**2015 ~ 2016学年春季学期《微积分3》试卷(A卷)答案**

**一. 单项选择题(5小题, 每小题3分, 共15分)**

1. 下列级数中条件收敛的是( C ).

A.  B. 

C.  D. 

2. 设, 则下列级数中肯定收敛的是( D ).

A.  B.  C.  D. 

3. 已知



则的傅立叶级数在处收敛于( A ).

A.  B.  C.  D. 

4. 微分方程是( B ).

A. 齐次方程 B. 线性非齐次方程 C. 变量可分离方程 D. 全微分方程

5. 若方程的一个特解为, 则该方程满足初值条件的特解为( D ).

A.  B.  C.  D. 

**二. 填空题(5小题, 每小题3分, 共15分)**

6. 设幂级数在点处条件收敛, 则其收敛域为.

7. 幂级数的收敛半径为.

8. 幂级数的收敛域为.

9. 过点且满足关系式的曲线方程为

.

10. 设是某二阶常系数非齐次线性微分方程的两个特解, 且相应齐次方程的一个解为, 则该二阶常系数非齐次线性微分方程的通解为

.

**三. 计算题(5小题, 每小题6分, 共30分)**

11. (6分)判别级数的敛散性. 若收敛, 则说明是绝对收敛还是条件收敛.

解: . (1分)

因为, (3分)

又因为级数收敛, 所以级数收敛; (1分)

故原级数绝对收敛. (1分)

12. (6分)判别级数的敛散性.

解: 记, 则, 且

, (3分)

所以根据比值审敛法, 当时级数收敛, 当时级数发散. (2分)

当时, 因为, 所以此时比值审敛法失效, 但由于数列单调递增趋于, 则

,

所以, 因而当时, 级数发散. (1分)

综上可得, 当时级数收敛, 当时级数发散.

13. (6分) 将函数在处展开成幂级数, 并求.

解: 

, (3分)

由得收敛域. (1分)

由于, 则根据函数的幂级数展开的唯一性得

,

所以. (2分)

14. (6分)求幂级数在开区间内的和函数

解: 设 则

 (1分)



(1分)

所以

 (2分)



 (2分)

即



15. (6分)设



试将展开为余弦级数.

解: 在上满足收敛定理的条件.

将进行偶周期延拓, . (1分)

; (1分)

 (1分)

; (1分)

; (1分)

所以

. (1分)

**四. 计算题(4小题, 每小题6分, 共24分)**

16. (6分)求微分方程的满足初值条件的特解.

解: 方程化为

 (1分)

为贝努利方程, 变形



设 则 (1分)

所以

 (1分)

则



 (1分)

即

 (1分)

由 得

所以所求的特解为

**** (1分)

17. (6分)求微分方程的通解.

解: 设, 则. (2分)

原方程化为

,

即

, (1分)

所以

,

即

, (2分)

所以

,

解得

,

即

 (其中是任意常数). (1分)

18. (6分)求微分方程的通解.

解: 由得. (1分)

所以对应的齐次方程的通解为. (1分)

设的一个特解为,

代入此方程解得. 所以. (1分)

再设的一个特解为,

(1分)

代入此方程解得. 所以. (1分)

所以原方程的通解为

 (其中是任意常数).

(1分)

19. (6分)求微分方程的通解.

解: 二阶欧拉方程. 令, 得. (1分)

所以原微分方程化为

. (2分)

由解得. (1分)

所以

, (1分)

即原微分方程的通解为

 (其中是任意常数). (1分)

**五. 综合题(2小题, 每小题8分, 共16分)**

20. (8分)设有二阶连续导数, 并满足方程, 求.

解: 方程两端求导得

, (1) (1分)

再求导得

, (2) (1分)

由(1)式推出

,

代入(2)式得到

. (1分)

显然. 又在(1)式中令 得到 于是原积分方程问题化为二阶微分方程的初值问题:

 (1分)

由解得, 所以方程通解为

, (2分)

由得到.

所以

,

两端求导得

,

再由可以得到

所以

. (2分)

21. (8分)已知函数满足等式, 且, 试讨论级数



的敛散性.

解: 因为, 所以



, (2分)

由得, 所以. (1分)

则. (1分)

其为正项级数. 因为

, (2分)

所以. (1分)

由于级数收敛, 因此级数



收敛. (1分)