

Résolution des équations et systèmes non linéaires

EXERCICE :1

Résoudre par la méthode de la bisection et la méthode de Newton l'équation $f(x) = 0$ avec $f(x) = x^3 - 4x - 8,95$. dans l'intervalle $[2; 3]$ avec une précision $\epsilon = 10^{-2}$.

EXERCICE :2

Soit $f : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ une fonction continue strictement décroissante telle que $f(0) = 1$ et $f(1) = -1$.

1. Sachant que $f(0,3) = 0$, déterminer la suite des quatre premiers itérés de la méthode de dichotomie dans l'intervalle $[0, 1]$ pour l'approximation du zéro de f .
2. Combien d'itérations faut-il effectuer pour approcher le zéro de f à 2^{-5} près ?

EXERCICE :3

soit l'équation du second degré $x^2 - 2x - 3 = 0$.

1. Transformer cette équation sous la forme $x = g(x)$, en choisissant trois façons différentes.
2. Appliquer l'algorithme du point fixe sur chaque fonction $x = g_i(x)$ en partant de $x_0 = 0$.
3. Quelle remarque faites-vous ?

EXERCICE :4

On veut calculer le zéro de la fonction $f(x) = x^2 - 2$ dans l'intervalle $[1, 3]$. Déterminer la suite des trois itérés de la méthode de dichotomie à partir du point $x_0 = 2$.

EXERCICE :5

Calculer les points fixes des fonctions suivantes et vérifier s'ils sont attractifs ou répulsifs.

1. $g(x) = \sqrt{x}$
2. $g(x) = \arcsin(x)$
3. $g(x) = 5 + x - x^2$
4. $g(x) = \frac{1}{2}x(1 - x)$
5. $g(x) = \frac{1}{2}x(1 + x)$
6. $g(x) = x + x^3$
7. $g(x) = x - x^3$

EXERCICE :6

On considère l'équation $x(1 + e^x) = e^x$

1. Montrer que cette equation admet une unique solution réelle l dans l'intervalle $[0, 1]$.
2. Écrire et utiliser la méthode de Newton pour approcher la solution l avec $(x_0 = 3)$.