Teoría de la Recursividad
Capítulo 7: Colección de ejercicios

1. Dada una lista de N coeficientes no nulos C1, C2,..., CN, (N>3), que determina una ecuación del tipo C1 op(1) C2 op(2) C3 op(3) ..... op(n-1) Cn-1 = Cn en la que la expresión se evalúa siempre de izquierda a derecha, sin tener en cuenta el orden usual de operaciones, y op(1),..., op(n-1) simbolizan las operaciones de adición, sustracción, multiplicación o división. Halle todas las combinaciones de operaciones que satisfacen la igualdad.

2. Dados 4 dígitos, y dos datos adicionales N y K (enteros positivos, K<N), imprima todos los números naturales de N dígitos que es posible construir con los 4 dígitos dados, con la condición de que ninguno de estos pueda aparecer más de K veces en el número.

3. Un tubo metálico contiene N bolas, numeradas 1, 2, 3,..., N. Las bolas pueden extraerse (una por vez), ya sea por el extremo de la derecha del tubo, o por un orificio lateral del mismo, enfrentado exactamente a la K-ésima bola que este en ese momento en el tubo. En ambos casos, la bola extraída debe introducirse nuevamente por el extremo izquierdo del tubo.

4. Dados el valor de K (1<K<N) y una distribución inicial arbitraria de las N bolas, encuentre la combinación de extracciones de las bolas en el tubo, por el extremo derecho o por la salida lateral, de modo que las mismas queden ordenadas en forma ascendente según su numeración con la menor cantidad de extracciones posibles. Una disposición de las bolas en el tubo como la siguiente (N=8): 3 4 5 6 7 8 1 2 se considera que ya esta ordenada.

5. Un centro distribuidor recibe N contenedores sellados, cada uno de los cuales contiene cierta cantidad (no necesariamente la misma) de cajas de medicamentos. El centro distribuidor debe entregar todos los contenedores en dos hospitales cercanos, de forma de lograr la distribución de cajas más equitativa que sea posible, sin abrir los contenedores. Encuentre una distribución de tales características.

6. Dada una matriz cuadrada de orden N, cuyos elementos son números reales, hallar la mayor sucesión creciente que se pueda obtener, pasando de una casilla a otra que está a su derecha, a su izquierda, inmediatamente arriba o inmediatamente debajo. No se puede pasar de una casilla a otra por las diagonales. Imprima la longitud de la sucesión y a continuación, la lista de las casillas de la misma con sus valores, en la forma a[3,4] = 27.2.

7. Hacia una avenida a la que cruzan o llegan N calles transversales (N>=3), convergen diariamente los usuarios de la línea "X" en dirección al destino "D". Por cada transversal, se conoce la cantidad promedio de usuarios que llega a la avenida entre las 6 y las 8 de la manana para montar en dicho transporte. Se desea situar K paradas (K<=N/3) sobre la avenida (exactamente en las esquinas, no menos de tres cuadras entre una parada y otra), de modo de minimizar el total de cuadras a recorrer por el conjunto de los usuarios para llegar hasta la parada mas próxima. Haga el programa correspondiente.

8. Una persona dispone de cierta cantidad X de dinero para comprar varios productos que se ofertan en el mercado de la ciudad. El comprador desea adquirir al menos uno de cada uno de los productos de su interés, y trata, además, de gastar en la compra los X pesos destinados a ese fin. Conociendo los precios de cada uno de los productos deseados, encuentre las cantidades a comprar que satisfagan las dos condiciones: al menos 1 producto de cada tipo, y gasto total de X pesos.

9. Un dispositivo contiene 6 registros distribuidos como los vértices de un hexágono regular. En cada registro, hay un número natural. Dispone de otro registro, situado en el centro del hexágono, que contiene también un número natural. Los contenidos de los registros exteriores pueden cambiar, adicionando o sustrayendo a los mismos un mismo número natural, según cuatro combinaciones posibles:

```
  F   A
E   G   B
  D   C
```

1: Registros A, C y E   2: Registros B, D y F
3: Registros A, B, y C   4: Registros D, E y F

Halle la menor sucesión de modificaciones a los registros (especificando en cada una tipo de combinación y cantidad a adicionar o sustraer) de modo que todos los registros queden con valor igual al registro central G.

10. El rey blanco está situado en la casilla [0,0] del tablero de ajedrez, y debe llegar hasta el otro extremo, en la casilla [7,7]. En el tablero hay hasta 6 peones negros, que no se mueven, excepto que el rey blanco se ponga “a su alcance”, en cuyo caso, se lo comen. Conociendo las casillas donde están los peones negros, encuentre el camino más corto para que el rey cumpla su propósito, o imprima el mensaje NO HAY CAMINO.

11. Un dispositivo electrónico tiene una pequeña pantalla (que al encender el equipo tiene el valor 0), y cuatro botones, que operan a partir del valor que está en ese momento en pantalla:
    1) Suma 1
    2) Multiplica por 2
    3) Suma 1, y al resultado lo multiplica por 2
    4) Eleva al cuadrado.

Dado un número natural N, se desea obtener la menor sucesión de operaciones que haga aparecer en pantalla el número dado.

12. Para transmitir la señal de televisión en un territorio alargado como el de Cuba, es conveniente utilizar estaciones reproductoras intermedias. Estas estaciones tienen una antena de recepción muy potente, que le permite captar la señal, aunque sea muy débil, y luego de amplificarla, la transmite con excelente potencia en un radio dado. Para facilitar la atención y funcionamiento de una estación, esta se sitúa siempre en una ciudad. Se dispone de 3 modelos de estaciones reproductoras, cada uno con precio y alcance diferentes: Dadas las coordenadas (en Km., valores enteros) de varias ciudades, y las características (costo y alcance) de los tres modelos de estaciones reproductoras, se desea encontrar en que ciudades hay que instalar estaciones reproductoras, y de que tipo en cada caso, para hacer llegar la señal a todas las ciudades a un costo mínimo.

Ejemplo:

Mod.	Costo	Alc. (Km.)
1	$ 4 500	85
2	$ 8 200	190
3	$10 500	350

13. Bastan 4 colores para colorear un mapa plano, de modo que dos países con frontera común no tengan igual color. Se entiende por “frontera común” cualquier contacto entre ambas fronteras, excepto los constituidos por un solo punto común. Los datos del problema son: la cantidad de regiones o “países” representados, y que se supone numerados de 1 a N; y tantos pares de números como sean necesarios para describir completamente todas las fronteras comunes existentes. Minimice en cada caso la cantidad de colores a emplear.

14. Se tiene N fichas (no repetidas) de un domino de 55 fichas. Imprima la mayor cantidad de fichas que es posible situar una a continuación de otra, según las reglas usuales de este juego.

15. X ciudades se comunican entre si por N vuelos diarios de empresas de aviación. No todas las ciudades tienen que estar enlazadas directamente unas con otras, pero si debe haber al menos una conexión entre todas, a través de una o más ciudades intermedias. Se conoce el plan diario de vuelos, ordenado por horas de partida. Por cada vuelo, se indica ciudad origen; hora y minutos de partida; y ciudad destino; hora y minutos de llegada. Se establece que en toda combinación de vuelos, el pasajero debe estar en el aeropuerto como mínimo 15 minutos antes de la partida del siguiente vuelo que realizara. Dada una ciudad origen y un destino, y además la hora y minutos mínimos de comienzo de viaje, imprima el vuelo directo o la combinación de vuelos que permita llegar a destino en el menor tiempo posible. Si se debe combinar vuelos, es necesario que la partida de todos los tramos a recorrer se realice en el mismo día. Imprima, de ser necesario, el mensaje NO ES POSIBLE EN UN SOLO DIA.

16. Sobre un tablero de MxN casillas se representa un laberinto: los ceros representan los pasillos del mismo, mientras los muros se representan por -1. Las casillas que corresponden a pasillos solo pueden conectarse entre si por los lados. No se puede pasar de una casilla a otra “por las esquinas”. Dada posición de la entrada y la salida, diga el camino más corto, si lo hay.

17. Muchas grandes ciudades cuentan con el servicio de “Metro”, sistema de trenes subterráneos que facilitan el traslado masivo de la población, a altas velocidades y con seguridad. Cada línea del metro va por un túnel independiente, en el que hay dos vías, una para el viaje en un sentido y otra para el viaje en sentido contrario. En cada estación (distantes entre 600 y 1000 metros una de otra) un sistema de escaleras y pasillos facilita el acceso al andén correspondiente a la dirección en que se desea viajar. En determinados puntos de la ciudad, las diferentes líneas pueden “cruzarse”, sin posibilidad de accidentes, pues en esos puntos las líneas van a distintas profundidades. Estos puntos permiten hacer “combinaciones”, abandonando el tren en que se viajaba para tomar otro con diferente destino. En estas estaciones, escaleras mecánicas y nuevos sistemas de pasillos, facilita trasladarse de una línea hacia otra. De esa forma, el servicio permite llegar desde cualquier punto importante de la ciudad a otro, utilizando un solo boleto, pues solamente se cobra la entrada al sistema desde el exterior, siendo totalmente libre el tránsito de una línea a otra en los puntos de “combinación”. En el metro de una ciudad hay N líneas. De cada una de ellas, se conoce la cantidad de estaciones (cada una se identifica por un número que le es propio). En los puntos de “combinación”, el mismo número identifica a la estación, cualquiera sea la línea. Conociendo las N líneas del metro, determine las combinaciones convenientes para viajar desde la estación A hasta la estación B pasando por la menor cantidad de estaciones posible. La descripción del metro se hace en la siguiente forma: Por cada línea se tiene: a) número de línea, b) cantidad de estaciones de la misma, c) número único que identifica a cada estación.

18. Se disputará un campeonato de fútbol entre los equipos de varias ciudades, a una vuelta, por el sistema todos-contra-todos. Cada equipo debe jugar la mitad de los partidos en casa, y la mitad como visitante. Si el número de equipos es par, esto no es posible, pero en ese caso, la diferencia entre partidos como local y como visitante debe ser 1. Conociendo la distancia entre todas las ciudades (valores enteros, en Km.), encuentre el calendario de juegos que haga mínimo el total de kilómetros a recorrer por la totalidad de los equipos.

19. Los números naturales del 1 al N se distribuyen arbitrariamente formando una lista de elementos Xi en la que no falta ni se repite ninguno. La lista se considera "circular", definiendo como sucesor de Xn a X1 (suc(Xn)=X1) y como antecesor de X1 a Xn (ant(X1)=Xn). A partir de esa lista, se crea una "Tabla de Mayores Diferencias" (TMD), también de N elementos, que sitúa en cada posición i de la tabla, la mayor de las diferencias | Xi-ant(Xi) | y | Xi-suc(Xi) |
Ej. Para la lista (n=4) 3, 1, 4, 2, la TMD es 2, 3, 3, 2

    Dada la TMD que corresponde a una lista de N elementos, imprima todas las listas que pueden dar origen a dicha tabla.