**2016 ~ 2017学年春季学期《微积分3》试卷(A卷)答案**

**一. 单项选择题(5小题, 每小题3分, 共15分)**

1. 设为正项级数，且收敛，则下列断言错误的是（D）。

A. . B. 的部分和数列有界.

C. 收敛. D. 存在且小于1.

2. 设幂级数收敛半径为，则下列断言错误的是（C）。

A. 幂级数在绝对收敛。

B. 幂级数在内发散。

C. 幂级数在处条件收敛。

D. 幂级数收敛半径为。

3. 已知函数周期为2，且则的傅里叶级数在处收敛于（B）。

A.  B.  C. 0. D. 1.

4. 设具有一阶连续导数，且是全微分方程，则等于（A）。

A.  B.  C.  D. 

5. 常系数非齐次线性微分方程的一个特解应具有形式（式中和为常数）（B）。

A.  B.  C.  D. 

**二. 填空题(5小题, 每小题3分, 共15分)**

6. 常数项级数收敛，则取值范围为。

7. 设为一等差数列，且，公差，则幂级数的收敛域为。

8. 周期为的函数的傅里叶级数是，

则。

9. 设微分方程为，通过替换，则原微分方程可化为一阶微分方程。

10. 已知和是某二阶非齐次线性微分方程的三个解，则该方程的通解是。

**三. 计算题(5小题, 每小题6分, 共30分)**

11. 设为常数，试讨论级数的敛散性。

解：因为

所以

故

所以

即原级数为正项级数，且与具有相同的敛散性，所以根据比较法知，原级数在时收敛，在时发散。

12. 设为非负常数，试讨论级数的敛散性。

解：设，则



因此根据比值判别法知：时级数收敛，时级数发散。

13. 将函数在处展开成幂级数，并求。

解：设，则



因为



所以 

其中 

且 所以。

14. 求幂级数在收敛区间内的和函数。

解：因为



所以 

15. 将给定周期为的函数展成傅里叶级数，其中在上满足



解：根据公式有：





根据狄利克雷定理：



**四. 计算题(4小题, 每小题6分, 共24分)**

16. 求微分方程的通解。

解： 因为

所以

得通解 

17. 设，其中函数在内满足以下条件：

且 

（1）求所满足的一阶微分方程；（2）求出的表达式。

解：（1）由



可见所满足的一阶微分方程为：



（2）

将代入上式，得。于是



18. 求微分方程的通解。

解：令，得

原微分方程化为 

特征方程 

对应齐次方程的通解为

设非齐次方程特解为，解得。所以

由此原方程通解为：

19.设为非零常数，求微分方程的通解。

解：特征方程

对应齐次方程的通解为

1. 如果，则非齐次方程一个特解为，代入方程解得，得特解
2. 如果或，则非齐次方程一个特解为，代入方程解得，得特解或

所以原方程的通解为或或，其中是任意常数。

**五. 综合题(2小题, 每小题8分, 共16分)**

20. 设对任意，曲线上点处的切线在轴上的截距等于，求的一般表达式。

解：曲线上点处的切线方程为

令得轴上的截距。由题意，

两边乘以，得，对求导，得



即 

变形为，解得。因为，所以，

两边积分得 。

21. 设正项级数收敛，证明绝对收敛（其中是常数且）。

解：因为收敛，所以，则存在，当时，。

于是，根据正项级数比较审敛法得级数收敛。

又因为 且收敛，收敛，于是再由正项级数比较审敛法得级数绝对收敛。