



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE MINAS GERAIS**  
**ESCOLA DE ENGENHARIA**  
**CURSO DE GRADUAÇÃO EM ENGENHARIA ELÉTRICA**

Código	Disciplina	Professor
ELE042	Processamento de Sinais	Hilton de Oliveira Mota

**1º TRABALHO PRÁTICO - Filtros LIT de tempo contínuo**

Condições

Trabalho em grupo de 2 alunos.

Entregar:

- Documento em .pdf contendo identificação dos membros do grupo, resolução dos problemas, imagens, scripts ou códigos fontes e resultados de simulações SPICE, conforme especificado em cada enunciado
- Até 18 de fevereiro de 2021 às 23:59.

Referências bibliográficas:

Os livros abaixo e outros materiais didáticos podem ser baixados gratuitamente pelo portal de periódicos da CAPES (<http://www.periodicos.capes.gov.br/>) via acesso CAFE (Comunidade Acadêmica Federada):

1. PAARMAN, Larry D. *Design and analysis of analog filters: a signal processing perspective*. New York: Kluwer Academic Publishers, 2003.
2. SU, Kendall. *Analog filters*. 2nd ed. New York: Kluwer Academic Publishers, 2002.

- 1) Filtros de Butterworth são especificados a partir de uma resposta de magnitude ao quadrado dada por

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + (\omega/\omega_c)^{2N}},$$

em que  $N$  é a ordem e  $\omega_c$  é denominada frequência de corte, de  $\frac{1}{2}$  potência ou de  $-3\text{ dB}$ .

Considerando um filtro de Butterworth de ordem  $N = 7$  e frequência de corte  $f_c = 350\text{ Hz}$ :

- a) Determine, analiticamente, os valores dos polos, zeros e a função de transferência  $H(s)$ .
- b) Faça um programa ou script do Matlab® que:
  - forneça os valores dos polos e zeros e a função de transferência  $H(s)$ ;
  - plote o diagrama de polos e zeros;
  - plote as curvas de superfície de  $|H(s)|$  e  $\theta(s)$ ;
  - plote as respostas de magnitude  $|H(j\omega)|$  e fase  $\theta(\omega)$ .

Verifique se os valores condizem com os calculados anteriormente. Corrija eventuais discrepâncias e apresente, como resposta, o código do programa e os gráficos gerados.

- 2) A resposta de magnitude ao quadrado de um filtro Chebyshev tipo I passa-baixas é definida por

$$|H_I(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \epsilon^2 C_{I,N}^2(\omega/\omega_p)},$$

em que  $\epsilon$  determina o nível de *ripple* na faixa de passagem,  $\omega_p$  é a frequência de borda da faixa de passagem e  $C_{I,N}(\omega/\omega_p)$  é a função de Chebyshev tipo I de ordem  $N$ . A resposta de um filtro Chebyshev tipo II pode ser obtida a partir da tipo I fazendo-se  $|H_{II}(j\omega)|^2 = 1 - |H_I(j\omega)|^2$  e substituindo-se  $\omega/\omega_p$  por  $\omega_s/\omega$ . O resultado é

$$|H_{II}(j\omega)|^2 = \frac{\epsilon^2 C_{II,N}^2(\omega_s/\omega)}{1 + \epsilon^2 C_{II,N}^2(\omega_s/\omega)}$$

em que  $\epsilon$  representa a atenuação na faixa de rejeição,  $\omega_s$  é a frequência de borda da faixa de rejeição e  $C_{II,N}(\omega_s/\omega)$  representa a *função de Chebyshev inversa* ou do tipo II.

Considere um filtro Chebyshev tipo II normalizado em  $\omega_s = 1 \text{ rad/s}$  de ordem  $N = 4$  e  $\alpha_s = 60 \text{ dB}$ . Faça um programa ou script do Matlab® para projetar o filtro especificado e que:

- forneça os valores dos polos e zeros e a função de transferência  $H(s)$ ;
- plote o diagrama de polos e zeros;
- plote as respostas de magnitude  $|H(j\omega)|$  e fase  $\theta(\omega)$ .

Apresente, como resposta, o código do programa, os dados e gráficos gerados.

- 3) Filtros Chebyshev tipo II são naturalmente especificados em função da frequência de borda da faixa de rejeição,  $\omega_s$ . Para se fazer um projeto em termos da frequência de borda da faixa de passagem,  $\omega_p$ , é necessário determinar qual será a  $\omega_s$  correspondente, o que pode ser feito por meio da expressão

$$\omega_s = \omega_p \cosh\left\{(1/N) \operatorname{acosh}\left[1/(\epsilon \sqrt{10^{\alpha_p/10} - 1})\right]\right\}.$$

em que  $\alpha_p$  representa o ripple na faixa de passagem, em dB.

Considerando essas informações, faça um programa ou script do Matlab® para projetar um filtro Chebyshev passa-baixas tipo II com  $\omega_p = 2\pi 500 \text{ rad/s}$ ,  $\alpha_p = 0,5 \text{ dB}$  e  $\alpha_s = 60 \text{ dB}$ .

O programa deverá solicitar ao usuário a ordem desejada e retornar as seguintes informações:

- a) Frequência de borda da faixa de rejeição  $\omega_s$  corrigida.
- b) Polos, zeros e diagrama correspondente.
- c) Função de transferência  $H(s)$ .
- d) As respostas de magnitude  $|H(j\omega)|$  e fase  $\theta(\omega)$ .

Apresente, como resposta, o código do programa e os gráficos gerados.

- 4) Considere o desenvolvimento de um filtro elíptico passa-altas com ganho unitário e frequência de borda da faixa de passagem  $f_p = 2 \text{ kHz}$ . Para garantir um nível mínimo de exatidão na aplicação, a distorção máxima aceitável na faixa de passagem é de 1,5%. O filtro deve fornecer uma atenuação mínima na faixa de rejeição de 99,8%, em uma frequência máxima de 1,35 kHz. Faça um programa ou script do Matlab® para projetar o filtro especificado e que:

- determine a ordem mínima  $N$  que atenda as especificações;
- forneça os valores dos polos, zeros e a função de transferência  $H(s)$ ;
- plote o diagrama de polos e zeros;
- plote as respostas de magnitude  $|H(j\omega)|$  e fase  $\theta(\omega)$ .

Apresente, como resposta, o código do programa e os gráficos gerados.

- 5) Considere o desenvolvimento de um filtro Chebyshev tipo I com ordem  $N = 3$  utilizando um circuito passivo em escala LC.

- a) Considerando o filtro normalizado em  $\omega_p = 1 \text{ rad/s}$ , consulte os dados da tabela 1, acima, e determine a expressão para a resposta de magnitude ao quadrado na forma polinomial,

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{K^2}{1 + \epsilon^2 \left[ \sum_{k=1}^N a_k \omega^k \right]^2}$$

- b) Determine a expressão para a impedância de entrada  $Z_{11}(s)$  (consulte o exemplo apresentado nos slides da aula 05\_B).
  - c) Considerando  $\alpha_p = 0,25 \text{ dB}$ ,  $R_s = 0,5 \Omega$  e  $R_L = 1 \Omega$ , utilize o método do fracionamento contínuo para obter os dois possíveis circuitos em escada  $LC$ . Compare os resultados com os apresentados na tabela 10.3, disponível nos slides da aula 06\_A. Corrija eventuais discrepâncias.
  - d) Faça os escalonamentos para que o filtro apresente uma resposta passa-altas com frequência de borda da faixa de passagem  $f_p = 300 \text{ Hz}$  alimentando uma impedância de carga  $R_L = 50 \Omega$ .
  - e) Monte o circuito em um simulador SPICE<sup>1</sup> e apresente o diagrama do circuito e os gráficos de resposta de magnitude  $|H(j\omega)|$  e fase  $\theta(\omega)$ . Corrija eventuais discrepâncias.
- 6) Faça o projeto de um filtro passa-faixa Chebyshev tipo II com as seguintes especificações:  $f_0 = 10 \text{ kHz}$ ,  $B_p = 1 \text{ kHz}$ ,  $B_s = 9 \text{ kHz}$ ,  $\alpha_p = 2 \text{ dB}$ ,  $\alpha_s = 40 \text{ dB}$ . Apresente o seu projeto da seguinte forma:
- a) Utilize o Matlab® para determinar e reportar a mínima ordem  $N$  que atenda as especificações.
  - b) Utilize o Matlab® para obter a função de transferência na forma original e em expansão em termos de 1ª e 2ª ordem.
  - c) Implemente o circuito em um simulador SPICE. Utilize um fator de escala de impedância  $k_z = 1000$ .
- Apresente, como resposta, o código do programa, o diagrama do circuito e os gráficos de resposta de magnitude  $|H(j\omega)|$  e fase  $\theta(\omega)$ . Corrija eventuais discrepâncias.

---

<sup>1</sup> <https://www.ti.com/tool/TINA-TI>,  
<https://www.analog.com/en/design-center/design-tools-and-calculators/ltspice-simulator.html#>