

《微积分 2》练习题（理工大类 C 卷）

班级_____ 学号_____ 姓名_____ 得分_____

本套练习题共 19 题，满分 50 分；内容涵盖定积分应用、向量代数与空间解析几何、多元函数微分学及其应用、二重积分等四个部分。

一、单项选择题（5 题；每题 2 分，共 10 分）

1. 曲线 $r = 3 \cos \theta$ 和 $r = 1 + \cos \theta$, 所围成的平面图形的公共部分的面积 $A =$ ()

- A、 $\int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)^2 d\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1}{2} (3 \cos \theta)^2 d\theta$
B、 $\int_0^{\pi/3} \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)^2 d\theta + \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{2} (3 \cos \theta)^2 d\theta$
C、 $2 \int_0^{\pi/4} \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)^2 d\theta + \int_{\pi/4}^{\pi/2} \frac{1}{2} (3 \cos \theta)^2 d\theta$
D、 $2 \left[\int_0^{\pi/3} \frac{1}{2} (1 + \cos \theta)^2 d\theta + \int_{\pi/3}^{\pi/2} \frac{1}{2} (2 \cos \theta)^2 d\theta \right]$

2. 函数 $f(x, y) = \begin{cases} \frac{xy}{\sqrt{x^2 + y^2}} & x^2 + y^2 \neq 0 \\ 0 & x^2 + y^2 = 0 \end{cases}$ ()。

- A、 处处连续 B、 处处有极限，但不连续
C、 仅在(0,0)点连续 D、 除(0,0)点外处处连续

3. 设 $z = xy e^{-xy}$, 则 $z'_x(x, -x) =$ ()

- A、 $-2x(1 + x^2)e^{x^2}$ B、 $2x(1 - x^2)e^{x^2}$
C、 $-x(1 - x^2)e^{x^2}$ D、 $-x(1 + x^2)e^{x^2}$

4. 若曲线 $x = e^t \cos t, y = e^t \sin t, z = e^t$ 在对应于 $t = \frac{\pi}{4}$ 点处的切线与 zOx 平面交角的正弦值是()

- A、 $\sqrt{\frac{2}{3}}$ B、 $\sqrt{\frac{1}{3}}$ C、 0 D、 1

5. 设 $f(x)$ 为连续函数, $F(t) = \int_1^t dy \int_y^t f(x) dx$, 则 $F'(2) =$ ()。

- A. $2f(2)$ B. 0 C. $-f(2)$ D. $f(2)$

二、填空题（10 题；每题 2 分，共 20 分）

1. 设 $\vec{a} = \sqrt{3}\{1, -1, 2\}, \vec{b} = \{2, -1, 3\}$, 则 $|(4\vec{a} - 3\vec{b}) \times (8\vec{a} - 5\vec{b})| =$ _____。

2. 要使直线 $\frac{x-a}{3} = \frac{y}{-2} = \frac{z+1}{a}$ 在平面 $3x + 4y - az = 3a - 1$ 内, 则 $a =$ _____。

3. 球面 $x^2 + y^2 + z^2 = R^2$ 与 $x + z = a$ 交线在 xOy 平面上投影曲线的方程是 _____ (其中 $0 < a < R$)。

4. 平面 $19x - 4y + 8z + 21 = 0$ 和 $19x - 4y + 8z + 42 = 0$ 之间的距离等于 _____。

5. 过点 $(2, 0, -3)$ 并与 $\begin{cases} x - 2y + 4z - 7 = 0 \\ 3x + 5y - 2z + 1 = 0 \end{cases}$ 垂直的平面的方程为 _____。

6. 曲线 $\begin{cases} x - y - z = 0 \\ x^2 - y^2 - z^2 = -2 \end{cases}$ 在点 $(0, 1, -1)$ 处的法平面方程为 _____。

7. 极限 $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 1}} (1 + x e^y)^{\frac{2y+x}{x}} =$ _____。

8. 曲面 $3^{\frac{xy}{4z}} + xyz + \frac{2}{3} = 0$ 在点 $(2, -1, \frac{1}{2})$ 处的切平面方程是 _____。

9. 设区域 D 是 $x^2 + y^2 \leq 1$ 与 $x^2 + y^2 \leq 2x$ 的公共部分, 试写出 $\iint_D f(x, y) dx dy$ 在极坐标系下先对 r 积分的累次积分 _____。

10. 设 $D: x^2 + y^2 \leq 2x$, 由二重积分的几何意义知 $\iint_D \sqrt{2x - x^2 - y^2} dx dy =$ _____。

三、计算题（4 题；每题 5 分，共 20 分）

1. 试求 $y = x^3$ 上点(1,1)处切线与抛物线 $y = -x^2 + 4x$ 围成的平面图形的面积.

2. 求过直线 $l_1: \begin{cases} x + y - 3z - 1 = 0 \\ x - y + z + 1 = 0 \end{cases}$ 且与直线 $l_2: \begin{cases} x - z - 1 = 0 \\ y + z + 1 = 0 \end{cases}$ 平行的平面方程.

3. 求函数 $f(x, y) = x^2 + 2y^2 - x^2 y^2$ 在区域 $D = \{(x, y) \mid x^2 + y^2 \leq 4, y \geq 0\}$ 上的最大值和最小值.

4. 求 $\iint_D \ln(1 + x^2 + y^2) dx dy$, 其中 D 是由 $x^2 + y^2 = 4$ 及坐标轴所围成的第一象限部分区域。