### 上海大学 2019 ~ 2020 学年秋季学期试卷 A

# 解析

课程名: <u>微积分1</u> 课程号: <u>01014125</u> 学分: <u>6</u>

**应试人声明:** 我保证遵守《上海大学学生手册》中的《上海大学考场规则》,如有考试违纪、作弊行为,愿意接受《上海大学学生考试违纪、作弊行为界定及处分规定》的纪律处分。

应试人 应试人学号 应试人所在院系

题号	_	=	11	四	五.	六
得分						

得分	评卷人

## 一. 单项选择题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

- 1.下列命题正确的是(B).
  - A. f(x)在  $x_0$  可导的充分必要条件是 f(x)在  $x_0$  处连续;
  - B. f(x)在 xo 可导的充分必要条件是 f(x)在 xo 处可微;
  - C. f(x)在  $x_0$  连续的充分必要条件是 f(x)在  $x_0$  处极限存在;
  - D. f(x)在  $x_0$  可导的充分必要条件是 f(x)在  $x_0$  处连续存在.
- 2. 设f(x)在区间[a,b]上连续,则下列命题不正确的是(B)
  - A. f(x)在[a,b]上取得最大值与最小值;
  - B. 若 f(a) < A < f(b),则存在 $x_0 \in (a, b)$ ,使得 $f(x_0) = A$ ;
  - C. 若 f(a) f(b) < 0,则存在 $x_0 \in (a, b)$ ,使得 $f(x_0) = 0$ ;
  - D. f(x)在[a,b]上无界
- 3.设f(x)可导,则下列命题不正确的是(A)

$$A. \int f'(x)dx = f(x)$$

$$B.\left(\int f(x)dx\right)' = f(x)$$

$$C. \int f'(x)dx = f(x) + C$$

$$D.d\left(\int f(x)dx\right) = f(x)dx$$

4. 
$$\lim_{n \to \infty} \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k} = (B)$$

A.0

B.1 C.+∞

 $D.-\infty$ 

5. 设f(x)有二阶导数,且满足 $f'(x) + xf(x) = \sin x$ , f(0) = 0, 则下列命题正确的是(C)

A. f(x)在x = 0 处无极限值

B. f(x)在x = 0 处取得极大值

C. f(x)在x = 0处取得极小值

D. f(x)在x = 0 处是否取极值不能确定

# 得分评卷人

二. 填空题 (5 小题, 每小题 3 分, 共 15 分)

6. 在 $x \to 0$  时  $(\sqrt[3]{1+x^2}-1)$  arcsinx与  $arctan(x^{\alpha})$  是同阶无穷小,则 $\alpha = 3$ .

7. 没函数
$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x-1}, & x > 0, \\ \frac{1}{x+2}, & x \le 0. \end{cases}$$
 则 $f(x)$ 的跳跃间断点个数为\_\_\_\_\_.

8. 已知曲线L的参数方程是 $\begin{cases} x = 3t + t^3, \\ y = 3 \text{ arctant} \end{cases}$ ,则曲线L在t = 0 处法线斜率为 \_\_\_\_.

9.函数 $y = \ln(x + \sqrt{1 + x^2}) + \sqrt{1 + x^2}$ 单调递增开区间是 $(-1, +\infty)$ 

10. 
$$\int_{0}^{1} \left( x^{2020} \ln \left( x + \sqrt{1 + x^2} \right) + 4x^3 \right) dx = \underline{0}.$$

### 草稿区

本解析答案与过程来自于B站"上大王俊凯""洛必达法则掌门人" **王玉超老师**的视频

"【微积分1】2019-2020学年秋季学期微积分(1)期末试题详解" 详细解析请看视频: https://www.bilibili.com/video/BV1wK411V7WC

#### 在此特别感谢超哥的辛勤付出!

请在选课的时候留意一下这个宝藏老师!

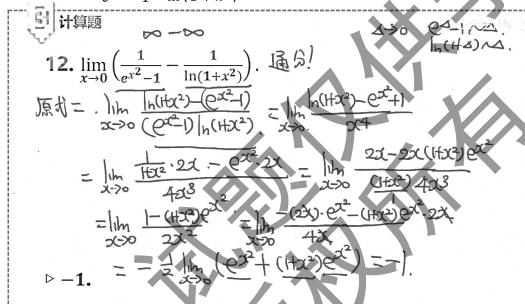
得分	评卷人	

三. 计算题 (5 小题, 每小题 6 分, 共 30 分)

11. 
$$(6 \ \%) \lim_{x \to 0} \frac{x \sin(x^{-1}) + 1}{x^2 + 1} (\frac{1}{2}x^2 + \cos x)^{\frac{1}{x^4}}$$

計算题 
$$\triangle > 0$$
  $\ln(H\triangle) \wedge \triangle$   $\frac{1}{2} \ln \frac{x \sin(x^{-1}) + 1}{x^{2} + 1} \left(\frac{1}{2}x^{2} + \cos x\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \ln \left(\frac{1}{2}x^{2} + \cos x\right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{2}$ 

12. 
$$(6 \%) \lim_{x\to 0} (\frac{1}{e^{x^2}-1} - \frac{1}{\ln(1+x^2)})$$



13. (6 分)设 $y = (1+x)\ln x^3$ , 求 $y^{(n)}(1)(n \ge 2)$ .

計算題 
$$\gamma = 3(Hxx) \ln x$$
.

13. 设  $y = (1+x) \ln x^3$ , 求  $y^{(n)}(1)$   $(n \ge 2)$ .  $(x \ge 2)^{(n)} = (-1)^n \frac{n!}{x^{n+1}}$  法一: 業格及公礼 .

$$\gamma^{(n)} = 3 \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} (Hxx)^{(k)} + N \cdot | (\ln x)^{(n-1)} + 0)$$

$$= 3 \left( (Hxx) (\ln x)^{(n)} + N \cdot | (\ln x)^{(n-1)} + 0 \right)$$

$$= 3 \left( (Hxx) (\ln x)^{(n)} + N \cdot | (\ln x)^{(n-1)} + 0 \right)$$

$$= 3 \left( (Hxx) (\ln x)^{(n)} + N \cdot | (\ln x)^{(n-1)} + 0 \right)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n-2} \frac{(n-2)!}{x^{n-1}} \right)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n-1} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

$$\gamma^{(n)} = 3 \left( (Hxx) \cdot (-1)^{n} \frac{(n-1)!}{x^{n-1}} + N \cdot (-1)^{n} (n-2)! \right) = 3 (n-2)! (-1)^{n} (2-n)$$

14.(6 分)设f(x)二阶可导,且y = f(arctanx) 求y''.

### 计算题

14. 设 
$$f(x)$$
 二阶可导,且  $y = f(\arctan x)$ ,求  $y''$ .

$$y' = f'(\arctan x) \cdot \frac{1}{|fx|^2}$$

$$y''' = f''(\arctan x) \cdot \frac{1}{|fx|^2} + f'(\arctan x) \cdot \frac{0 - 1 \cdot 2x}{(Hx^2)^2}$$

$$= \frac{1}{(Hx^2)^2} \left( f''(\arctan x) - 2x f'(\arctan x) \right).$$

$$> \frac{f''(\arctan x) - 2xf'(\arctan x)}{(1+x)^2}.$$

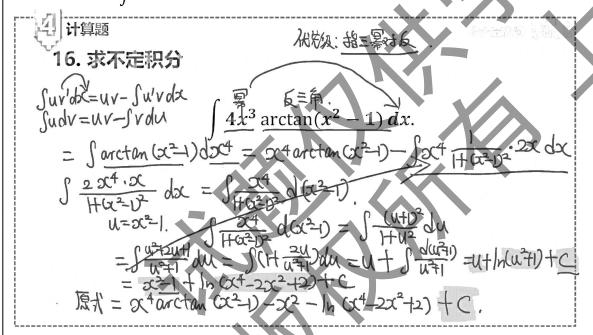
得分 评卷人

五. 计算题 (3 小题, 每小题 6 分, 共 18 分)

15. (6 分)设函数y = y(x)由方程  $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$  所确定,  $\vec{x} \frac{d^2y}{dx^2} \Big|_{x=0,y=0}$ 

15. 设函数 y = y(x) 由方程  $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$  所确 定,求  $\frac{d^2y}{dx^2}\Big|_{x=0,y=0}$  不是  $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$  所确 不是  $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$  所确 不是  $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$  所确  $\sin(2x + y) + y + x^2 = 0$   $\sin(2x + y) + x^2$ 

16. (6 分)计算  $\int 4x^3 \arctan(x^2 - 1) dx$ 



17. (6 分) 计算  $\int_{-1}^{0} \frac{x}{\sqrt{x^2 + 2x + 2}} dx$ 17. 计算  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 17. 计算  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 17. 计算  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 17. 计算  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 18.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 10.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 10.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 11.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 12.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 13.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 14.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 15.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 16.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 17.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 18.  $x^2 + 2x + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 + 2 + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 + 2 + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 + 2 + 2 + 2 = (x + 0)^2 + 1$ 19.  $x^2 + 2x + 2 + 2 + 2 + 2 + 2 =$ 

18.(6分)已知  $\int_0^x e^{(t-1)^3} dt$ , 求 $I = \int_0^1 x f(x) dx$  (原题有误)

18. 已知  $f(x) = \int_{0}^{x} e^{(t-1)^{3}} dt$ , 求  $f'(x) = e^{(x-1)^{3}}$  ( ) 是 f(x) = f(x) 是

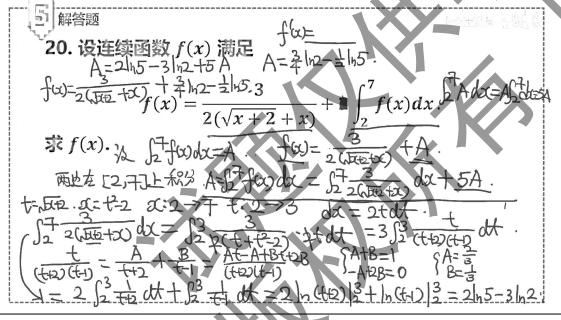
得分 评卷人

#### 五. 应用题 (2 小题, 每小题 8 分, 共 16 分)

19. (8 分)已知抛物线 $y = ax^2$ 与直线y = 2x - 1 相切与点 $P(x_0,y_0)$ 。过 $P(x_0,y_0)$ 作直线L交x 轴正半轴于点A, 交y轴正半轴于点B. 假设O为坐标系原点,试求三角形OAB面积的最小值.

# 

20. (8 分)设函数
$$f(x)$$
满足 $f(x) = \frac{3}{2(\sqrt{x+2}+2)} + \int_2^7 f(x)dx$ 。求 $f(x)$ 



得分	评卷人	

六. 证明题 (1 小题,共 6 分)

21.  $(6 \ \%)$ 设f(x), g(x)在区间[a,b]上连续,证明存在 $\xi \in (a,b)$ 使得  $f(\xi) \int_a^\xi g(x) dx = g(\xi) \int_\xi^b f(x) dx.$ 

本解析答案与过程来自于B站"上大王俊凯""洛必达法则掌门人" 王玉超老师的视频

"【微积分1】2019-2020学年秋季学期微积分(1)期末试题详解" 详细解析请看视频: https://www.bilibili.com/video/BV1wK411V7WC **在此特别感谢超哥的辛勤付出!** 

#### 草稿区

正明題 右相性告治、単独的 表現 上连续、证明存在  $\xi \in (a,b)$  (表) f(x), g(x) 在区间 [a,b] 上连续、证明存在  $\xi \in (a,b)$   $f(\xi)$  f(x) f(x)