

# Exercício Computacional – Pesquisa Operacional

Professor: Eduardo Gontijo Carrano

## Especificação do problema

Deseja-se determinar a política de manutenção ótima para cada um dos 500 equipamentos de uma empresa, considerando-se a minimização do custo de manutenção e a minimização do custo de falha esperado, conforme detalhamento apresentado na sequência:

### • Equipamentos:

- Cada equipamento tem um importância distinta na empresa, a qual é estimada com base no custo decorrente de uma falha no equipamento. Equipamentos mais importantes têm custo de falha maior, enquanto que equipamentos menos importantes têm custo de falha menor.
- Os equipamentos foram separados em quatro grupos (*clusters*), conforme suas características construtivas e de uso. Para cada um desses grupos foi construído um modelo que estima a probabilidade de falha do equipamento tendo em conta sua idade e o horizonte de planejamento da manutenção.
- As características dos equipamentos estão disponíveis no arquivo *EquipDB.csv*, onde cada linha representa um equipamento e as colunas (separadas por vírgulas) contém as seguintes informações:

**Coluna 1:** ID – código de identificação do equipamento (varia de 1 a 500).

**Coluna 2:**  $t_0$  – tempo de operação do equipamento, em anos (desde sua data de instalação até o dia atual).

**Coluna 3:** *cluster* – código do *cluster* (grupo) que melhor modela a probabilidade de falha daquele equipamento (varia de 1 a 4).

**Coluna 4:** custo de falha – custo decorrente da eventual falha do equipamento.

- O arquivo *EquipDB.csv* contém 500 linhas e 4 colunas.

### • Planos de manutenção:

- Durante o horizonte de planejamento da manutenção, cada equipamento deve ser enquadrado necessariamente em um dos três planos de manutenção disponíveis: 1) nenhuma manutenção; 2) manutenção intermediária, e; 3) manutenção detalhada.
- Cada plano de manutenção tem um custo específico, sendo que quanto mais detalhada a manutenção mais cara ela é.
- O efeito do regime de manutenção na probabilidade de falha é modelado por meio de um fator de risco ( $k$ ), que é utilizado como multiplicador do tempo para o qual se está estimando a probabilidade de falha do equipamento ( $\Delta t' = k \cdot \Delta t$ ). Quanto mais detalhado o plano de manutenção, menor o fator de risco.

- As características dos planos de manutenção estão disponíveis no arquivo *MPDB.csv*, onde cada linha representa um plano de manutenção e as colunas (separadas por vírgulas) contém as seguintes informações:

**Coluna 1:** ID – código de identificação do plano de manutenção (varia de 1 a 3).

**Coluna 2:**  $k$  – fator de risco associado ao plano de manutenção.

**Coluna 3:** custo – custo de aplicação do plano de manutenção para um equipamento, no horizonte de planejamento da manutenção.

- O arquivo *MPDB.csv* contém 3 linhas e 3 colunas.

#### • Clusters:

- Ao todo foram considerados 4 *clusters*.
- Cada *cluster* representa um modelo que descreve a probabilidade de falha de um equipamento enquadrado naquele grupo.
- As probabilidades de falhas foram determinadas por meio de distribuições de Weibull, com parâmetro de escala  $\eta_i$  e parâmetro de forma  $\beta_i$ .
- A probabilidade  $p_{i,j}$  de falha de um equipamento  $i$ , sob o plano de manutenção  $j$ , até um dado horizonte de planejamento da manutenção ( $\Delta t$ ) é estimada pela equação (1), que determina a probabilidade de falha de um equipamento até  $\Delta t$  dado que ele não falhou até a data atual ( $t_0$ ).

$$p_{i,j} = \frac{F_i(t_0 + k_j \Delta t) - F_i(t_0)}{1 - F_i(t_0)} \quad (1)$$

onde:

$$F_i(t) = 1 - \exp \left[ - \left( \frac{t}{\eta_i} \right)^{\beta_i} \right] \quad (2)$$

- As características dos *clusters* estão disponíveis no arquivo *ClusterDB.csv*, onde cada linha representa um *cluster* e as colunas contém as seguintes informações:

**Coluna 1:** ID – código de identificação do *cluster* (varia de 1 a 4).

**Coluna 2:**  $\eta$  – parâmetro de escala do *cluster* (em anos).

**Coluna 3:**  $\beta$  – parâmetro de forma do *cluster*.

- O arquivo *ClusterDB.csv* contém 4 linhas e 3 colunas.

#### • Modelo:

- O modelo deverá conter duas funções objetivo: 1) minimização do custo de manutenção total, e; 2) minimização do custo esperado de falha total.
- O custo de manutenção total é a soma dos custos dos planos de manutenção adotados para todos os equipamentos.
- O custo esperado de falha de cada equipamento  $i$ , sob plano de manutenção  $j$ , é o produto da probabilidade de falha ( $p_{i,j}$ ) e o custo de falha do equipamento. O custo esperado de falha total é a soma dos custos esperados de falha dos equipamentos.
- O horizonte de planejamento da manutenção deve ser  $\Delta t = 5$  anos.

Com base nessa especificação, pede-se:

- i. Formulação: construa o modelo de otimização do planejamento da manutenção dos equipamentos da empresa.
- ii. Algoritmo de solução: discuta e justifique sua escolha de um algoritmo (ou conjunto de algoritmos) adequado para resolver o problema biobjetivo definido no item (i).
- iii. Resultados: implemente e utilize o algoritmo apresentado no item (ii) para resolver o problema biobjetivo construído. Caso seja utilizado algum método não exato, então o aluno deverá discutir os resultados de, ao menos, cinco execuções.

### Instruções Finais e Avaliação

- Pacote final a ser entregue
  - No final desse Exercício Computacional (EC), o aluno deverá entregar o relatório do trabalho, códigos desenvolvidos e o arquivo *.csv* (*Comma-separated Values*) contendo a melhor fronteira Pareto “estimada” obtida. No caso de múltiplas execuções do algoritmo, o aluno deverá reportar quantas execuções foram realizadas no total.
  - Deverá existir um arquivo *main*, responsável pela execução de toda a otimização, e cuja saída seja o arquivo *.csv* mencionado anteriormente. Essa função será executada para verificação dos resultados.
  - No arquivo *.csv*, cada linha deve representar uma solução obtida e cada coluna indica o índice do plano de manutenção adotado para o equipamento correspondente. Dessa forma, esse *.csv* possuirá *número de soluções* linhas e 500 colunas. Um exemplo de arquivo de resultado pode ser obtido no Moodle, juntamente com esta atividade (arquivo *ExemploResultado.csv*).
  - Para facilitar a organização e avaliação pelo professor, o *.csv* gerado deve conter o primeiro e último nome do aluno sem espaços e acentos (e.g. *EduardoCarrano.csv*).
  - O relatório, código desenvolvido e arquivo *.csv* de saída deverão ser enviados somente via plataforma Moodle.
- Leitura Recomendada
  - Para um entendimento adequado dos conceitos básicos de otimização multiobjetivo e métodos de escalarização, recomenda-se a leitura do Capítulo 3 das notas de aula da disciplina Otimização Escalar e Vetorial, ministrada pelo Prof. Ricardo Takahashi, do Departamento de Matemática da UFMG. Os três capítulos das notas estão disponíveis no Moodle da disciplina de Pesquisa Operacional.
  - Recomenda-se o uso do método  $P_\varepsilon$ -restrito para escalarização do problema.
- Avaliação do EC
  - Esse EC será avaliado em 25 pontos, sendo 12 distribuídos entre todos os itens *i.*, *ii.* e *iii.* e os 13 restantes atribuídos com base na qualidade das soluções obtidas. Essa medida de qualidade baseia-se no indicador de hipervolume, também conhecido como S-Metric. A pontuação será atribuída conforme Tabela 1.

- A avaliação do hipervolume será realizada com base no CSV submetido pelo aluno, utilizando a função `EvalParetoApp.m`<sup>1</sup>. Esta função também está disponível junto com este trabalho e é compatível tanto com o Matlab quanto com o GNU Octave.

Tabela 1: Pontuação associada ao valor do Hipervolume alcançado.

Hipervolume	Pontuação
$HVI \geq 0.6285$	13 pontos
$0.6000 \leq HVI < 0.6285$	10 pontos
$0.5500 \leq HVI < 0.6000$	8 pontos
$0.5000 \leq HVI < 0.5500$	5 pontos
$0.3500 \leq HVI < 0.5000$	3 pontos
$HVI < 0.3500$	0 pontos

- Pontos Extras

- Além da pontuação anteriormente estabelecida, poderão ser obtidos ainda até 5 pontos extras, conforme Tabela 2.
- Diferentemente da pontuação regular, que pode ser obtida por todos os alunos, somente um aluno poderá obter os pontos extras. Caso mais de um aluno atinja os índices estabelecidos na Tabela 2, então os pontos serão atribuídos ao aluno que obtiver os melhores resultados (maior hipervolume). Caso dois ou mais alunos empatem com o melhor hipervolume, então a pontuação será atribuída ao que tiver entregue o trabalho primeiro, seguindo o registro de entrega do Moodle.

Tabela 2: Pontuação extra.

Hipervolume	Pontuação
$HVI > 0.6288$	5 pontos extras
$0.6285 < HVI \leq 0.6288$	2 pontos extras

- Relatório

- Para o texto final, o aluno deve usar o “template” disponibilizado no Moodle.
- O atendimento dos itens estabelecidos, bem como a apresentação e organização formal deste EC, são fundamentais para sua avaliação.

Bom trabalho!

<sup>1</sup>A sintaxe de chamada da função é `Hipervolume = EvalParetoApp('Nome do arquivo.csv')`.