

TRAVAUX DIRIGES : « ATOMES ET MOLECULES » - Cours de Thierry Briere

Tous les cours, sujets d'examens et les corrigés des TD seront accessibles sur le site :

<http://personnel.univ-reunion.fr/briere>

SEANCE DE T.D N°1 - CORRIGE

Constante de Planck : $h = 6,62 \cdot 10^{-34} \text{ J s}$

Charge de l'électron : $e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$

Nombre d'Avogadro : $N = 6,022 \cdot 10^{23}$

Célérité de la lumière dans le vide : $C = 3 \cdot 10^8 \text{ m s}^{-1}$

Masse de l'électron : $m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$

Masse du proton : $m_p = 1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,00718 \text{ u.m.a}$

Masse du neutron : $m_n = 1,6747 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,00850 \text{ u.m.a}$

Exercice 1

Le Potassium ($Z=19$) existe sous forme de deux isotopes stables ^{39}K et ^{41}K .

1) Donner pour chaque isotope la composition du noyau (nombre de protons et nombre de neutrons).

Z = Nombre de proton ; N = nombre de neutrons ; A = Nombre de nucléons = $Z + N$

A est indiqué en exposant et Z en indice.

^{39}K : $Z = 19$ soit 19 protons et $A = 39$ soit $N = 39 - 19 = 20$ neutrons

^{41}K : $Z = 19$ soit 19 protons et $A = 41$ soit $N = 41 - 19 = 22$ neutrons

2) Evaluer approximativement la masse molaire atomique de chacun des isotopes.

La masse molaire (en g.mol^{-1} ou en u.m.a) d'un isotope est toujours très proche de son nombre de masse. En effet la masse du neutron et celle du proton sont en première approximation égales toutes deux à une unité de masse atomique et on peut négliger la masse des électrons par rapport à celle du noyau. On peut également négliger le défaut de masse correspondant à l'énergie de cohésion du noyau.

La masse molaire du potassium naturel (mélange des deux isotopes) est de $39,10 \text{ g.mol}^{-1}$.

3) Evaluer approximativement l'abondance naturelle de chacun des isotopes.

Appelons 1 l'isotope ^{39}K et 2 l'isotope ^{41}K

$M = \sum x_i M_i$

soit approximativement $M = \sum x_i A_i$

$M = x_1 A_1 + x_2 A_2$

$39,10 = 39 x_1 + 41 x_2$

D'autre part $x_1 + x_2 = 1$

La résolution de ce système conduit à $x_1=0,95$ et $x_2=0,05$

L'isotope le plus abondant ^{39}K « fixe » la masse molaire du mélange. Cela est très général, la masse molaire d'un élément est presque toujours très proche de la masse molaire et donc du nombre de masse A de son isotope le plus abondant.

Exception notable : Cl $M=35,5 \text{ g.mol}^{-1}$

Exercice 2

Le francium est le métal alcalin le plus lourd connu. Il a été découvert par Perey en 1939.

Ce métal est radioactif et ne possède aucun isotopes stables.

On obtient un de ses isotopes ^{223}Fr par la désintégration spontanée de type α d'un isotope radioactif de l'actinium ($Z = 89$).

1) Qu'appelle-t-on particule α . Préciser la composition du noyau de cette particule.

La particule α est le noyau de l'isotope ^4He de l'Hélium ($Z=2$). Elle est donc composée de 2 protons et deux neutrons.

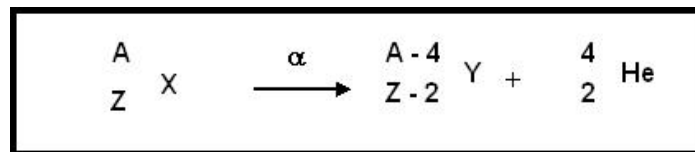
2) Au cours d'une désintégration radioactive de type α , comment varient le nombre de protons et le nombre de neutrons.

Le noyau émetteur éjecte une particule α et perd donc deux protons et deux neutrons.

Z diminue de deux unités, N également et A diminue de quatre unités

3) Symboliser cette réaction nucléaire sous la forme $X(Z,A) = Y(Z',A') + \alpha(Z'',A'')$.

$X(Z,A) = Y(Z-2,A-4) + \alpha(2,4)$



L'isotope du francium obtenu se transforme par radioactivité de type β^- en un isotope du Radium.

4) Qu'appelle-t-on particule β^- .

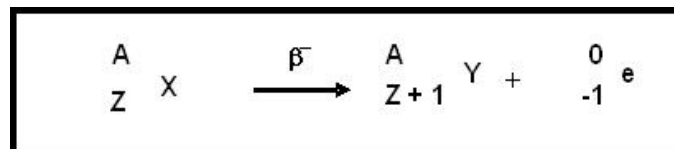
La particule β^- est l'électron.

5) Au cours d'une désintégration radioactive de type β^- , comment varient le nombre de protons et le nombre de neutrons.

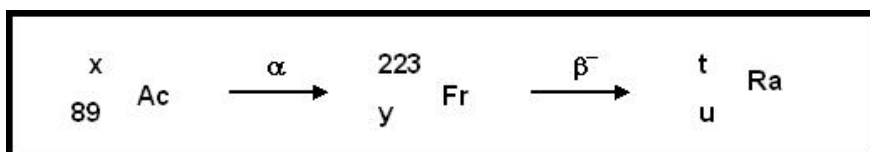
L'élément émetteur éjecte un électron chargé négativement, pour cela un neutron se transforme en proton à l'intérieur du noyau. Le nombre de proton Z augmente donc de une unité, le nombre de neutron N diminue de une unité également et le nombre de nucléons A ne varie donc pas.

6) Symboliser cette réaction nucléaire sous la forme $X(Z,A) = Y(Z',A') + \beta^-(Z'',A'')$.

$X(Z,A) = Y(Z+1,A) + \beta^-(1,0)$.



Ces deux transformations successives sont schématisées dans la figure suivante :



7) On demande de déterminer les valeurs de x , y , t et u .

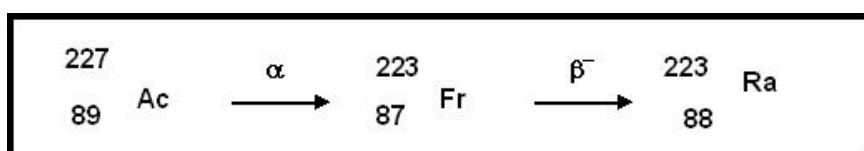
Il suffit de tenir compte des variations établies précédemment et on trouve facilement que :

$$x = 223 + 4 = 227$$

$$y = 89 - 2 = 87$$

$$t = 223$$

$$u = y + 1 = 88$$



Exercice 3

Le Béryllium Be ($Z=4$) ne possède qu'un seul isotope stable, ${}^9\text{Be}$.

1) Donner la composition d'un atome de cet isotope (Z, N et A)

${}^9\text{Be}$: $Z = 4$; $A = 9$ et $N = 5$

2) Déterminer la masse « théorique » d'un noyau de cet isotope en u.m.a

Masse « théorique »

$$m_{\text{theo}} = Z \cdot m_p + N \cdot m_n$$

Masse du proton : $m_p = 1,6725 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,00718 \text{ u.m.a}$

Masse du neutron : $m_n = 1,6747 \cdot 10^{-27} \text{ kg} = 1,00850 \text{ u.m.a}$

Calcul en kg :

$$m_{\text{theo}} = 4 \cdot 1,6725 \cdot 10^{-27} + 5 \cdot 1,6747 \cdot 10^{-27} = 1,50635 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$$

soit $1,50635 \cdot 10^{-26} \cdot 1000 / 6,022 \cdot 10^{23} = 9,0712 \text{ uma}$

Calcul en u.m.a

$$m_{\text{theo}} = 4 \cdot 1,00718 + 5 \cdot 1,00850 = 9,0712 \text{ uma}$$

soit $9,0712 / 1000 / 6,022 \cdot 10^{23} = 1,50635 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$

3) En déduire sa masse molaire « théorique » en g.mol^{-1} .

Calcul direct en u.m.a

La masse molaire en g.mol^{-1} ou la masse de l'atome en u.m.a s'expriment par le même nombre.

Donc $M = 9,0712 \text{ g.mol}^{-1}$

Le calcul indirect en partant de la masse en kg multipliée par N pour passer à la mole puis par 1000 pour passer au g.mol^{-1} donnerait bien sur le même résultat.

$$1,50635 \cdot 10^{-26} \cdot 1000 / 6,022 \cdot 10^{23} = 9,0712 \text{ g.mol}^{-1}$$

4) Comparer à sa masse molaire réelle qui est de $9,012 \text{ g.mol}^{-1}$.

La masse réelle du noyau est légèrement inférieure à sa masse « théorique »

5) A quoi est due la différence observée ?

Lors de la formation du noyau à partir de ses composants (protons et neutrons) libres une partie de la masse disparaît et est transformée en énergie. Le noyau est plus stable que ses particules libres. La masse perdue est appelée « défaut de masse » l'énergie libérée est l'énergie de cohésion du noyau.

6) Calculez l'énergie de cohésion de cet isotope stable, en MeV par noyau puis en MeV par nucléon.

Calcul du défaut de masse :

$$\Delta m = 9,0712 - 9,012 = 0,0592 \text{ u.m.a} = 0,0592 / 6,022 \cdot 10^{23} = 9,8306 \cdot 10^{-26} \text{ g} = 9,8306 \cdot 10^{-29} \text{ kg}$$

Calcul de l'énergie de cohésion

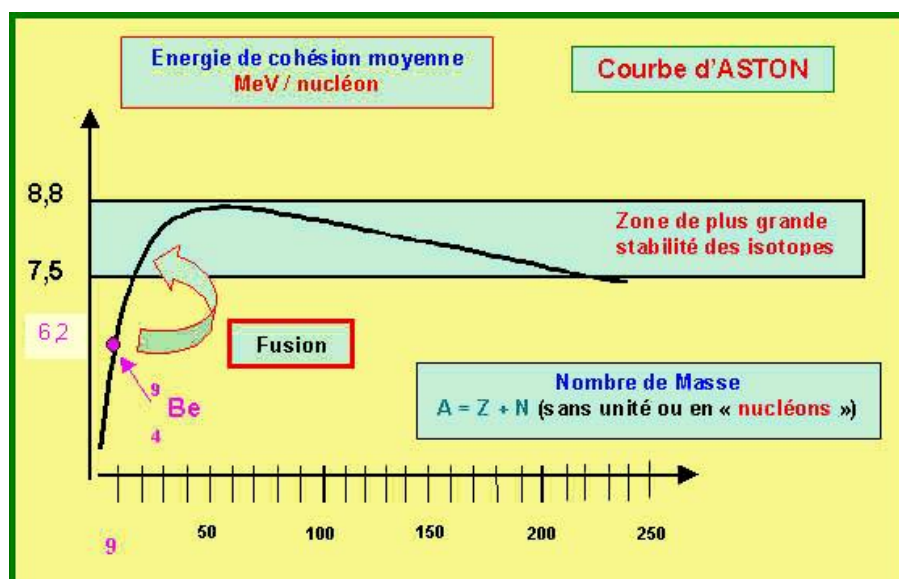
$$E = \Delta m \cdot c^2 = 9,8306 \cdot 10^{-29} \cdot 9 \cdot 10^{16} = 8,8476 \cdot 10^{-12} \text{ J/noyau}$$

$$\text{Soit } 8,8476 \cdot 10^{-12} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 5,5297 \cdot 10^7 \text{ eV} = 55,3 \text{ MeV/noyau}$$

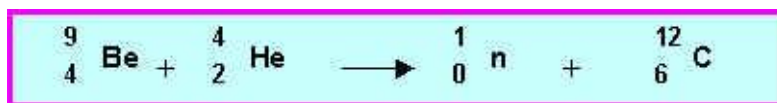
$$\text{Soit } 55,3 / 9 = 6,14 \text{ MeV/nucléon}$$

Cette valeur ramenée au nucléon est appelée énergie moyenne de cohésion du noyau.

7) Représenter sommairement la courbe d'Aston en indiquant les grandeurs représentées en abscisses et en ordonnées et leurs unités. Placer approximativement cet isotope sur la courbe. Fait-il partie des isotopes les plus stables ? Si non, par quel type de processus peut-il se stabiliser ?



8) Cet isotope est utilisé comme " générateur de neutrons " dans l'industrie nucléaire. Un atome de cet isotope fixe en effet une particule α , un neutron est libéré et il se forme un autre noyau dont on précisera la nature exacte. Ecrire la transformation correspondante. Est-elle en accord avec la réponse à la question précédente?



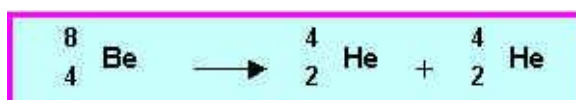
Comme vu précédemment, par fixation d'une particule α , A augmente de 4 unités et Z de deux unités, il devrait donc se former un noyau tel que $A = 9 + 4 = 13$ et $Z = 4 + 2 = 6$.

Mais on sait aussi qu'un neutron est éjecté, donc $A = 12$. Finalement il se forme donc l'isotope 12 de l'élément de numéro atomique $Z = 6$, soit le carbone. Au cours de cette réaction nucléaire deux petits noyaux se réunissent pour former un noyau plus gros, il s'agit donc bien d'une réaction de fusion.

Il existe également trois isotopes radioactifs du Béryllium ${}^7\text{Be}$, ${}^8\text{Be}$ et ${}^{10}\text{Be}$.

9) L'isotope ${}^8\text{Be}$ est émetteur de type α . Ecrire la réaction nucléaire correspondante.

Le noyau de ${}^8\text{Be}$ est équivalent à deux particules α il se scinde donc facilement en deux particules α individuelles.



Les deux autres isotopes sont des émetteurs de type β .

10) Pour l'isotope ${}^7\text{Be}$ déterminer la composition du noyau.

${}^7\text{Be}$: $Z=4$, $A=7$ et $N=3$

11) Comparer avec celle de l'isotope stable ${}^9\text{Be}$.

${}^9\text{Be}$: $Z = 4$; $A = 9$ et $N = 5$

L'isotope stable possède deux neutrons supplémentaires par rapport à l'isotope instable.

12) Qu'est ce qui rend ${}^7\text{Be}$ instable ?

${}^7\text{Be}$ ne possède pas assez de neutrons.

13) Comment peut-il se stabiliser ?

Il doit « gagner » des neutrons.

14) Attribuez lui son type de radioactivité β^+ ou β^- .

La seule possibilité qui s'offre est de transformer un proton en neutron en éjectant une charge électrique positive (positron), soit la radioactivité de type β^+ . Z va donc diminuer de une unité et A rester identique. Il se forme donc un noyau de même nombre de masse de l'élément précédant dans la classification périodique, le lithium ${}^7\text{Li}$.

15) Ecrire la réaction nucléaire correspondante.



16) Mêmes questions pour l'isotope ${}^{10}\text{Be}$

${}^{10}\text{Be}$: $Z=4$, $A=10$ et $N=6$

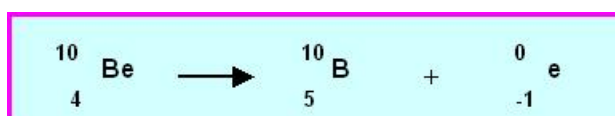
${}^9\text{Be}$: $Z = 4$; $A = 9$ et $N = 5$

L'isotope instable possède un neutron supplémentaire par rapport à l'isotope stable.

${}^{10}\text{Be}$ possède trop de neutrons.

Il doit « perdre » un neutron.

La seule possibilité qui s'offre est de transformer un neutron en proton en éjectant une charge électrique négative (électron), soit la radioactivité de type β^- . Z va donc augmenter de une unité et A rester identique. Il se forme donc un noyau de même nombre de masse de l'élément suivant dans la classification périodique, le lithium ${}^{10}\text{B}$.



Exercice 4

noyau	^{235}U	^{146}La	^{87}Br
Masse du noyau	235,044 u.m.a	145,943 u.m.a	86,912 u.m.a
Z	92	57	35

1) Calculer la masse « théorique » d'un noyau de ^{235}U .

$$M_{\text{théorique}} = 92 \cdot 1,00718 + 143 \cdot 1,00850 = 236,876 \text{ u.m.a}$$

2) Calculer l'énergie de cohésion d'un noyau d'uranium ($Z=92$) ^{235}U .

$$\Delta m = 236,876 - 235,044 = 1,832 \text{ u.m.a} / \text{noyau} = 1,832 \cdot 10^{-3} \text{ Kg} / \text{mole de noyaux.}$$

Energie de cohésion :

$$E = \Delta m \cdot C^2 = 1,832 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,649 \cdot 10^{14} \text{ J} / \text{mole de noyau}$$

$$E = 1,649 \cdot 10^{14} / 6,022 \cdot 10^{23} = 2,738 \cdot 10^{-10} \text{ J} / \text{noyau}$$

$$E = 2,738 \cdot 10^{-10} / 1,6 \cdot 10^{-19} = 1711 \cdot 10^6 \text{ eV} / \text{noyau} = 1711 \text{ MeV} / \text{noyau}$$

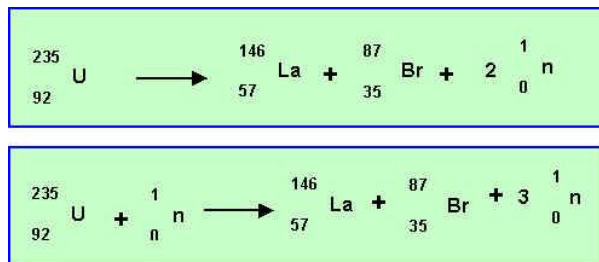
$$E = 1711 / 235 = 7,3 \text{ MeV} / \text{nucléon}$$

(Résultat cohérent avec la courbe d'Aston)

L'atome ^{235}U peut subir une réaction de fission fournissant l'isotope du lantane ^{146}La et l'isotope du brome ^{87}Br .

3) Ecrire la réaction de fission.

Deux écritures possibles selon qu'on fait ou non intervenir le neutron provoquant la fission.



4) Calculer le défaut de masse associé à cette réaction

Perte de masse :

$$\Delta m = 235,044 - 145,943 - 86,912 - (2 \cdot 1,00850) = 0,172 \text{ u.m.a} = 0,172 \cdot 10^{-3} \text{ kg} / \text{mole}$$

5) Calculer l'énergie dégagée par la fission d'une mole d'atome de ^{235}U . (en J.mol⁻¹)

Energie dégagée :

$$E = \Delta m \cdot C^2 = 0,172 \cdot 10^{-3} \cdot (3 \cdot 10^8)^2 = 1,548 \cdot 10^{13} \text{ J} / \text{mole}$$

6) En déduire l'énergie dégagée par la fission d'un kilogramme de ^{235}U (en J.Kg⁻¹) d'uranium ^{235}U .

$$E = 1,548 \cdot 10^{13} \text{ J} / 235 \text{ g de } ^{235}\text{U}$$

$$E = 1,548 \cdot 10^{13} \text{ J} / 235 = 6,59 \cdot 10^{10} \text{ J} / \text{g de } ^{235}\text{U} = 6,59 \cdot 10^{13} \text{ J} / \text{kg de } ^{235}\text{U}$$

7) Le pouvoir calorifique du charbon est de 33400 kJ.kg⁻¹, quelle masse de charbon doit-on brûler pour produire l'énergie équivalente à celle de la fission d'un kilogramme d'uranium ^{235}U ?

Masse de charbon équivalente : $M_c = 6,59 \cdot 10^{13} / 33400 \cdot 10^3 = 1,973 \cdot 10^6 \text{ Kg} \cong 2000 \text{ tonnes}$ La fission de 1 g d'Uranium dégage autant d'énergie que la combustion de 2 t de charbon.

Les réactions nucléaires sont beaucoup plus énergétiques que les réactions chimiques, cela explique l'utilisation des centrales nucléaire malgré tous les problèmes qu'elles posent.

Exercice 5

Le Silicium naturel est un mélange de trois isotopes stables ^{28}Si , ^{29}Si et ^{30}Si . L'abondance isotopique naturelle de l'isotope le plus abondant est de 92,23%. La masse molaire atomique du Silicium naturel est de $28,085 \text{ g.mol}^{-1}$.

1) Quel est l'isotope du Silicium le plus abondant ?

La masse molaire du Silicium naturel est très proche de 28 g.mol^{-1} , l'isotope ^{28}Si est donc le plus abondant.

2) Calculer l'abondance naturelle des deux autres isotopes.

Faisons l'approximation classique $M_i = A_i$

Appelons (1) l'isotope ^{28}Si , (2) l'isotope ^{29}Si et (3) l'isotope ^{30}Si .

On a le système d'équations :

$$x_1 + x_2 + x_3 = 1$$

$$x_1 = 0,9223$$

$$28,085 = 28 x_1 + 29 x_2 + 30 x_3$$

On trouve par résolution du système :

$$x_1 = 0,9223 ; x_2 = 0,0704 \text{ et } x_3 = 0,0073$$

Exercice 6

Le Magnésium ($Z = 12$) existe sous forme de trois isotopes de nombre de masse 24, 25 et 26.

Les fractions molaires dans le magnésium naturel sont respectivement :

0,101 pour ^{25}Mg et 0,113 pour ^{26}Mg .

a) Déterminer une valeur approchée de la masse molaire atomique du Magnésium naturel.

b) Pourquoi la valeur obtenue n'est-elle qu'approchée ?

$$\text{Abondance de l'isotope } ^{24}\text{Mg} : 1 - 0,113 - 0,101 = 0,786$$

$$M = 0,113 \cdot 26 + 0,101 \cdot 25 + 0,786 \cdot 24 = 24,33 \text{ g.mol}^{-1}.$$

Approximations :

$$m_p = m_n = 1 \text{ u.m.a}$$

masse des électrons négligée

défaut de masse négligé

Le résultat obtenu est tout de même très correct puisque la masse molaire vraie de Mg est de $24,31 \text{ g.mol}^{-1}$, les approximations sont donc valides.