嘉定高数二复习资料

一、选择题

1．设$\int e^x f(e^x)dx=\ln(1+e^x)+c$，则 $f(x)=(\quad)$．

A. $\dfrac{1}{1+x}$　　B. $\dfrac{1}{(1+x)x}$　　C. $\dfrac{1}{1+e^x}$　　D. $\dfrac{1}{(1+e^x)e^x}$

2．设 $f(x)$ 为连续函数，则$\int_{-\pi}^{\pi}(xf(x^{100})+|\cos x|)dx=(\quad)$

A. 0　　B. 2　　C. 3　　D. 4

3．设 $f(x)$ 为连续函数，且$F(x)=\int_{-1}^{1}f(x-t)dt$，则$\lim\limits_{x\to0}\dfrac{F(x)}{x}=(\quad)$

A． 0　　B. ∞　　C. $f(1)-f(-1)$　　D. $f(-1)-f(1)$

4．设平面上区域$D:0\le x\le1,0\le y\le1$， $f(x)$ 为连续函数，如果$\int_{-1}^{1}f(x^2)dx=2$，则$\iint\limits_D f(x^2)f(y^2)dxdy=$(B)

A. 2　　B. 1　　C. 4　　D. 3

5. 设$z=f(x,y)$在(x_0,y_0)处两个偏导数存在，则下面结论一定正确的是 (D).

A. $f(x,y)$在(x_0,y_0)处连续　　B. $f(x,y)$在(x_0,y_0)处可微

C. $f(x,y)$在(x_0,y_0)处极限存在　　D. $\lim\limits_{x\to x_0}f(x,y_0)$与$\lim\limits_{y\to y_0}f(x_0,y)$都存在

6. 设$u=\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则$\left.\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)\right|_{(1,1,1)}=(\quad)$

A. 3　　B. $\dfrac{\sqrt3}{3}$　　C. $\sqrt3$　　D. $2\sqrt3$

7. 设$z=z(x,y)$由方程$e^z+z^2-2xy=1$所确定，则$\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(x,y)=(0,1)}=(\quad)$

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. 2　　C. $\dfrac{1}{2}$　　D. 0

8. 设$u=\ln\sqrt{x^2+y^2+z^2}$，则$\left.\left(\dfrac{\partial u}{\partial x}+\dfrac{\partial u}{\partial y}+\dfrac{\partial u}{\partial z}\right)\right|_{(1,1,1)}=(\quad)$

A. 3　　B. 1　　C. $\sqrt3$　　D. $2\sqrt3$

9. 设$z=z(x,y)$由方程$e^z+z^2+2xy=1$所确定，则$\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(x,y)=(0,1)}=(\quad)$

A. $-\dfrac{1}{2}$　　B. .2　　C. 0　　D. -2

10．设b是常数，则$\dfrac{d}{dx}\int_{\sqrt{x}}^{b}\sin t^2dt=(\quad)$

A. $\sin x$　　B. $-\dfrac{\sin x}{2\sqrt{x}}$　　C. $\dfrac{\sin x}{2\sqrt{x}}$　　D. $-\sin x$

11．如果 $f(x)$ 的导数为 xe^{x^2}，则 $(\int f(x)\mathrm{d}x)'=($　　$)$

A. $e^{x^2}x(1+2x)$　　B. $xe^{x^2}+C$　　C. $\dfrac{1}{2}e^{x^2}+C$　　D. $\dfrac{1}{2}xe^{x^2}+C$

12．曲线段 $\begin{cases} x=\sin^3 t+2 \\ y=\cos^3 t+3 \end{cases}(0\le t\le\dfrac{\pi}{2})$ 的弧长为(　　)

A．　3　　B. $\dfrac{9}{4}$　　C. $\dfrac{3}{2}$　　D. $\dfrac{3}{4}$

13．设平面上区域 $D:0\le x^2+y^2\le 1$，则 $\iint\limits_D (x^3+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=($　　$)$

A. 2π　　B. -2π　　C. π　　D. $-\pi$

14．设 $\int f(x^2)\mathrm{d}x=\arcsin x+c$，则 $f(x)=($　　$)$.

A. $\dfrac{1}{1+x^2}$　　B. $\dfrac{1}{1+x}$　　C. $\dfrac{1}{\sqrt{1-x}}$　　D. $\dfrac{1}{\sqrt{1-x^2}}$

15．设 $f(x)$ 为连续函数，则 $\int_{-1}^{1}(f(x)-f(-x)+1)\mathrm{d}x=($　　$)$

A. 0　　B. 2　　C. 1　　D. 不能确定

16．设 $f(x)$ 为连续函数，且 $F(x)=\int_0^1 f(x-t)\mathrm{d}t$，则 $F'(x)=($ D $)$

A．　0　B. $f(x-1)$　　C. $f(x-1)-f(x)$　　D. $f(x)-f(x-1)$

17．设平面上区域 $D:-1\le x\le 1, 0\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D (x^3y+3x^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=($ A $)$

A. 2　　B. 1　　C. 4　　D. 3

18．设 $f(x)$ 可导，且 $z=f(\dfrac{x^2}{y^2})$，则 $x\dfrac{\partial z}{\partial x}+y\dfrac{\partial z}{\partial y}=$ (　　)

A. 0　　B. 1　　C. 2　　D. $x+y$

19．设 $\int f(x^2)\mathrm{d}x=\arctan x+c$，则 $\int_0^{e-1} f(x)\mathrm{d}x=($　　$)$.

A. 0　　B. $\dfrac{\pi}{2}$　　C. 1　　D. 2

20．如果 $\int_0^1[f(x)+f(-x)]\mathrm{d}x=2$，则 $\int_{-1}^{1} f(x)\mathrm{d}x=($　　$)$

A. 0　　B. 2　　C. 1　　D. -2

21．设 $f(x)=\int_{x^2}^{0}\ln(\sqrt{t}+1)\mathrm{d}t$，则 $f'(x)=($　　$)$

A. $\ln(\sqrt{x}+1)$ B. $2x\ln(x+1)$ C. $x^2\ln(x+1)$ D. $-2x\ln(x+1)$

22．设平面上区域 $D:0\le x\le 1,-1\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D (y^3+3x^2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ (　)

A. 2 B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{1}{4}$ D. 1

23．设 $z=f(x^2-y^2)+x^2$，则 $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}+\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=$ (　　)

A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

24．设 $\int f(x^2)\mathrm{d}x=\arcsin x+c$，则 $\int_{-3}^{0} f(x)\mathrm{d}x=$ (　　)

A. -2 B. 0 C. 1 D. 2

25．如果 $\int_0^1 [f(x)+f(-x)]\mathrm{d}x=2$，则 $\int_{-1}^{1} xf(x^2)\mathrm{d}x=$ (　　)

A. 0 B. 1 C. -1 D. 2

26．设 $f(x)=\int_0^{x^2}\sin\sqrt{t}\mathrm{d}t$，则 $f'(x)=$ (　　)

A. $\sin x$ B. $\sin\sqrt{x}$ C. $2x\sin x$ D. $2x\sin\sqrt{x}$

27．设平面上区域 $D:-1\le x\le 1,0\le y\le 1$，则 $\iint\limits_D (2x+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$ (　　)

A. 0 B. 1 C. -2 D. 2

28．设 $z=f(x^2+y^2)$，则 $\frac{1}{x}\frac{\partial z}{\partial x}-\frac{1}{y}\frac{\partial z}{\partial y}=$ (　　)

A. $f'(x^2+y^2)$ B. 0 C. 1 D. $(\frac{1}{x}-\frac{1}{y})f'(x^2+y^2)$

29. 设 $z=f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处全微分存在，则下面结论正确的是 (　　).

A. $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处偏导数未必存在；

B. $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处偏导数连续；

C. $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处沿任何方向的方向导数存在；

D. $f(x,y)$ 在 (x_0,y_0) 处未必连续.

30. 设函数 $f(x,y)=\begin{cases} xy\sin\frac{1}{\sqrt{x^2+y^2}}, & (x,y)\ne(0,0), \\ 0, & (x,y)=(0,0). \end{cases}$，则(　　)

A. $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处极限不存在 B. $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 极限存在但不为 0

C. $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处连续 D. $f(x,y)$ 在 $(0,0)$ 处不可微

二、填空题

1. $\int_0^{\sqrt{2}} 2x\sqrt{4-x^4}\mathrm{d}x=$_____.

2. 如果 $z=x^y+y^x$，则 $\frac{\partial z}{\partial x}=$_______.

3. 设函数 $f(x,y)$ 连续，平面区域 D 关于 $y=x$ 对称，则 $\iint_D (f(x,y)-f(y,x))\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$__.

4. 曲线 $L: y=\int_0^x \sqrt{\sin(2t)}\mathrm{d}t(0\le x\le\frac{\pi}{2})$ 的弧长为____.

5. 设 $f(x)$ 的一个原函数为 e^{x^2}，则 $\int x f'(x)\mathrm{d}x=$_______.

6. $\int \frac{\mathrm{e}^x}{\sqrt{1-\mathrm{e}^{2x}}}\mathrm{d}x=$__________.

7. $\int_{-1}^{1}(x^3\cos^7 x+1)\mathrm{d}x=$_______.

8. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{x^2\sin x}{\int_0^x \sin(t^2)\mathrm{d}t}=$______.

9. 设 $f(x)$ 为非负连续函数，且 $\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x=1$，则区域 $D: 0\le x\le 1, 0\le y\le f(x)$ 绕 x 轴旋所得立体体积为______；

10．设 $f(u)$ 为可导函数，且 $z=f(x^2-y^2)$，则 $\frac{\partial z}{\partial y}=$_______.

11. $\int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}}(\ln(\sqrt{1+x^2}+x)+\sin^2 x)=$________.

12. 如果 $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\int_0^x(\mathrm{e}^{t^2}-1)\mathrm{d}t}{\tan x\ln(1+x^a)}=\frac{1}{3}$，则 $a=$____.

13．曲线 $y=\int_0^x\sqrt{\cos t}\mathrm{d}t(|x|\le\frac{\pi}{2})$ 的弧长为______.

14．已知非负连续函数 $f(x)$ 在[0,1]上定积分 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=1$，则区域

$$D: 0\le x\le 1, 0\le y\le\sqrt{2f(x)}$$

绕 x 轴旋所得立体体积为_________.

15．设 $f(x)$ 的一个原函数为 $\cos(x^2)$，则 $\int x f'(x)\mathrm{d}x=$_________.

16. $\int_{-1}^{1}(\ln(\sqrt{1+x^2}+x)+3x^2)=$_____.

17. 设 $f(x)$ 是连续函数，$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x=2, D: 0\le x,y\le 1$, 则 $\iint\limits_D (f(x)f(y)+2x)\mathrm{d}x\mathrm{d}y=$____.

18. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x^2}(\mathrm{e}^{t^2}-1)\mathrm{d}t}{\tan x^5\ln(1+2x)}=$____.

19．曲线 $y=\dfrac{2}{3}x^{\frac{3}{2}}(0\le x\le 1)$ 的弧长为______.

20．$\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\mathrm{d}x}{\sqrt{(1+x^2)^3}}=$________.

21．$\displaystyle\int_{-1}^{1}(\frac{x}{1+x^2}+1)=$_____.

22．设 $f(x)$ 是连续函数，且 $F(t)=\int_0^1\mathrm{d}x\int_0^t f(y)\mathrm{d}y$，则 $F'(t)=$______.

23．$\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\int_0^{x}(\mathrm{e}^{t^2}-1)\mathrm{d}t}{\tan x^2\ln(1+2x)}=$_______.

24．设 $f(x)$ 为非负连续函数，则区域 $D:0\le x\le 1,0\le y\le f(x)$ 绕 x 轴旋所得立体体积为___________.

25．设 $z=x^{yx}$，则 $\dfrac{\partial z}{\partial x}=$________.

三、计算题

1. $\displaystyle\int\frac{2x}{\sqrt{x^2+1}+\sqrt[3]{x^2+1}}\mathrm{d}x$.

2. $\displaystyle\int\frac{2}{x\sqrt{1-x^4}}\mathrm{d}x$.

3. $\displaystyle\int\frac{x\sin x}{\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

4. 计算 $I=\displaystyle\int_{-1}^{1}\frac{1+x\ln(1+x^2)}{(1+x^2)^{3/2}}\mathrm{d}x$.

5. 设函数 $f(x),g(x)$ 满足 $f(x)=4x^3+\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x$、$g(x)=6x^2-2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.求

$$\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x,\int_0^1 g(x)\mathrm{d}x.$$

6. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $x^3+y^3+z^3+xy^2z=4$ 所确定的隐函数，求 $\left.\dfrac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,1)},\left.\dfrac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,1)}$.

7. 设 $f(u,v)$ 具有连续的二阶偏导数，如果 $z=f(x+y,x-y)$，求 $\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

8. 设区域 $D:0\le x\le 1,0\le y\le 1$，计算重积分 $I=\iint_D|y-x|\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

9. 设 L 为曲线 $y=x^2$ 在点 (x_0,y_0) 处法线，交 x 轴于点(3,0)。 求由 L 、 x 轴、 $y=x^2$ 在第一象限所围平面区域绕 x 轴旋转一周所得旋转体的体积.

10. 求 $u=f(x,y,z)=x^{-1}+y^{-1}+z^{-1}$ 在 $x^2+y^2+z^2=3R^2(R>0,x>0,y>0,z>0)$ 条件下最小值.

11. 某企业为生产甲、乙两种型号的产品，投入的固定成本为 10000（万元），设该企业生产甲、乙两种产品的产量分别为 x (件)和(y 件)，且固定两种产品的边际成本分别为 $20+\dfrac{x}{2}$（万元/件）与 $6+y$（万元/件）.

(1) 求生产甲乙两种产品的总成本函数 $C(x,y)$ (万元)；

(2) 当总产量为 50 件时，甲乙两种的产量各为多少时可以使总成本最小？求最小的成本。

12. 过坐标原点作曲线 $y=\ln x$ 的切线，该切线与曲线 $y=\ln x$ 及 x 轴围成平面图形 D .

(1) 求 D 的面积 S ；(2)求 D 绕直线 $x=\mathrm{e}$ 旋转一周所得旋转体的体积 V .

13. 设 $f(u,v)$ 有连续的二阶偏导数， $z=f(x^2-y^2,y^3+x)$ ，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial z}{\partial y}$.

14. 设区域 D 由曲线 $y=\sin x,x=\pm\dfrac{\pi}{2},y=1$ 围成，计算 $\iint\limits_D(x^5y+2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

15. $\int_{-1}^{1}[x\ln(1+x^{100})+\sqrt{(1-x^2)^7}]\mathrm{d}x$.

16. 设 $z=\mathrm{e}^x\cos(xy)+x$ ，求 $\dfrac{\partial z}{\partial x},\dfrac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

17. 设 $f(x)=x^3+x+3\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$，求 $\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$.

18. 设 $f(x)$ 为连续函数， $\varphi(x)=\int_{-1}^{1} f(x-t)\mathrm{d}t$ ，求 $\lim\limits_{x\to 0}\varphi'(x)$.

19. 求定积分 $\int_0^2\max\left\{x^3,\ x^2\right\}\mathrm{d}x$.

20. $\int(\dfrac{\mathrm{e}^{2x}}{1+\mathrm{e}^{2x}}+\mathrm{e}^x\arctan\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x$.

21. $\int\dfrac{x}{\sqrt{x+1}+1}\mathrm{d}x$.

22. $\int\dfrac{1}{x\sqrt{1-x^2}}\mathrm{d}x$.

23. $\int x\tan^2 x\mathrm{d}x$.

24. $\int_0^1 x(1-x^4)^{\frac{3}{2}}\mathrm{d}x$.

25. 设 $f(x)=3x^2+x^3+\int_{-1}^1 f(x)\mathrm{d}x$，计算 $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

26. 设 $z=z(x,y)$ 是由方程 $z^5-xz^4+yz=1$ 所确定的隐函数，求 $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,0)}$, $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,0)}$.

27. 设 $f(u,v)$ 具有连续的二阶偏导数，如果 $z=f(xy,x^2-y^2)$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

28. 设区域 D 由 $y=x, y=0, x=1$ 围成，计算重积分 $I=\iint_D \mathrm{e}^{(y-1)^2}\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

29. 设 D 为曲线 $y=x^2, y=0, x=1$ 所围平面区域。试求 D 分别绕 y 轴，直线 $y=1$ 旋转一周所得旋转体的体积.

30. 设 $f(x,y,z)=\ln x+\ln y+3\ln z$,在球面 $C: x^2+y^2+z^2=5r^2(r>0)$ 位于第一卦限上求一点，使函数 $f(x,y,z)$ 在此点取得最大值，并求最大值.

31. 要设计一个表面积为 3π 平方米的无盖圆柱体水箱，问水箱底半径与高为多少时，水箱体积最大.

32. 设有曲线 $y=x^2+1$，过原点作其切线 L，切线不经过第二象限。若由此曲线、切线及 y 轴所围成的平面图形为 D.
(1) 求 L 方程；(2) 求 D 的面积；(3) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积.

33. 设 $f(u,v)$ 有连续的一阶偏导数，$z=f(x^2,y^2)+x^2+xy^2$，求 $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}$.

34. 设区域 D 由曲线 $y=x^3, x=\pm1, y=0$ 围成，计算 $\iint\limits_D (x^2y+2)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

35. 求定积分 $\int_0^2 |x^4-x|\mathrm{d}x$.

36. 设 $f(x)=\sin^2 x-2x+2\int_0^\pi f(x)\mathrm{d}x$，求 $f(x)$.

37. 设 $z=z(x,y)$ 由等式 $\mathrm{e}^z+\mathrm{e}^x+\mathrm{e}^y=3\mathrm{e}xyz$ 确定，求 $\left.\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,1,1)}$.

38. $\int \frac{1}{x^2}\arctan(\frac{1}{x})\mathrm{d}x$.

39. $\int \frac{3}{x(1+x^3)}\mathrm{d}x$.

40. $\int \frac{x}{\sqrt{x+1}+1}\mathrm{d}x$.

41. $\int \frac{x^3}{1+x^2}\mathrm{d}x$.

42. $\int \frac{1}{\sqrt[3]{x}+1}\mathrm{d}x$.

43. $\int \mathrm{e}^x \arctan(\mathrm{e}^x)\mathrm{d}x$.

44. 求定积分 $\int_0^2 \min\left\{x^4，x^3\right\}\mathrm{d}x$.

45. 设 $f(x)=4x^3+2x+2\int_0^1 f(x)\mathrm{d}x$，求 $\int_0^2 f(x)\mathrm{d}x$.

46. 设 $z=z(x,y)$ 由等式 $z^3=\mathrm{e}^z-x^3-y^2$ 确定，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

47. 设 $f(u,v)$ 有连续的一阶偏导数，$z=f(xy,x^3-y^3)$，求 $\frac{\partial z}{\partial x},\frac{\partial z}{\partial y}$.

48. 设区域 D 由曲线 $y=x^2,x=\pm1,y=0$ 围成，计算 $\iint_D (x^3y^2+1)\mathrm{d}x\mathrm{d}y$.

49. 设有曲线 $y=\sqrt{x-1}$，过原点作其切线 L，若由此曲线、切线及 x 轴所围成的平面图形为 D.

(1) 求 L 方程；(2) 求 D 的面积；(3) 求 D 绕 x 轴旋转一周所得的旋转体的体积.

50. 要设计一个容量为 16π 立方米的圆柱体水箱，问水箱底半径与高为多少时，用料最少.

四、证明

1.设函数 $f(x)$ 在 $[0,2a]$ 上连续. 求证

$$\int_0^{2a} f(x)\mathrm{d}x=\int_0^a (f(2a-x)+f(x))\mathrm{d}x,$$

并由此计算 $\int_0^{\pi}\frac{x\sin x}{1+\cos^2 x}\mathrm{d}x$.

2. 设函数 $f(x)$ 在 $[0,+\infty)$ 上连续，且 $D:0\le x\le 1,0\le y\le 1$ 满足方程

$$f(t)=\mathrm{e}^t+2\iint_D (f(x+y)+xf(x+1)-xf(x))\mathrm{d}x\mathrm{d}y,$$

求证 $f(t)=\mathrm{e}^t+\mathrm{e}-\mathrm{e}^2$.

3. 设函数 $f(x)$ 在 $[a,b]$ 上连续，求证 $\int_a^b f(x)\mathrm{d}x=\int_a^b f(a+b-x)\mathrm{d}x$,并计算

$$I=\int_0^{\frac{\pi}{2}}\frac{\cos x}{\cos x+\sin x}\mathrm{d}x.$$

4． 设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，求证 $\int_0^{\pi}xf(\sin x)\mathrm{d}x=\frac{\pi}{2}\int_0^{\pi}f(\sin x)\mathrm{d}x$,并计算

$$\int_0^{\pi}x\sin^3 x\mathrm{d}x.$$

5.设函数 $f(x)$ 在 $[0,1]$ 上连续，在 $(0,1)$ 内可导，且 $3\int_{\frac{2}{3}}^{1}f(x)\mathrm{d}x=f(0)$,证明在 $(0,1)$ 内存在一点，使 $f'(c)=0$.

解 答

一、选择题

A	D	C	B	D	C	B	B	C	B
C	D	C	C	B	D	A	A	C	B
D	A	C	A	B	C	D	B	C	C

二、填空题

1. π

2. $yx^{y-1}+y^x\ln y$

3. 0

4. 2

5. $2x^2\mathrm{e}^{x^2}-\mathrm{e}^{x^2}+C$

6. $\arcsin\mathrm{e}^x+c$

7. 2

8. 3

9. π

10. $-2yf'$

11. $\frac{\pi}{2}$

12. 2

13. 4

14. 2π

15. $-2x^2\sin(x^2)-\cos(x^2)+C$

16. 2

17. 5

18. $\frac{1}{6}$

19. $\frac{2}{3}(2\sqrt{2}-1)$

20. $\sin\arctan\frac{\pi}{2}$

21. 2

22. $f(t)$

23. $\frac{1}{6}$

24. $\pi\int_0^1 f^2(x)\mathrm{d}x$

25. $x^{yx}(y\ln x+y)$

三、计算题

1. $2(x^2+1)^{\frac{1}{2}}-3(x^2+1)^{\frac{1}{3}}+\ln(1+\sqrt[6]{1+x^2})+c$

2. $\ln\left|\frac{1-\sqrt{1-x^4}}{x^2}\right|+c$

3. $x\sec x-\ln|\sec x-\tan x|+c$

4. $\sqrt{2}$

5. $A=1, B=0$

6. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(1,1)}=-\left.\frac{F_x}{F_z}\right|_{(1,1)}=-1, \left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(1,1)}=-\left.\frac{F_y}{F_z}\right|_{(1,1)}=-\frac{5}{4}$.

7. $f_{11}''-f_{22}''$

8. $\frac{1}{3}$

9. $\frac{13\pi}{15}$

10. $\frac{3}{R}$

11. $C(x,y)=20x+\frac{x^2}{4}+6y+\frac{1}{2}y^2+10000$、$C(24,26)=11118$

12. $\frac{1}{2}\mathrm{e}-1, \frac{\pi}{6}(5\mathrm{e}^2-12\mathrm{e}+3)$

13. $\frac{\partial z}{\partial x}=2xf_1'+f_2',\frac{\partial z}{\partial y}=-2yf_1'+3y^2f_2'$

14. 2π

15. $\frac{35}{128}\pi$

16. $\frac{\partial^2 z}{\partial x\partial y}=\mathrm{e}^x(-x\sin(xy)-\sin(xy)-xy\cos(xy))$

17. $A=-\frac{3}{8}$

18. $f(1)-f(-1)$

19. $-2\ln(1-t)+C=-2\ln(1-\sqrt{x})+C$

20. $\mathrm{e}^x\arctan\mathrm{e}^x+C$

21. $\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}}-(x+1)+c$

22. $\ln\left|\frac{1-\sqrt{1-x^2}}{x}\right|+c$

23. $(\tan x-x)x+\ln|\cos x|+\frac{1}{2}x^2+c$

24. $\frac{3}{32}\pi$

25. 8

26. $\left.\frac{\partial z}{\partial x}\right|_{(0,0)}=\frac{1}{5}$, $\left.\frac{\partial z}{\partial y}\right|_{(0,0)}=-\frac{1}{5}$

27. $f_1'+xyf_{11}''+2(x^2-y^2)f_{12}''-4xyf_{22}''$

28. $\frac{1}{2}(\mathrm{e}-1)$

29. $\frac{\pi}{2},\frac{7\pi}{15}$

30. $(r,r,\sqrt{3}r),5\ln r+3\ln\sqrt{3}$

31. 底半径、高分别为$1m,1m$时体积最大 .

32. $\frac{1}{3},\frac{8\pi}{15}$

33. $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = 4xyf_{12}''(x^2, y^2) + 2y$

34. 1

35. 5

36. $\sin^2 x - 2x + \pi$

37. -1、-1

38. $-\frac{1}{x}\arctan\frac{1}{x} + \frac{1}{2}\ln(1+\frac{1}{x^2}) + c$

39. $3\ln x - \ln(1+x^3) + c$

40. $\frac{2}{3}(x+1)^{\frac{3}{2}} - x + c$

41. $\frac{1}{2}(x^2 + \ln(1+x^2)) + c$

42. $3(\frac{\sqrt[3]{x^2}}{2} - \sqrt[3]{x} + \ln|1+\sqrt[3]{x}|) + c$

43. $e^x \arctan e^x - \frac{1}{2}\ln(1+e^{2x}) + c$

44. $\frac{79}{20}$

45. 16

46. $\frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{3x^2}{3z^2 - e^z}, \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{2y}{3z^2 - e^z}$

47. $yf_1' + 3x^2 f_2', xf_1' - 3y^2 f_2'$

48. $\frac{2}{3}$

49. $\frac{1}{3}, \frac{\pi}{6}$

50. 当底半径、高分别为$2m, 4m$时用料最少。

四、解答

1. $\frac{\pi^2}{4}$、3. $\frac{\pi}{4}$、4. $\frac{2\pi}{3}$