MNUM–PROJEKT, zadanie 1.40 (za 20p.)

1. Napisać uniwersalną procedurę w Matlabie o odpowiednich parametrach wejścia i wyjścia (solwer), rozwiązującą układ n równań liniowych $Ax = b$, wykorzystując podaną metodę. Nie sprawdzać w procedurze, czy dana macierz A spełnia wymagania stosowalności metody. Obliczyć błąd rozwiązania $\varepsilon = \|A\tilde{x} - b\|_2$ (skorzystać z funkcji `norm` Matlaba).

   Proszę zastosować następnie swoją procedurę w programie do rozwiązania obydwu (jeśli można) lub jednego z układów równań dla podanych niżej macierzy A i wektorów b, przyjmując $n = 5, 10, 25, 50, 100, 200$.
   Metoda: **rozkładu LU z pełnym wyborem elementu głównego**

   Proszę wykonać wykres (wykresy) zależności błędu ε od liczby równań n.

2. Napisać uniwersalną procedurę w Matlabie o odpowiednich parametrach wejścia i wyjścia, rozwiązującą układ n równań liniowych $Ax = b$, wykorzystując metodę iteracyjną **Gaussa-Seidela**. Nie sprawdzać w procedurze, czy dana macierz A spełnia wymagania stosowalności metody. Jej parametry wejściowe powinny zawierać m.in. wartość graniczną δ błędu między kolejnymi przybliżeniami rozwiązania, liczonego jako norma euklidesowa z ich różnicy (skorzystać z funkcji `norm` Matlaba). Przyjąć jako kryterium stopu warunek $\delta = 10^{-8} \triangleq 1e - 8$.

   Proszę zastosować tę procedurę do rozwiązania właściwego układu równań spośród przedstawionych poniżej dla $n = 5, 10, 25, 50, 100, 200$.
   Proszę sprawdzić dokładność rozwiązania licząc także błąd ε i dla każdego układu równań wykonać rysunek zależności tego błędu od liczby równań n. Jeśli był rozwiązywany ten sam układ równań, co w p. 1, proszę porównać czasy obliczeń dla różnych algorytmów i wymiarów zadań.

Dane:

A) $a_{ij} = \begin{cases} -17 & \text{dla } j = i \\ 3 - \frac{j}{n} & \text{dla } j = i-2 \text{ lub } j = i+2, \\ 0 & \text{dla pozostałych} \end{cases} \quad b_i = 2.5 + 0.5i$

B) $a_{ij} = 4(i–j) + 2, j \neq i; \quad a_{ii} = \frac{1}{3}; \quad b_i = 3.5 - 0.4i$

3. Dla podanych w tabeli danych pomiarowych (próbek) metodą najmniejszych kwadratów należy wyznaczyć funkcję wielomianową $y = f(x)$ (tzn. wektor współczynników) najlepiej aproksymującą te dane.

x_i	y_i
-10	-3.578
-8	-5.438
-6	-4.705
-4	-3.908
-2	-2.069
0	0.942
2	-0.725
4	-4.128
6	-11.160
8	-23.440
10	-42.417

Proszę przetestować wielomiany stopni: 3, 5, 7, 9, 10. Kod aproksymujący powinien być uniwersalną procedurą w Matlabie o odpowiednich parametrach wejścia i wyjścia.

W sprawozdaniu proszę przedstawić na rysunku otrzymaną funkcję na tle danych (funkcję aproksymującą proszę próbkować przynajmniej 10 razy częściej niż dane).

Do rozwiązania zadania najmniejszych kwadratów proszę wykorzystać najpierw **układ równań normalnych**, a potem **rozkład SVD**.
Do rozwiązywania układu równań i dekompozycji użyć solwerów Matlaba.. Porównać efektywność obydwu podejść.
Do liczenia wartości wielomianu użyć funkcji `polyval`.

Proszę obliczyć błąd aproksymacji w dwóch normach: euklidesowej oraz maksimum (nieskończoność). W obydwu przypadkach skorzystać z funkcji `norm` Matlaba.

Sprawozdanie powinno zawierać:

- krótki opis zastosowanych algorytmów (powinny być podane podstawowe wzory matematyczne wpisane samodzielnie),
- wydruki programów z implementacją algorytmów (komentować bloki instrukcji algorytmu); należy użyć tych samych symboli co na wykładzie/w książce (i wcześniej w prezentacji algorytmu); zakazane są długie identyfikatory objaśniające semantykę zmiennych,
- rysunki, wydruki (należy je wykonywać na zewnątrz solwera),
- prezentację otrzymanych wyników (najlepiej w postaci wykresów i tabel), komentarz oraz wnioski z eksperymentów (ocena poprawności wyników, dokładności, efektywności algorytmów, itp.).

Sprawozdanie w formacie PDF wraz z kodami źródłowymi programów powinno być przekazane w podanym terminie za pomocą funkcjonalności "Sprawozdania" na serwerze Studia.