mathrm{m/s^2}$，得 $v_0=30\ \mathrm{m/s}$。

（2） $v_x=v_{0x}=15\sqrt{3}\ \mathrm{m/s}$，$v_y=v_{0y}-gt$，$v=\sqrt{v_{0x}^2+(v_{0y}-gt)^2}$，

t = 3 s 时, v=30 m/s。

切向加速度 $a_t=\dfrac{dv}{dt}=\dfrac{-(v_{0y}-gt)g}{\sqrt{v_{0x}^2+(v_{0y}-gt)^2}}$； t = 3 s 时，$a_t=5\mathrm{m/s^2}$，

法向加速度 $a_n=\sqrt{g^2-a_t^2}=\sqrt{100-25}=\sqrt{75}=8.66\ \mathrm{m/s^2}$。

21、(1) $\theta(2)-\theta(0)=2a+4b$ rad， $\omega=\dfrac{d\theta}{dt}=a+2bt$， $\beta=\dfrac{d\omega}{dt}=2b$ rad/s^2

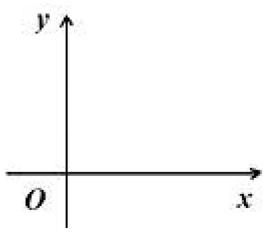
(2) $v=\omega R=(a+2bt)R$， $v(2)=(a+4b)R$ =0.1（a+4b）； $a_t=R\beta=2bR$；

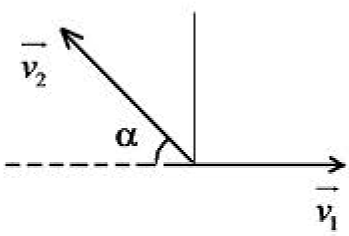
t=2s，a_t=0.2b.

$a_n=R\omega^2=R(a+2bt)^2$， $a=\sqrt{a_t^2+a_n^2}=R\sqrt{4b^2+(a+4b)^4}$

23、欲使船走过的路程最短，船应垂直到达对岸。设船与岸边成α角，如图所示。

$v_2\cos\alpha=v_1$， $\cos\alpha=\dfrac{3}{5}$， $\sin\alpha=\dfrac{4}{5}$；河宽 $l=100\,m=v_2\sin\alpha t$， 得 $t=50s$；船身与河水成 126.9°（α = 53.1°）





第二章 习题参考解答

1、质点在 x 轴线上运动：$3+2t=m\frac{dv}{dt}$，$\int_0^v dv=\int_0^t \frac{3+2t}{m}dt$，$v=\frac{1}{2}(3t+t^2)$，t=1,

$v(1)=2m/s$

3、以向上为正方向: $-(mg+kmv)=m\frac{dv}{dt}$ (1)

$$\int_{v_0}^{v}\frac{dv}{g+kv}=-\int_0^t dt$$

$$v(t)=-\frac{g}{k}+(\frac{g}{k}+v_0)e^{-kt}$$

t 趋向于无穷，v 趋向于 $-\frac{g}{k}$ （"-"表示运动向下）

将 $\frac{dv}{dt}=\frac{dv}{dy}\cdot\frac{dy}{dt}$ 代入（1）式

$$-(g+kv)=\frac{vdv}{dy}$$

$$-dy=\frac{vdv}{g+kv} \quad (2)$$

$$\int_0^y -ddy=\int_{v_0}^{v}\frac{vdv}{g+kv}$$

$$y=-\frac{1}{k}(v-v_0)+\frac{g}{k^2}In\frac{g+kv}{g+kv_0}$$

V=0，质点达到最高点

$$H=\frac{v_0}{k}-\frac{g}{k^2}In(\frac{kv_0}{g}+1)$$

5、根据牛顿第二定律得 $f=-\frac{k}{x^2}=m\frac{dv}{dt}=m\frac{dv}{dx}\frac{dx}{dt}=mv\frac{dv}{dx}$

$$\therefore \int_0^v vdv=-\int_A^{A/4}\frac{k}{mx^2}dx \qquad \frac{1}{2}v^2=\frac{k}{m}(\frac{4}{A}-\frac{1}{A}) \qquad \therefore v=\sqrt{6k/mA}$$

7、$m_1g-T=m_1(a_r-a)$，$T-m_2g=m_2(a_r+a)$，$a_r=\frac{(m_1-m_2)(g+a)}{m_1+m_2}$

9、因绳子质量不计，所以环受到的摩擦力在数值上等于绳子张力 T，设 m_2 相对地面的加速度为 a_2'，

取向上为正；m_1 相对地面的加速度为 a_1（即绳子的加速度），取向下为正。

$$m_1 g - T = m_1 a_1 \qquad a_2' = a_1 - a_2$$
$$T - m_2 g = m_2 a_2'$$

得 $a_1 = \dfrac{(m_1 - m_2)g + m_2 a_2}{m_1 + m_2}$，$a_2' = \dfrac{(m_1 - m_2)g - m_2 a_2}{m_1 + m_2}$，T=$\dfrac{(2g - a_2)m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

11、(1)略

(2) 按题意，m_2 在水平方向与物体 M 加速度一致，都为 a_M；

并设 a_{m_1} ------ m_1 对地加速度; a_M ------- M 对地加速度;

a_{1M} ------ m_1 相对 M 的加速度; a_{m_2} ------- m_2 在竖直方向对地加速度。

$$T = m_1 a_{m_1} = m_1(a_{1M} - a_M),\ T - N_2 = M a_M,\ N_2 = m_2 a_M,\ m_1 g - T = m_2 a_{m_2} = m_2 a_{1M},$$

解之可得 $a_M = \dfrac{m_1 a_{1M}}{(M + m_2 + m_1)} = \dfrac{m_2(g - a_{1M})}{m_2 + M} = \dfrac{m_1 a_{m_1}}{M + m_2}$

13、小球对圆筒的正压力为 $N = m\dfrac{v^2}{R}$，小球受摩擦力 $f = \mu N = \mu m\dfrac{v^2}{R}$，

$$f = m a_t = m\frac{dv}{dt} = -\mu m\frac{v^2}{R},\quad \int_{V_0}^{V}\frac{dV}{V^2} = \int_0^t -\frac{\mu}{R}dt,\quad v(t) = \frac{R v_0}{R + \mu v_0 t};$$

$$v = \frac{ds}{dt},\quad \int_0^S ds = \int_0^t \frac{R v_0}{R + \mu v_0 t}dt,\quad S = \frac{R}{\mu}\ln(1 + \frac{\mu v_0}{R}t)$$

15、$F_{阻} = 0.02mg = 0.02 \times 3 \times 10^3 \times 9.8 = 588N$

当 $F_{牵} = 29.4t = F_{阻}$ 即 t=20s 时，开始运动

$F_{总} = F_{牵} - F_{阻} = ma$

即 $29.4t - 0.02mg = ma = m\dfrac{dv}{dt}$

$$\frac{29.4t}{m} - 0.02g = \frac{dv}{dt}$$

$$\int_{20}^{t}(\frac{29.4t}{m} - 0.02g)dt = \int_0^v dv,\quad v = 0.0049t^2 - 0.196t + 1.96m/s$$

11、(1)略

(2)按题意，m_2 在水平方向与物体 M 加速度一致，都为 a_M；

并设 a_{m_1} ------- m_1 对地加速度；a_M -------- M 对地加速度；

a_{1M} ------- m_1 相对 M 的加速度；a_{m_2} -------- m_2 在竖直方向对地加速度。

$T = m_1 a_{m_1} = m_1(a_{1M} - a_M)$， $T - N_2 = Ma_M$， $N_2 = m_2 a_M$， $m_1 g - T = m_2 a_{m_2} = m_2 a_{1M}$，

解之可得 $a_M = \dfrac{m_1 a_{1M}}{(M + m_2 + m_1)} = \dfrac{m_2(g - a_{1M})}{m_2 + M} = \dfrac{m_1 a_{m_1}}{M + m_2}$

第三章 习题参考解答

1、$\vec{r}=5t\vec{i}+0.5t^2\vec{j}$，$\vec{v}=\dfrac{d\vec{r}}{dt}$，$\vec{a}=\dfrac{d\vec{v}}{dt}=\vec{j}$，$\vec{F}=m\vec{a}$，$A=\int\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_2^4 0.5tdt=3\ J$

3、$\vec{F}=F_0(x\vec{i}+y\vec{j})$，$\vec{r}=x\vec{i}+y\vec{j}$，$d\vec{r}=dx\vec{i}+dy\vec{j}$，

$$A=\int\vec{F}\cdot d\vec{r}=\int_0^0 F_0xdx+\int_0^{2R}F_0ydy=2F_0R^2$$

5、$x=ct^2$ $f=-kv^2$，$A_{阻}=\int_0^1 fdx=-2kc$

7、$A=\int_0^4 Fdx=\int_0^4(10+6x^2)dx=168\ J$；　$A=\dfrac{1}{2}mv^2$，$v=13\,\text{m/s}$

9、$A_{阻}=\dfrac{1}{2}mv_0^2=f\cdot l$，设摩擦力大小不变，当木板厚度为 $2l$ 时，　$f\cdot 2l=\dfrac{1}{2}mv^2$，

$v=\sqrt{2}v_0$

13、人克服重力做功．$F=10g-0.2gx$　(N)，(取 $g=10m/s^2$)

$$A=\int Fdx=\int_0^{10}(110-2x)dx=110x-x^2\Big|_0^{10}=1000J$$

15、功能原理：$-\mu mgs=\dfrac{1}{2}ks^2-\dfrac{1}{2}mv^2$，$v=\sqrt{\dfrac{ks^2}{m}+2\mu gs}$

17、$x<0.02\,\text{m}$ 时，阻力 $f=-kx$，设 $x_1=0.02\,m$，　$\int fdx=\int_0^{x_1}-kxdx=-\dfrac{1}{2}kx_1^2$，$x>x_1$，

阻力为恒力 $f=20\times10^3N$。按功能原理 $-\dfrac{1}{2}kx_1^2-A=0-\dfrac{1}{2}mv^2$，A 为 $x>x_1$ 阻力做的功。

$k=10^6N/m$，子弹的初动能 $\dfrac{1}{2}mv^2=400J$，$\dfrac{1}{2}kx_1^2=200J$，$A=200\ J=f(x_2-x_1)$，

x_2 为子弹停止运动时的坐标。$x_2=3cm$

19. 匀速率圆周运动：$F=m\dfrac{v^2}{r}=\dfrac{k}{r^2}$，$v=\sqrt{\dfrac{k}{mr}}$；势能：$E_P(r)=\int_r^{\infty}-\dfrac{k}{r^2}dr=-\dfrac{k}{r}$；

机械能 $E(r)=E_K(r)+E_P(r)=\dfrac{k}{2r}-\dfrac{k}{r}=-\dfrac{k}{2r}$

21. 功率$P=\vec{F}\cdot\vec{v}$ ；$\vec{F}=at\vec{i}+bt^{2}\vec{j}=m\dfrac{d\vec{v}}{dt}$，$\int_{0}^{t}\left(at\vec{i}+bt^{2}\vec{j}\right)dt=\int_{v_0}^{v}md\vec{v}$，

$\vec{v}=\dfrac{at^{2}}{2m}\vec{i}+\dfrac{bt^{3}}{3m}\vec{j}$；$P=\vec{F}\cdot\vec{v}=\left(at\vec{i}+bt^{2}\vec{j}\right)\cdot\left(\dfrac{at^{2}}{2m}\vec{i}+\dfrac{bt^{3}}{3m}\vec{j}\right)=\dfrac{a^{2}t^{3}}{2m}+\dfrac{b^{2}t^{5}}{3m}$

23、

（1）由$A_{a-b}=\int_{a}^{b}(-G\dfrac{m_e m}{r^{2}})dr=(-G\dfrac{m_e m}{r_a})-(-G\dfrac{m_e m}{r_b})=E_{Pa}(r_a)-E_{Pb}(r_b)$

当$r_a\to R_e$；$r_b\to\infty$，且$E_p(\infty)=0$时，所以$E_p(R_e)=(-G\dfrac{m_e m}{R_e})$

（2）当$r_a\to R_e$；$r_b\to\infty$，且$E_p(R_e)=0$时，所以$E_p(\infty)=(G\dfrac{m_e m}{R_e})$

不管以上两种定义势能零点，它们的势能差$E_{Pa}(R_e)-E_{Pb}(\infty)=(-G\dfrac{m_e m}{R_e})$保持不变。所以势能是相对势能零点的不同而不同的，但势能的差值是不随势能零点的选择而改变的。

第四章 习题参考解答

1、最大静摩擦力 $f=\mu_0 N=\mu_0 mg=1.96N$。当 t=1s 时，外力 F 大于静摩擦力，物体开始运动。滑动摩擦力 $f=\mu N=\mu mg=1.568N$，合力

$F_1=t+0.96-\mu mg=t-0.608$，$I=\int_1^2(t-0.608)dt=0.892Ns$ ，$I=m\Delta v=mv$，

t=2s 时物体的速度 $v=0.892m/s$

3、设 dt 时间内有质量 dm 的煤落到车上，煤的初速为零，由动量定理可得：

$Fdt=d(mv)$，所以 $F=\frac{d(mv)}{dt}=\frac{dm}{dt}v=m_0v_0$，$F$ 是煤受到的作用力，煤对车反作用力大小等于 F

（1）煤在水平方向的动量改变是由于水平方向受到煤车的作用力。

$$\bar{F}=\frac{dp}{dt}=\frac{dm\times\bar{v}_0-\Delta m\times 0}{dt}=m_0v_0$$

（2）功率 $P=Fv_0=m_0v_0^2$

（3）单位时间内有 m_0 质量的煤获得动能等于 $\frac{1}{2}m_0v_0^2$，牵引力提供的功率为 $m_0v_0^2$，意味着一秒内在煤与车相互作用过程中损失能量 $\frac{1}{2}m_0v_0^2$，这些能量转换成了热能。

5、v=kx，$a=\frac{dv}{dt}=k\frac{dx}{dt}=kv$，$F=Ma=Mkv=Mk^2x$；$v=\frac{dx}{dt}=kx$，$\int\frac{dx}{x}=\int kdt$，

$\ln\frac{x_1}{x_0}=k(t_1-t_0)=k\Delta t$，$\Delta t=\frac{1}{k}\ln\frac{x_1}{x_0}$

7、设小船质量 M、人的质量 m，人与船两者水平方向上动量守恒：

$Mv_1+mv_2=0$，人与船运动方向相反；$M\int v_1dt=-m\int v_2dt$ ；设 $x_1=\int v_1dt$，

$x_2=\int v_2dt=3m$，按题意人相对于船走过 $x_2-x_1=4m$，$x_1=-1m$；$Mx_1=-mx_2$，

$M=3m=180kg$

9、物体到达最高点时物体与槽相对速度等于零，动量守恒：$mv_0=(m+M)v$

机械能守恒：$\frac{1}{2}mv_0^2=\frac{1}{2}(m+M)v^2+mgh$ 解方程得：$h=\frac{Mv_0^2}{2(m+M)g}$

11、设子弹打入木块后二者共同运动的速率为 V，水平方向动量守恒：

$mv=(m+M)V$，$V=mv/(m+M)$；

木块对子弹作的功：$W_1=\frac{1}{2}mV^2-\frac{1}{2}mv^2=-\frac{Mm(M+2m)}{2(M+m)^2}v^2$；

子弹对木块作的功：$W_2=\frac{1}{2}MV^2=\frac{Mm^2}{2(M+m)^2}v^2$

13、以球 A 和 B 为系统，碰撞时在水平方向上不受外力，所以系统的动量守恒

在水平面内建立坐标系 xoy，并使 x 轴正向与球 A 碰前运动方向一致，则

x 方向：$m_A v_{A0}=m_A v_A\cos\theta+m_B v_B\cos 60^\circ$ (1)

y 方向：$0=m_A v_A\sin\theta+m_B v_B\sin 60^\circ$ (2)

式中 θ 为球 A 碰后与 x 轴正向夹角。解（1）（2）式得

$$v_A=\sqrt{m_A^2v_{A0}^2+m_B^2v_B^2-2m_Am_Bv_{A0}v_B\cos 60^\circ}\,/m_A=4.33m/s$$

$$\theta=tg^{-1}\frac{v_{Ay}}{v_{Ax}}=tg^{-1}\frac{-m_Bv_B\sin 60^\circ}{m_Av_{A0}-m_Bv_B\cos 60^\circ}=-30^\circ$$

17、当两人开始行走时，小船也开始运动。设小船的速度为 v，向右为正方向。按动量守恒定律：$Mv+M(v_0+v)+m(-v_0+v)=0$，得 $v=-\frac{M-m}{2M+m}v_0$，$v<0$，说明船是向左运动的。

（1）甲相对于地的速度 $v_0+v=\frac{M+2m}{2M+m}v_0$：甲向右运动；

乙相对于地的速度 $-v_0+v=-\frac{3M}{2M+m}v_0$：乙向左运动；

（2）$M>m$，从上述的对地速度表达式来看，乙的速率来得大，乙先到达木桩处。

（3）以船为参照系，两人的速度大小相等，方向相反，他们将在船中相遇：$\frac{l}{2}=v_0t$，

船同时相对于地经过的路程 $S=vt=\frac{M-m}{2M+m}v_0\frac{l}{2v_0}=\frac{M-m}{2M+m}\cdot\frac{l}{2}$

19、(1)由题给条件 m、M 系统水平方向动量守恒，m、M、地系统机械能守恒.

$m(-v+V)+MV=0$，$\frac{1}{2}m(-v+V)^2+\frac{1}{2}MV^2=mgR$，得 $V=m\sqrt{\frac{2gR}{M(M+m)}}$

$$v=\sqrt{\frac{2(M+m)gR}{M}}$$

(2) 当 m 到达 B 点时，M 以 V 运动，且对地加速度为零，可看成惯性系，以 M 为参考系：$N-mg=mv^2/R$，$N=\frac{Mmg+2(M+m)mg}{M}=\frac{3M+2m}{M}mg$

21、质点对 O 点的角动量守恒：$hmv_0=lmv$，$v/v_0=h/l$，$E_K/E_{K0}=h^2/l^2$

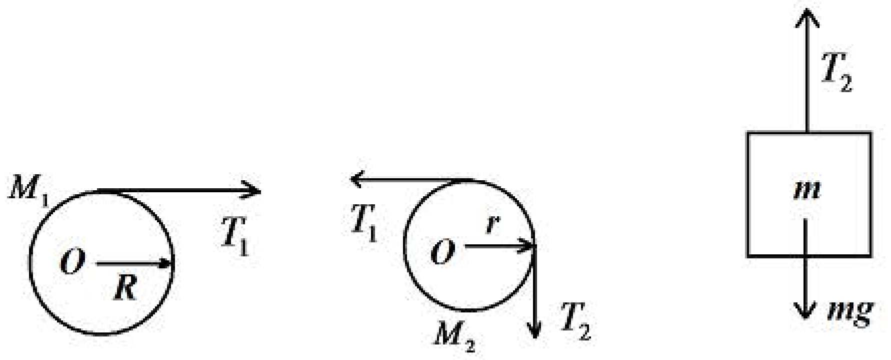
第五章 习题参考解答

1、杆两端受到的重力矩方向相反：$M=2mg\frac{l}{2}-mg\frac{l}{2}=mg\frac{l}{2}$ ；角加速度

$\alpha=\frac{M}{J}$，转动惯量 $J=m(\frac{l}{2})^2+2m(\frac{l}{2})^2=3m(\frac{l}{2})^2=\frac{3}{4}ml^2$，$\alpha=\frac{2g}{3l}$

3、（1）

画受力图。



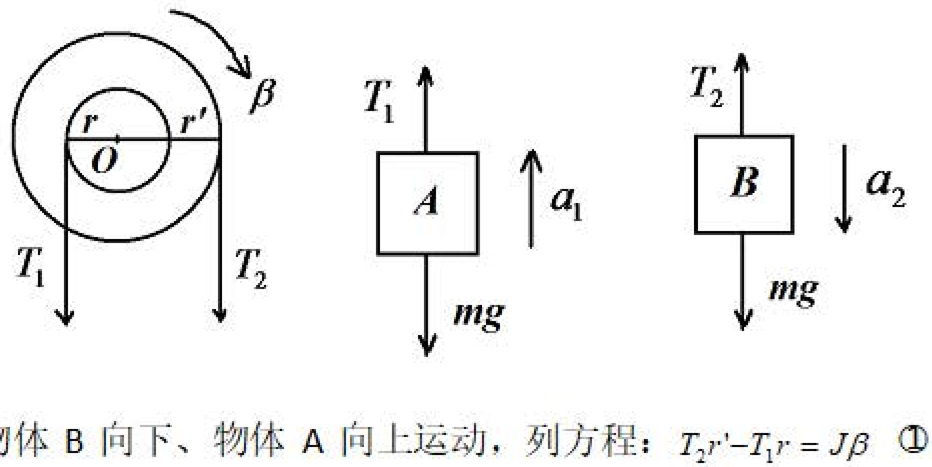
$T_1R=J_1\beta_1$ ① ； $T_2r-T_1r=J_2\beta_2$ ② ； $mg-T_2=ma$ ③ $a=r\beta_2=R\beta_1$ ④

$v^2=2ah$ ⑤ ； 联 立 上 述 等 式 ， 解 得 $a=\frac{mg}{\frac{M_1}{2}+\frac{M_2}{2}+m}=4m/s^2$ ，

$v=\sqrt{2ah}=2m/s$；

（2）$T_1=\frac{M_1}{2}a=48N$，$T_2=m(g-a)=58N$

5、（1）受力图如图所示：



设物体 B 向下、物体 A 向上运动，列方程：$T_2r'-T_1r=J\beta$ ① ； $T_1-mg=ma_1$

② ； $mg-T_2=ma_2$ ③ ； $a_1=r\beta$ ④ ； $a_2=r'\beta$ ⑤； 解 方 程 得 ：

$\beta=\frac{mgr}{\frac{19}{2}mr^2}=\frac{2g}{19r}$ ；组合轮的角加速度 $\beta=103rad\cdot s^{-2}$；

（2）组合轮转过的角度θ与物体 A 上升的高度 h 的关系：$h=r\theta$，$\omega^2=2\beta\theta$,

组合轮的角速度 $\omega=\sqrt{2\beta\frac{h}{r}}=9.08rad\cdot s^{-1}$

7、在 r 处的宽度为 dr 的环带面积上摩擦力矩为 $dM=df\cdot r$，$df=\mu dmg$，

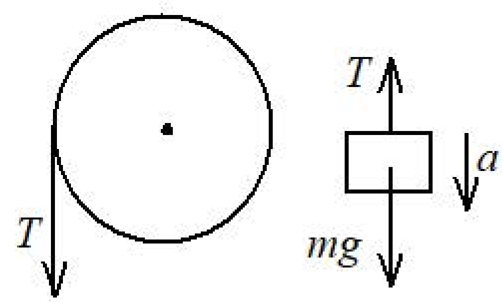
$dm=\frac{m}{\pi R^2}\cdot 2\pi rdr$，$\mathrm{d}M=\mu\frac{mg}{\pi R^2}\cdot 2\pi r\cdot r\cdot\mathrm{d}r$ 。总摩擦力矩

$M=\int_0^R\mathrm{d}M=\frac{2}{3}\mu mgR$,故平板角加速度 $\beta=M/J$，设停止前转数为 n，则转过

的角度 $\theta=2\pi n$ 由于 $\omega_0^2=2\beta\theta=4\pi Mn/J$ 可得 $n=\frac{J\omega_0^2}{4\pi M}=\frac{3R\omega_0^2}{16\pi\mu g}$

9、解：(1) 角加速度与初角速度方向相反，物体 m 先升高后下降。$mg-T=ma$ ；$TR=J\beta$ ；$a=R\beta$ ，$\beta=mgR/(mR^2+J)$，$\beta=\frac{mgR}{mR^2+\frac{1}{2}MR^2}=\frac{2mg}{(2m+M)R}$

$=81.7\ \mathrm{rad/s^2}$ ，
角加速度β方向垂直纸面向外.



(2) $\omega^2=\omega_0^2-2\beta\theta$ ，当$\omega=0$ 时，

$\theta=\frac{\omega_0^2}{2\beta}=0.612\ \mathrm{rad}$，物体上升的高度 $h=R\theta=6.12\times 10^{-2}\ \mathrm{m}$

(3) 从最高处算起，滑轮转过的角度θ=0.612rad,
$\omega=\sqrt{2\beta\theta}=10.0\ \mathrm{rad/s}$ 角速度ω方向垂直纸面向外.

11、碰撞过程棒和子弹的角动量守恒：$m'vl=(\frac{1}{3}ml^2+m'l^2)\omega$， 碰后棒和子弹的角速度

$\omega=15.4rad/s$；刚体的动能定理 $\int Md\theta=M_r\theta=\frac{1}{2}J\omega^2$，

$J=\frac{1}{3}ml^2+m'l^2=0.52kgm^2$， $\theta=15.4rad$

13、(1) 设当人以速率 v 沿相对圆盘转动相反的方向走动时，圆盘对地的绕轴角速度为ω，
则人相对与地固定的转轴的角速度为 $\omega'=\omega-\frac{v}{\frac{1}{2}R}=\omega-\frac{2v}{R}$ ①

人与盘视为系统，所受对转轴合外力矩为零，系统的角动量守恒。设盘的质量为 M，则人的质量为 $M/10$，有：$\left[\frac{1}{2}MR^2+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\right]\omega_0=\frac{1}{2}MR^2\omega+\frac{M}{10}\left(\frac{1}{2}R\right)^2\omega'$ ② ，

将①式代入②式得：$\omega=\omega_0+\frac{2v}{21R}$ ③

(2) 欲使盘对地静止，则式③必为零．即 $\omega_0+2v/(21R)=0$ ， 得：$v=-21R\omega_0/2$
式中负号表示人的走动方向与上一问中人走动的方向相反，即与盘的初始转动方向一致．

15、选棒、小物体为系统，系统开始时角速度为 $\omega_1=2\pi n_1=1.57\ \mathrm{rad/s}$.

（1） 设小物体滑到棒两端时系统的角速度为 ω_2．由于系统不受外力矩作用，所以角动量守恒。故 $\left(\dfrac{Ml^2}{12}+2mr^2\right)\omega_1=\left(\dfrac{Ml^2}{12}+\dfrac{1}{2}ml^2\right)\omega_2$

$$\omega_2=\frac{\left(\dfrac{Ml^2}{12}+2m\left(\dfrac{l}{4}\right)^2\right)\omega_1}{\dfrac{Ml^2}{12}+\dfrac{1}{2}ml^2}=0.628\ \mathrm{rad/s}$$

（2）小物体离开棒端的瞬间，棒的角速度仍为 $\omega_2=0.628\ \mathrm{rad/s}$．因为小物体离开棒的瞬间内并未对棒有冲力矩作用．小物体离开棒前后，质点系的角动量守恒。

17、略。

21、（1）机械能守恒：$mgx=\dfrac{1}{2}mv^2+\dfrac{1}{2}J\omega^2+\dfrac{1}{2}kx^2$ ①

$v=r\omega$, $v=\sqrt{\dfrac{2mgx-kx^2}{m+\dfrac{J}{r^2}}}$

（2）物体下落最大距离时物体速度等于零：v=0; $mgx=\dfrac{1}{2}kx^2$, $x=\dfrac{2mg}{k}$

（3）对式①等号两端求导：$mg\dfrac{dx}{dt}=\dfrac{1}{2}m\cdot 2v\dfrac{dv}{dt}+\dfrac{1}{2}J\cdot 2\cdot\omega\cdot\dfrac{d\omega}{dt}+\dfrac{1}{2}k\cdot 2x\cdot\dfrac{dx}{dt}$

滑轮的角加速度 $\beta=\dfrac{d\omega}{dt}=\dfrac{mgr-kxr}{J+mr^2}$

第六章 习题参考解答

1、设振动方程为$x = A\cos\omega t$，则$v = \frac{dx}{dt} = -A\omega\sin\omega t$ A=12cm

(1) 在 x=6cm, v=24cm/s 状态下有： $6 = 12\cos\omega t$； $24 = -12\omega\sin\omega t$

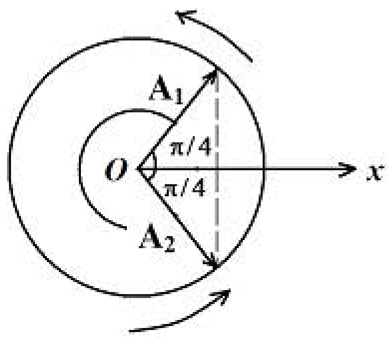
解以上两式 得$\omega = \frac{4}{\sqrt{3}}$； $\therefore T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{\sqrt{3}}{2}\pi = 2.72$ s

(2) 设对应 v=12cm/s 的时间为t_2，则由$v = -A\omega\sin\omega t$得$12 = -12 \cdot \frac{4}{\sqrt{3}}\sin\omega t_2$

解上式得$\sin^2\omega t_2 = 0.1875$，相应位移为$x = A\cos\omega t_2 = \pm A\sqrt{1-\sin^2\omega t_2} = \pm 10.8$ cm

3、（见图）$\Delta\phi = \frac{3}{2}\pi$，或$\Delta\phi = \frac{\pi}{2}$

两种情况都行 1，4；2，3 象限都行。



5、由矢量图得到如下条件的初相位：

(1) $x_0 = -A, v_0 = 0$； $\varphi = \pm\pi$. $x = A\cos(\omega t + \pi)$ (SI);

(2) $x_0 = 0$， $v_0 = v_{max} > 0$； $\varphi = -\pi/2$. $x = A\cos(\omega t - \pi/2)$ (SI);

(3) $x_0 = \frac{A}{2}$， $v_0 < 0$; $\varphi = \pi/3$. $x = A\cos(\omega t + \pi/3)$ (SI);

(4) $x_0 = \frac{A}{\sqrt{2}}$， $v_0 > 0$； $\varphi = -\pi/4$. $x = A\cos(\omega t - \pi/4)$ (SI).

9、设振动方程为$x = A\cos(\omega t + \varphi)$。则由曲线可知 A=10cm,t=0 时 $x_0 = -5 = 10\cos\varphi$，

$v_0 = -10\omega\sin\varphi < 0$。可解得$\varphi = \frac{2}{3}\pi$

再由图可知近地点由位移$x_0 = -5$ cm、$v_0 < 0$的状态到$x = 0$、$v>0$的状态所需

时间为 t=2s,代入振动方程得$0 = 10\cos\left(2\omega + \frac{2\pi}{3}\right)$ $2\omega + \frac{2\pi}{3} = \frac{3\pi}{2}$ $\therefore \omega = \frac{5}{12}\pi$

故所求振动方程为$x = 0.10\cos\left(\frac{5}{12}\pi t + \frac{2}{3}\pi\right)$ （SI）

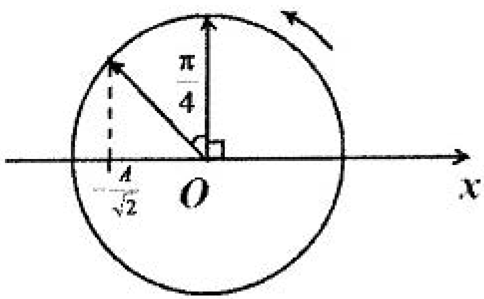
11、(1) 由题意 $F_m = kA = kx_m, k = \dfrac{F_m}{x_m}$, ∴振动能量 $E = \dfrac{1}{2}kx_m^2 = \dfrac{1}{2}F_m x_m = 0.16\text{J}$

(2) $v_m = A\omega, \omega = \dfrac{v_m}{A} = \dfrac{v_m}{x_m} = 2\pi\text{rad/s}, \nu = 1\text{Hz}, t = 0$ 时, $x_0 = A\cos\varphi = 0.2$

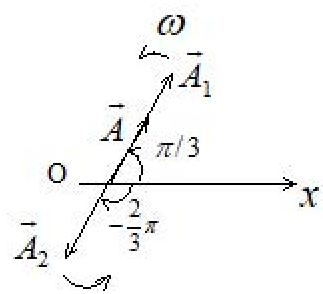
$v_0 = -A\omega\sin\varphi < 0$, 解得 $\varphi = \dfrac{\pi}{3}$, ∴ 振动方程为 $x = 0.4\cos(2\pi t + \dfrac{\pi}{3})(\text{SI})$

13、1) $E_p = \dfrac{1}{2}kx^2 = \dfrac{E}{2} = \dfrac{1}{2}(\dfrac{1}{2}kA^2), x = \pm\dfrac{A}{\sqrt{2}}$

(2) 由图可知 $\Delta\phi = \dfrac{\pi}{4}$, 最短时间 $\Delta t = \dfrac{\Delta\phi}{\omega} = \dfrac{3}{4}s$



15、$x_2 = 3\sin\left(4t - \dfrac{\pi}{6}\right) = 3\cos\left(4t - \dfrac{\pi}{6} - \dfrac{\pi}{2}\right) = 3\cos\left(4t - \dfrac{2}{3}\pi\right)(\text{cm})$



作两振动的旋转矢量图，如图所示，由图得，合振动的振幅和初相分别为 $A = 5 - 3 = 2$ cm，$\varphi = \dfrac{\pi}{3}$，∴合振动方程为

$$x = 2\times10^{-2}\cos\left(4t + \frac{\pi}{3}\right)(\text{m})$$

17、旋转矢量图上三个分矢量的模相等，即 $A_1 = A_2 = A_3$。三个分矢量间的夹角（相邻两个谐振动的相位差）相等，即 $\Delta\varphi = \dfrac{\pi}{3}$ 。由几何关系得，合振幅 $A = 2A_1 = 0.2$，初相位 $\varphi = \dfrac{1}{2}$ ，所以合振幅的表达式为 $x = 0.2\cos(10t + \dfrac{\pi}{2})(\text{SI})$

第七章 习题参考解答

1、(1) 取$x>0.2$，位相落后$\frac{2\pi}{\lambda}(x-0.2)=\frac{\omega}{u}(x-0.2)$，波动方程

$$y=0.2\cos\left(20\pi t+\frac{\pi}{2}-\frac{\omega}{u}(x-0.2)\right)$$，将$\omega=20\pi$，$u=5m/s$代入得：

$$y=0.2\cos\left(20\pi t-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)\ (\mathrm{m})$$

(2) $t=5s$，x 轴上任一点位移

$$y=0.2\cos\left(100\pi-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)=0.2\cos\left(4\pi x-\frac{13\pi}{10}\right)(\mathrm{m});$$

x 轴上任一点的速度$v=\frac{dy}{dt}=-4\pi\sin\left(20\pi t-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)$，$t=5s$，

$$v=-4\pi\sin\left(100\pi-4\pi x+\frac{13\pi}{10}\right)$$

(3) $x=-0.2m$，代入波动方程得$y=0.2\cos\left(20\pi t+0.8\pi+\frac{13\pi}{10}\right)\ (\mathrm{m})$

(4) 两点的位相差$\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{8}{5}\pi$

3、已知波动方程为$y=A\cos\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}$，其中$A=0.01\mathrm{m}$，$\lambda=0.2\,\mathrm{m}$，$u=25\mathrm{m/s}$

则 t=0.1s、x=2m 处质点振动位移$y=A\cos\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}=-0.01\mathrm{m}$

速度$v=\left.\frac{\partial y}{\partial t}\right|_{x=2,t=0.1}=-A\frac{2\pi u}{\lambda}\sin\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}=0$

加速度$a=\left.\frac{\partial^2 y}{\partial t^2}\right|_{x=2,t=0.1}=-A\left(\frac{2\pi u}{\lambda}\right)^2\cos\frac{2\pi(ut-x)}{\lambda}=6.17\times10^3\,\mathrm{m/s^2}$

5、取$x>-1$，位相超前$\Delta\varphi=2\pi\frac{\Delta x}{\lambda}=\frac{2\pi}{\lambda}[x-(-1)]=\frac{2\pi}{\lambda}(x+1)=\frac{\omega}{u}(x+1)$，

波动表达式为：$y=A\cos\left(\omega t+\varphi+\frac{\omega}{u}(x+1)\right)$

7、(1) 由 P 点的运动方向，可判定该波向左传播。

对原点 O 处质点，t=0 时，$y_0 = A\cos\varphi = \dfrac{\sqrt{2}}{2}A$，$v_0 = -A\omega\sin\varphi < 0$，所以$\varphi = \dfrac{\pi}{4}$，

O 处质点的振动方程为 $y_0 = A\cos\left(500\pi t + \dfrac{\pi}{4}\right)$（SI）波动方程为

$$y = A\cos\left[2\pi\left(250t + \frac{x}{200}\right) + \frac{\pi}{4}\right] \text{（SI）}$$

（2） 距 O 点 100m 处质点振动方程是 $y_{100} = A\cos\left(500\pi t + \dfrac{5\pi}{4}\right)$（SI）

振动速度表达式是 $v = -500\pi A\sin\left(500\pi t + \dfrac{5}{4}\pi\right)$

9、（1）设 $x=0$ 处质点振动方程为 $y = A\cos(2\pi\nu t + \varphi)$

由图可知 $t = t'$ 时 $y = A\cos(2\pi\nu t' + \varphi) = 0$ $\qquad \dfrac{dy}{dt} = -2\pi\nu A\sin(2\pi\nu t' + \varphi) < 0$

$\therefore 2\pi\nu t' + \varphi = \dfrac{\pi}{2}$，$\varphi = \dfrac{\pi}{2} - 2\pi\nu t'$ $\qquad x=0$ 处振动方程为

$$y = A\cos\left[2\pi\nu(t - t') + \frac{\pi}{2}\right]$$

（2）该波的波动方程为 $\qquad y = A\cos\left[2\pi\nu\left(t - t' - \dfrac{x}{u}\right) + \dfrac{\pi}{2}\right]$

11、

（1）由振动曲线可知，P 点处质点振动方程为 $y_p = A\cos(\dfrac{2\pi}{4}t + \pi) = A\cos(\dfrac{\pi}{2} + \pi)$ （SI）

(2) 波动方程为 $y = A\cos[2\pi(\dfrac{t}{4} + \dfrac{x-d}{\lambda}) + \pi]$ （SI）

(3) O 处质点的振动方程为：$y_0 = A\cos[2\pi(\dfrac{t}{4} + \dfrac{0-\lambda/2}{\lambda}) + \pi] = A\cos(\dfrac{\pi}{2}t)$ （SI）

13、由波形曲线可得,振幅: A=0.04m,波长:λ=0.4m,由 $u = \lambda\nu$,得:频率: ν=0.2Hz. 波沿 x 轴正方向传播, t=0 时,坐标原点处质点处于平衡位置,且运动趋势向下,

即: $y_0=0, v_0<0$. 由旋转矢量图可知,振动初相位为: $\varphi_0 = \dfrac{\pi}{2}$.

原点的振动方程为: $\qquad y = 0.04\cos(0.4\pi t + \dfrac{\pi}{2})\,\text{m}$

波的波动表式为: $\qquad y = 0.04\cos[0.4\pi(t - \dfrac{x}{0.08}) + \dfrac{\pi}{2}] = 0.04\cos(0.4\pi t - 5\pi x + \dfrac{\pi}{2})\,\text{m}$

(2)相位在传播过程中保持不变.即波动表式中$(t-\frac{x}{u})$项的微分为零.可有$\Delta t-\frac{\Delta x}{u}=0$,

$\Delta t=\frac{T}{8}$ 时, $\Delta x=\frac{\lambda}{8}$

所以,将波形曲线向波的传播方向平移Δx即可.

波形曲线(略)。

17、(1) $\overline{w}=\frac{1}{2}\rho A^2\omega^2=\frac{1}{2}\times1.3\times10^{-12}\times(2\pi\times500)^2=6.37\times10^{-6}\ \mathrm{J/m^3}$

(2) $I=\overline{w}u=6.37\times10^{-6}\times340=2.165\times10^{-3}\ \mathrm{W/m^2}$

19、设 s_1 和 s_2 的振动位相为 φ_1 和 φ_2 。则在 x_1 点两波引起的振动位相差为

$\left(\varphi_2-2\pi\frac{d-x_1}{\lambda}\right)-\left(\varphi_1-2\pi\frac{x_1}{\lambda}\right)=(2k+1)\pi$ 即 $\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(d-2x_1)=(2k+1)\pi$ -----(1)

在 x_2 点两波引起的振动位相差为 $\varphi_2-\varphi_1-\frac{2\pi}{\lambda}(d-2x_2)=(2k+3)\pi$ ---------(2)

(2)式-(1)式得 $\frac{4\pi}{\lambda}(x_2-x_1)=2\pi$ $\therefore\lambda=2(x_2-x_1)=6\ \mathrm{m}$

由(1)式 $\varphi_2-\varphi_1=(2k+1)\pi+\frac{2\pi}{\lambda}(d-2x_1)=(2k+5)\pi$

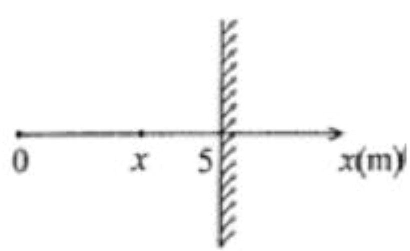
所以当 k=-2、-3 时位相差最小 $\varphi_2-\varphi_1=\pm\pi$

21、设子波源A、B相距d, A到P点的距离为x.由题意可得$u=330\mathrm{m/s}$, $\nu=300\mathrm{Hz}$, $\lambda=\frac{u}{\nu}=1.1$ m

两子波在P点的振动相位差应满足$\Delta\varphi=\frac{2\pi}{\lambda}\left(\sqrt{d^2+x^2}-x\right)=(2k+1)\pi$, $k=0,\pm1,\pm2\cdots$

$x=\frac{d^2}{(2k+1)\lambda}-\frac{1}{4}(2k+1)d^2\lambda$ 因 x>0, 只能取 k=0. 代入数据, 得 $x=0.634\ \mathrm{m}$

23、已知波动方程为 $y=0.01\cos(4t-\pi x-\frac{1}{3}\pi)(\mathrm{SI})$



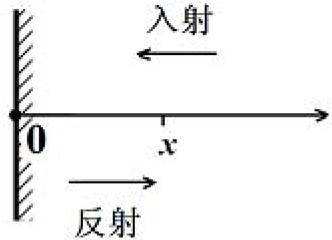
反射波在x点引起的振动相位为

$(4t-\pi x-\frac{1}{3}\pi)-[\frac{2\pi}{2}(5-x)\times2+\pi]=4t+\pi x-\frac{4}{3}\pi-10\pi$

$\therefore$ 反射波方程为 $y=0.01\cos(4t+\pi x-\frac{4}{3}\pi)(\mathrm{SI})$ 或

$y=0.01\cos(4t+\pi x-\frac{4}{3}\pi-10\pi)(\mathrm{SI})$

25、两列波形成驻波为 $y = 2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\cos(2\pi\nu t)$



(1) 最大振幅点的位置处，最大合振幅 A_{max}，要求

$$\left|2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\right| = 1$$

所以 $(2\pi\frac{x}{\lambda}) = k\pi$，即 $x = \frac{k\lambda}{2}; (k = 0, \pm 1, \pm 2\cdots)$

(2) 最小振幅点的位置处，最小合振幅 $A_{min.}$ 要求 $\left|2A\cos(2\pi\frac{x}{\lambda})\right| = 0$

所以 $(2\pi\frac{x}{\lambda}) = \frac{(2k+1)}{2}\pi$，即 $x = \frac{(2k+1)\lambda}{4}; (k = 0, \pm 1, \pm 2\cdots)$

26、（1）$\lambda = 2m$，入射波和反射波在 x 处的位相差 $\Delta\Phi = \frac{2\pi}{\lambda}(5-x)\times 2 + \pi$，反射波方程 $y = 0.01\cos\left(4t - \pi x - \frac{\pi}{2} - \frac{4\pi}{\lambda}(5-x) + \pi\right) = 0.01\cos\left(4t + \pi x + \frac{\pi}{2}\right)$

（2）$y = y_{入} + y_{反} = 0.02\cos\left(\pi x + \frac{\pi}{2}\right)\cos 4t$

（3）波腹：$\pi x + \frac{\pi}{2} = k\pi$，$x = k - \frac{1}{2}$，$k \le 5$ 或（$k = \cdots -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$）

波节：$\pi x + \frac{\pi}{2} = (2k+1)\frac{\pi}{2}$，$x = k$，$k \le 5$ 或（$k = \cdots -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5$）

27、(1) 由 $y = 0.05\cos(500\pi t + \frac{\pi}{4})$ m，入射波的波动方程为：

$$y = 0.05\cos(500\pi t + \frac{\pi}{4} - \frac{10}{7}\pi x) \quad \text{m。}$$

(2) 反射波在 x点的相位比入射波落后

$$\Delta\varphi = \Delta\varphi_1 + \Delta\varphi_2 = \frac{2\pi}{\lambda}[2\times(1.75 - x)] + \pi = 6\pi - \frac{20}{7}\pi x$$

反射波的波方程为：

$$y_2 = 0.05\cos(500\pi t + \frac{\pi}{4} + \frac{10}{7}\pi x) \ \text{m}$$

(3) 入射波与反射波在某点相遇后干涉减弱的位置即为波节位置： $\Delta\varphi = -\frac{20}{7}\pi x$

当 $\Delta\varphi = (2k+1)\pi$ 时振动减弱

$$\therefore \Delta\varphi = -\frac{20}{7}\pi x = (2k+1)\pi$$

$$x = -\frac{2.8k+1.4}{4}$$

$$k = -1, x = 0.35\text{m}, k = -2, x = 1.05\text{m}, k = -3, x = 1.75\text{m}$$

(4) 相位谱： $\Delta\varphi = \frac{20}{7}\pi\times 0.875 = \frac{5}{2}\pi$ （反射不衰减， $A_1 = A_2$ ）

$$A = \sqrt{A_1^2 + A_2^2 + 2A_1A_2\cos\Delta\varphi} = \sqrt{2}A_1 = \sqrt{2}\times 0.05(\text{m}) \approx 0.07(\text{m})$$