# 线性代数填空题

(共 50 题)



1. 设三阶方阵 $A$ 的行列式为 $|A|=2, A^*$ 为 $A$ 的伴随矩阵,则行列式 $|A^*|=$_______;

2. 已知非零向量 $\beta$ 与向量 $(1,1,-1)$ 及 $(1,-1,-1)$ 都正交，则 $\beta=$____________ ；

3. 非齐次方程组 $\begin{cases} x_1+x_2+\cdots+x_n=1 \\ 3x_1+3x_2+\cdots+3x_n=n \end{cases}$ 有解的充分必要条件是 $n=$______;

4. 设 $A$ 为 3 阶矩阵，若方程组 $AX=0$ 以 $\eta_1=(1,0,2)$ ,$\eta_2=(0,1,-1)$ 为其基础解系，则矩阵 $A$ 的秩等于___________;

5. 设三阶可逆矩阵 $A$ 的特征值是 $1$、$\frac{1}{2}$、$\frac{1}{3}$，则 $A^{-1}$ 的行列式______;

6. 实二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=9x_1^2+12x_1x_3+8x_2^2+4x_2x_3+4x_3^2$ 对应的实对称矩阵为________;

7. 设 $A$ 为正交矩阵，则 $|A|^2=$________;

8. 设 3 阶矩阵 $A$ 有两个特征值为 3,0，且 $A$ 的主对角线元素的和为 0，则 $A$ 的另外一个特征值为__________;

9. 设 $A=(\gamma_1\ \gamma_2\ \cdots\ \gamma_{n-1}\ \alpha), B=(\gamma_1\ \gamma_2\ \cdots\ \gamma_{n-1}\ \beta)$ 其中 $\alpha,\beta,\gamma_1,\cdots,\gamma_{n-1}$ 是 $n$ 维列向量，若 $|A|=a$ ,$|B|=b$ 则 $|A+B|=$_________;

10. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \end{pmatrix}$ 的逆矩阵为___________;

11. 如果 $|A|=3$，则 $\begin{vmatrix} A & A \\ A & 2A \end{vmatrix}=$，则 $|A|=$______;

12. 设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性无关，则 $r(\alpha_1+\alpha_2,\alpha_2+\alpha_3,\alpha_3+\alpha_4,\alpha_4+\alpha_1)=$____;

13. 3 阶矩阵 $A$ 的特征值为 1，2，3，且 $B$ 为 3 阶可逆矩阵，则 $|BAB^{-1}+I|=$ ________;

14. **x , y , z** 是两两正交的单位向量，则内积 **[x+y+3z , x + y + z ]** = ________;

15．实对称矩阵 $A=\begin{pmatrix}2&0&0\\0&2&2\\0&2&0\end{pmatrix}$，则二次型 $f(x_1,x_2,x_3)=X^TAX$ 的规范形为________；

16. $n\times3$ 矩阵 $A$ 的秩为 2，$Ax=b$ 有解 $\alpha=(1,2,1)^T,\beta=(1,1,1)^T$，则 $Ax=b$ 通解为______；

17. $\begin{pmatrix}1&2\\0&1\end{pmatrix}^{2013}=$ ________；

18. 设三阶矩阵 $A=(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)$ 的行列式值为-1，则 $|\alpha_1+\alpha_2,2\alpha_2,\alpha_3-\alpha_2|=$____；

19. 向量组 $(3,3,4,7),(2,1,3,4),(1,-1,2,1),(4,5,5,10)$ 的秩为________；

20. 设矩阵 $A$ 与 $\begin{pmatrix}2&1&a\\1&2&b\\0&0&2\end{pmatrix}$ 相似，则 $A$ 的特征值是 1，3， ____；

21．设 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\beta\in\mathbf{R}^3$，且 $r(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)=2$，如果 $\begin{cases}\alpha_1+2\alpha_2+\alpha_3=0,\\3\alpha_1+4\alpha_2+4\alpha_3=\beta.\end{cases}$ 则线性方程组 $(\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3)X=\beta$ 的通解为_________；

22. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0\\1&4&0\\b&a&1\end{pmatrix},B=\begin{pmatrix}1&2&3\\3&2&4\\0&0&1\end{pmatrix}$，则 $|AB|=$ ________；

23. 设 $A=\begin{pmatrix}1&2&0&0\\1&3&0&0\\0&0&1&3\\0&0&2&5\end{pmatrix}$,则 $A^{-1}=$ __ ；

24. 如果矩阵 $A=\begin{pmatrix}1&1&1&1\\1&3&3&1\\2&4&5&k\\0&2&2&k\end{pmatrix}$ 的秩为 3，则 $k=$_____；

25. 如果向量组 $\alpha_1=(1,1,1),\alpha_2=(1,1,-2),\alpha_3=(1,a,b)$ 为正交向量组，则 $\alpha_3$ 长度为_____；

26. 设 $A=\begin{pmatrix}a&1&1\\1&b&1\\1&1&2\end{pmatrix}$ 的特征值为 $1,1,4$，则 $a-b=$_________；

27．设 $A=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\3&2&0\end{pmatrix}$，则 $A^3=$_____；

28. 设 $A^*$ 是 3 阶矩阵 $A$ 的伴随矩阵，且 $|A|=2$，则 $|3I-2A^*A|=$_____；

29. 如果向量 $\alpha=(2,1,a)$ 可由 $(1,2,3),(4,5,1)$ 线性表示，则 $a=$______；

30. 设 $A=\begin{pmatrix}0&0&0\\1&0&0\\1&1&0\end{pmatrix}$，则 $(A+I)^{-1}=$______；

31． 矩阵 $\begin{pmatrix}0&1&0\\1&0&0\\0&0&1\end{pmatrix}$ 的三个特征值之和为 __________；

32. 设 $A=\begin{pmatrix}0&2&1\\0&1&1\\1&0&0\end{pmatrix}$, 则 $A^{-1}=$ _____；

33. 设 $A$ 为 3 阶矩阵，且 $|A|=-2$ ,则 $|-A^*|=$ _____；

34. 已知 $A=\begin{pmatrix}1&1&1\\1&2&3\\1&-1&a\end{pmatrix}$ 的秩为 2，则 $|A+I|=$______；

35.已知三阶矩阵 $A$ 的特征值为 $1,2,3$，则 $A^2-A+I$ 的特征值之和为_______；

36. 如果三元非齐次线性方程组 $Ax=b$ 系数矩阵秩为 2，且 $(1,1,1)^T,(1,2,3)^T$ 为其解，则 $Ax=\mathbf{0}$ 的通解为___________；

37. 设 $A=\begin{pmatrix}3&0&3\\0&6&0\\3&0&3\end{pmatrix}$，$n$ 为正整数，则 $A^n-6A^{n-1}=$_____；

38. 设 $A=\begin{pmatrix}1&0&0\\0&1&2\\0&2&3\end{pmatrix}$，则 $A^{-1}=$________；

39. $\begin{pmatrix}1&1&1\\&1&1\\&&1\end{pmatrix}^n=$__________；

40. 设 $A=\begin{pmatrix}-1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & -1\end{pmatrix}$，则 $|A+I|=$__________；

41. 如果 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 可由 $\beta_1,\beta_2,\beta_3$ 线性表示，则 $\alpha_1,\alpha_2,\alpha_3,\alpha_4$ 线性 ____（填相关或无关）；

42.线性方程组 $\begin{cases} x_1+x_2-x_3=1\\ 2x_1+x_2+x_3=2\\ 3x_1+2x_2+2x_3=3\end{cases}$ 的解向量为______；

43. 设 $A$ 是三阶方阵，且 $1,3$ 是 $A$ 的特征值，如果 $A$ 的主对角元素之和为 6，则 $A$ 相似于对角矩阵___________；

44. 设 $A,B,C$ 为 3 阶矩阵，且 $|A|=3, B=\begin{bmatrix}1 & 2 & 3\\ 3 & 2 & 4\\ 0 & 0 & 1\end{bmatrix}$，则 $\begin{vmatrix}A & C\\ \mathbf{0} & B\end{vmatrix}=$ _____；

45. 如果齐次线性方程组 $\begin{cases}-x_1+x_2=0\\ x_1+\lambda x_2=0\end{cases}$ 有非零解，则 $\lambda=$_______；

46. 设 $A$ 为 $n$ 阶方阵，若 $r(A)<n-1$，则 $r(A^*)=$____________；

47. 如果 $A$ 为 $n$ 阶正交矩阵，而且 $|A|=1$，则 $|A^T+A^*|=$__________；

48. 若四阶行列式的第1行元素依次为 $1,2,3,4$，第 2 行元素的代数余子式依次为 $x,2,x,1$，那么 $x=$____________；

49. 设 $A=\begin{pmatrix}1 & 2\\ 2 & 1\end{pmatrix}$，则 $A^2-A-3I=$________；

50. 设 $\alpha,\beta$ 为 3 维列向量，且 $\alpha^T\beta=2$ ， $A=I-\alpha\beta^T$，则 $A^{2n}=$ ____.

# 参 考 答 案



1. $4$；

2. $k(1,0,1)$（其中 $k$ 为任意非零常数）；

3. 3；

4. 1；

5. 6；

6. $\begin{pmatrix} 9 & 0 & 6 \\ 0 & 8 & 2 \\ 6 & 2 & 4 \end{pmatrix}$；

7. 1；

8. $-3$；

9. $2^{n-1}\left(a+b\right)$；

10. $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 7 & -2 \\ 0 & 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

11. $9$；

12. 3；

13. 24；

14. 5；

15. $y_1^2+y_2^2-y_3^2$；

16. $k(\alpha-\beta)+\beta$；

17. $\begin{pmatrix} 1 & 4026 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$；

18. $-2$；

19. 2；

20. 2；

21. $k(1,2,1)^T+(3,4,4)^T$；

22. $-8$；

23. $\begin{pmatrix} 3 & -2 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -5 & 3 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$ ；

请关注上大数学在线

24．0；

25. $\sqrt{2}$；

26. 0；
27. 0；
28. $-1$；
29. $-5$；

30. $\begin{pmatrix} 1 & & \\ -1 & 1 & \\ & -1 & 1 \end{pmatrix}$；

31.1；

32. $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \end{pmatrix}$；

33. $-4$；
34. $-5$
35. 11；

36. $k(0,1,2)^T, k$为任意常数.；

37.0；

38. $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -3 & 2 \\ 0 & 2 & -1 \end{pmatrix}$；

39. $\begin{pmatrix} 1 & n & \frac{n(n+1)}{2} \\ & 1 & n \\ & & 1 \end{pmatrix}$；

40. $-1$ ；
41. 相关；

42. $(1,0,0)^T$或者$(1,0,0)$；

43. $\begin{pmatrix} 1 & & \\ & 2 & \\ & & 3 \end{pmatrix}$；

44. $-12$；
45. $-1$；
46. 0；

47. $2^n$；

48. $-2$

49. $A$；

50. I.