Anotações de IC:

Iniciação Científica

Aluno: Amadeus Dal Vesco

Orientador: Alexandre Magno Silva Santos

19 de Março de 2025

Florianópolis - SC

Sumário

1 Introdução

Estas notas tem como objeto reunir todo o conhecimento adquirido durante o trabalho realizado por min, Amadeus Dal Vesco, durante a orientação de Alexandre Magno Silva Santos nesta impreitada que é a Iniciação Ciêntifica. Estará contido aqui todo o processo desenvolvimento por min para entender melhor o assunto que estou estudando, que é Física Nuclear num contexto computacional. Estaremos tratando aqui, Nossa referência principal nestes estudos será o seguinte livro: [Men22], que será utilizado para os estudos de modelos efetivos na Física de Hádrons, com foco na equação de Klein-Gordon para a equaçao de Dirac como objetivo final da Iniciação Científica.

2 Capítulo 6 - Introduçao à Física de partículas elementares

(...)

3 Capítulo 7 - Modelos efetivos para matéria hadrônica

Vimos até agora modelos clássicos que não consideram nenhum efeito relativístico para núcleos atômicos.

No modelo de camadas, o termo de interação spin-órbita foi colocado a mão, isto é, não apareceu naturalmente na teoria por trás das equações do modelo. Por conta disso, precisou-se desenvolver uma teoria nova para este problema. A teoria atual é uma teoria quântico relativístico, que aparecem os spinores de Dirac.

Uma forma de ver isto de uma maneira femenológica é através dos experimentos em grandes colisores que colidem íons pesados.

Então, a partir de agora será imprescendível ter noções tanto da teoria da relatividade de Einstein quanto de mecânica quântica, tal que ao unirmos ambas teorias temos a Teoria Quântica de Campos.

Nesta seção estudaremos modelos efetivos para a matéria hadrônica. Primeiro modelo que estudaremos rapidamente será o Gás de Fermi Livre.

Gás de Fermi Livre

Vamos ver primeiro este importante modelo que descreve férmions, como elétrons, nucleons e quarks.

Sua densidade lagrangeana é,

$$\mathscr{L}_0 = \bar{\psi}(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi. \tag{3.1}$$

Aplicando as equações de Euler-Lagrange para campos, obtemos a equação de movimento,

$$\partial_\mu \left(\frac{\partial \mathscr{L}}{\partial(\partial_\mu \phi_j)} \right) - \frac{\partial \mathscr{L}}{\partial \phi_j} = 0 \tag{3.2}$$

portanto,

$$(i\gamma^\mu \partial_\mu - m)\psi = 0. \tag{3.3}$$

Por questões de detalhismo, vamos explicitar o que cada informação significa na equação (3.3).

Primeira coisa, temos o número imaginário presente na equação, $i = \sqrt{-1}$, o qual nos trás a informação que esta equação mora no espaço dos complexos.

Segundo, temos os termos $\gamma^\mu \partial_\mu$, que trazem a informação mais relevante desta equação, que é a invariância relativística da equação de Dirac.

$$\gamma^\mu = (\gamma^0, \gamma^i) = \left(\begin{bmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{1} \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \sigma^i \\ -\sigma^i & \mathbf{0} \end{bmatrix} \right). \tag{3.4}$$

$$\partial_\mu = \frac{\partial}{\partial x^\mu} = (\partial_0, \partial_i),\ i = 1, 2, 3. \tag{3.5}$$

Observação: Se aplicarmos a métrica de Minkowski, $\eta_{\mu\nu} = diag(1, -1, -1, -1)$, obteremos o tensor contravariante ∂^μ associado à ∂_μ:

$$\partial^\mu = (\partial_0, -\partial_i),\ i = 1, 2, 3. \tag{3.6}$$

Por fim, a última informação acerca da equação obtida é a sua solução ψ, que tem a seguinte cara,

$$\psi = \underline{\psi}(\mathbf{k}, \lambda) \exp i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - E(k)t), \tag{3.7}$$

tal que $\underline{\psi}(\mathbf{k}, \lambda)$ representa um spinor de quatro componentes e λ é o índice do spin.

Com todas as informações explícitas da equação (3.3), podemos agora partir pro próximo passo que é calcular a energia deste sistema, do Gás de Fermi Livre. Para isso, utilizaremos a expressão de energia da mecânica quântica e iremos desenvolve-la:

$$E\psi = (\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m)\psi \tag{3.8}$$

Se aplicarmos a primeira quantização, $\hat{E} = i\hbar\partial_t$ e $\hat{p} = -i\hbar\partial_i$, na equação (3.8), obteremos a expressão em termos de operadores energia e momento:

$$\begin{cases} E\psi = \hat{E}\psi = i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} \\ \vec{p}\psi = \hat{p}\psi = -i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial x^i} \end{cases} \tag{3.9}$$

$$\hat{E}\psi = (\vec{\alpha} \cdot \hat{p} + \beta m)\psi, \tag{3.10}$$

além disso, podemos tomar o quadrado da equação (3.10) e com isso os cálculos nos levarão ã relação que buscamos:

$$\hat{E}^2\psi = (\vec{\alpha} \cdot \hat{p} + \beta m)^2\psi \tag{3.11}$$

substituindo os valores de (3.9) em (3.11), obtemos:

$$\left(i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)^2 = \left[\vec{\alpha} \cdot \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x^i}\right) + \beta m\right]^2 \psi \tag{3.12}$$

$$-\hbar\frac{\partial^2\psi}{\partial t^2} = \left[\vec{\alpha} \cdot \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x^i}\right) + \beta m\right]\left[\vec{\alpha} \cdot \left(-i\hbar\frac{\partial}{\partial x^i}\right) + \beta m\right]\psi \tag{3.13}$$

Bibliografia

[Men22] Marquez K. D Menezes D. P. Silva T. J. N. *Introdução á Física Nuclear e de Hádrons*. Editora Livraria da Física, 2022. ISBN: 9786555632569.