

Exo 11

Epreuve de Rattrapage du 1^{er} semestre

Mécanique Des Fluides

Questions de cours (04 pts)

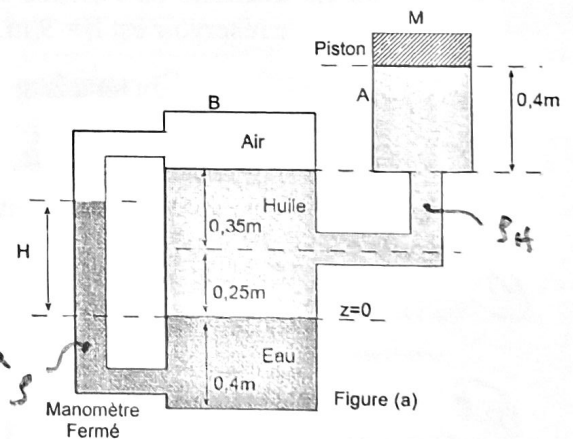
		Vrai	Faux	Corriger si c'est faux
1	La pression relative peut être nulle.	X		
2	La pression absolue peut être négative.		X	$P_{ab} > 0$
3	Le viscosimètre mesure la tension superficielle.		X	IL mesure la Viscosité
4	La loi fondamentale de la statique des fluides s'écrit : $\frac{P}{\rho} + g z = -A, A > 0$	X		
5	L'équation de Bernoulli pour un écoulement de fluide parfait incompressible s'écrit : $-\frac{P}{\rho} - \frac{1}{2} V^2 - g z = A, A > 0$	X		
6	L'équation d'Euler pour un écoulement entre la section d'entrée (1) et la section de sortie (2) s'écrit : $\sum \vec{F}_{ext} = q_v (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$		X	$\sum \vec{F}_{ext} = q_m (\vec{V}_2 - \vec{V}_1)$
7	Les pertes de charge sont proportionnelles à la vitesse de l'écoulement.		X	Pertes de charge $\sim V^2$
8	Le nombre de Reynolds représente le rapport entre les forces d'inertie et les forces visqueuses.	X		

Pour tous les exercices, prendre : $P_{atm} = 100 \text{ kPa}$ et $g = 9.81 \text{ m/s}^2$

Exercice 1 (04 pts)

Un réservoir A fermé par un piston de masse $M = 20 \text{ kg}$ et section transversale $S = 100 \text{ cm}^2$ communique avec un deuxième réservoir fermé B, ainsi montré sur la figure (a). La masse volumique de l'huile est $\rho_H = 800 \text{ kg/m}^3$.

1. Calculer la pression de l'huile au niveau du piston.



①

$$P = P_{atm} + \frac{Mg}{S} = 10^5 + \frac{20 \times 9.81}{0.01} = 119620 \text{ Pa}$$

2. Calculer la pression de l'air dans le réservoir B.

①

$$P_a = P + \rho_H g \cdot 0.4 = 119620 + 800 \times 9.81 \times 0.4 = 122759.2 \text{ Pa}$$

3. Déterminer la hauteur H indiquée par le manomètre.

$$\textcircled{1} \quad P_a + \rho_H g H = P_a + \rho_H g (0.35 + 0.25)$$

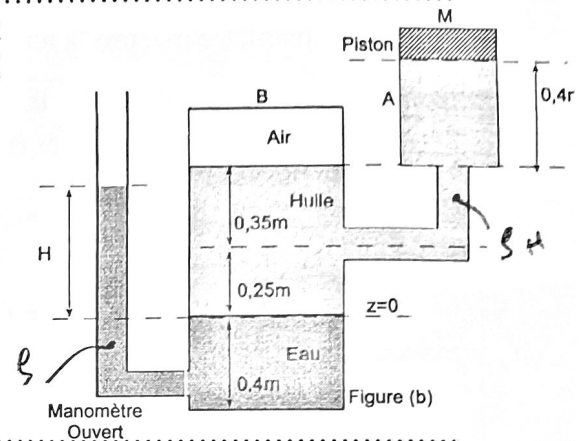
$$H = \frac{\rho_H}{\rho} \times 0.6 = 0.8 \times 0.6 = 0.48 \text{ m}$$

2. Si on remplace le manomètre fermé par un manomètre ouvert à l'atmosphère (voir la figure b), calculer la nouvelle hauteur H indiquée par le manomètre.

$$P_{atm} + \rho_H g H = P_a + \rho_H g 0.6$$

$$H = \frac{P_a - P_{atm}}{\rho_H g} + \frac{\rho_H}{\rho} \times 0.6$$

$$H = \frac{10^5 - 10^5}{1000 \times 9.81} + 0.48 = 0.48 \text{ m}$$



Exercice 2 (4 pts)

Un jet d'eau verticale sort par l'orifice circulaire d'un réservoir et bute contre une plaque horizontale avant de se disperser symétriquement dans toutes les directions horizontales (voir la figure). Le diamètre de l'orifice est $d = 12.5 \text{ cm}$ et la hauteur d'eau dans le réservoir est $h = 9 \text{ m}$.

1) Calculer la vitesse du jet à la sortie du réservoir.

$$\textcircled{1} \quad \text{Eq de BERNOULLI (1) - (2)}$$

$$P_1/\rho + \frac{1}{2} V_1^2 + g z_1 = P_2/\rho + \frac{1}{2} V_2^2 + g z_2$$

$$P_1 = P_2 = P_{atm} \quad V_1 = 0 \quad z_1 - z_2 = h$$

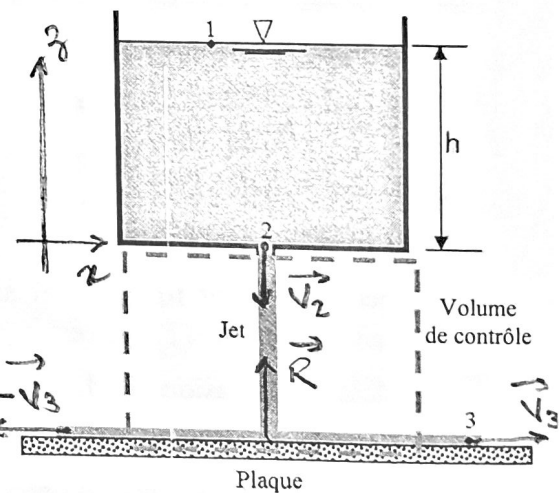
$$\textcircled{0.5} \quad V_1 = \sqrt{2gh} = \sqrt{2 \times 9.81 \times 9} = 13.29 \text{ m/s}$$

2) Calculer la force nécessaire pour maintenir la plaque en place sous l'effet du jet.

$$\textcircled{1} \quad \text{Eq d'Euler / VC}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \dot{m} (\vec{V}_3 - \vec{V}_2) \Rightarrow \vec{R} = \left[\frac{\dot{m}}{2} \vec{V}_3 + \frac{\dot{m}}{2} (-\vec{V}_3) - \dot{m} \vec{V}_2 \right]$$

$$\textcircled{0.5} \quad \dot{m} = \rho V \frac{\pi d^2}{4} = 1000 \times 13.29 \times \frac{\pi \times 0.125^2}{4} = 163.09 \text{ kg/s}$$



① Projection / 8 : $R = q_m (p - (-p_2)) = q_m p_2$
 $R = 163,03 \times 13,29 = 2167,47 \text{ N}$

Exercice 3 (08 pts)

Une pompe centrifuge d'un débit volumique de 40 l/s est utilisée pour le besoin de l'irrigation d'un domaine agricole (voir la figure). Les conduites d'aspiration et de refoulement ont un diamètre $D = 200 \text{ mm}$, une longueur totale $L = 170 \text{ m}$ et une rugosité $\epsilon = 0.01 \text{ mm}$.

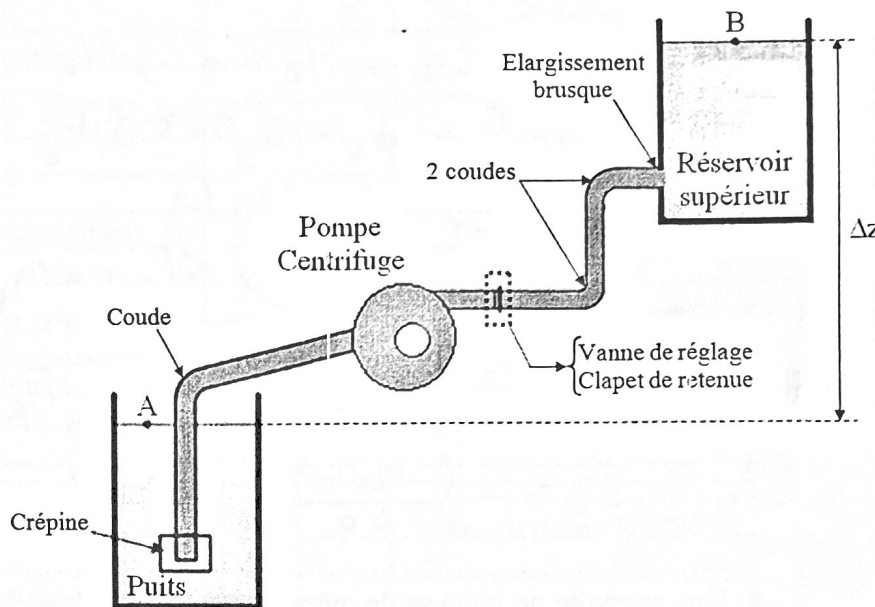
La conduite d'aspiration comprend :

- une crépine ($\xi_1 = 3.5$),
- un coude ($\xi_2 = 0.15$),

La conduite de refoulement comprend :

- une vanne de réglage ($\xi_3 = 0.2$),
- un clapet de retenue ($\xi_4 = 1.5$),
- 2 coudes ($\xi_5 = 0.2$),
- un élargissement brusque dans le réservoir supérieur ($\xi_6 = 0.5$).

On donne pour l'eau : $\rho = 1000 \text{ kg/m}^3$ et $\nu = 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$.



1) A partir du débit volumique de la pompe, calculer la vitesse d'écoulement dans les conduites.

0.6 $V = Q_v / \pi D^2 = \frac{40 \times 10^{-3}}{\pi \times 0.2^2} = 1.274 \text{ m/s}$

2) Calculer le nombre de Reynolds Re de l'écoulement dans les conduites.

0.1 $Re = VD / \nu = \frac{1.274 \times 0.2}{10^{-6}} = 254800$

3) Préciser le régime d'écoulement.

0.1 $Re > 10^5 \Rightarrow$ Régime d'écoulement turbulent rugueux.

4) Déterminer le coefficient de perte de charge linéaire.

0.1 $\lambda = 0.79 \sqrt{\epsilon/D} = 0.79 \sqrt{0.01/200} = 0.00559$

5) En déduire la perte de charge linéaire.

0.1 $J_L = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2} = 0.00559 \frac{170}{0.2} \times \frac{1.274^2}{2} = 3.856 \text{ J/kg}$

6) Calculer les pertes de charge singulières.

0.1 $J_s = (\xi_1 + \xi_2 + \xi_3 + \xi_4 + 2\xi_5 + \xi_6) \frac{V^2}{2}$
 $J_s = (3.5 + 0.15 + 0.2 + 1.5 + 2 \times 0.2 + 0.5) \frac{1.274^2}{2} = 5.072 \text{ J/kg}$

7) La pompe centrifuge de rendement $\eta = 80\%$ est entraînée par un moteur électrique d'une puissance de 15 kW. Déterminer la différence de hauteur Δz entre le niveau du puits et le niveau du réservoir supérieur.

Eqte de BERNOULLI (A) - (B)

$$(0,5) \quad \frac{P_A}{\rho} + \frac{1}{2} V_A^2 + g z_A = \frac{P_B}{\rho} + \frac{1}{2} V_B^2 + g z_B + \frac{W_{net}}{q_m} + J_{A-B}$$

$$(0,25) \quad P_A = P_B = P_{atm}, \quad V_A \approx 0, \quad V_B \approx 0$$

$$(0,25) \quad J_{A-B} = J_L + J_s = 8,928 \text{ J/kg}$$

$$(0,25) \quad q_m = 5 q_v = 40 \text{ kg/s}$$

$$(0,5) \quad \eta_p = W_{net} / W_a \Rightarrow W_{net} = \eta_p W_a = 0,8(-15) = -12 \text{ kW}$$

$$\Delta z = (z_B - z_A) = - \left(\frac{W_{net}}{q_m} + J_{A-B} \right) / g$$

$$(0,75) \quad \Delta z = - \left(\frac{-12 \times 10^3}{40} + 8,928 \right) / 9,81 = 29,67 \text{ m}$$

8) Une conduite de vidange de même diamètre D, même longueur L et même rugosité ϵ est utilisée pour déverser l'eau, par effet de gravité, du réservoir supérieur vers le puits. Le régime d'écoulement est supposé turbulent rugueux.

En négligeant les pertes de charge singulières, déterminer le débit volumique d'écoulement dans la conduite de vidange.

Eqte de BERNOULLI (B) - (A)

$$(0,5) \quad \frac{P_B}{\rho} + \frac{1}{2} V_B^2 + g z_B = \frac{P_A}{\rho} + \frac{1}{2} V_A^2 + g z_A + J_{B-A}$$

$$(0,25) \quad P_A = P_B = P_{atm}, \quad V_A \approx 0, \quad V_B \approx 0$$

$$(0,25) \quad J_{B-A} = \lambda \frac{L}{D} \frac{V^2}{2}$$

$$(0,5) \quad \rightarrow V = \sqrt{\frac{2 g \Delta z D}{\lambda L}} = \sqrt{\frac{2 \times 9,81 \times 29,67 \times 0,2}{0,00553 \times 170}} = 11,069 \text{ m/s}$$

$$(0,5) \quad q_v = V \frac{\pi D^2}{4} = 11,069 \times \frac{0,2^2}{4} \times \pi = 0,3476 \text{ m}^3/\text{s} = 347,6 \text{ l/s}$$

9) Est-ce que l'hypothèse de régime d'écoulement turbulent lisse est justifiée.

(0,5) Oui. C'est justifié puisque le vitesse d'écoulement dans la conduite de vidange est supérieure à celle dans les conduites de l'installation de pompage.