

Càcul aproximat i representació gràfica del volum de terra que cal desmuntar per tal d'anivellar un terreny mitjançant mètodes d'integració numèrica i de geometria bàsica

Autora: Amanda Sanjuan Sánchez

Curs: 2n E de Batxillerat

Any: 2018-2019

Tutor: Marcel Jorba Jorba

INS PERE VIVES VICH

IGUALADA

RESUM

Moguda per el interès en les matemàtiques i l'enginyeria, l'autora ha decidit calcular de manera aproximada la quantitat de terra que s'ha d'extreure d'un terreny del qual se'n coneixen les dades topogràfiques per tal d'anivellar-lo a una certa alçada.

Per a poder realitzar el treball han sigut de gran utilitat els programes AutoCAD, Excel i GeoGebra. Les dades numèriques del terreny s'han obtingut extraient-les dels perfils transversals del terreny que estaven en AutoCAD. Excel ha servit per a adequar les dades i fer els càlculs necessaris de manera ràpida i eficaç, i GeoGebra per a representar els perfils transversals de la terra que es vol retirar del terreny i el seu volum total.

Mitjançant la integració numèrica i les aproximacions de volums prismàtica i tronco-piramidal, s'han pogut realitzar aquests càlculs. S'han pogut comparar les diferents aproximacions utilitzades i veure quina quantitat de terra seria necessària extreure per a aplanar el terreny.

ABSTRACT

Led by the interest in mathematics and engineering, the author has decided to calculate approximately the amount of earth that would have to be extracted from a terrain through topographic data knowledge in order to flatten the terrain to a certain height.

In order to carry out the work, the programs AutoCAD, Excel and GeoGebra have been very useful. The numerical data of the terrain has been obtained by extracting them from the cross sections of the terrain from AutoCAD. Excel has been used to adapt the data and make the necessary calculations quickly and efficiently, and GeoGebra to represent the transversal profiles of the earth required for removal from the terrain as well as its total volume.

These calculations have been possible thanks to the numerical integration and turnk-pyramidal and prismatic approximations. We have been able to compare the different approaches used and see what amount of land it would be necessary to extract to level out the terrain.

TAULA DE CONTINGUTS

RESUM/ABSTRACT	1
AGRAÏMENTS	4
INTRODUCCIÓ	5
1.- PLANTEJAMENT DEL TREBALL	7
1.1.- PROBLEMA DE SOBRECÀRREGA AL TÚNEL	7
1.2.- POSSIBLE SOLUCIÓ AL PROBLEMA I METODOLOGIA GENERAL	7
1.3.- PROGRAMARI QUE S'HA UTILITZAT	7
1.3.1.- AutoCAD	7
1.3.2.- Excel	8
1.3.3.- GeoGebra	8
2.- PRESA DE DADES	9
2.1.- ELS PERFILS	9
2.1.1.- El perfil longitudinal	9
2.1.2.- El perfil transversal	10
2.2.- APARELLS DE MESURA	10
2.2.1.- L'Estació Total Topogràfica (ETT)	10
2.2.2.- El Global Positioning System (GPS)	11
2.3.- ADEQUACIÓ DE LES DADES	11
2.3.1.- Extracció de les dades numèriques dels perfils del terreny d'AutoCAD a Excel i posterior interpretació	11
2.3.2.- Adequació de les dades numèriques en Excel	15
2.3.3.- Com passar els perfils de la terra sobrant del full de càlcul a la vista gràfica del Geogebra	20
2.4.- PERFILS DEL TROS DE TERRA A DESMUNTAR PASSATS A GEOGEBRA	26
3.- CÀLCUL DE LES ÀREES DELS PERFILS	31
3.1.- ÀREES TANCADES PER FUNCIONS	31
3.2.- MÈTODES D'INTEGRACIÓ NUMÈRICA	33
3.2.1.- Mètode dels rectangles	33
3.2.2.- Mètode dels trapezis	33
3.2.3.- Mètode de Simpson	34
3.3.- CÀLCUL D'ÀREES DELS PERFILS TRANSVERSALS	35
3.4.- LLISTAT D'ÀREES DELS PERFILS TRANSVERSALS	36
4.- CÀLCUL DEL VOLUM DE TERRA PER DESMUNTAR	37
4.1.- LES INTEGRALS DEFINIDES AL CÀLCUL DE VOLUMS	37
4.2.- CÀLCUL DE VOLUMS PER A MOVIMENTS DE TERRES. MÈTODES DELS TOPÒGRAFS	39
4.2.1.- Desmont i terraplè	39
4.2.2.- Cubicació entre perfils els quals els dos s'han de terraplenar o desmontar	40
4.2.3.- Cubicació entre perfils els quals s'han de terraplenar i desmontar	42
4.3.- CÀLCUL DE VOLUM DE TERRA SOBRANT A PARTIR DE LES ÀREES DELS PERFILS TRANSVERSALS DEL TRAM ANALITZAT	43
4.3.1.- Càlcul mitjançant l'aproximació prismàtica	43
4.3.2.- Càlcul mitjançant l'aproximació tronco-piramidal	44
4.4.- COMPARACIÓ DE LES DUES APROXIMACIONS UTILITZADES	45
4.5.- VISTA DEL VOLUM DE TERRA QUE ES VOL DESMUNTAR EN 3D	47

CONCLUSIONS.....	49
FONTS DOCUMENTALS.....	50
ANNEX I.....	51
ANNEX II.....	56
ANNEX III	72

AGRAÏMENTS

M'agradaria, en primer lloc, agrair-li al Marcel Jorba, la persona que m'ha portat el projecte de recerca, tot el que ha fet per mi i pel treball. Li vull donar les gràcies per totes les reunions, per tots els consells, per totes les correccions que m'ha fet i per tot el temps que li ha dedicat. Hi ha hagut moments en que no sabia cap on tirar ben bé el treball i ell sempre ha estat allà per guiar-me.

També m'agradaria donar-li les gràcies al meu pare. Ell m'ha proporcionat molta informació sobre la topografia i m'ha ajudat a entendre bé molts conceptes.

I finalment m'agradaria agrair-li a la meva família per animar-me a tirar sempre endavant.

INTRODUCCIÓ

Aquest projecte de recerca consisteix en realitzar els càlculs necessaris per a determinar de manera aproximada la quantitat de terra (en m^3) que s'hauria de treure d'un terreny específic del qual se'n coneixen les dades topogràfiques per tal d'anivellar-lo. Per a fer-ho, s'han utilitzat els recursos de la integració numèrica i dos tipus d'aproximacions de volums de terra.

El treball tracta d'un tema relacionat amb les matemàtiques, tal com es volia des del principi. Després de buscar diferents opcions de temes en els que investigar, es va trobar un el qual a l'autora li va cridar l'atenció: la integració numèrica. Aquest, però, era un tema força ampli i es va decidir treballar en quelcom més concret i més pràctic. Es van investigar les aplicacions de la integració numèrica i finalment es va trobar que s'utilitzaven habitualment per al càlcul de moviment de terres. Com que es tractava d'un tema relacionat amb les matemàtiques i la enginyeria, dos camps en els quals l'autora tenia inquietud, es va decidir realitzar aquest projecte.

El treball que s'ha dut a terme busca com a objectiu principal calcular la quantitat de terres que s'haurien de treure d'un terreny específic per tal d'anivellar-lo a una alçada determinada mitjançant la integració numèrica. Darrere d'aquest objectiu hi havia la inquietud de proposar una solució per al problema que va ser explicat a l'autora quan es va trobar un terreny concret per a anivellar. Sota el terreny seleccionat hi passa un túnel. Aquest túnel està rebent més esforços dels que són desitjats degut a la quantitat de terres que hi ha al damunt. A partir d'això, es va decidir que s'anivellaria el terreny a una alçada adient traient terres del damunt i lliurant al túnel d'esforços innecessaris.

Per a realitzar el que s'havia proposat com a objectiu, s'han hagut d'obtenir les dades numèriques del terreny que s'havia escollit, i ha sigut possible amb l'ajut d'un enginyer. Les dades que s'han obtingut estaven en AutoCAD i s'han hagut d'extreure del programa per a poder manipular-les convenientment.

A continuació s'han realitzat amb Excel els càlculs necessaris per a primer adequar les dades convenientment i després calcular les àrees dels perfils de només la terra que s'havia proposat treure de cada punt quilomètric i el volum d'aquesta utilitzant dues aproximacions diferents: la prismàtica i la tronco-piramidal. Més tard s'han comparat les dues aproximacions usades amb taules que s'han elaborat a partir dels resultats.

També s'han representat els perfils de la terra sobrant i el volum d'aquesta terra en GeoGebra.

La memòria s'ha estructurat en quatre capítols diferents.

En el primer es planteja de manera més detallada la possible sobrecàrrega que pot arribar a tenir el túnel i la solució que es planteja realitzant aquest treball. També s'explica el programari utilitzat per a dur a terme tot el que s'ha explicat.

En el segon s'explica de manera general com prenen les dades topogràfiques els professionals (els topògrafs), com s'han extret les dades d'AutoCAD i s'han passat a Excel, de quina manera s'han adequat i per a què i, per últim, s'ha explicat com s'han representat els perfils de la terra que es vol treure en GeoGebra.

El tercer i el quart capítol són els més importants de la memòria, ja que en ells s'expliquen com s'han dut a terme els càlculs principals del treball.

En el tercer capítol s'hi troben descrits els diferents mètodes d'integració numèrica i la manera en que aquesta s'ha fet servir en el treball.

Finalment en el quart capítol s'han explicat les dues aproximacions utilitzades per a fer el càlcul del volum de terra total que s'hauria de treure per a anivellar el terreny, s'han comparat entre elles i s'han afegit unes imatges de la quantitat de volum de terra representada en tres dimensions amb GeoGebra.

En els Annexos es troben els perfils originals en AutoCAD del terreny amb el que s'ha treballat i dels quals s'han extret les dades numèriques, i tots els resultats dels càlculs que s'han fet en cada punt quilomètric representats en taules.

1.- PLANTEJAMENT DEL TREBALL

1.1.- PROBLEMA DE SOBRECÀRREGA AL TÚNEL

L'enginyer de camins que va proporcionar les dades topogràfiques a l'autora d'aquest treball va explicar-li que hi havia una sobrecàrrega damunt del fals túnel en aquell tram de terreny. Això és degut a que quan el van acabar de construir, es van abocar-hi massa terres damunt. Com a conseqüència el túnel està rebent més esforços dels que serien apropiats que suportés.

1.2.- POSSIBLE SOLUCIÓ AL PROBLEMA I METODOLOGIA GENERAL

L'objectiu principal d'aquest treball de recerca gira al voltant de proposar una solució a aquest problema de la sobrecàrrega que hi ha damunt del túnel que pot arribar perjudicar-lo.

La solució que s'ofereix en aquest projecte és anivellar un tram de la terra que hi ha damunt del túnel a una alçada adequada amb l'objectiu d'offerir un espai on es pogués fer, per exemple, un parc, un camí o alguna altre cosa que impedís que en el futur es tornessin a abocar més terres sobre d'aquest espai, les quals posarien en perill l'estabilitat del túnel.

Tot i que en aquest treball sols s'han fet els càlculs necessaris per trobar quina quantitat de terra s'hauria de treure per a poder dur a terme aquest anivellament.

Amb l'ajut d'un enginyer de camins s'han aconseguit les dades topogràfiques del tram de túnel que té més quantitat de terra damunt i el qual és més convenient aplanar.

Aquestes dades topogràfiques inclouen els perfils transversals del tram entre els punts quilomètrics 5+020 i 5 + 320, i el perfil longitudinal també entre aquests PK. Gràcies a tota aquesta informació, s'ha decidit a quina alçada s'anivellaria tot el terreny i s'han pogut calcular les àrees dels perfils transversals del tros de terra que es vol extreure mitjançant la integració numèrica.

La integració numèrica és una eina matemàtica que permet fer aproximacions d'integrals definides. Investigar un cas en que s'aplica també era un propòsit pel que es va decidir fer el treball.

A continuació s'han fet les aproximacions dels volums de les terres que es volien retirar de dues maneres: la primera, seguint el mètode utilitzat pels topògrafs, i la segona, un mètode alternatiu que potser no és tant utilitzat pels topògrafs però que també fa una bona aproximació dels volums. Així s'han pogut comparar els dos volums resultants seguint cada mètode.

És cert que a l'hora de fer els càlculs s'ha produït un error, ja que no s'ha tingut en compte la petita curvatura que té el tram. La topografia no sol considerar important aquest error si la corba no és molt tancada (com en aquest cas). L'anàlisi d'aquest error aniria més enllà de l'abast d'aquest treball i és per això que no es tindrà en compte.

1.3.- PROGRAMARI UTILITZAT EN EL TREBALL DE RECERCA

1.3.1.- AutoCAD

AutoCAD és un aplicatiu molt utilitzat en diverses branques de l'enginyeria i també en arquitectura per les seves prestacions i la seva versatilitat. El seu principal ús és la confecció de plànols i esquemes.

Les dades dels punts de l'espai que defineixen els perfils transversals del terreny a desmuntar, han vingut donades precisament en format AutoCAD, i és per això que ha estat imprescindible

utilitzar-lo, per tal d'extreure aquestes dades i passar-les a un format més convenient per al treball (Excel).

Tot i això, la versió d'AutoCAD de la qual es disposava, AutoCAD 2009, era anterior a la versió amb la qual s'havien introduït les dades originals, AutoCAD 2018, cosa que feia que, en principi, les dades no fossin compatibles. Per sort, existeix l'eina addicional DWG TrueView que permet fer conversions de dades de versions més noves a versions més velles d'AutoCAD. Gràcies a aquesta eina auxiliar, s'ha aconseguit visualitzar i accedir a les dades.

1.3.2.- Excel

És un programa de fulls de càlcul que permet fer una gran multitud de càlculs aritmètics de manera ràpida i senzilla, únicament cal conèixer el seu funcionament, al menys a nivell bàsic, per a poder fer-lo servir amb eficàcia. També inclou moltes altres prestacions com fer gràfics de tot tipus, taules, la capacitat d'ordenar dades, etc.

Excel ha sigut l'eina principal que s'ha utilitzat en aquest treball.

A Excel s'han passat totes les dades extretes d'AutoCAD per a calcular el volum de terra final que es vol treure del tros de terreny amb el que s'ha treballat.

Per a poder fer aquest càlcul, abans de tot s'han hagut d'adecuar les dades obtingudes de forma convenient, posteriorment s'explicaran el motiu i la finalitat. Aquest procés requeria operacions senzilles, però hi havia una gran quantitat de dades que calia modificar. Per això s'ha utilitzat Excel. Ha permès fer-ho tot ràpidament solament coneixent les avantatges que aquest programa proporciona.

També a Excel s'han fet els càlculs de les àrees dels perfils del tros de terra que sobra i el volum d'aquesta. Per a trobar el valor de les àrees s'ha fet servir el mètode dels trapezis, un mètode d'integració numèrica que s'exposarà més endavant. De forma resumida es pot dir que és necessari calcular diverses àrees de diferents trapezis en cada perfil. Per a obtenir-les, s'han programat els càlculs a Excel, així com posteriorment els que aportaran els valors dels volums de les terres.

1.3.3.- GeoGebra

És un software matemàtic interactiu destinat a fer-se servir per ensenyar i aprendre geometria, àlgebra i càlcul. És de codi obert, és a dir, el pot utilitzar tothom qui vulgui.

GeoGebra ha sigut un recurs molt útil per a aquest treball de recerca. Gràcies a aquest programa s'han pogut representar gràficament els nous perfils modificats prèviament a Excel. D'aquesta manera ha sigut més fàcil imaginar la magnitud total del volum de terra que es vol extreure de damunt del túnel per a aquest projecte.

També ha sigut d'utilitat alhora de comprovar els resultats obtinguts en Excel, ja que GeoGebra també ha calculat les àrees dels perfils representats.

Ha servit també per a fer una representació del volum de terra que es vol treure en tres dimensions.

2.- PRESA DE DADES

El topògraf és la persona encarregada de prendre les mesures dels terrenys. D'aquesta manera és possible obtenir les dades topogràfiques dels perfils.

Per a fer les aproximacions de volums amb molta precisió cal prendre mesures del màxim nombre de perfils transversals que sigui possible. Això és equivalent a reduir la distància entre un perfil del qual es prenen les mesures i el següent.

En obres lineals¹ els valors que solen tenir les distàncies entre dos perfils transversals consecutius són de 10, 20 o 50 metres.

En el cas en el que s'ha treballat, la distància entre un perfil transversal i el següent és de 20 metres.

2.1.- ELS PERFILS

2.1.1.- El perfil longitudinal

El perfil longitudinal és aquell que representa la part de terreny que es veuria si una superfície tallés a un eix imaginari (l'eix del traçat del terreny) que s'ha establert prèviament i que divideix el terreny en dues parts longitudinalment.

L'escala d'aquest perfil sol ser diferent en l'eix X i en l'eix Y. Normalment s'exagera molt la representació de les alçades i s'augmenta l'escala de l'eix Y respecte de l'eix X. El valor de l'augment depèn de si el terreny presenta desnivells grans que s'hagin de representar en el perfil o no.

Si s'observa el perfil longitudinal del tram amb el que s'ha treballat (Fig. 2.1) es pot veure que es dona el que s'acaba d'explicar. També si s'observa l'escala del perfil en la mateixa imatge, es pot veure que horitzontalment l'escala és de 1:2000 i verticalment l'escala és de 1:500, és a dir, l'escala vertical és 4 vegades més gran que l'escala horitzontal.

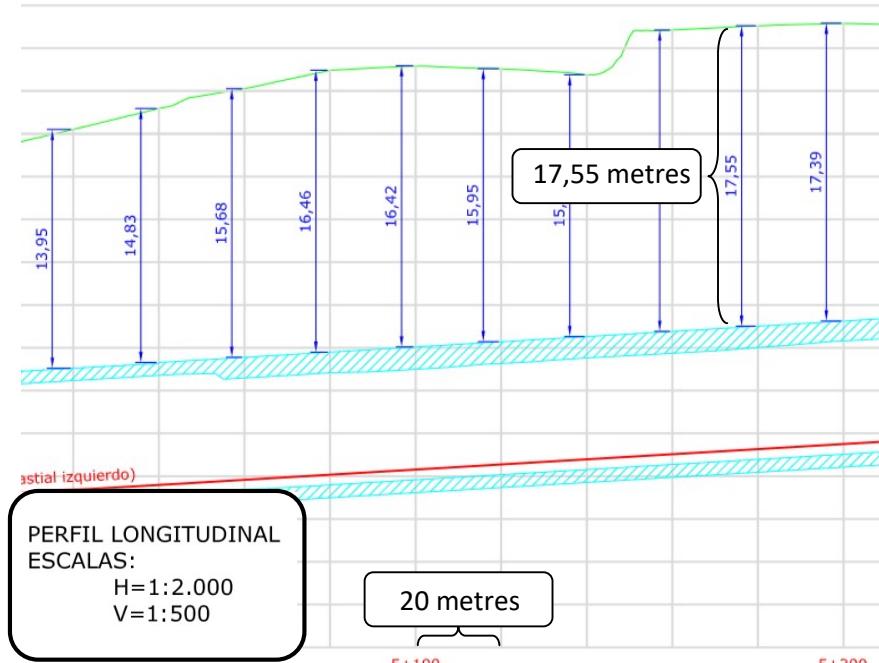


Fig. 2.1 Fragment del perfil longitudinal del tram de terreny amb el que s'ha treballat

¹ Una obra lineal és aquella on es dona que la longitud és considerablement més gran que l'amplada i la profunditat.

2.1.2.- El perfil transversal

El perfil transversal és aquell que representa la part que es veuria si es tallés amb un pla vertical i de forma perpendicular a l'eix del traçat del terreny que el divideix en dues parts longitudinalment.

La llargada d'aquest perfil depèn del tros de terreny amb el qual es vol treballar. Com més ample sigui el tros, més llarg serà el perfil. Es representa amb els eixos de coordenades X i Y. Habitualment les X representen les distàncies a l'eix del traçat del terreny i les Y representen les alçades.

L'escala sol ser la mateixa en els eixos X i Y.

No hi ha un nombre fix de punts que es prenen en cada perfil transversal, usualment quan hi ha un canvi de pendent es pren un nou punt. També s'agafa el punt del perfil transversal que coincideix amb un del perfil longitudinal (Fig. 2.2).

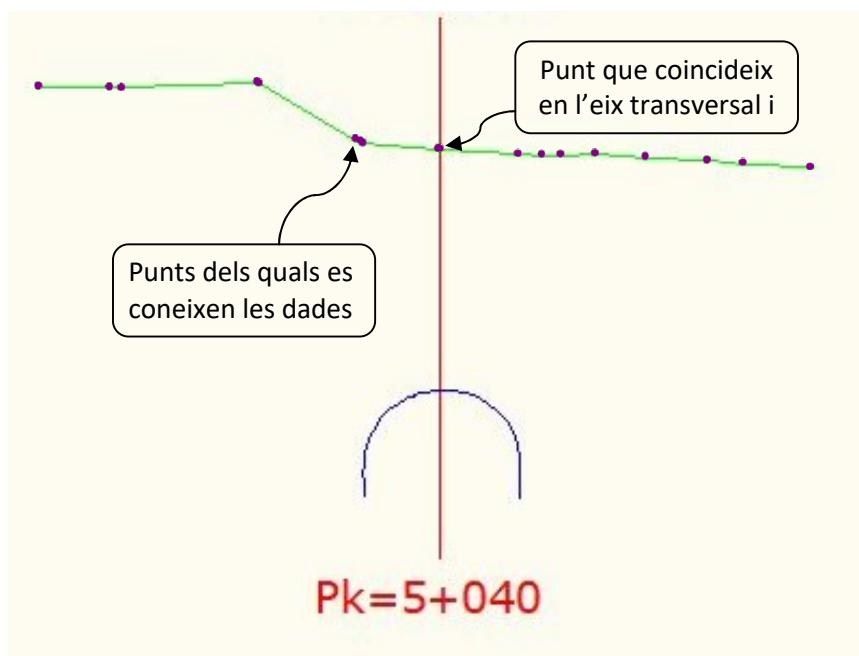


Fig. 2.2. Exemple de perfil transversal (és un dels perfils amb els que s'ha treballat)

2.2.- APARELLS DE MESURA

2.2.1.- L'Estació Total Topogràfica (ETT)

Abans s'havien de fer servir diversos aparells per a la mesura de les dades topogràfiques dels perfils: un de mesura angular (teodolit), un altre de mesura de distància (distanciómetre), un altre per a mesurar desnivells (nivell)... Actualment existeix l'Estació Total Topogràfica (ETT) que té la capacitat de mesurar tot el que s'acaba de mencionar en un únic aparell. Les ETT també inclouen programes i llibretes electròniques que permeten convertir les mesures que prenen en coordenades, emmagatzemar-les i transferir-les a ordinadors.

2.2.2.- El Global Positioning System (GPS)

Els sistemes de posicionament global (GPS) detecten les ones emeses per satèl·lits que orbiten la Terra i mitjançant un procés informàtic reben la situació on es troba l'estació de manera instantània.

Els primers GPS podien cometre errors de centímetres en topografia i actualment poden aconseguir aproximacions mil·limètriques.

2.3.- ADEQUACIÓ DE LES DADES

2.3.1.- Extracció de les dades numèriques dels perfils del terreny d'AutoCAD a Excel i posterior interpretació

Per a poder dur a terme aquest treball de recerca, primerament s'han hagut d'obtenir els perfils longitudinals i transversals del tram de terreny que es vol anivellar. Les dades obtingudes estan en format PDF o en AutoCAD.

El perfil longitudinal del tram que es vol anivellar està en format PDF. En canvi, els perfils transversals del tram els trobem en PDF o en AutoCAD.

El primer pas que s'ha dut a terme per al projecte, és extreure les dades numèriques dels perfils transversals d'AutoCAD a Excel.

Per això, el primer que s'ha fet ha sigut obrir l'arxiu dels perfils en AutoCAD (Fig. 2.3).

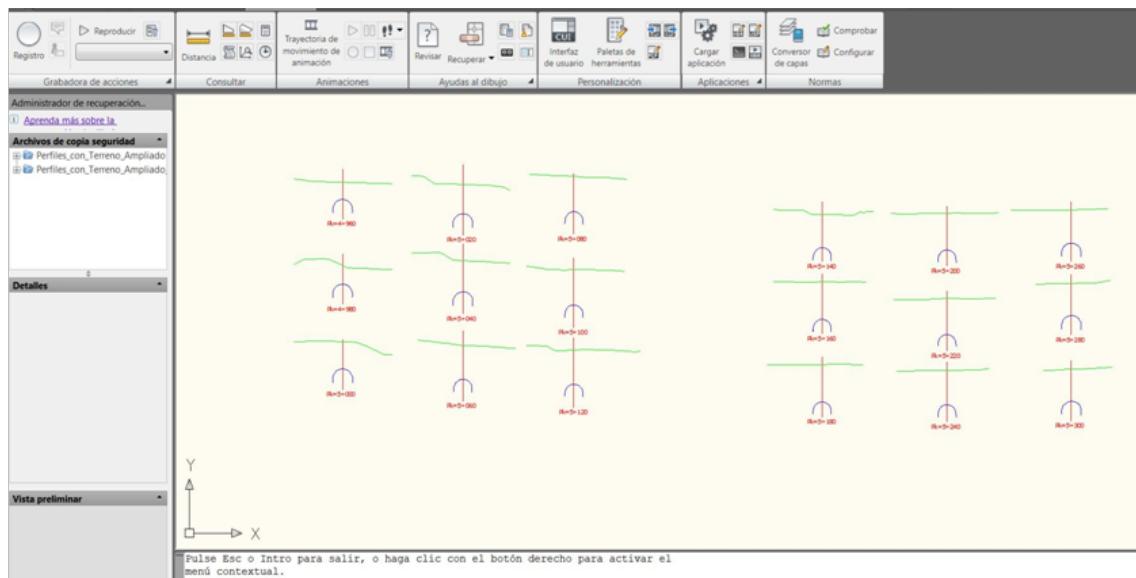


Fig. 2.3. AutoCAD amb l'arxiu dels perfils transversals obert

Un cop obert, s'ha escrit a la barra de comandaments la paraula LIST i ha aparegut una finestra amb les dades numèriques (Fig. 2.4), que s'han copiat a una pàgina del bloc de notes de l'ordinador (Fig. 2.5).

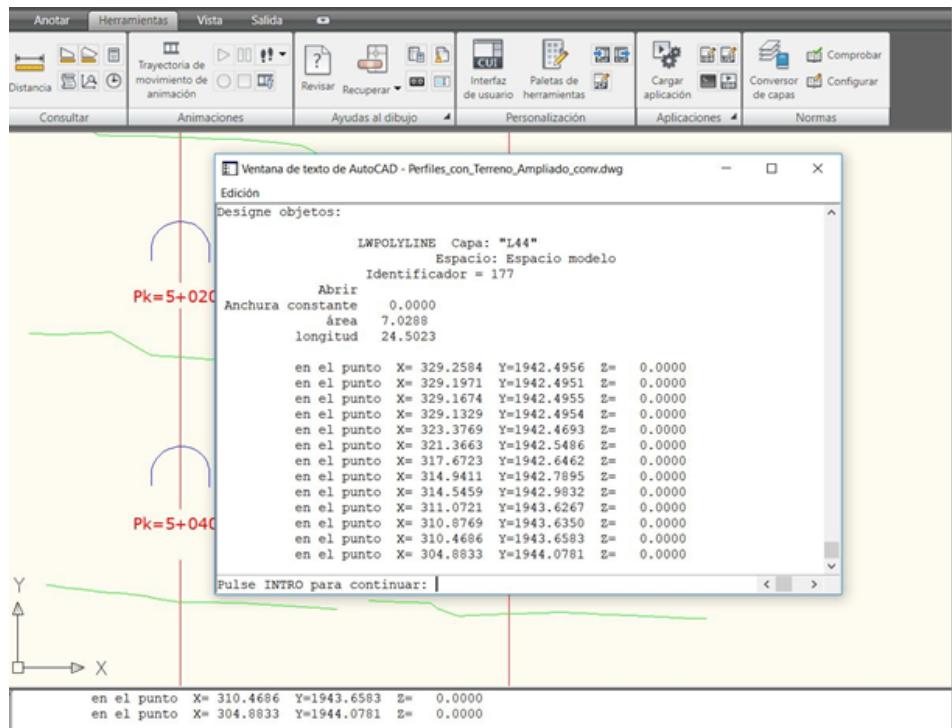


Fig. 2.4. Finestra amb les dades numèriques dels perfils oberta

Archivo Edición Formato Ver Ayuda
PERFIL 1 pk 4+960 I

```

en el punto X= 210.3004 Y=1986.5162 Z= 0.0000
en el punto X= 208.2456 Y=1986.5724 Z= 0.0000
en el punto X= 205.0666 Y=1986.6485 Z= 0.0000
en el punto X= 204.9036 Y=1986.6578 Z= 0.0000
en el punto X= 203.4881 Y=1986.7217 Z= 0.0000
en el punto X= 198.5243 Y=1986.9443 Z= 0.0000
en el punto X= 195.4724 Y=1987.0601 Z= 0.0000
en el punto X= 191.7515 Y=1987.3391 Z= 0.0000
en el punto X= 190.3439 Y=1987.4513 Z= 0.0000
en el punto X= 187.1306 Y=1987.8571 Z= 0.0000
en el punto X= 185.3004 Y=1988.0989 Z= 0.0000

```

PERFIL 2 pk 4 +960 II

```

en el punto X= 210.3004 Y=1986.5162 Z= 0.0000
en el punto X= 213.8596 Y=1986.4188 Z= 0.0000
en el punto X= 216.5552 Y=1986.3902 Z= 0.0000
en el punto X= 219.1656 Y=1986.3504 Z= 0.0000

```

Fig. 2.5. Dades numèriques copiades al bloc de notes

Les dades numèriques dels perfils transversals de l'arxiu d'AutoCAD es troben centrades al voltant de l'eix longitudinal del túnel, que divideix imaginàriament el túnel en dues parts iguals. És per aquest motiu que, quan es tractin al Excel les dades extretes per adequar-les convenientment, s'establirà el punt central (el que coincideix amb l'eix) com a centre d'abscisses (X=0). Cal dir que encara que el túnel quedí dividit en dues parts d'igual distància, això no implica que els punts que s'han mesurat en cada perfil transversal també quedin dividits de manera que hi hagi la mateixa quantitat de punts a un costat de l'eix que a l'altre, ja que, tal com s'explicarà més endavant, els punts dels quals es té l'alçada del terreny que li correspon no estan separats amb la mateixa distància entre ells. En la Fig. 2.6 es pot apreciar tot el que s'acaba de descriure.

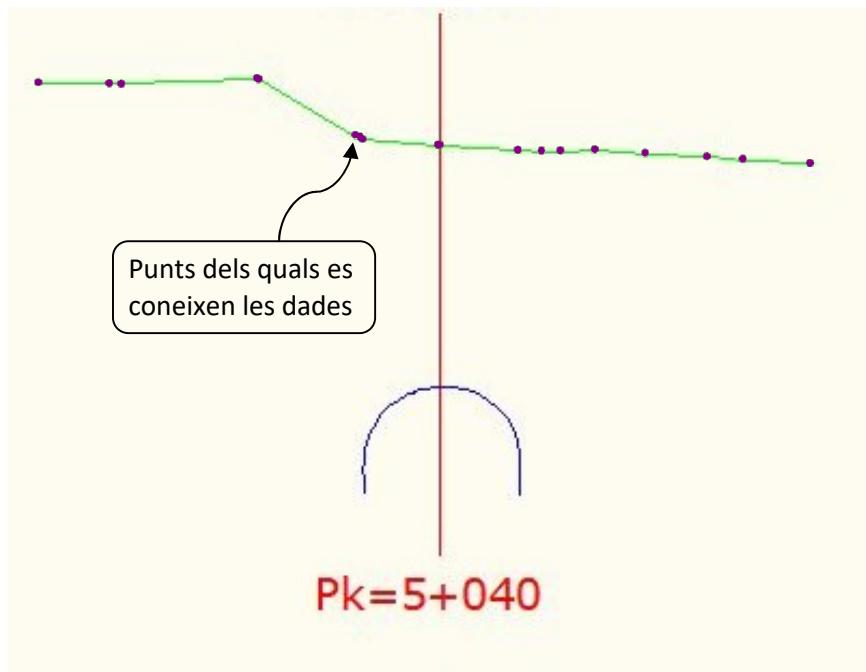


Fig. 2.6. Perfil transversal en el que es pot veure l'eix longitudinal del túnel

A continuació s'ha obert des d'Excel l'arxiu del bloc de notes que conté tot el que s'ha necessitat, per a passar les dades al programa mencionat, i ha aparegut una finestra en la que s'ha pogut decidir si inserir les dades a partir de la primera línia (o no) i com s'ha volgut que sigui la separació de les dades en les cel·les i columnes, indicant-ho amb les fletxes que han aparegut (Fig. 2.7)

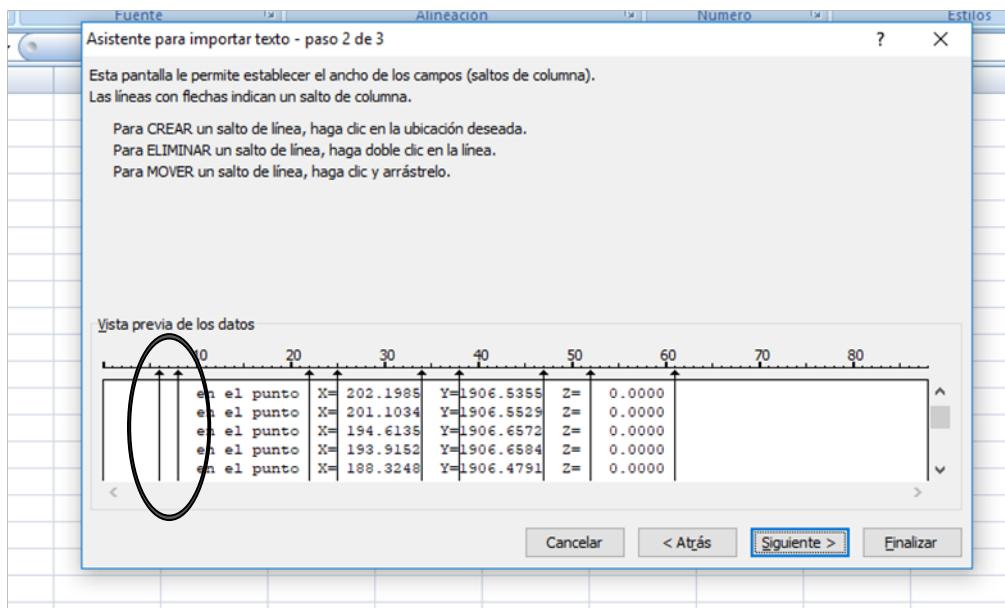


Fig. 2.7. Finestra per a decidir la separació del contingut del bloc de notes en les diferents columnes del full de càcul

Un cop ha aparegut tot a les cel·les, el que s'ha fet es ordenar-ho i posar les comes que faltaven als números de les X i de les Y (ja que han aparegut punts que no hi haurien de ser) (Fig. 2.8).

També ha sigut molt útil marcar el punt que correspon al del mig (el que marca l'altura des de la part més alta del túnel fins a la superfície de la terra), ja que per a modificar els nombres de les X i de les Y posteriorment, és molt més visual i ràpid de identificar tenir-lo en negreta (Fig. 2.9).

en el punto	X=	2.103.004	Y=	19.865.162	Z=	0.0000
en el punto	X=	2.082.456	Y=	19.865.724	Z=	0.0000
en el punto	X=	2.050.666	Y=	19.866.485	Z=	0.0000
en el punto	X=	2.049.036	Y=	19.866.578	Z=	0.0000
en el punto	X=	2.034.881	Y=	19.867.217	Z=	0.0000
en el punto	X=	1.985.243	Y=	19.869.443	Z=	0.0000
en el punto	X=	1.954.724	Y=	19.870.601	Z=	0.0000
en el punto	X=	1.917.515	Y=	19.873.391	Z=	0.0000
en el punto	X=	1.903.439	Y=	19.874.513	Z=	0.0000
en el punto	X=	1.871.306	Y=	19.878.571	Z=	0.0000
en el punto	X=	1.853.004	Y=	19.880.989	Z=	0.0000

Fig. 2.8. Introducció de la coma que diferència la part entera de la decimal i que permet veure el verdader valor de les coordenades

PERFIL 3	pk 5 + 000			
longitud Aut	51,6144			
longitud rest	46,1457			
		185,3004	1.906,2839	0.0000
		188,3248	1.906,4791	0.0000
		193,9152	1.906,6584	0.0000
		194,6135	1.906,6572	0.0000
		201,1034	1.906,5529	0.0000
		202,1985	1.906,5355	0.0000
		210,3004	1.906,2381	0.0000
		210,3598	1.906,2359	0.0000
		210,4497	1.906,2330	0.0000
		210,4864	1.906,2319	0.0000
		210,5180	1.906,2310	0.0000
		210,5299	1.906,2305	0.0000
		214,7230	1.906,2387	0.0000
		216,4641	1.906,1496	0.0000
		217,1986	1.906,0333	0.0000
		217,5266	1.906,0280	0.0000
		220,8880	1.904,7437	0.0000
		222,0548	1.904,3356	0.0000
		231,4461	1.899,9401	0.0000

Fig. 2.9. Punt que ens marca l'altura des de la part més alta del túnel fins a la superfície de la terra marcat en negreta

La interpretació de les dades també ha sigut molt important per entendre el funcionament del que es pretenia fer.

Aquestes xifres que hi ha al Excel són les coordenades dels perfils en el sistema de referència adoptat a l'AutoCAD. Per això es pot observar que els tres primers perfils tenen la mateixa X inicial però en el quart aquesta ja canvia, degut a la posició d'aquests perfils al programa mencionat anteriorment (Fig. 2.10).

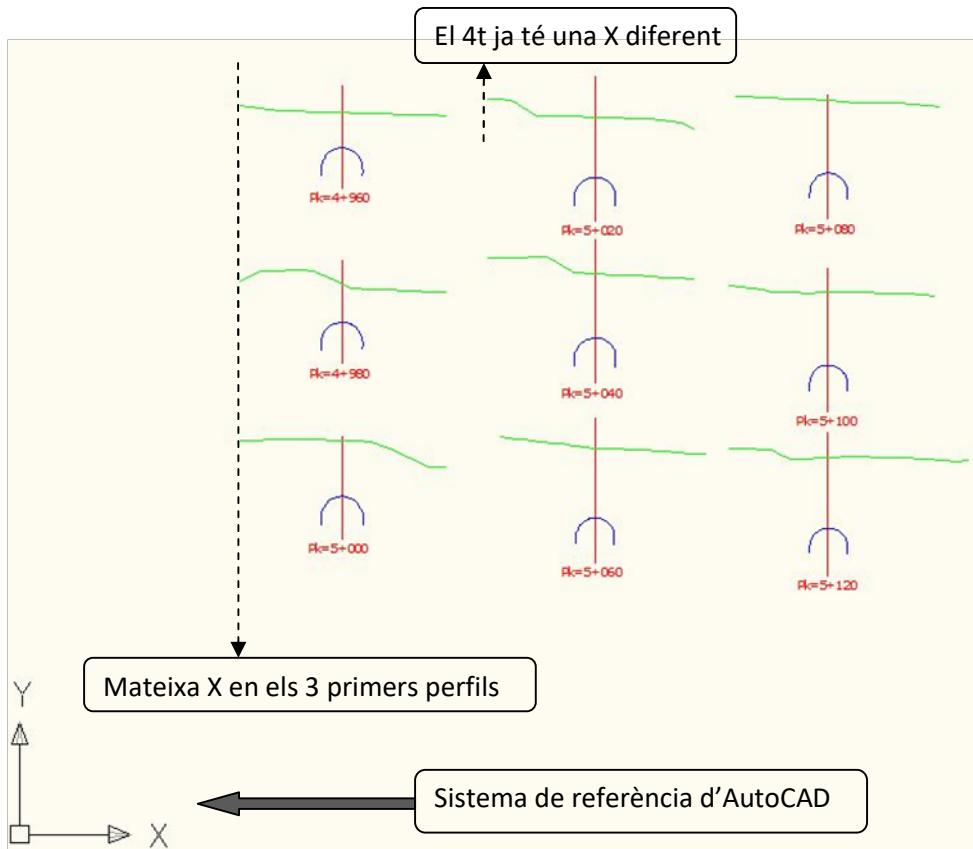


Fig. 2.10. Perfil en AutoCAD i vista del seu sistema de referència

El que també s'ha pogut saber amb tota aquesta informació, és que una unitat d'aquestes dades equivalen a un metre de la vida real, ja que se sap que a la realitat l'amplada del túnel que es veu en els perfils mesura 10 metres, tal com mesura al programa.

2.3.2.-Adequació de les dades numèriques en Excel

Les dades numèriques obtingudes de l'arxiu en format AutoCAD són de les coordenades del programa, i de tota la secció del terreny, que va des de la part inferior del túnel fins a la superfície del terreny.

Realment, el que ha interessat per a dur a terme aquest projecte són les coordenades de només el tros de terra que es té previst treure per a la compensació del terreny. El fet de “treure terra”, s'anomena tècnicament “desmunt”. Si pel contrari, calgués “omplir de terra”, que no és el cas, aleshores, tècnicament s'anomena “terraplè”.

Així doncs, aquestes dades obtingudes inicialment i que s'han passat a Excel s'han modificat de manera convenient per a que fos més fàcil treballar amb elles posteriorment.

Aprofundint, si s'agafen com a referència els eixos de coordenades que hi ha a AutoCAD (eixos arbitraris del programa), el que s'ha fet amb l'adequació d'aquestes dades és desplaçar verticalment i horitzontalment els perfils i després fer els càlculs necessaris per a que els valors de les Y tinguin en compte la inclinació que té el túnel (més endavant s'explicarà més detalladament).

Canviar les coordenades X ha sigut el primer pas que s'ha donat en aquest procés. Això seria equivalent a desplaçar els perfils horitzontalment per l'eix de coordenades que s'ha agafat com a referència (el d'AutoCAD).

Per a fer-ho, s'ha utilitzat el mateix full de càlcul en el que es tenien les dades. En una altra columna s'ha restat a cada coordenada X de cada perfil aquella abscissa que s'havia marcat prèviament i que equival a la X del punt mig del túnel que hi ha sota el terreny respecte l'eix de coordenades d'AutoCAD (Fig. 2.11). Noti's que aquest senzill càlcul ha implicat que totes les X de cada perfil es traslladessin horitzontalment dins l'eix de coordenades fins que el punt que s'acaba de descriure tingués una abscissa igual a 0.

PERFIL 5	pk 5 + 040			
longitud AutoCAD	51,44			
longitud resta	50,3007			
		245,9782	1.951,0985 0.0000	-26,1670
		250,5906	1.951,0415 0.0000	-21,5546
		251,3764	1.951,0059 0.0000	-20,7688
		260,1949	1.951,3738 0.0000	-11,9503
		260,3179	1.951,3020 0.0000	-11,8273
		266,6301	1.947,6527 0.0000	-5,5151
		266,9530	1.947,5230 0.0000	-5,1922
		267,1087	1.947,3827 0.0000	-5,0365
		272,0079	1.947,0249 0.0000	-0,1373
		272,1084	1.947,0175 0.0000	-0,0368
		272,1452	1.947,0151 0.0000 →	0,0000
		277,2273	1.946,6854 0.0000	5,0821
		278,7721	1.946,6463 0.0000	6,6269
		280,0029	1.946,6580 0.0000	7,8577
		282,2544	1.946,7228 0.0000	10,1092
		285,5331	1.946,5003 0.0000	13,3879
		289,5563	1.946,2829 0.0000	17,4111
		291,8930	1.946,1183 0.0000	19,7478
		296,2789	1.945,8470 0.0000	24,1337

Fig. 2.11. Exemple de l'adequació de les X

Un cop s'han tingut totes les X centrades en l'eix de coordenades escollit, ha sigut el torn de les Y.

Primerament s'han calculat les coordenades Y que correspondrien a l'alçada que hi ha des de la part superior del túnel fins a la superfície del terreny.

Abans de fer el càlcul necessari s'han tornat a copiar les Y en la columna que hi havia al costat de les "noves" X. Això s'ha fet per decisió de l'autora per qüestions de comoditat.

També s'ha analitzat el perfil longitudinal que es té del túnel i del terreny (Fig. 2.12).

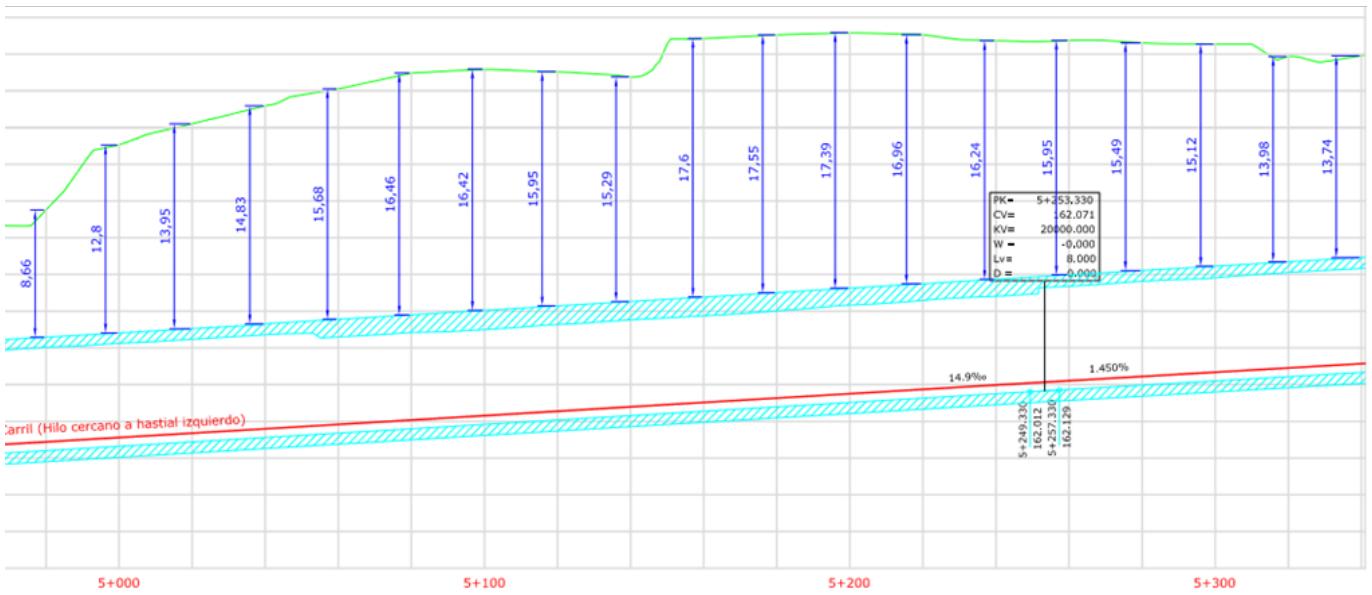


Fig. 2.12. Perfil longitudinal del terreny i del túnel que hi ha sota

A cada punt quilomètric (senyalats a la part inferior de la Fig. 2.12 de color vermell), es pot veure que hi ha indicada una altura. Aquesta, està directament relacionada amb la coordenada Y que té al seu costat la coordenada X marcada en el full Excel. Evidentment en un mateix PK hi ha varies alçades alhora, per això és molt important saber aquesta informació que s'acaba de mencionar, per així poder obtenir la resta d'altures.

Sabent el que s'acaba d'explicar, a cada perfil s'ha restat a totes les coordenades Y inicials, la coordenada Y inicial del punt que té la X marcada en negreta. Tot seguit se li ha sumat a tots els resultats l'alçada corresponent a la coordenada Y mencionada. D'aquesta manera s'han trobat les alçades de totes les X de cada punt quilomètric des del túnel fins a la terra (Fig. 2.13).

A continuació s'ha decidit a quina alçada anivellar el terreny. Sense tenir en compte la inclinació del túnel, s'ha triat enrasar el tros de terra a una alçada de 8,66 m d'aquest.

Un pic presa aquesta decisió, s'ha restat aquest valor a totes les altures que es tenen (Fig. 2.13).

Aquestes diferències que s'han fet han suposat un moviment vertical dels perfils damunt els eixos que s'han posat de referència. L'última resta descrita ha suposat que l'eix de les X estigués col·locat damunt la recta per on s'ha volgut aplanar el terreny.

PERFIL 5	pk 5 + 040							
longitud Auton.	51,44							
longitud resta	50,3007							
	245,9782	1.951,0985 0.0000		-26,1670	1.951,0985	18,9134	10,2534	
	250,5906	1.951,0415 0.0000		-21,5546	1.951,0415	18,8564	10,1964	
	251,3764	1.951,0059 0.0000		-20,7688	1.951,0059	18,8208	10,1608	
	260,1949	1.951,3738 0.0000		-11,9503	1.951,3738	19,1887	10,5287	
	260,3179	1.951,3020 0.0000		-11,8273	1.951,3020	19,1169	10,4569	
	266,6301	1.947,6527 0.0000		-5,5151	1.947,6527	15,4676	6,8076	
	266,9530	1.947,5230 0.0000		-5,1922	1.947,5230	15,3379	6,6779	
	267,1087	1.947,3827 0.0000		-5,0365	1.947,3827	15,1976	6,5376	
	272,0079	1.947,0249 0.0000		-0,1373	1.947,0249	14,8398	6,1798	
	272,1084	1.947,0175 0.0000		-0,0368	1.947,0175	14,8324	6,1724	
14,8300	272,1452	1.947,0151 0.0000		0,0000	1.947,0151	14,8300	6,1700	
	277,2273	1.946,6854 0.0000		5,0821	1.946,6854	14,5003	5,8403	
	278,7721	1.946,6463 0.0000		6,6269	1.946,6463	14,4612	5,8012	
	280,0029	1.946,6580 0.0000		7,8577	1.946,6580	14,4729	5,8129	
	282,2544	1.946,7228 0.0000		10,1092	1.946,7228	14,5377	5,8777	
	285,5331	1.946,5003 0.0000		13,3879	1.946,5003	14,3152	5,6552	
	289,5563	1.946,2829 0.0000		17,4111	1.946,2829	14,0978	5,4378	
	291,8930	1.946,1183 0.0000		19,7478	1.946,1183	13,9332	5,2732	
	296,2789	1.945,8470 0.0000		24,1337	1.945,8470	13,6619	5,0019	

Fig. 2.13.Exemple de l'adequació de les Y

Un cop hem ajustat les alçades dels punts dels perfils al nivell al qual volem desmuntar el terreny, ha calgut tenir en compte, també, que les distàncies entre dos punts quilomètrics consecutius ($d=20$ m) han estat mesurades, no pas en horitzontal, sinó seguint la inclinació del túnel (Fig. 2.12).

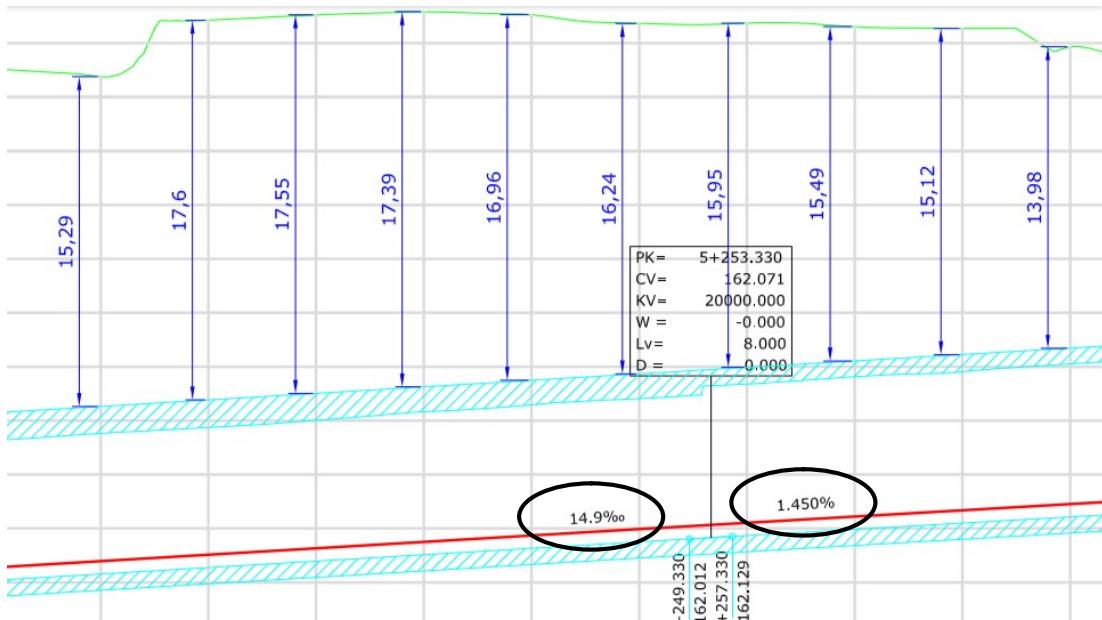


Fig. 2.14.Inclinacions del túnel que es poden apreciar en el perfil longitudinal

El tant per cent d'inclinació l'indica el mateix perfil (Fig. 2.14). Tal com es pot veure, hi ha dues inclinacions. Com que hi ha més perfils amb un 1,49% d'inclinació i no hi ha una gran diferència d'inclinació amb la segona (que és d'un 1,45%), s'ha assumit com que hi ha una única inclinació, la que correspon a la part més gran del tram que interessa.

S'ha calculat, doncs, l'angle α que forma el túnel respecte l'horitzontal (Fig. 2.15):

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{1,49}{100} \right) \cong 0,854^\circ$$

Això ha afectat al càlcul del volum estimat ja que, utilitzant qualsevol de les aproximacions que s'explicaran, cal que l'alçada del políedre sigui perpendicular a les seves cares, cada una de les quals correspon a l'àrea d'un perfil transversal.

A la Fig. 2.15 es pot veure gràficament el problema:

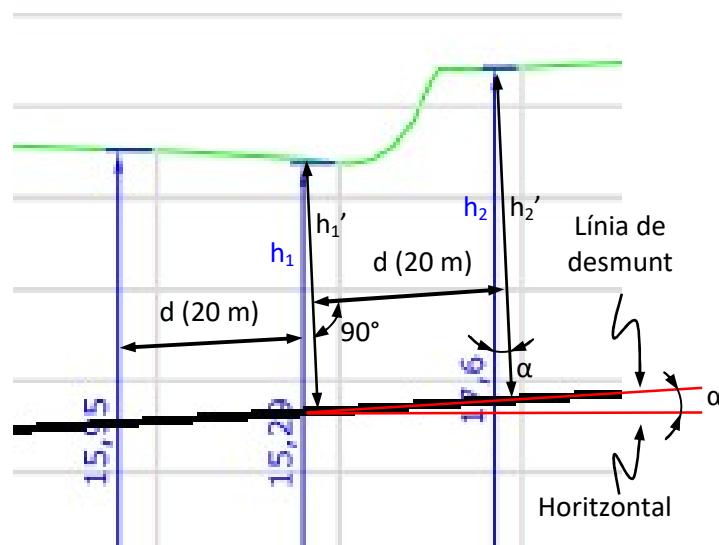


Fig. 2.15. Correcció de l'alçada

Per tant, per tal de fer els càlculs amb l'aproximació més acurada possible, ha calgut convertir les alçades "h" en alçades "h'" (Fig. 2.15), que sí que són perpendiculars a la distància entre dos punts quilomètrics consecutius.

Noti's que:

$$\frac{h'_1}{h_1} = \cos \alpha$$

i així s'ha pogut calcular l'alçada corregida h' amb la següent expressió:

$$h'_1 = h_1 \cos \alpha = h_1 \cos\left(\tan^{-1}\left(\frac{1,49}{100}\right)\right)$$

Això és precisament el que s'ha fet amb Excel per a cada punt h .

En la Fig 2.16 que hi ha a continuació, si es comparen la columna en la que ja s'ha aplicat el càlcul en el qual es té en compte la inclinació del túnel i la columna en el que encara no s'ha tingut en compte, es pot veure que la diferència no és tampoc gaire gran, el valor varia a partir del tercer decimal.

PERFIL 7	pk 5 + 080								
longitud Auto	50,005								
longitud resta	49,9229								
		306,5278	1.990,4391	0.0000	-22,7306	1.990,4391	17,5398	8,8798	8,8788
		314,9687	1.990,1183	0.0000	-14,2897	1.990,1183	17,2190	8,5590	8,5581
		319,1868	1.989,9533	0.0000	-10,0716	1.989,9533	17,0540	8,3940	8,3931
		320,9571	1.989,8849	0.0000	-8,3013	1.989,8849	16,9856	8,3256	8,3247
		324,0768	1.989,7347	0.0000	-5,1816	1.989,7347	16,8354	8,1754	8,1745
		328,5931	1.989,4097	0.0000	-0,6653	1.989,4097	16,5104	7,8504	7,8495
		329,1000	1.989,3703	0.0000	-0,1584	1.989,3703	16,4710	7,8110	7,8101
		329,1768	1.989,3652	0.0000	-0,0816	1.989,3652	16,4659	7,8059	7,8050
16,4600	329,2584	1.989,3593	0.0000	0,0000	1.989,3593	16,4600	7,8000	7,7991	
		329,5116	1.989,3410	0.0000	0,2532	1.989,3410	16,4417	7,7817	7,7808
		335,8683	1.988,8944	0.0000	6,6099	1.988,8944	15,9951	7,3351	7,3343
		339,4860	1.988,7763	0.0000	10,2276	1.988,7763	15,8770	7,2170	7,2162
		344,0859	1.988,8414	0.0000	14,8275	1.988,8414	15,9421	7,2821	7,2813
		345,0940	1.988,8303	0.0000	15,8356	1.988,8303	15,9310	7,2710	7,2702
		346,4372	1.988,7453	0.0000	17,1788	1.988,7453	15,8460	7,1860	7,1852
		349,6231	1.988,5053	0.0000	20,3647	1.988,5053	15,6060	6,9460	6,9452
		353,6932	1.988,2343	0.0000	24,4348	1.988,2343	15,3350	6,6750	6,6743
		356,4507	1.987,9487	0.0000	27,1923	1.987,9487	15,0494	6,3894	6,3887

Fig. 2.16. Exemple de la correcció de l'alçada en el full d'Excel amb les dades

2.3.3.- Com passar els perfils de la terra sobrant del full de càlcul a la vista gràfica del Geogebra

Per a poder representar gràficament els perfils dels trossos de terra sobrants en cada punt quilomètric del qual és coneixen les dades, el que s'ha fet és passar aquestes dades a la vista gràfica de GeoGebra. D'aquesta manera és molt més fàcil imaginar el volum de terra que es vol retirar per a anivellar el terreny.

També ha sigut d'utilitat passar les dades d'aquests perfils a GeoGebra per a comprovar que les àrees calculades anteriorment en Excel són correctes. GeoGebra ha fet els seus propis càlculs interns i s'han pogut contrastar els resultats obtinguts.

Geogebra inclou, entre les seves prestacions, un full de càlcul que ha sigut de molta utilitat per tal de poder-hi exportar les dades d'Excel. Posteriorment, això ens ha permès representar aquestes dades gràficament com a punts del pla. Per tal de fer les exportacions de dades, ha calgut tenir oberta la finestra de "full de càlcul" de Geogebra que, per defecte, apareix tancada (Fig. 2.17 i 2.18).

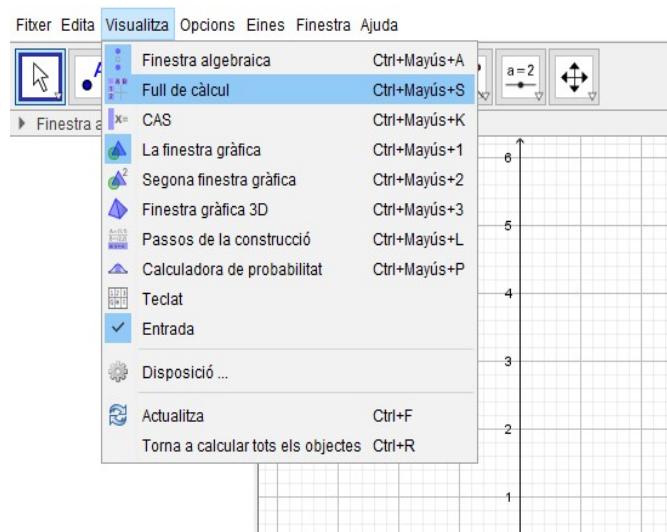


Fig. 2.17. Activació de la finestra de full de càlcul a Geogebra

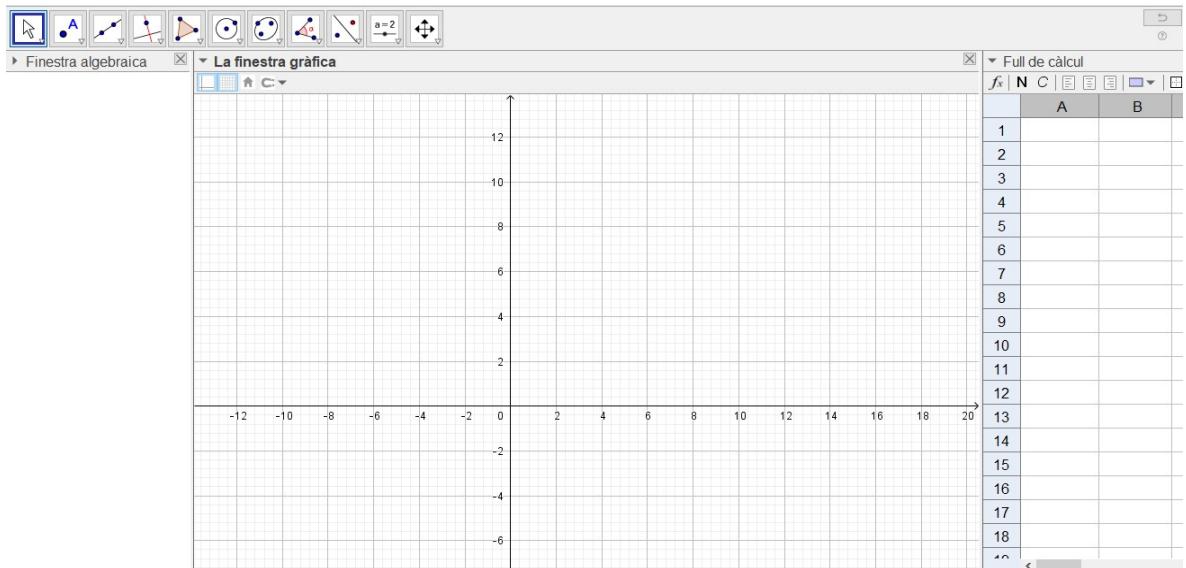


Fig. 2.18. GeoGebra obert amb el full de càcul visible

El següent que s'ha hagut de canviar en la configuració de GeoGebra és la quantitat de xifres decimals que es volia que fossin visibles. Per defecte, el programa fa visibles dues xifres decimals. Per a aquest treball s'ha canviat a quatre xifres decimals, ja que és la quantitat que tenen les dades que s'han extret d'AutoCad (Fig. 2.19).

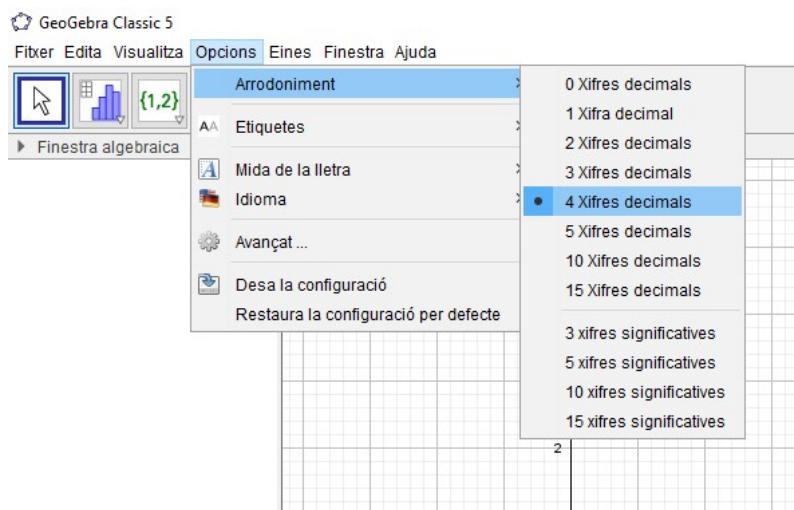


Fig. 2.19. Configuració de l'arrodoniment a quatre xifres decimals

Per a començar aquest procés de passar les dades d'Excel a la vista gràfica de GeoGebra, s'ha obert el full de càlcul d'Excel que ja es tenia amb totes elles. S'han copiat les dues columnes amb els nombres que han fet de coordenades X i Y, és a dir, la columna amb les X modificades (Fig. 2.20) i la columna amb les alçades que van des de la recta per on es vol anivellar el terreny fins a la superfície de la terra i en les que ja s'ha tingut en compte la petita inclinació (Fig. 2.21); i s'han posat al full de càlcul de GeoGebra. S'han deixat un parell de files abans de copiar les dues columnes, una per a escriure el punt quilomètric en el que s'està treballant i l'altra per a escriure quin tipus de coordenades hi ha a sota per no confondre les X amb les Y.

The screenshot shows two windows side-by-side. On the left is a Microsoft Excel spreadsheet with data in columns A, B, and C. A specific range of cells in column A (rows 8 to 13) is selected and highlighted with a black border. An arrow points from this selection towards the right window. On the right is a GeoGebra spreadsheet window titled 'Full de càlcul'. It has columns labeled A and B. Row 1 contains the header 'PK 5+320'. Rows 2 through 13 contain data corresponding to the selected range in Excel. Row 13 is the last row visible.

pk 5 + 320		
24,1506		
23,8248		
910,6112	1.906,8524	0.0000
913,4098	1.907,1785	0.0000
915,8346	1.906,4181	0.0000
917,0302	1.906,7843	0.0000
918,8251	1.907,2122	0.0000
13,9800	919,1061	1.907,2428
924,2838	1.907,8058	0.0000
928,8684	1.908,3859	0.0000
930,4189	1.908,4940	0.0000
934,4360	1.908,8158	0.0000
	-8,4949	1.906,8524
	-5,6963	1.907,1785
	-3,2715	1.906,4181
	-2,0759	1.906,7843
	-0,2810	1.907,2122
	0,0000	1.907,2428
	5,1777	1.907,8058
	9,7623	1.908,3859
	11,3128	1.908,4940
	15,3299	1.908,8158
		13,5896
		13,9157
		13,1553
		13,5215
		4,8615
		4,8610
		5,2888
		5,3200
		5,3194
		5,8830
		5,8823
		6,4631
		6,4624
		6,5712
		6,5705
		6,8930
		4,9296
		4,9291
		14,25
		11,82
		5,55
		9,10
		1,45
		28,95
		28,25
		10,10
		27,04
		A perfil= 136,70

Fig. 2.20. Copia de les coordenades X d'Excel al full de càlcul de GeoGebra

This screenshot shows the same Excel and GeoGebra windows as Fig. 2.20, but the selection in the Excel table has shifted to the second column (Y values). An arrow points from this selection towards the GeoGebra window. In the GeoGebra window, the Y values are now listed in the first column of the table, while the X values remain in the second column. The 'A perfil=' value is also present at the bottom of the table.

06,8524	0.0000	-8,4949	1.906,8524	13,5896	4,9296	4,9291
07,1785	0.0000	-5,6963	1.907,1785	13,9157	5,2557	5,2551
06,4181	0.0000	-3,2715	1.906,4181	13,1553	4,4953	4,4948
06,7843	0.0000	-2,0759	1.906,7843	13,5215	4,8615	4,8610
07,2122	0.0000	-0,2810	1.907,2122	13,9494	5,2894	5,2888
07,2428	0.0000	0,0000	1.907,2428	13,9800	5,3200	5,3194
07,8058	0.0000	5,1777	1.907,8058	14,5430	5,8830	5,8823
08,3859	0.0000	9,7623	1.908,3859	15,1231	6,4631	6,4624
08,4940	0.0000	11,3128	1.908,4940	15,2312	6,5712	6,5705
08,8158	0.0000	15,3299	1.908,8158	15,5530	6,8930	6,8922

Fig. 2.21. Copia de les coordenades Y d'Excel al full de càlcul de GeoGebra

A continuació, abans de passar els punts a la vista gràfica, el que s'ha fet és modificar els colors i les mides dels punts, segments, polígons, etc; que venen per defecte amb el programa, perquè així els perfils quedin més visuals (Fig. 2.22).

A part de personalitzar tot el mencionat anteriorment, també s'ha escollit l'opció de no etiquetar de primeres els elements perquè no quedin tot d'etiquetes atapeïdes, d'aquesta manera els perfils es veuran millor (Fig. 2.22).

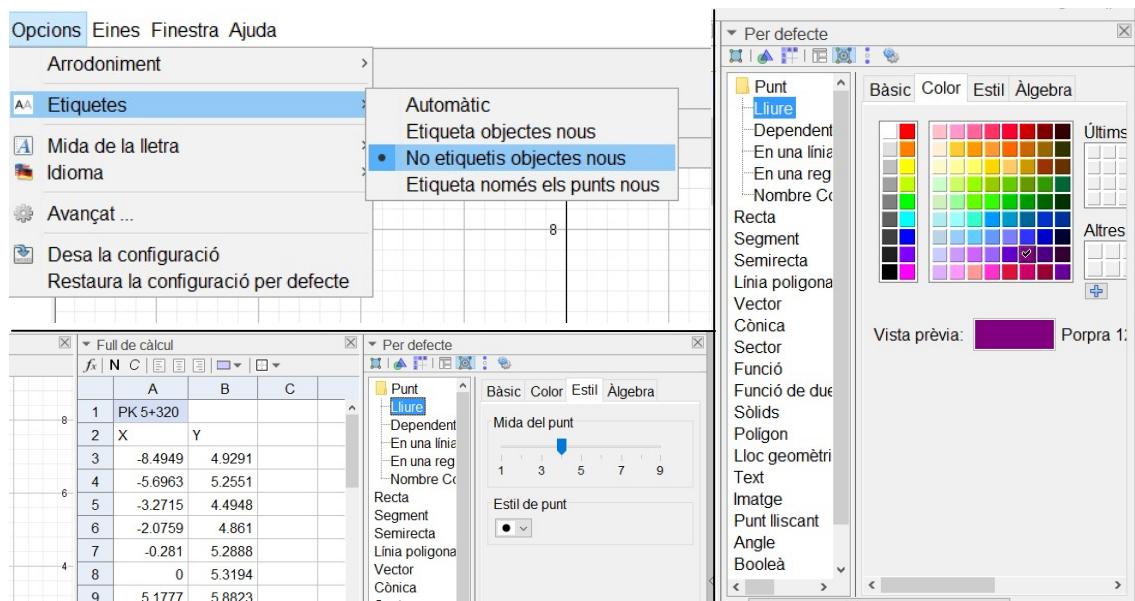


Fig. 2.22. Algunes de les modificacions que s'han fet

Després s'ha seleccionat tot (les dues columnes amb les dades X i Y) i s'ha escollit l'opció de que el mateix GeoGebra creï una "Llista de punts" (Fig. 2.23). Aquesta eina que ofereix el programa permet guardar en una llista les coordenades de cada punt i representar-los tots a la finestra gràfica, sense la necessitat d'escriure'ls manualment d'un en un.

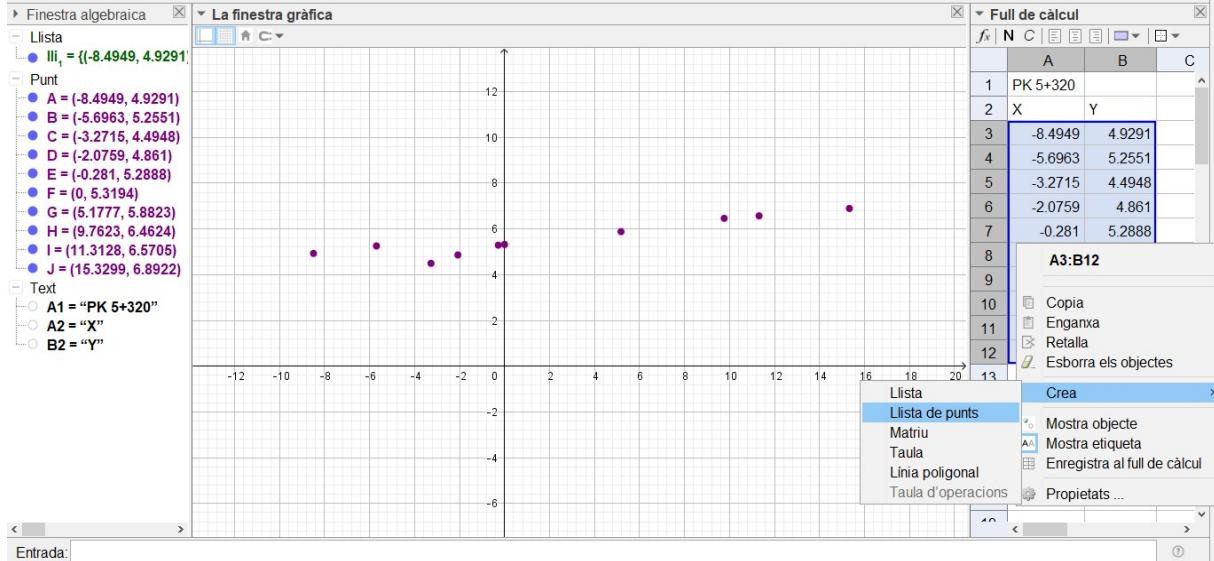


Fig. 2.23. Creació d'una llista de punts amb les coordenades corresponents

Un cop creada la llista de punts, han aparegut a la vista gràfica tots els punts que ens donen una idea aproximada del verdader perfil de les terres que es volen treure que veuríem en cada punt quilomètric si un pla perpendicular al túnel tallés la terra (Fig. 2.23).

Per a poder dibuixar el polígon que ha calculat l'àrea de cada perfil, s'han necessitat dos punts més que d'entrada no hi són a la llista: el punt amb la X més petita i una Y igual a zero, és a dir, que estigui situat damunt l'eix d'abscisses; i el punt amb la X més gran que també estigui sobre l'eix horitzontal.

Com que els punts que ja són a la vista gràfica estan posats en sentit horari, els dos punts que falten també s'han posat en aquest sentit. Per tant, primer s'ha afegit el punt amb la coordenada X més gran i la Y igual a zero, i després s'ha afegit el punt amb la abscissa més petita i l'ordenada també equivalent a zero (Fig. 2.24).

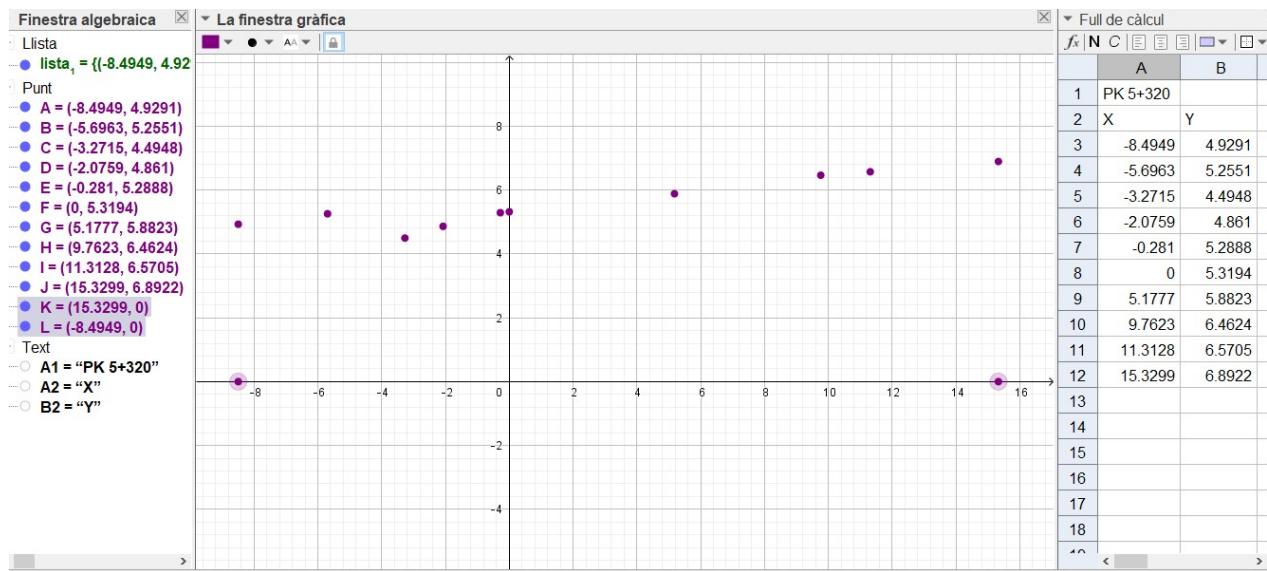


Fig. 2.24. Addició dels punts mancats a la vista gràfica per a fer el polígon posteriorment

Un cop creats aquests punts que faltaven, s'han inclòs a la llista de punts creada al principi (Fig. 2.25).

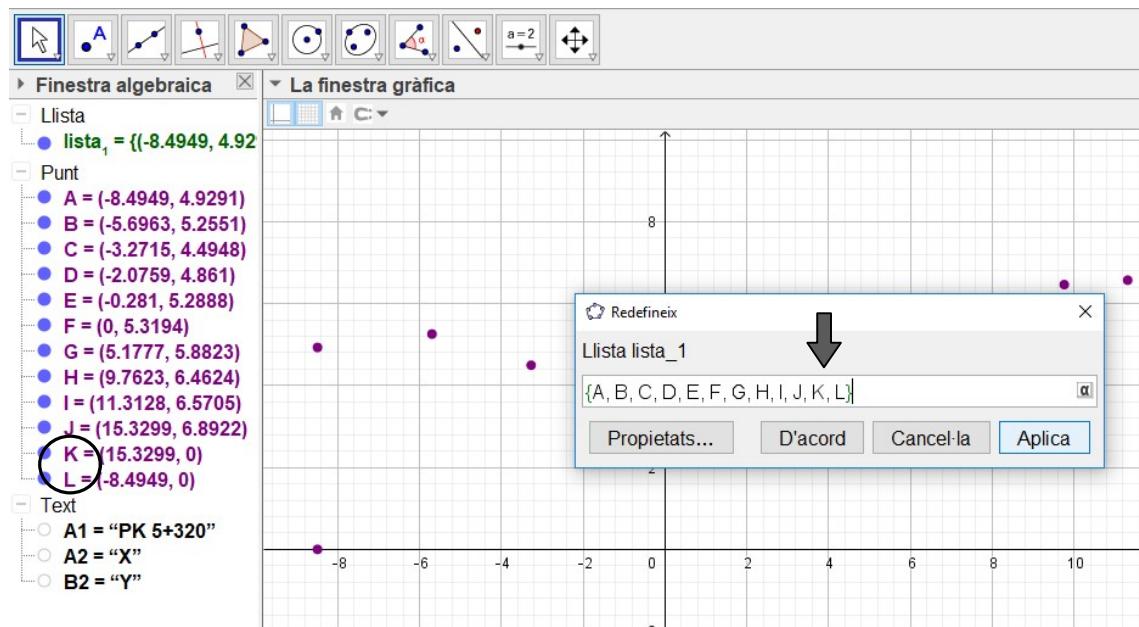


Fig. 2.25. Addició dels punts mancats a la llista de punts per a fer el polígon posteriorment

Seguidament, a la barra d'entrada s'ha indicat que es vol un polígon que tingui tots els punts de la llista. Per a això, s'ha utilitzat una funció que ja inclou GeoGebra en que s'escriu el nom de la funció i el nom de la llista de punts que ha de tenir el polígon (Fig. 2.26).

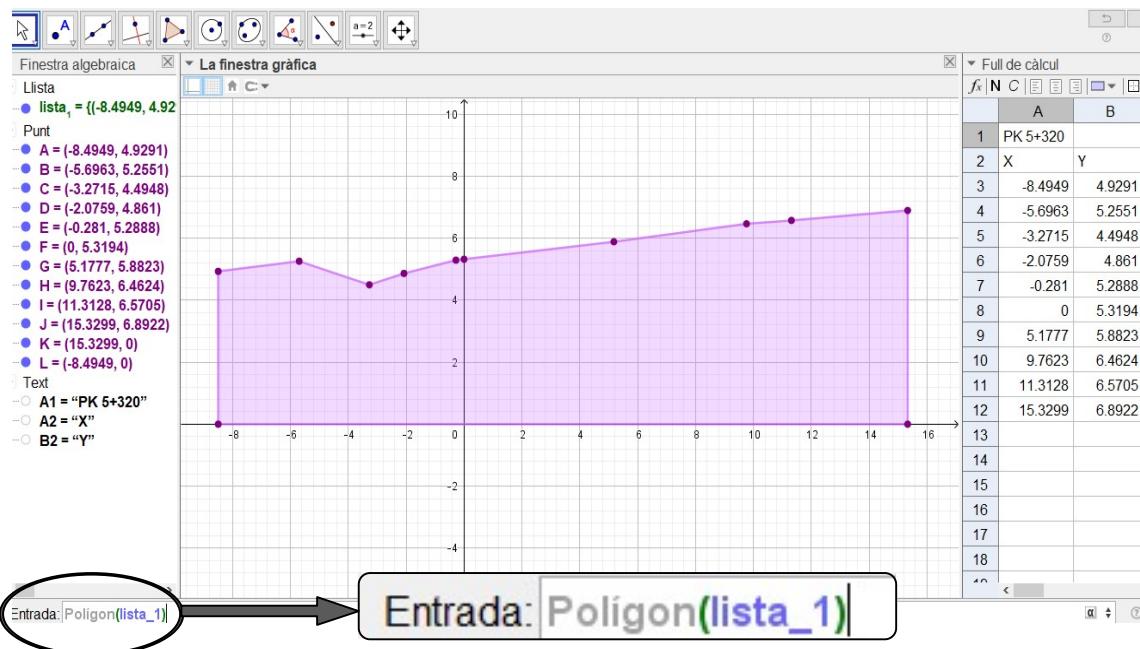


Fig. 2.26. Creació del polígon que calcularà l'àrea del perfil de terra sobrant

Per acabar, el que s'ha fet és fer visible l'etiqueta amb el nom del punt quilomètric amb el que s'ha treballat (Fig. 2.27), crear un quadre de text on hi hagi escrit “Àrea=” i el valor de l'àrea del polígon (Fig. 2.28), i fer visibles les etiquetes amb els valors del punt que està més a l'esquerre i més a la dreta de cada perfil (Fig. 2.29).



Fig. 2.27. Activació de l'etiqueta amb el títol del PK amb el que s'ha treballat

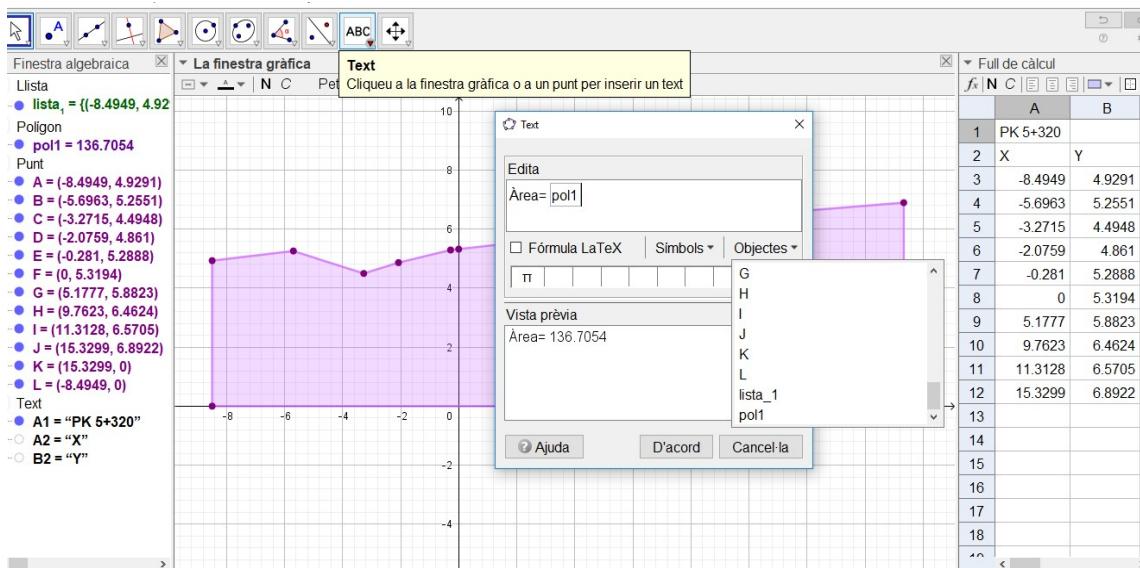


Fig. 2.28. Creació d'un quadre de text amb el valor de l'àrea del polígon

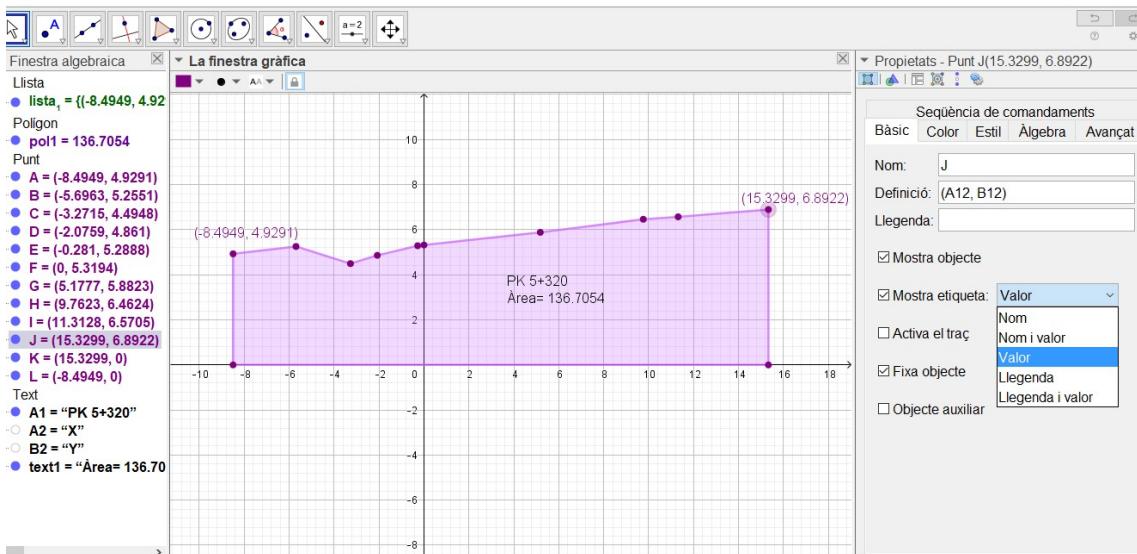


Fig. 2.29. Activació de les etiquetes del punt que està més a la dreta i més a l'esquerre del perfil

2.4.- PERFILS DEL TROS DE TERRA A DESMUNTAR PASSATS A GEOGEBRA

Seguidament s'han posat tots els perfils del tros de terra que es vol desmuntar de cada punt quilomètric.

Tots els resultats de les àrees obtingudes dels perfils de la terra que es vol treure passats a GeoGebra han coincidit amb els obtinguts seguint la integració numèrica, tal com havia de passar. L'única diferència que s'ha observat ha sigut que hi havia perfils en que els decimals eren diferents, però això és degut a que Excel treballa amb molts més decimals que GeoGebra i, per tant, GeoGebra ha comès un petit error a l'hora del càlcul. Tenint això en compte, es pot dir que la comprovació dels resultats per a veure que no s'ha comès cap error ha sigut superada amb èxit.

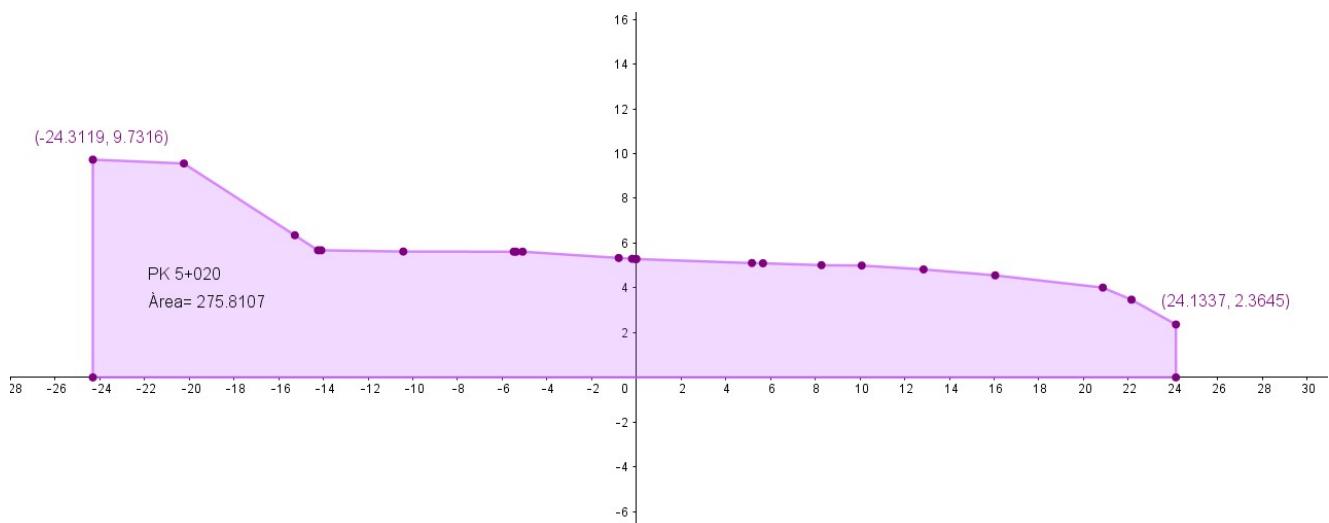


Fig. 2.30. Perfil en el PK 5 + 020 de la terra que es vol desmuntar

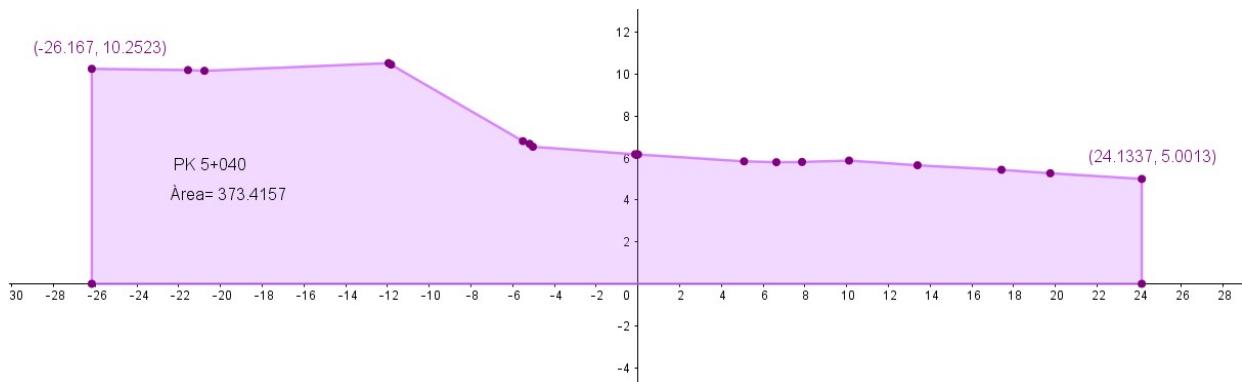


Fig. 2.31. Perfil en el PK 5 + 040 de la terra que es vol desmuntar

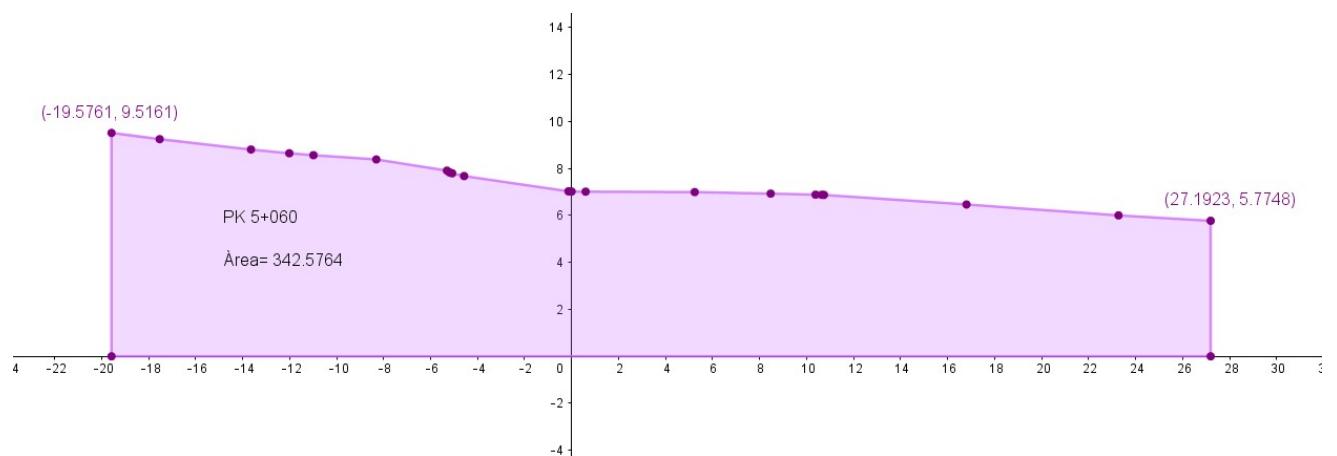


Fig. 2.32. Perfil en el PK 5 + 060 de la terra que es vol desmuntar

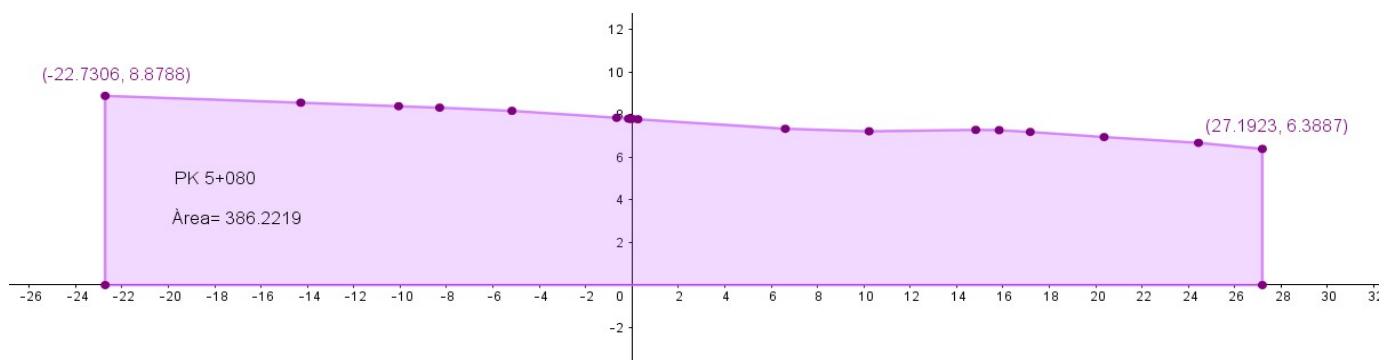


Fig. 2.33. Perfil en el PK 5 + 080 de la terra que es vol desmuntar

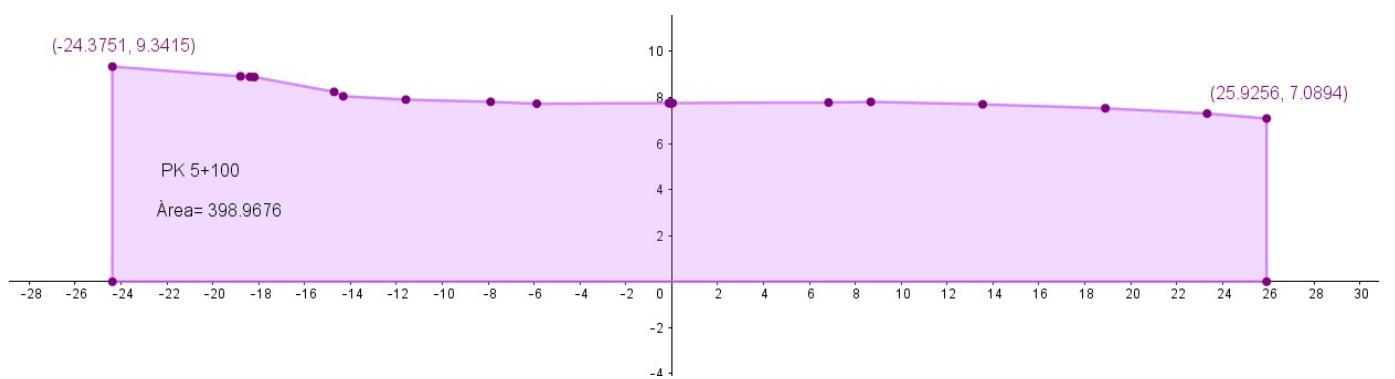


Fig. 2.34. Perfil en el PK 5 + 100 de la terra que es vol desmuntar

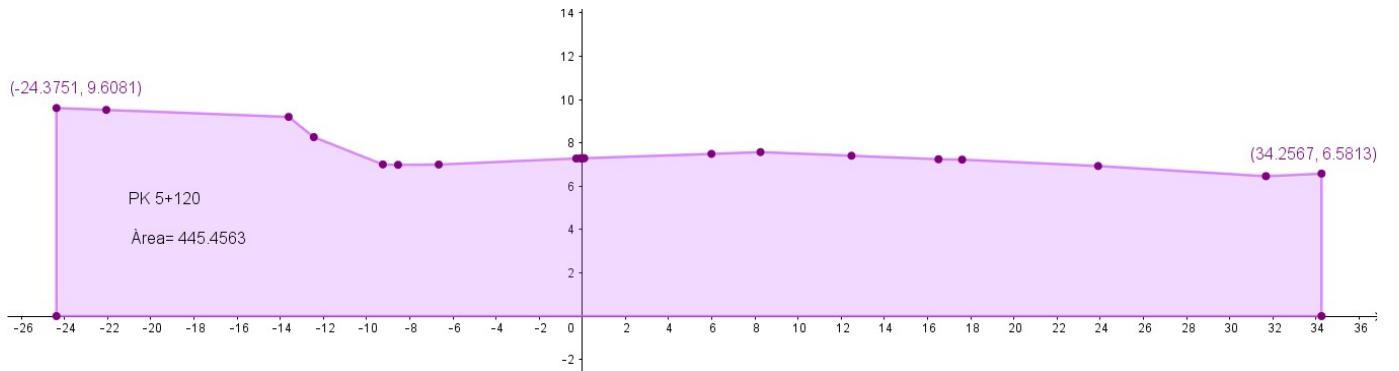


Fig. 2.35. Perfil en el PK 5 + 120 de la terra que es vol desmuntar

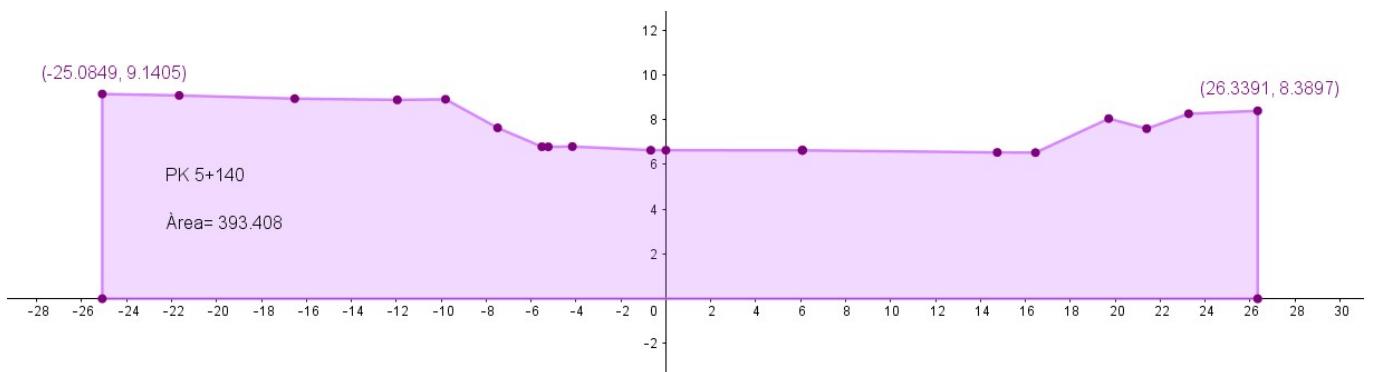


Fig. 2.36. Perfil en el PK 5 + 140 de la terra que es vol desmuntar

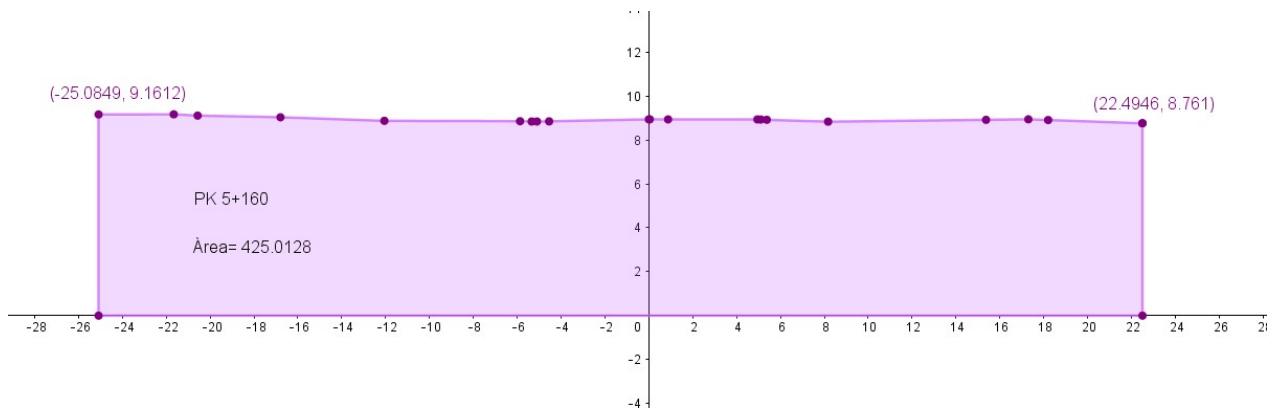


Fig. 2.37. Perfil en el PK 5 + 160 de la terra que es vol desmuntar

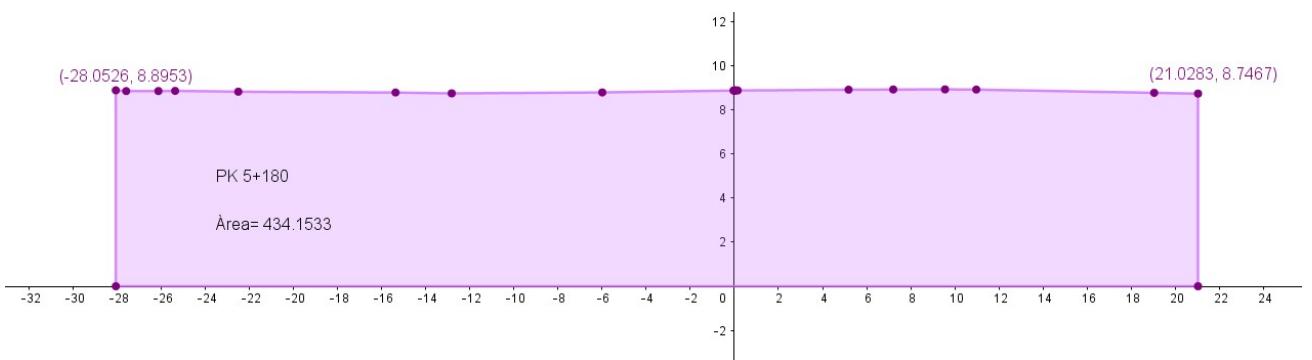


Fig. 2.38. Perfil en el PK 5 + 180 de la terra que es vol desmuntar

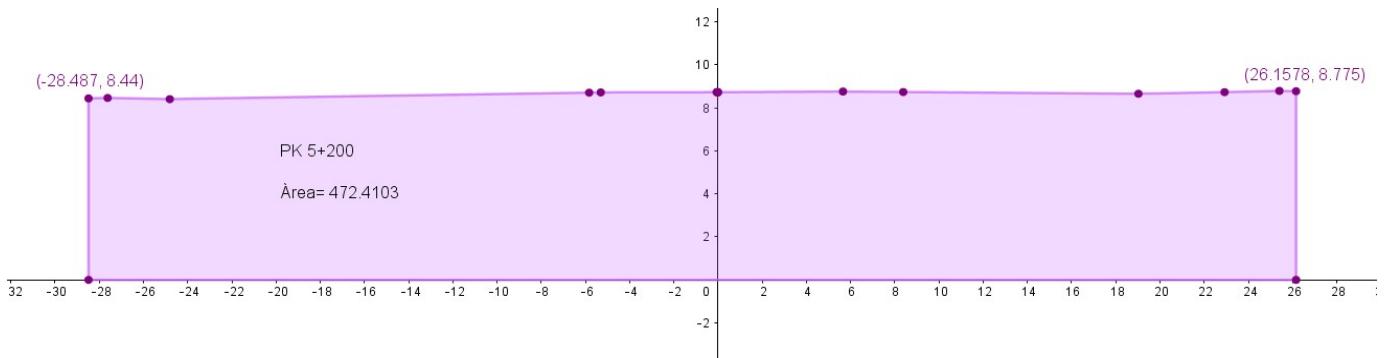


Fig. 2.39. Perfil en el PK 5 + 200 de la terra que es vol desmuntar

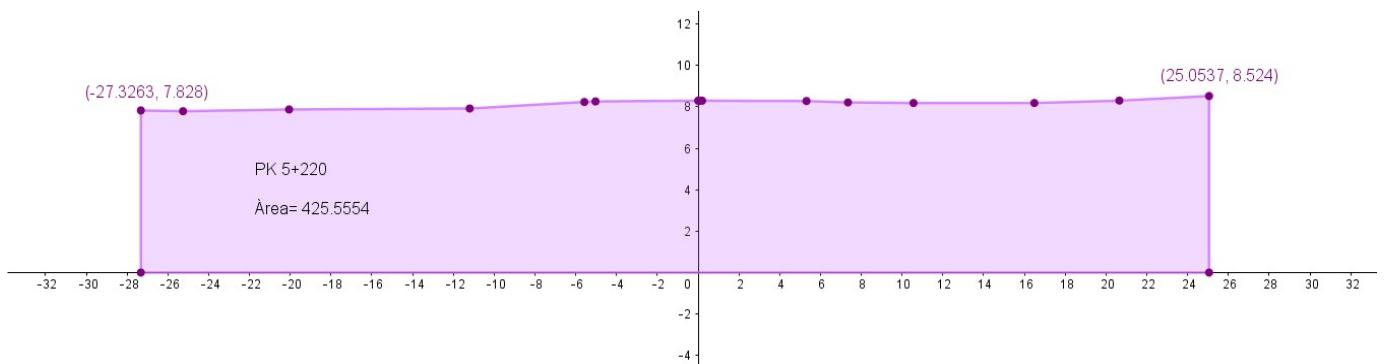


Fig. 2.40. Perfil en el PK 5 + 220 de la terra que es vol desmuntar

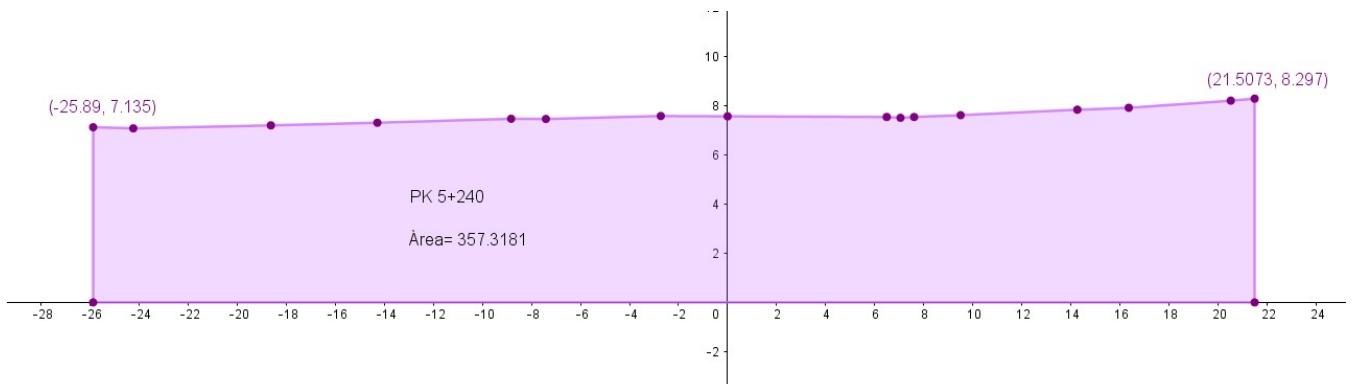


Fig. 2.41. Perfil en el PK 5 + 240 de la terra que es vol desmuntar

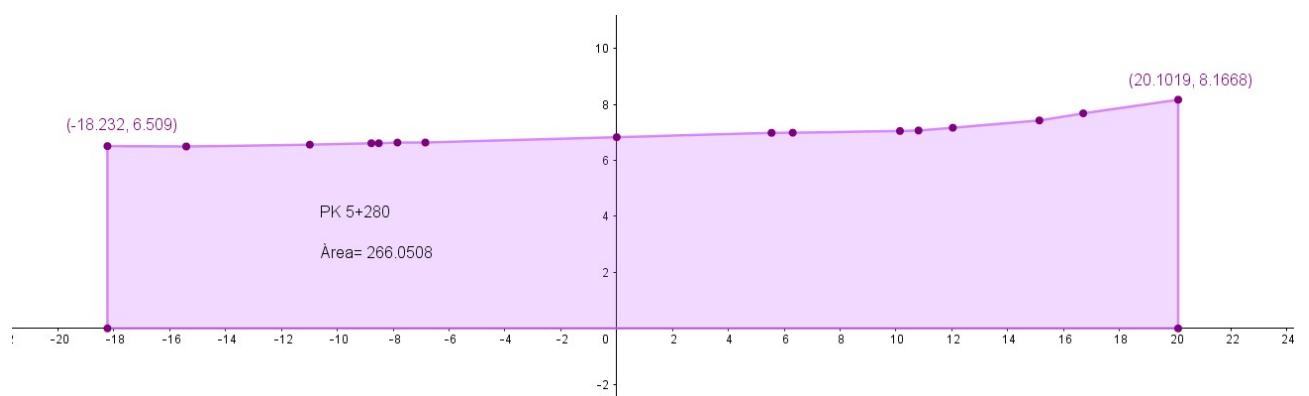


Fig. 2.42. Perfil en el PK 5 + 260 de la terra que es vol desmuntar

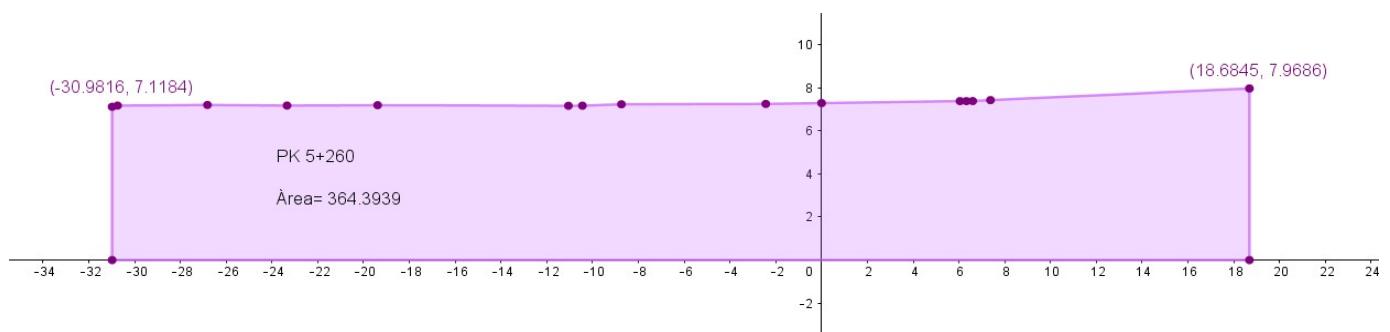


Fig. 2.43. Perfil en el PK 5 + 280 de la terra que es vol desmuntar

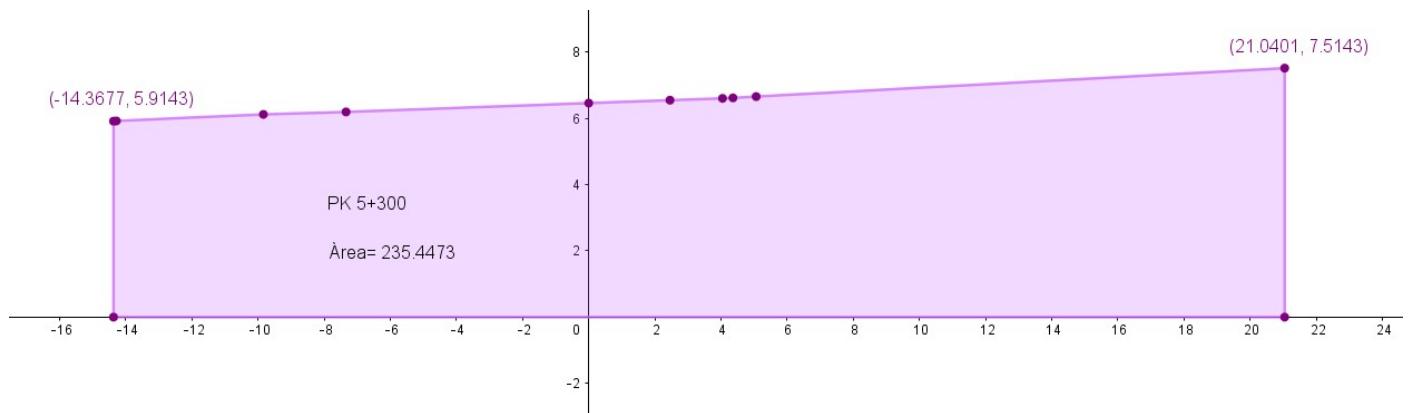


Fig. 2.44. Perfil en el PK 5 + 300 de la terra que es vol desmuntar

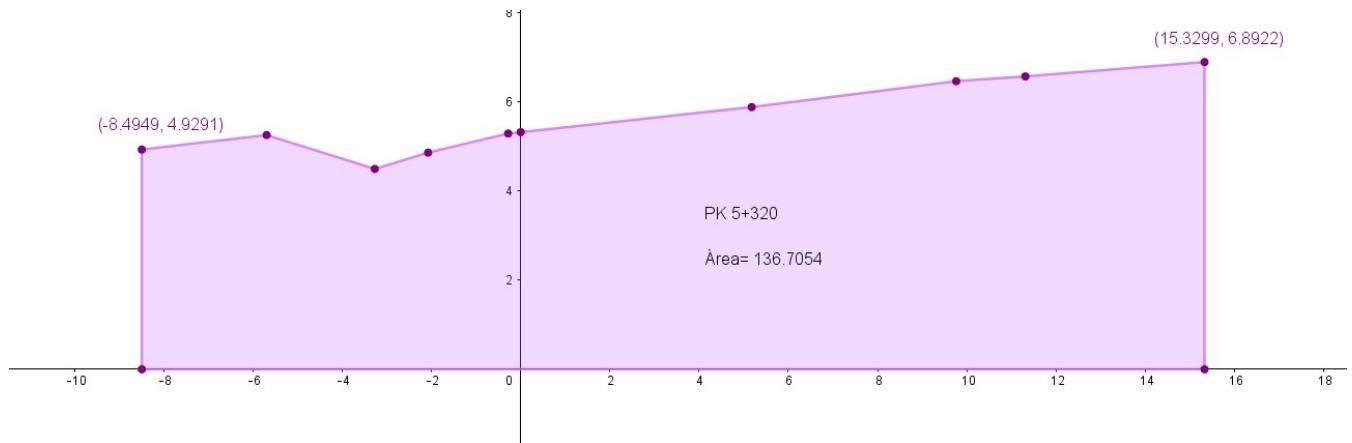


Fig. 2.45. Perfil en el PK 5 + 320 de la terra que es vol desmuntar

3.- CÀLCUL D'ÀREES

3.1.- ÀREES TANCADES PER FUNCIONS

Per tal d'introduir el problema pràctic que se'n planteja, es començarà per veure com es pot calcular l'àrea tancada entre una corba i l'eix d'abscisses en un determinat interval $[a,b]$ ¹:

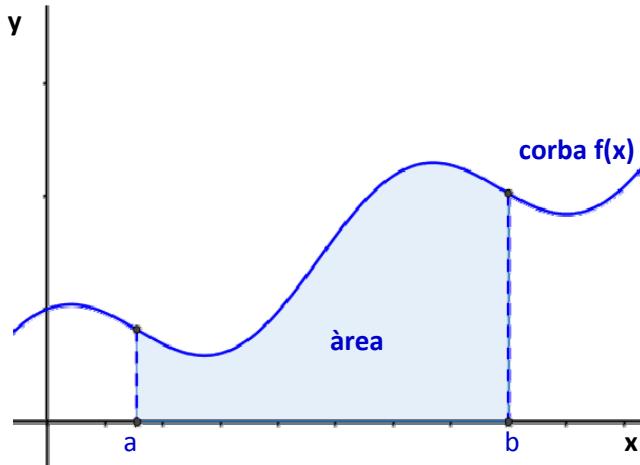


Fig. 3.1. Àrea tancada a sota d'una corba

Això es pot fer de forma aproximada si es subdivideix l'interval $[a,b]$ en n subintervals i es calcula l'àrea de cada un dels rectangles A_i que es formen segons la Fig. 3.2. Aleshores, l'àrea total A serà aproximadament la suma de les àrees de tots els rectangles.

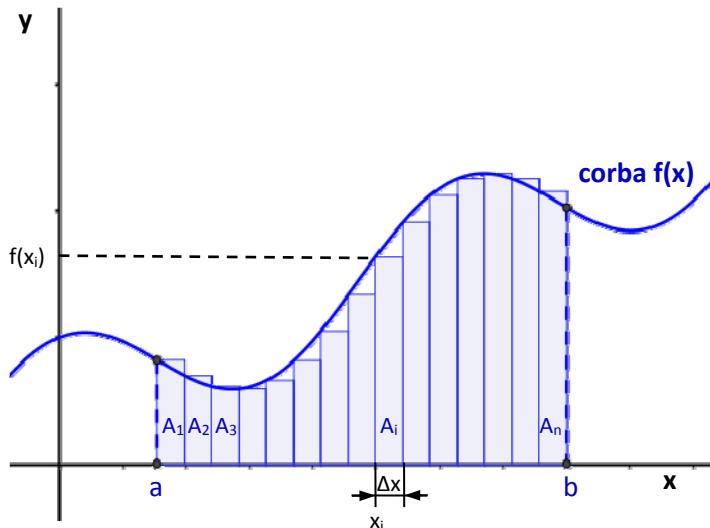


Fig. 3.2. Divisió de l'àrea en rectangles

On:

- n és el nombre d'intervals en què s'ha subdividit l'interval $[a,b]$
- $\Delta x = (b-a)/n$, o sigui, l'amplada de cada subinterval
- $x_i = a + \Delta x \cdot (i-1)$, o sigui, l'abscissa de l'inici de cada subinterval
- A_i és l'àrea de cada un dels rectangles que es formen

¹ Totes les imatges dels apartats 3.2.- i 3.3.- han estat realitzades a partir d'una construcció de GeoGebra publicada al portal www.geogebra.org per l'usuari "McQuinn" i que té per nom "Approximating a Definite Integral". Com que es tracta d'un usuari anònim del qual no sabem cap dada, no se citarà a les fonts documentals.

Vegí's que l'àrea de cada rectangle serà el producte de la seva base per la seva altura:

$$A_i = \Delta x f(x_i)$$

I, per tant, l'àrea total aproximada serà:

$$A \approx \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \Delta x f(x_i)$$

Com més divisions es facin, més s'acostarà l'àrea calculada per aproximació a l'àrea real (Fig. 3.3).

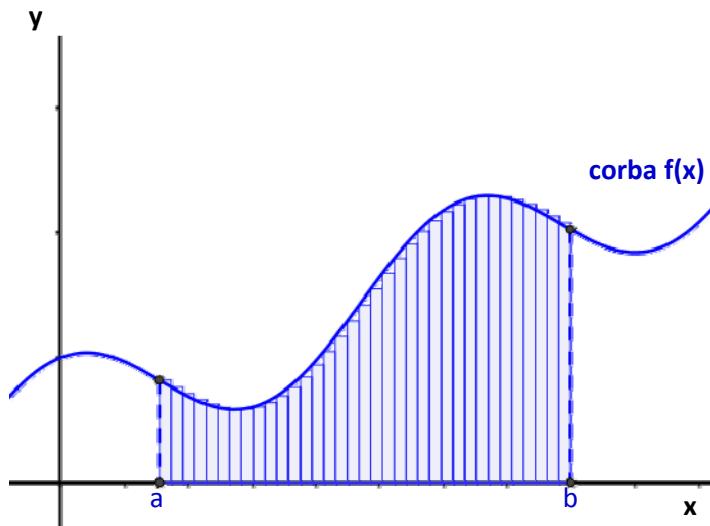


Fig. 3.3. Rectangles més estrets

Si es vol un càlcul exacte de l'àrea **A**, el que s'ha de fer és subdividir l'interval **[a,b]** en infinitis subintervals **dx** i calcular la integral definida de la funció en aquest interval (Fig. 3.4).

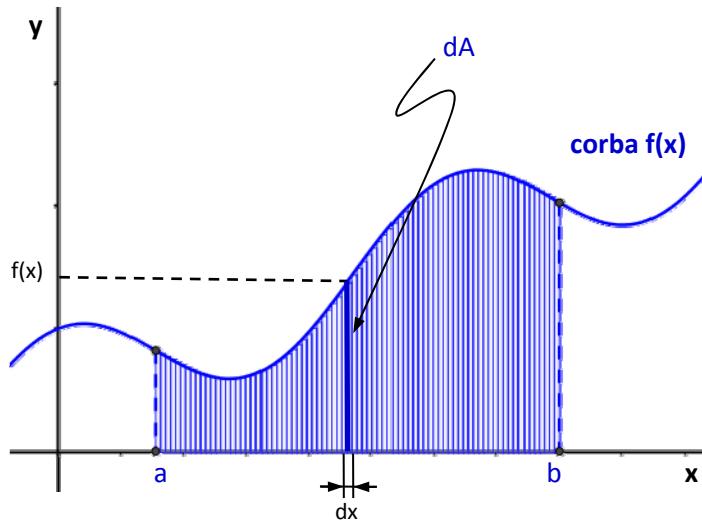


Fig. 3.4. Rectangles infinitament estrets

Una integral definida és una suma d'infinitis infinitèsims. El cas més simple s'aplica, precisament, al càlcul d'àrees tancades per funcions. O sigui que el que es farà serà la suma infinita dels infinitis diferencials d'àrea **dA** (àrees de dimensió infinitesimal) tancats per la

funció en l'interval $[a,b]$. Cada diferencial d'àrea és el producte de la base del rectangle dx (infinitament estreta) per la seva alçada $f(x)$:

$$dA = f(x)dx$$

I l'àrea total, calculada amb exactitud, serà, tal com s'ha dit abans, la suma d'aquests infinitis diferencials d'àrea dA , que correspon a la integral definida de la funció $f(x)$ en l'interval $[a,b]$:

$$A = \int_a^b dA = \int_a^b f(x)dx$$

Ara bé, aquest càlcul exacte no sempre és possible ja que, per tal de fer-lo és necessari que:

- La funció $f(x)$ sigui coneguda en l'interval $[a,b]$
- Es pugui calcular la integral $\int f(x)dx$ en aquest interval

Quan no es pot calcular la integral exacta, que és precisament el cas de la tasca que s'ha de realitzar en aquest treball, cal utilitzar mètodes d'integració numèrica.

3.2.- MÈTODES D'INTEGRACIÓ NUMÈRICA

Existeixen diversos mètodes d'integració numèrica que, en particular es poden utilitzar per al càlcul d'àrees de manera aproximada. A continuació es descriuràn els tres més senzills i coneguts.

3.2.1.- Mètode dels rectangles

És el que ja s'ha descrit al principi de l'apartat 3.1. (Fig. 3.2) i consisteix a dividir l'àrea total en rectangles i després sumar-los tots.

3.2.2.- Mètode dels trapezis

És un mètode senzill que dóna bones aproximacions quan la corba és suau en l'interval considerat, o sigui, que no presenta canvis abruptes.

És similar al dels rectangles excepte pel fet que, en comptes de considerar una sola alçada (la d'un rectangle), es tenen en compte les alçades del principi i el final de cada subinterval, de manera que les àrees A_i seran de trapezis i no de rectangles. Es divideix l'interval $[a,b]$ en n subintervals (Fig.3.5).

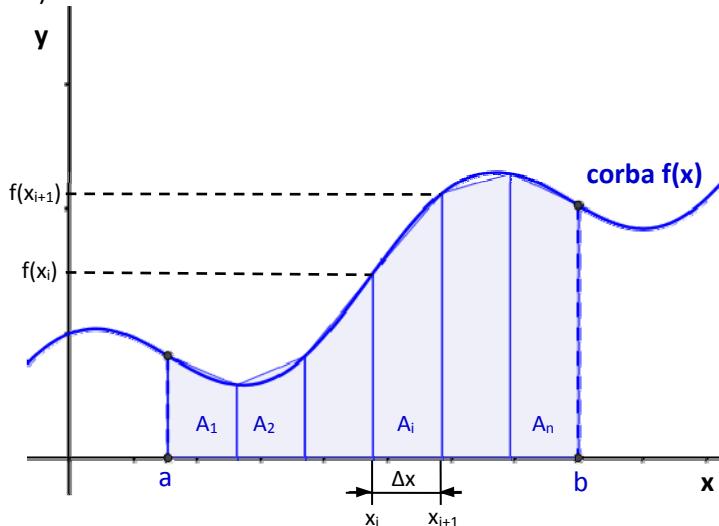


Fig. 3.5. Divisió de l'àrea en trapezis

On:

- n és el nombre d'interval en què s'ha subdividit l'interval $[a,b]$
- $\Delta x = (b-a)/n$, és a dir, l'amplada de cada subinterval
- $x_i = a + \Delta x \cdot (i-1)$, és a dir l'abscissa de l'inici de cada subinterval
- A_i és l'àrea de cada un dels trapezis que es formen

Es pot calcular l'àrea de cada un dels trapezis amb la fórmula:

$$A_i = \Delta x \cdot \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$$

I, per tant, l'àrea total aproximada és:

$$A \approx \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \Delta x \cdot \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$$

Com més gran sigui el nombre de subintervalos n , més estrets seran els trapezis i, per tant, més aproximada serà l'àrea calculada.

Tal com es veurà en el proper apartat, aquest ha sigut el mètode utilitzat per al càlcul d'àrees en aquest treball, introduint-hi petites modificacions.

3.2.3.- Mètode de Simpson

La idea és similar als mètodes dels rectangles i dels trapezis però, en aquest cas, cada àrea parcial A_i es calcula com l'àrea tancada a sota d'un arc de paràbola que s'aproxima a la corba original, tal com es pot veure a la Fig. 3.6¹:

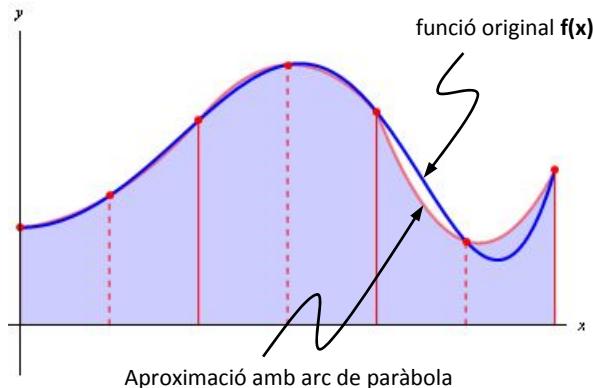


Fig. 3.6. Mètode de Simpson

Aquest sistema sol donar resultats més aproximats que els altres dos mètodes que s'han descrit.

En realitat, hi ha diverses variants del mètode de Simpson, però no cal que s'analitzin, ja que aquest mètode no s'ha utilitzat en el treball.

¹ Aquesta imatge ha estat extreta de l'enllaç següent: <https://math.stackexchange.com/questions/1748751/how-was-the-runge-kutta-method-derived>. També ha estat lleugerament editada per a usar-la en aquest treball i ha sigut possible fer-ho degut a que la imatge té una llicència de Creative Commons, la qual permet a altres usuaris a fer ús d'aquesta si es menciona l'autor després.

3.3.- CÀLCUL D'ÀREES DELS PERFILS TRANSVERSALS

Les dades de cada perfil han vingut donades en forma de punts d'un pla: les abscisses (**X**) corresponen al diferents punts d'un tall transversal del túnel, i les ordenades (**Y**) a les alçades del terreny corresponents a cada una d'aquestes abscisses.

En tots els mètodes d'integració que s'acaben de veure a l'apartat anterior, es dona per suposat que, encara que no es pugui calcular la integral exacta de la funció $f(x)$, sí que es pot conèixer el valor d' $f(x)$ donada qualsevol abscissa **X**. En el cas de les dades dels perfils transversals, això no és així, ja que és el topògraf qui decideix a quins punts (abscisses de cada perfil) pren les mesures i, per tant, només es disposen de les ordenades **Y** (o $f(x)$) d'aquests punts i no pas d'una funció matemàtica contínua coneiguda. Això té dues implicacions:

- Les abscisses de cada punt consecutiu mesurat no es troben a la mateixa distància
- El nombre de punts mesurats és diferent per a cada perfil

I això fa que s'hagi hagut de modificar el mètode dels trapezis en dos aspectes:

- Donades les dades d'un perfil, el nombre de trapezis dels quals es s'ha calculat l'àrea ha correspost al nombre de punts mesurats menys 1, ja que cada parella consecutiva d'abscisses defineix la base d'un trapezi
- No s'ha agafat com a base de cada trapezi un nombre fix Δx com en el mètode original, sinó que cada trapezi té una amplada de base diferent, que s'anomenarà Δx_i (Fig 3.7)

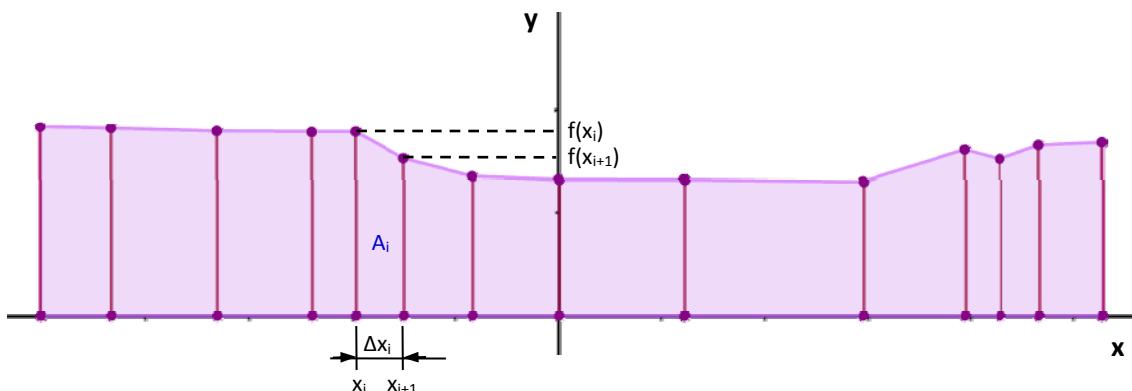


Fig. 3.7. Divisió de l'àrea d'un perfil transversal en trapezis

On:

- x_i és l'abscissa de cada mesura presa i correspon a l'inici de cada subinterval
- $\Delta x_i = x_{i+1} - x_i$, o sigui, la diferència de les abscisses de dos punts consecutius
- A_i és l'àrea de cada un dels trapezis que es formen

Així, s'ha calculat l'àrea de cada un dels trapezis amb la fórmula:

$$A_i = \Delta x_i \cdot \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$$

I, per tant, l'àrea total aproximada del perfil transversal ha sigut:

$$A \approx \sum_{i=1}^n A_i = \sum_{i=1}^n \Delta x_i \cdot \frac{f(x_i) + f(x_{i+1})}{2}$$

Cal aclarir que, tal com s'ha explicat en l'apartat 2.1.2, els topògrafs prenen més mesures com més accidentat és el terreny, i per tant, quan veiem dos punts consecutius molt separats, vol dir que el terreny és molt regular, la qual cosa fa que l'aproximació trapezial sigui prou bona.

3.4.- LLISTAT D'ÀREES DELS PERFILS TRANSVERSALS

A continuació, en la Fig. 3.8, s'hi pot veure una llista amb la suma total de les àrees de tots els trapezis de cada perfil corresponent a cada PK, és a dir, l'àrea de cada perfil.

Llistat de les àrees de la terra per a desmuntar en cada PK:	
Punt quilomètric	Àrea del perfil de terra per a desmuntar (en m ²)
PK 5 + 020	275,8108
PK 5 + 040	373,4157
PK 5 + 060	342,5770
PK 5 + 080	386,2216
PK 5 + 100	398,9684
PK 5 + 120	445,4563
PK 5 + 140	393,4073
PK 5 + 160	425,0132
PK 5 + 180	434,1542
PK 5 + 200	472,4112
PK 5 + 220	425,5553
PK 5 + 240	357,3173
PK 5 + 260	364,3938
PK 5 + 280	266,0508
PK 5 + 300	235,4467
PK 5 + 320	136,7055

Fig. 3.8. Llistat de l'àrea de cada perfil en cada PK.

Les àrees de tots els trapezis de cada perfils, es poden trobar a l'Annex III.

4.- CÀLCUL DE VOLUMS¹

4.1.- LES INTEGRALS DEFINIDES AL CÀLCUL DE VOLUMS

Per a introduir el càlcul de volums dels perfils, primer s'explicarà un exemple del càlcul de volums des del punt de vista de les integrals definides. Com a exemple, s'explicarà com es calcularia per integració el volum d'una piràmide (Fig. 4.1):

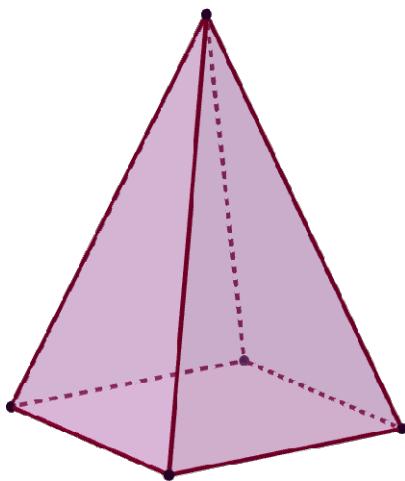


Fig. 4.1 Piràmide qualsevol

Imagini's que no esconeix la fórmula del volum de la piràmide i només es té coneixement de com calcular el volum d'un prisma. Si es divideix tota la piràmide anterior en n prismes i es calcula el volum V_i de cadascun d'ells, i després se sumen tots, el resultat obtingut és una aproximació del volum real de la piràmide (Fig. 4.2).

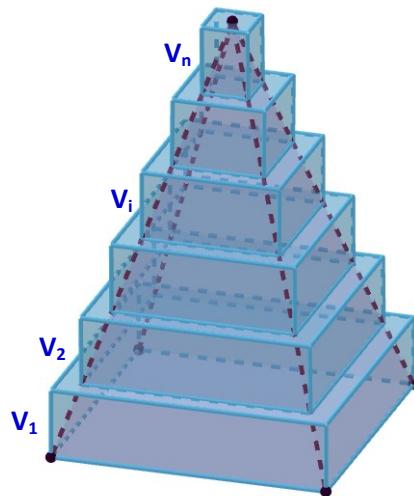


Fig. 4.2 Divisió de la piràmide en prismes

On:

- n és el nombre de prismes en que s'ha subdividit la piràmide
- V_i és el volum de cada un d'aquests prismes

¹ Totes les figures d'aquest capítol han estat d'elaboració pròpia de l'autora utilitzant GeoGebra o Excel, a excepció d'aquelles en les que s'hagi indicat en peu de pàgina específicament que no ho són.

Llavors, el volum aproximat de la piràmide serà:

$$V \simeq \sum_{i=1}^n V_i$$

Com més gran sigui el nombre **n** de divisions, més bona serà l'aproximació al volum real de la piràmide (Fig. 4.3).



Fig. 4.3 Divisió de la piràmide en prismes més estrets

I si el que es vol és calcular el volum de la piràmide de forma exacte, aleshores s'ha de dividir la piràmide en infinitis prismes amb un volum **dV** (diferencial de volum) infinitament petit (Fig. 4.4).

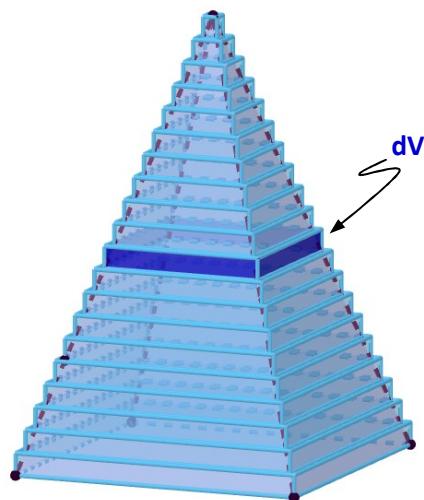


Fig. 4.4 Divisió de la piràmide en infinitis prismes de volum **dV**

A continuació s'ha de calcular la integral definida(que ja s'ha explicat què és en l'apartat del càlcul d'àrees)en l'interval **[0,h]**, de manera que:

$$V = \int_0^h dV$$

On:

- **dV** és el volum d'un d'aquests primes infinitament estrets
- **h** és l'alçada de la piràmide

Tot i que no es farà la demostració, el resultat d'aquesta integral i, per tant, del volum d'una piràmide és:

$$V = \frac{1}{3}A \cdot h$$

On:

- **A** és l'àrea de la base de la piràmide i
- **h** és la seva alçada

Tot i l'explicació que s'acaba de fer, en aquest treball no s'ha utilitzat estrictament la integració numèrica per al càlcul del volum de la terra sobrant, ja que s'hi trobarien moltes dificultats en el càlcul.

Aleshores s'han utilitzat uns altres mètodes per a trobar una aproximació del volum de terres que s'hauria de treure per a la compensació. Aquests consisteixen a aproximar dos perfils consecutius o bé a un prisma o bé a un tronc de piràmide, cossos geomètrics dels quals ja es disposa d'una fórmula amb la qual es pot conèixer el seu volum.

4.2.- CÀLCUL DE VOLUMS PER A MOVIMENTS DE TERRES. MÈTODES DELS TOPÒGRAFS

El càlcul de volums de terra es determina a partir de l'àrea dels perfils transversals de les terres sobrants del tram de terreny que es vol anivellar.

4.2.1.- Desmont i terraplè

Quan es volen compensar terres és necessari saber quines parts del terreny s'han de desmontar quines parts s'han de terraplenar.

La part de desmont és aquella a la que se li ha de treure una quantitat de terra per a que el terreny tingui l'alçada desitjada i sigui tot ras (Fig. 4.5).

En canvi, la part que s'ha de terraplenar és aquella a la que se li ha d'afegir terra al damunt de la que ja hi ha amb l'objectiu d'arribar a l'altura que es vol i també amb l'objectiu de deixar el terreny ras (Fig. 4.5).

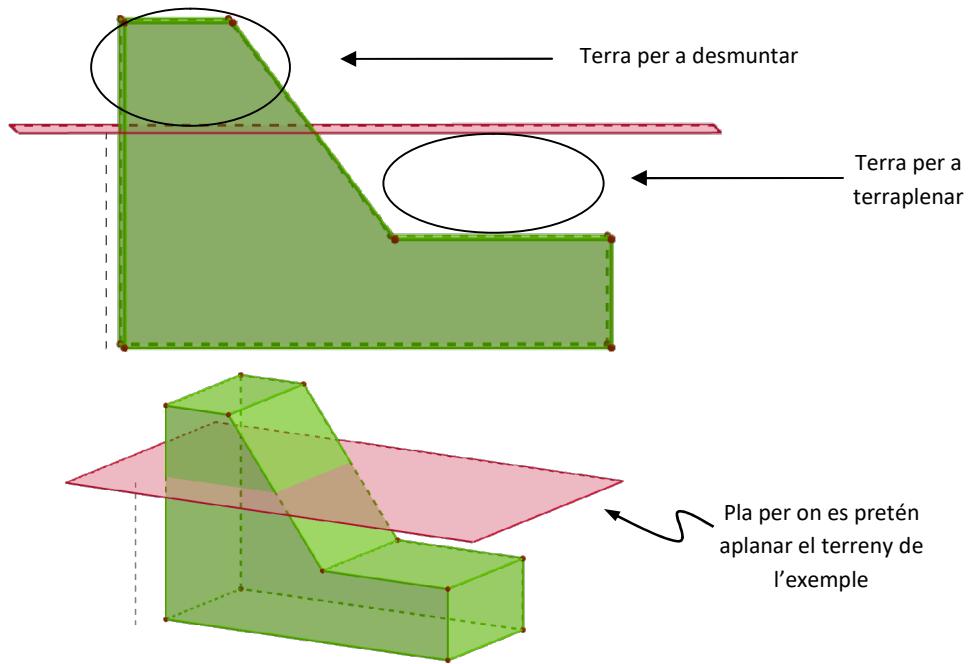


Fig. 4.5 Exemple de desmunt i de terraplè

En aquest treball només hi ha hagut parts de desmunt, és a dir, en la compensació de terres sols se n'ha hagut de treure.

4.2.2.- Cubicació² entre perfils els quals els dos s'han de terraplenar o desmuntar

Sempre que els dos perfils dels quals es vol calcular el volum que hi ha entre ells estiguin els dos en terraplè o en desmunt (tal com passa en el cas d'aquest projecte), el volum es calcularà utilitzant l'aproximació prismàtica o, tal com dirien els topògrafs, utilitzant la fórmula de la secció mitjana.

Per al càlcul del volum entre dues seccions que estan en terraplè, la fórmula de la secció mitjana³ diu que:

$$V_T = \frac{T_1 + T_2}{2} \cdot d$$

on:

- V_T és el volum de terra que s'ha d'omplir
- T_1 i T_2 són les àrees dels perfils per a terraplenar
- d és la distància entre els dos perfils a terraplenar

² La paraula *cubicació* és el substantiu del verb *cubigar*, que vol dir determinar el volum d'un cos del qual es coneixen les seves dimensions.

³ La fórmula indicada ha estat extreta del llibre “Topografía de obras”, escrit per Ignacio de Corral Manuel de Villena. Per a més informació, veure l'apartat de *Fons Documentals*.

I per al càlcul del volum entre dues seccions que estan en desmunt, la fórmula⁴ diu que:

$$V_D = \frac{D_1 + D_2}{2} \cdot d$$

on:

- V_D és el volum de terra que s'ha de treure
- D_1 i D_2 són les àrees dels perfils per a desmuntar
- d és la distància entre els dos perfils a desmuntar

Tal com es pot observar, les dues fórmules són matemàticament iguals. Això és degut a que les dues estan basades en aproximar el volum que hi ha entre les dues seccions que estan en terraplè o desmunt a un prisma.

A continuació s'ha analitzat la fórmula matemàticament.

Vegí's aquest tronc de prisma⁵ de la Fig. 4.6:

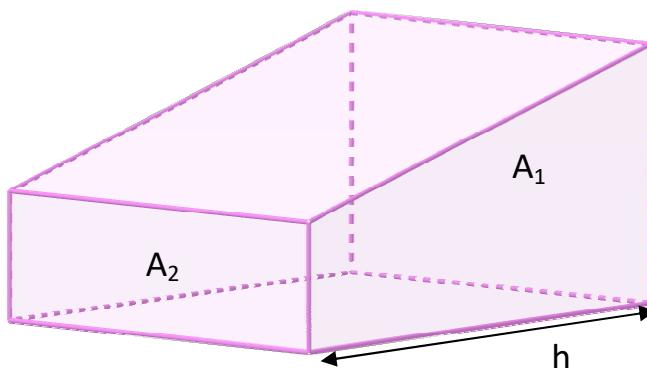
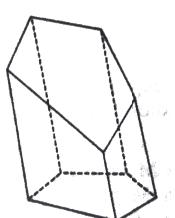


Fig. 4.6 Tronc de prisma on es simula que les àrees d'aquest són les de dos perfils transversals consecutius

⁴ La fórmula indicada també ha estat extreta del llibre “Topografía de obras”, escrit per Ignacio de Corral Manuel de Villena. Per a més informació, veure l’apartat de *Fons Documentals*.

⁵Segons el Diccionari Akal de Matemàtiques (descripció del qual es pot trobar a la pàgina de les fonts documentals al final del treball):

“Un tronc de prisma és un poliedre limitat per una superfície prismàtica Σ i dos plans no paral·lels que es troben a les generatrius de Σ . Les cares sobre aquests plans s’anomenen bases del tronc de prisma.”



:Exemple del llibre esmentat de tronc de prisma

La fórmula per a calcular el volum (V) d'aquest tronc de prisma és la següent:

$$V = \frac{A_1 + A_2}{2} \cdot h$$

On:

- h és la distància entre dos perfils consecutius (sempre és de 20 metres en el cas d'aquest treball)
- A_1 és l'àrea d'un dels perfils amb els que s'està treballant
- A_2 és l'àrea de l'altre perfil

Aquesta fórmula el que fa és calcular l'àrea mitjana entre les dues ja es coneixen, les quals se les ha anomenat A_1 i A_2 . I després calcula el volum de l'ortoedre que té com a base aquesta àrea mitjana i com a alçada h .

Aplicant el teorema de Tales podem veure que el volum de l'ortoedre descrit anteriorment és igual al volum del tronc de prisma del principi, ja que el tros de volum que "faltaria" en l'ortoedre la base del qual és l'àrea mitjana entre A_1 i A_2 , és igual al volum que "no es té en compte" (Fig. 4.7).

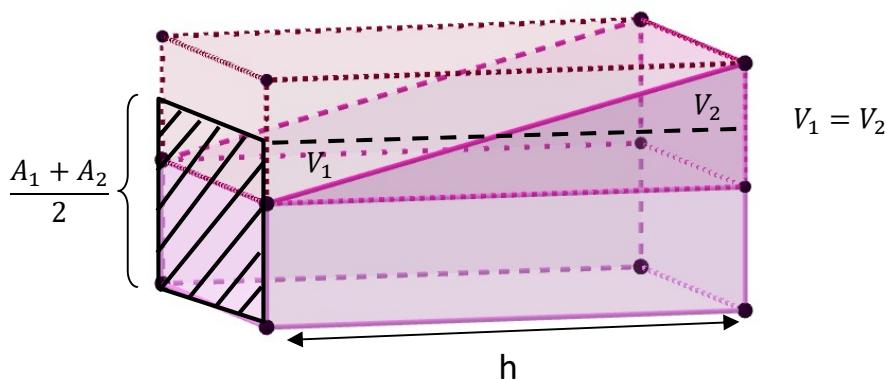


Fig. 4.7 Demostració gràfica de la fórmula de l'aproximació prismàtica.

4.2.3.- Cubicació entre perfils els quals s'han de terraplenar i desmuntar

Aquesta situació es pot trobar quan es dona un dels quatre casos següents:

- Un dels dos perfils té l'àrea sencera en terraplè i l'altre sencera en desmont
- Un dels dos perfils tota l'àrea en terraplè o en desmont i en l'altre s'hi troba una part amb la superfície en terraplè i una altra en desmont (Fig. 4.8⁶, exemple 1)
- Els dos perfils tenen àrees estant en terraplè com en desmont però la part que està en els dos perfils en desmont està situada al mateix costat (Fig. 4.8, exemple 2)
- Els dos perfils estan tant en terraplè com en desmont però la part que està en desmont en un perfil està a la banda contraria de la part que està en desmont en l'altre perfil (Fig. 4.8, exemple 3)

⁶ Les imatges de la Fig. 4.8 han estat extretes del llibre "Topografía de obras", escrit per Ignacio de Corral Manuel de Villena. Per a més informació, veure l'apartat de *Fons Documentals*.

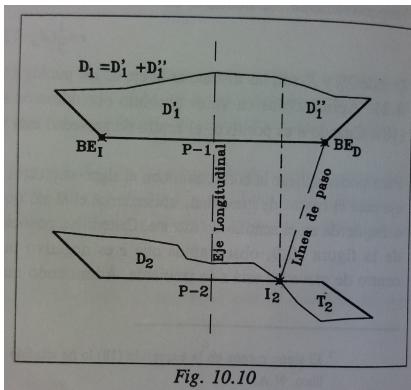


Fig. 10.10

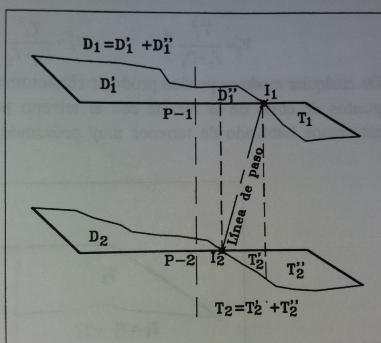


Fig. 10.11

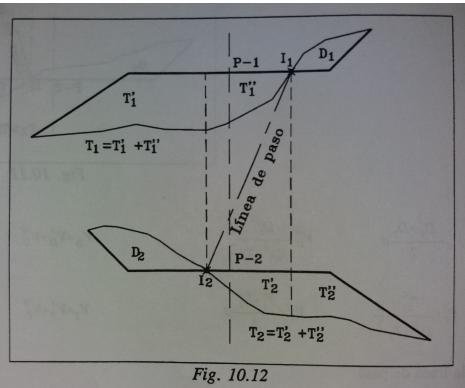


Fig. 10.12

Fig. 4.8 Exemples de tres dels diferents casos en que hi ha parts d'àrea en terraplè i en desmunt

Resoldre el primer cas es pot fer de diferents maneres. Una d'elles és utilitzar dues fórmules⁷ que no es demostrarà ja que no s'utilitzen en aquest treball, i són les següents:

$$V_T = \frac{T^2}{D+T} \cdot \frac{d}{2} \quad i \quad V_D = \frac{D^2}{D+T} \cdot \frac{d}{2}$$

On:

- V_T és el volum de terra que està en terraplè
- V_D és el volum de terra que està en desmunt
- T és l'àrea de la terra que està en terraplè
- D és l'àrea de la terra que està en desmunt
- d és la distància entre els dos perfils

Els tres últims casos són una mica més complicats de resoldre. Hi ha dos mètodes que es poden utilitzar per a aproximar els volums en desmunt i en terraplè: el mètode dels eixos paral·lels i el mètode de la línia de pas. Els topògrafs solen fer servir el segon mètode degut a que és més fàcil, tot i que és una mica més inexacte que el primer.

Com que en aquest projecte tampoc es dona cap dels casos amb els quals es convenient utilitzar aquests mètodes, no es creu que sigui necessària la seva corresponent explicació.

4.3.- CÀLCUL DEL VOLUM DE TERRA SOBRANT A PARTIR DE LES ÀREES DELS PERFILS TRANSVERSALS DEL TRAM ANALITZAT

Tal com s'ha explicat diverses vegades, el tros de terra del tros de terreny amb el que s'ha treballat i en el nivell al qual es vol aplanar aquest no ha presentat cap àrea en terraplè, és a dir, tot el volum de terra que s'ha calculat s'ha de treure del terreny per a complir l'objectiu.

4.3.1.- Càlcul mitjançant l'aproximació prismàtica

Aquesta aproximació és la que de manera tècnica es coneix com a la fórmula de la secció mitjana. L'explicació de la fórmula ja s'ha fet en l'apartat 4.2.2. Després d'aplicar-la en el cas amb el que s'ha estat treballant, s'ha elaborat una llista amb tots els volums resultants de cada dos perfils consecutius utilitzant aquesta aproximació (Fig. 4.9).

⁷ Les fórmules indicades també han estat extretes del llibre "Topografía de obras", escrit per Ignacio de Corral Manuel de Villena. Per a més informació, veure l'apartat de *Fons Documentals*.

Llistat dels volums de la terra per a desmuntar per cada dos PK utilitzant l'aproximació prismàtica:

Parell de punts quilomètrics	Volum per a desmuntar (en m ³)
PK 5 + 020 – PK 5 + 040	6492,2652
PK 5 + 040 – PK 5 + 060	7159,9273
PK 5 + 060 – PK 5 + 080	7287,9860
PK 5 + 080 – PK 5 + 100	7851,8992
PK 5 + 100 – PK 5 + 120	8444,2465
PK 5 + 120 – PK 5 + 140	8388,6362
PK 5 + 140 – PK 5 + 160	8184,2049
PK 5 + 160 – PK 5 + 180	8591,6734
PK 5 + 180 – PK 5 + 200	9065,6534
PK 5 + 200 – PK 5 + 220	8979,6651
PK 5 + 220 – PK 5 + 240	7828,7262
PK 5 + 240 – PK 5 + 260	7217,1105
PK 5 + 260 – PK 5 + 280	6304,4461
PK 5 + 280 – PK 5 + 300	5014,9754
PK 5 + 300 – PK 5 + 320	3721,5218
Volum total de terres per a desmuntar:	110532,9372

Fig. 4.9 Llistat de volums de terra per a desmuntar calculats mitjançant l'aproximació prismàtica

4.3.2.- Càlcul mitjançant l'aproximació tronco-piramidal

Aquesta aproximació consisteix a acostar el tros de terra entre dos perfils transversals consecutius a un tronc de piràmide.

La fórmula per a calcular el volum (**V**) d'un tronc de piràmide és la següent:

$$V = \frac{1}{3} \cdot h \cdot (A_1 + A_2 + \sqrt{A_1 \cdot A_2})$$

On:

- **A₁** és l'àrea d'una de les bases
- **A₂** és l'àrea de l'altra base
- **h** és l'altura del tronc de piràmide

Aquests conceptes matemàtics s'han relacionat amb el cas en el que s'ha treballat. Vegí's el següent tronc de piràmide girat per tal que es pugui veure bé per què també s'ha utilitzat aquesta aproximació (Fig. 4.10):

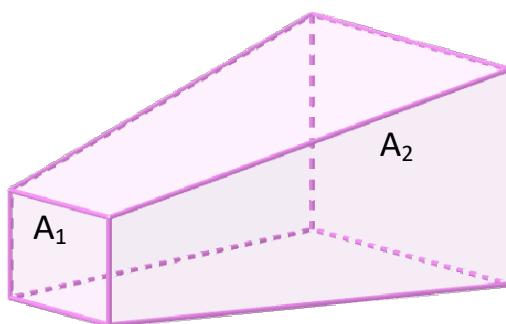


Fig. 4.10 Tronc de piràmide simulant que les àrees de les bases d'aquest són les de dos perfils transversals consecutius

Si les àrees de la terra per a desmuntar de dos perfils consecutius són força diferents entre elles, aquesta aproximació permet calcular el volum de desmunt entre elles de manera més precisa.

D'aquesta manera, el volum de desmunt (V_D) s'ha calculat seguit aquesta fórmula:

$$V_D = \frac{1}{3} \cdot d \cdot (D_1 + D_2 + \sqrt{D_1 \cdot D_2})$$

On:

- D_1 és l'àrea de la terra que està en desmunt en un dels dos perfils
- D_2 és l'àrea de la terra que està en desmunt en l'altre perfil
- d és la distància entre els dos perfils entre els quals s'està calculant el volum

Tal com es pot observar, aquesta fórmula és exactament la mateixa matemàticament que la del volum d'un tronc de piràmide, tan sols difereix en el nom de les variables.

També s'ha elaborat una llista amb tots els volums resultants de cada dos perfils consecutius utilitzant l'aproximació tronco-piramidal (Fig. 4.11).

Llistat dels volums de la terra per a desmuntar per cada dos PK utilitzant l'aproximació tronco-piramidal:	
Parell de punts quilomètrics	Volum per a desmuntar (en m^3)
PK 5 + 020 – PK 5 + 040	6467,6689
PK 5 + 040 – PK 5 + 060	7157,7125
PK 5 + 060 – PK 5 + 080	7283,6259
PK 5 + 080 – PK 5 + 100	7851,5543
PK 5 + 100 – PK 5 + 120	8439,9778
PK 5 + 120 – PK 5 + 140	8383,2485
PK 5 + 140 – PK 5 + 160	8182,1699
PK 5 + 160 – PK 5 + 180	8591,5113
PK 5 + 180 – PK 5 + 200	9062,9614
PK 5 + 200 – PK 5 + 220	8975,5875
PK 5 + 220 – PK 5 + 240	7818,7941
PK 5 + 240 – PK 5 + 260	7216,9948
PK 5 + 260 – PK 5 + 280	6278,7212
PK 5 + 280 – PK 5 + 300	5011,8598
PK 5 + 300 – PK 5 + 320	3677,0609
Volum total de terres per a desmuntar:	110399,4488

Fig. 4.11 Llistat de volums de terra per a desmuntar calculats mitjançant l'aproximació tronco-piramidal

4.4.- COMPARACIÓ DE LES DUES APROXIMACIONS UTILITZADES

Per tal de comparar la diferència de volum de terres que hi ha hagut entre els càlculs fets amb cadascuna de les dues aproximacions, s'han col·locat a continuació els dos llistats junts amb tots els volums calculats (Fig. 4.12) i un llistat amb la diferència de volum que es calcula que s'ha de treure entre les dues aproximacions usades i el percentatge de variació entre els dos sistemes de càlcul (Fig.4.13).

Llistat dels volums de la terra per a desmuntar per cada dos PK utilitzant les aproximacions pirsmàtica i tronco-piramidal:

Parell de punts quilomètrics	Càlculs mitjançant l'aproximació prismàtica	Càlculs mitjançant l'aproximació tronco-piramidal
	Volum per a desmuntar (en m ³)	Volum per a desmuntar (en m ³)
PK 5 + 020 – PK 5 + 040	6492,2652	6467,6689
PK 5 + 040 – PK 5 + 060	7159,9273	7157,7125
PK 5 + 060 – PK 5 + 080	7287,9860	7283,6259
PK 5 + 080 – PK 5 + 100	7851,8992	7851,5543
PK 5 + 100 – PK 5 + 120	8444,2465	8439,9778
PK 5 + 120 – PK 5 + 140	8388,6362	8383,2485
PK 5 + 140 – PK 5 + 160	8184,2049	8182,1699
PK 5 + 160 – PK 5 + 180	8591,6734	8591,5113
PK 5 + 180 – PK 5 + 200	9065,6534	9062,9614
PK 5 + 200 – PK 5 + 220	8979,6651	8975,5875
PK 5 + 220 – PK 5 + 240	7828,7262	7818,7941
PK 5 + 240 – PK 5 + 260	7217,1105	7216,9948
PK 5 + 260 – PK 5 + 280	6304,4461	6278,7212
PK 5 + 280 – PK 5 + 300	5014,9754	5011,8598
PK 5 + 300 – PK 5 + 320	3721,5218	3677,0609
Volum total de terres per a desmuntar:	110532,9372	110399,4488

Fig. 4.12 Llistats dels volums calculats amb les aproximacions prismàtica i tronco-piramidal

Llistat de la diferència de volums de la terra per a desmuntar per cada dos PK entre les aproximacions pirsmàtica i tronco-piramidal:

Parell de punts quilomètrics	Diferència de volum entre les dues aproximacions (en m ³)	% de variació entre els dos sistemes de càlcul (relatiu a l'aproximació prismàtica)
PK 5 + 020 – PK 5 + 040	24,5963	0,3789
PK 5 + 040 – PK 5 + 060	2,2148	0,0309
PK 5 + 060 – PK 5 + 080	4,3600	0,0598
PK 5 + 080 – PK 5 + 100	0,3449	0,0044
PK 5 + 100 – PK 5 + 120	4,2687	0,0506
PK 5 + 120 – PK 5 + 140	5,3877	0,0642
PK 5 + 140 – PK 5 + 160	2,0350	0,0249
PK 5 + 160 – PK 5 + 180	0,1621	0,0019
PK 5 + 180 – PK 5 + 200	2,6919	0,0297
PK 5 + 200 – PK 5 + 220	4,0777	0,0454
PK 5 + 220 – PK 5 + 240	9,9320	0,1269
PK 5 + 240 – PK 5 + 260	0,1156	0,0016
PK 5 + 260 – PK 5 + 280	25,7249	0,4080
PK 5 + 280 – PK 5 + 300	3,1156	0,0621
PK 5 + 300 – PK 5 + 320	44,4609	1,1947
Diferència de volum total:	133,4884	0,1208

Fig. 4.13 Llistats de la diferència entre els volums calculats amb les diferents aproximacions

En aquesta taula de la Fig.4.13 es poden veure quins volums de diferència hi ha utilitzant una aproximació o l'altre.

L'aproximació tronco-piramidal sempre dona un valor més petit que l'aproximació prismàtica ja que és un xic més acurada. En la taula es pot observar que depèn del dos punts quilomètrics en que s'hagi calculat el volum la diferència és relativament més gran o petita.

Per exemple: entre el PK 5+160 i el PK 5+180 només hi ha 0.1621 m³ de diferència i entre el PK 5+240 i el PK 5+260 encara n'hi ha menys, un total de 0.1156 m³.

La màxima diferència entre els volums calculats es dona entre el PK 5+300 i el PK 5+320, un total de 44.4609 m³ de terra.

Tot i això, gràcies als percentatges de variació entre les dues aproximacions utilitzades es pot veure que la diferència és molt petita. És tant petita que a l'hora de la veritat tant és que s'usi una aproximació o l'altre.

4.5.- VISTA DEL VOLUM DE TERRA QUE ES VOL DESMUNTAR EN 3D

Per a poder veure el tros de terra que es vol desmuntar del terreny amb el que s'ha estat treballant, s'ha reproduït aquest mateix tros de terra en la vista gràfica 3D del GeoGebra.

Gràcies a les dades dels perfils transversals de la part que es vol i a haver après a utilitzar funcions del GeoGebra per a reproduir els perfils transversals a la vista gràfica en dues dimensions, s'ha pogut realitzar tot el tros de terra en tres dimensions.

A continuació es poden trobar diferents imatges d'aquesta rèplica des de diferents punts de vista (Fig. 4.14, Fig. 4.15, Fig. 4.16, Fig. 4.17).

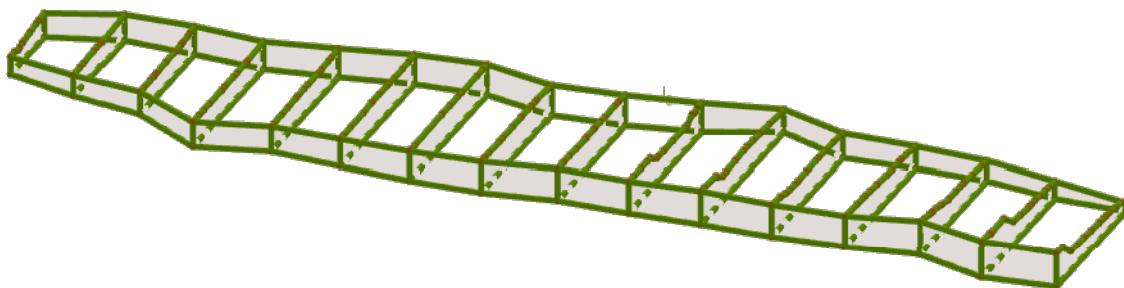


Fig. 4.14. Rèplica del tros de terra que es vol desmuntar del terrenyen 3D

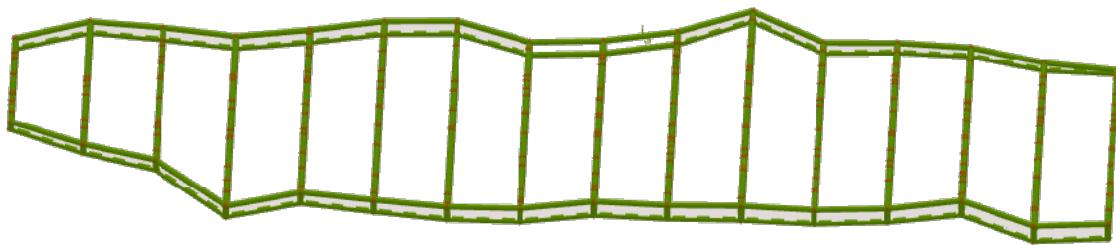


Fig. 4.15. Rèplica del tros de terra que es vol desmuntar del terreny en 3D



Fig. 4.16. Rèplica del tros de terra que es vol desmuntar del terreny en 3D

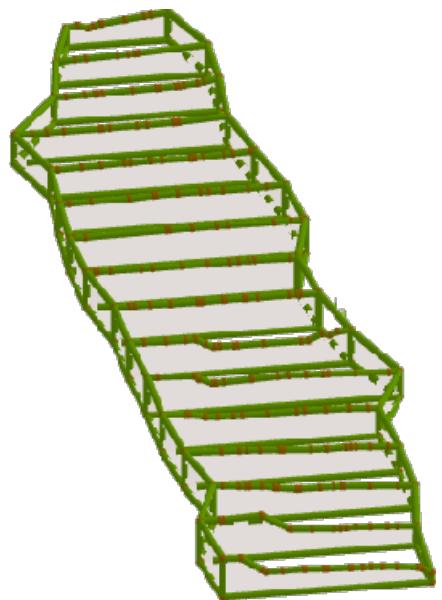


Fig. 4.17. Rèplica del tros de terra que es vol desmuntar del terreny en 3D

CONCLUSIONS

En aquest treball s'ha pogut veure un tipus d'aplicació de la integració numèrica i les aproximacions geomètriques que s'utilitzen en l'àmbit de l'enginyeria civil. Per al càlcul del moviment de terres és fonamental el càlcul de les àrees dels perfils transversals i, per a fer-lo, és de gran utilitat el càlcul numèric.

L'objectiu del treball realitzat era calcular la quantitat de terra que s'hauria de treure d'aquest tram de terreny per a poder anivellar-lo a una certa alçada i finalment, seguint la metodologia que s'ha exposat a la introducció, s'han pogut obtindre dos resultats calculats per dues aproximacions de volums diferents.

L'aproximació de volums prismàtica és la utilitzada pels topògrafs per a fer aquests càlculs. A la seva fórmula l'anomenen "fórmula de la secció mitjana". El resultat obtingut seguint aquesta aproximació ha estat de 110532.9372 metres cúbics de terra. En canvi, utilitzant l'aproximació tronco-piramidal el resultat obtingut ha estat de 110399.4488 metres cúbics de terra. La diferència total de volum de terra que hi ha hagut entre les dues aproximacions ha estat només de 133.4884 metres cúbics. La variació entre les dues aproximacions respecte de la utilitzada pels topògrafs ha estat, tal com s'ha pogut veure en la Fig. 4.13 del treball, d'un 0.1208%. La variació és realment molt petita i, per tant, els resultats obtinguts són pràcticament iguals.

Gràcies a fer aquesta comparació s'ha deduït que els topògrafs utilitzen la primera aproximació mencionada perquè, com que els trossos de terreny entre els quals es calcula el volum són poc accidentats (ja que sinó el topògraf prendria les dades amb una diferència més petita que 20 metres entre dos perfils transversals) i les dues aproximacions de volums donen un resultat pràcticament igual, sempre val més la pena utilitzar l'expressió més senzilla de les que hi ha.

L'ús dels diferents programes ha sigut molt útil per a fer tot el projecte. Sense ells, fer tots els càlculs que ha sigut necessaris per a obtenir els resultats finals hagués requerit molt més de temps del que s'ha fet servir. A més també el GeoGebra ha permès comprovar que els resultats de les àrees que s'havien fet amb Excel estaven bé i no hi havia hagut cap error, així com tenir una idea en la ment de les superfícies i de les proporcions de la quantitat de terra que s'ha calculat que es necessari treure per anivellar el tros de terreny a 8.66 metres per damunt del túnel que hi passa sota d'aquest.

També s'ha pogut observar que les amplades dels perfils transversals són diferents en cada punt quilomètric, així com la quantitat de punts que el topògraf va prendre (tal com se sospitava que passaria). Això implica que també la forma del tros de terra que caldia desmuntar tingui una amplada irregular en cada PK (com també s'ha vist en el dibuix fet amb la visió en tres dimensions del GeoGebra).

FONTS DOCUMENTALS

1. ACCADEMIA. *Exportar coordenadas de AutoCAD a Excel*. Accademia és una comunitat de professionals en el disseny enginyer i arquitectònic. <<https://www.youtube.com/watch?v=vnTqpuaiJbA>> [09-06-2018]

D'aquest vídeo s'ha après quins són les comandaments necessaris per a extreure les dades numèriques d'un arxiu AutoCAD i com inserir-les adequadament en un full de càlcul d'Excel.

2. DE CORRAL MANUEL DE VILLENA, Ignacio. *Topografía de obras*. Barcelona. Edicions UPC, 1996

Del capítol 10, apartat 4, se n'ha extret tota la informació sobre fan els topògrafs el càlcul dels volums de terres en desmunt i terraplè. També ha sigut de gran ajut per a escriure els apartats 2.1 i 2.2 de la memòria, gràcies als capítols 1 i 7 del llibre.

3. BOUVIER, Alain; GEORGE, Michel. *Diccionario AKAL de matemáticas*. Madrid. Ediciones AKAL, S. A., 2005

D'aquest llibre se n'ha extret la definició de "tonc de prisma".

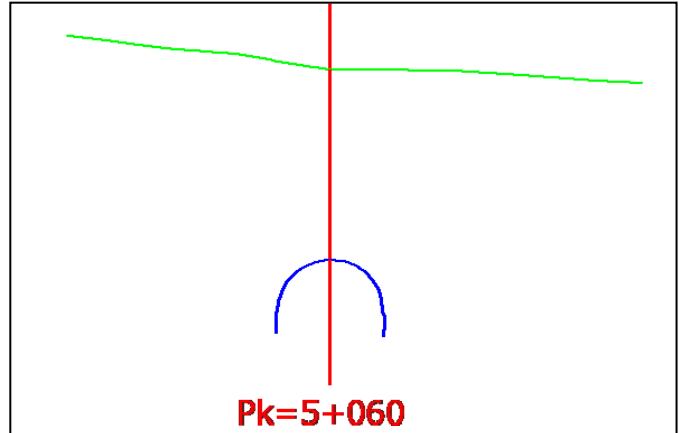
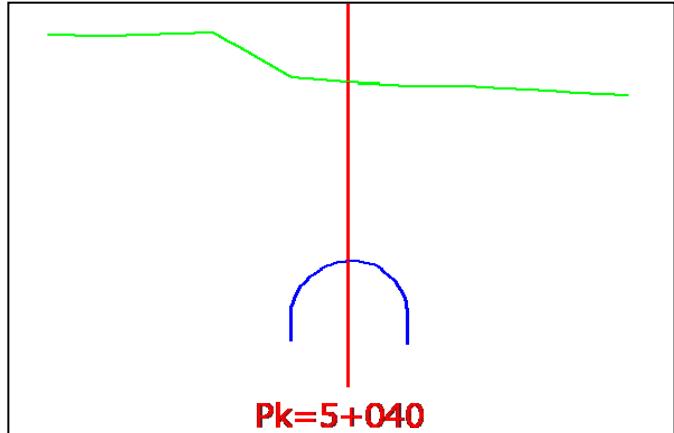
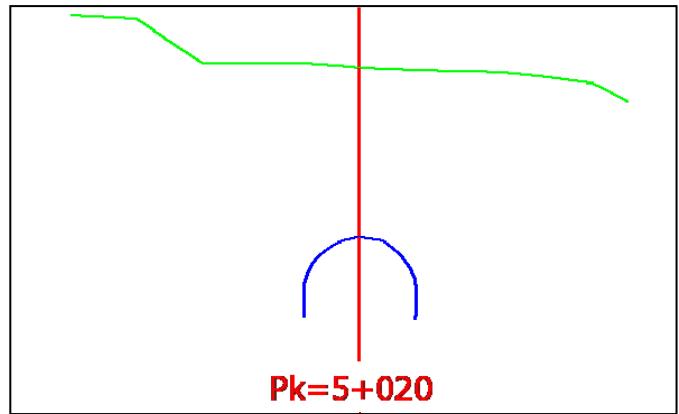
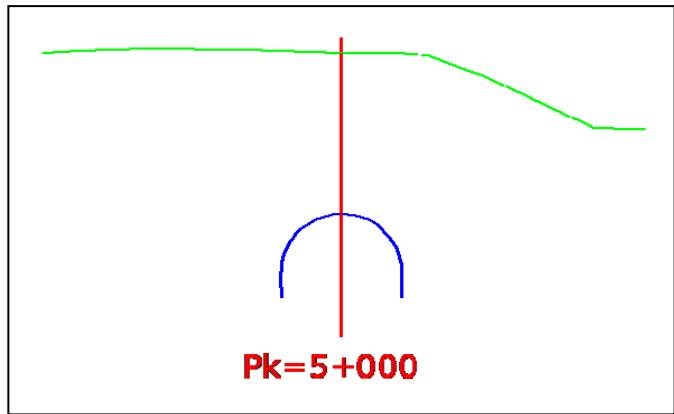
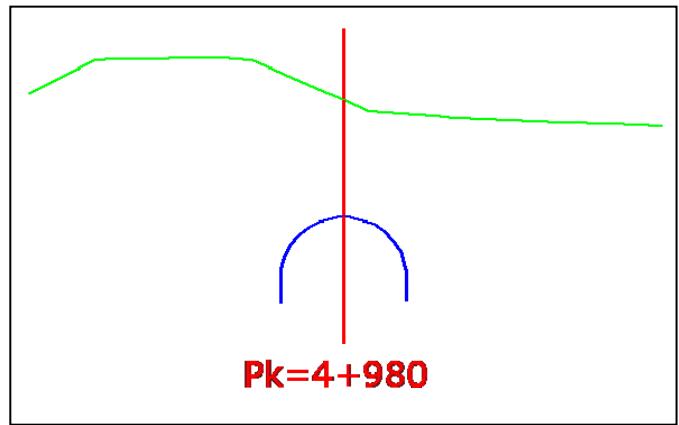
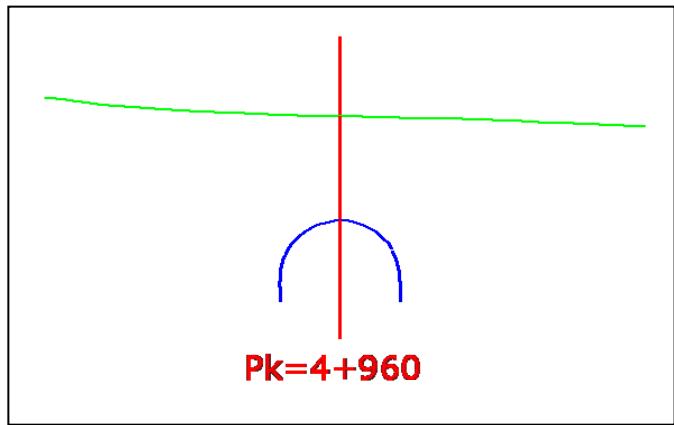
4. JORBA, Marcel. *Sistema integrat d'ajut al projecte, càlcul i documentació d'obres de moviments de terres en vies interurbanes, basat en microordinador*. Barcelona. 1991. Treball de fi de carrera.

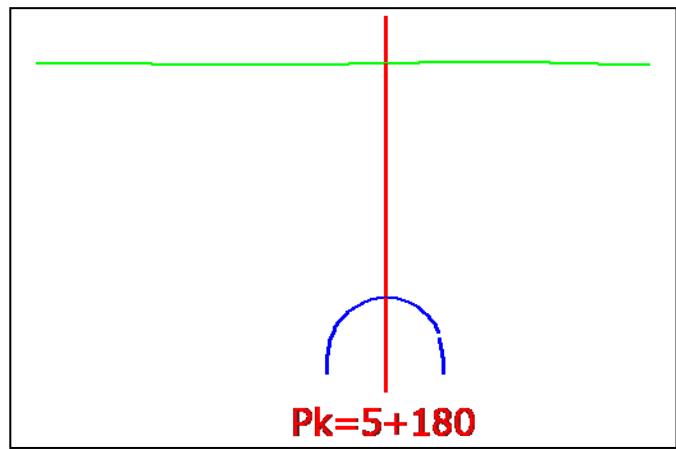
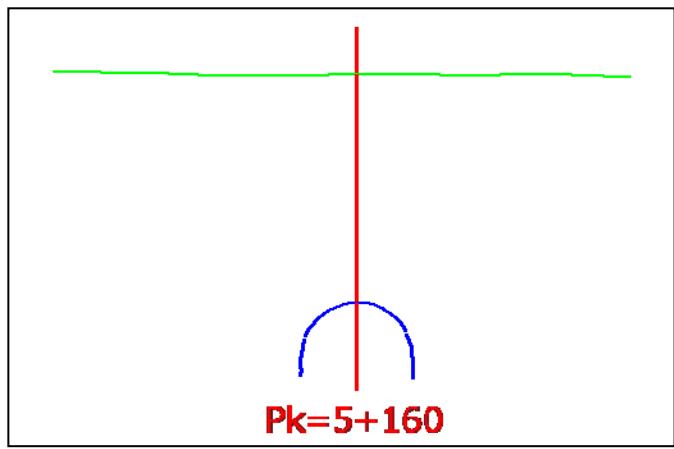
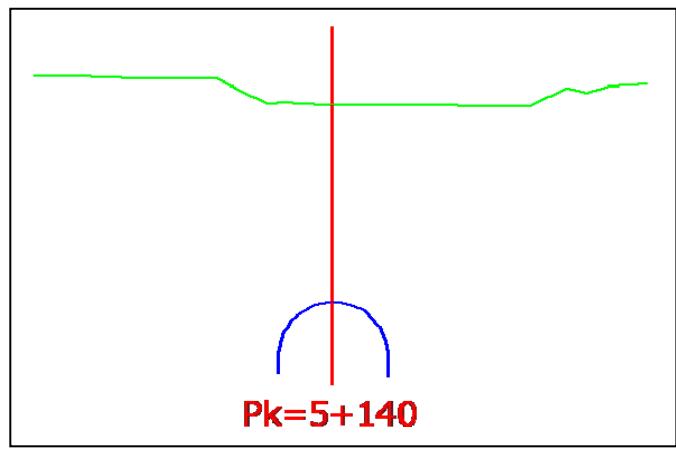
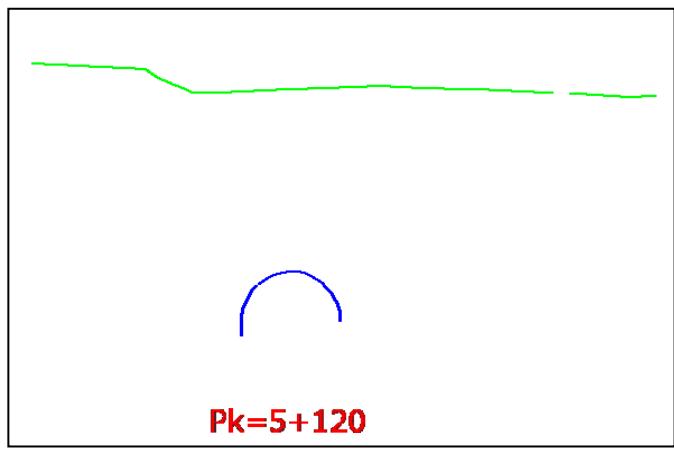
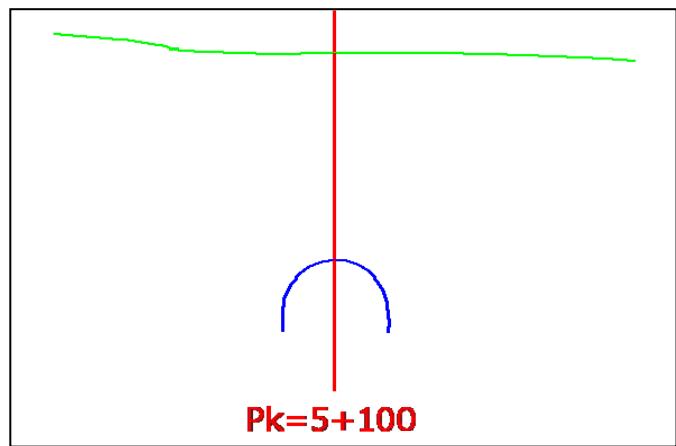
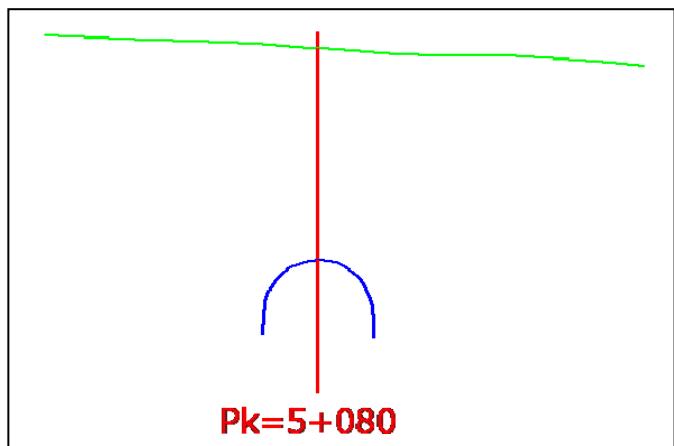
D'aquest treball s'ha obtingut informació per a poder redactar els apartats 2.1 i 2.2 de la memòria del capítol 3 del treball. També ha sigut d'utilitat per a redactar el capítol 3 de la memòria, gràcies als capítols 6 i 7 del treball.

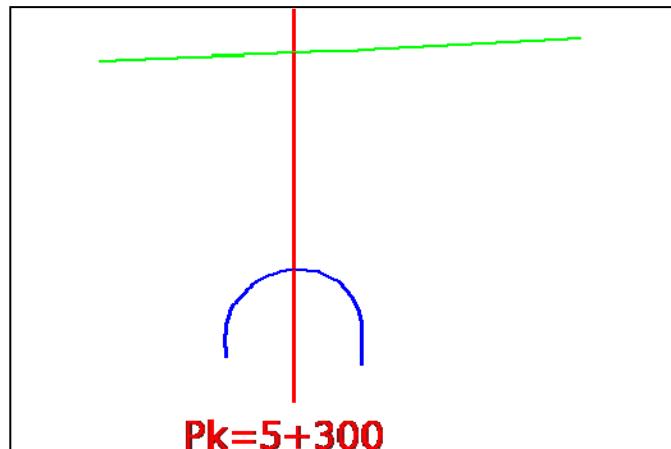
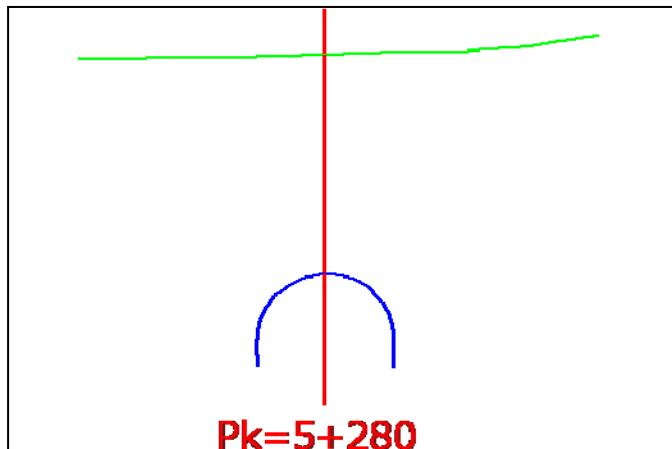
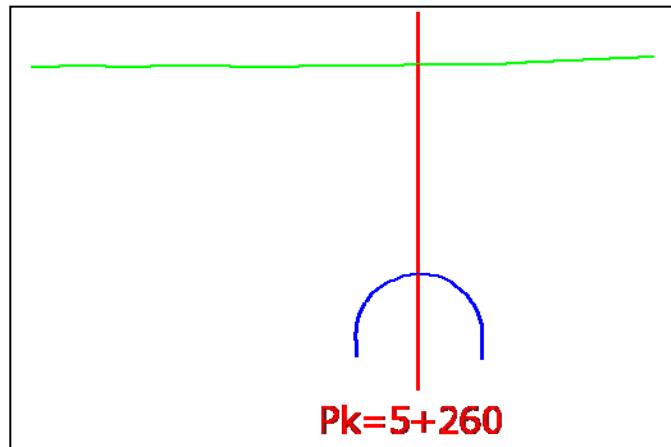
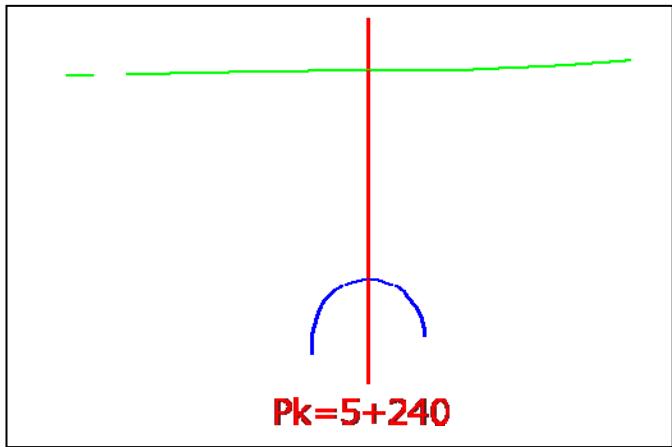
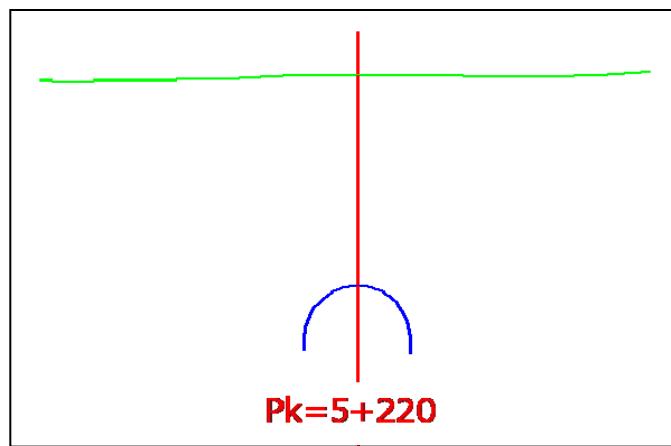
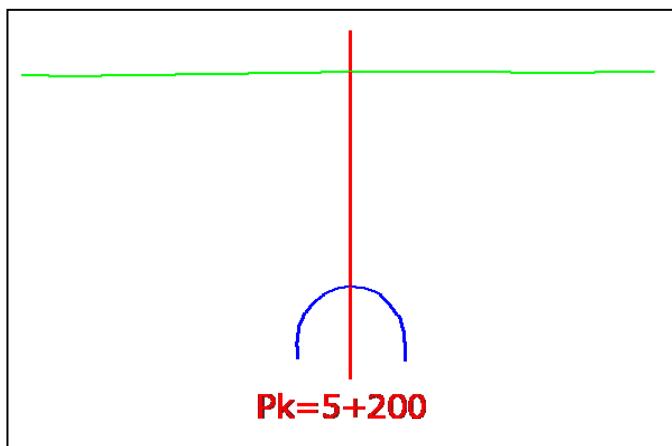
ANNEX I

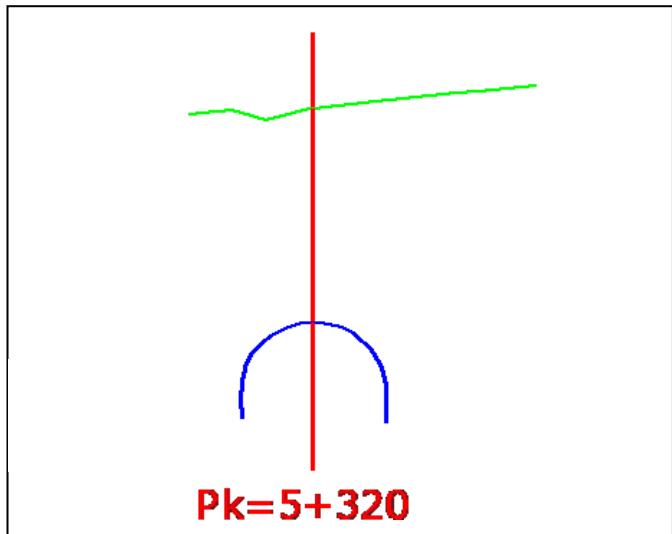
Perfils del terreny sencer a AutoCAD,
perfils dels quals se n'han extret les dades
numèriques

Seguidament s'han posat tots els perfils del terreny del qual es vol treure un tros de terra de sobre i dels quals se n'han extret totes les dades numèriques que han servit per a fer tots els càlculs.









ANNEX II

Taula amb els càlculs de l'adequació de les
dades de cada punt quilomètric

PK 5+020

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
247.8333	1,989.7986	0.0000	-24.3119	1,989.7986	18.3927	9.7327	9.7316
251.9064	1,989.6263	0.0000	-20.2388	1,989.6263	18.2204	9.5604	9.5593
256.8679	1,986.4191	0.0000	-15.2773	1,986.4191	15.0132	6.3532	6.3525
257.9062	1,985.7463	0.0000	-14.2390	1,985.7463	14.3404	5.6804	5.6798
258.0506	1,985.7466	0.0000	-14.0946	1,985.7466	14.3407	5.6807	5.6801
261.7204	1,985.6914	0.0000	-10.4248	1,985.6914	14.2855	5.6255	5.6249
266.6585	1,985.6839	0.0000	-5.4867	1,985.6839	14.2780	5.6180	5.6174
266.7650	1,985.6819	0.0000	-5.3802	1,985.6819	14.2760	5.6160	5.6154
267.0567	1,985.6835	0.0000	-5.0885	1,985.6835	14.2776	5.6176	5.6170
271.3538	1,985.4037	0.0000	-0.7914	1,985.4037	13.9978	5.3378	5.3372
271.9519	1,985.3660	0.0000	-0.1933	1,985.3660	13.9601	5.3001	5.2995
272.1164	1,985.3569	0.0000	-0.0288	1,985.3569	13.9510	5.2910	5.2904
272.1452	1,985.3559	0.0000	0.0000	1,985.3559	13.9500	5.2900	5.2894
277.3117	1,985.1777	0.0000	5.1665	1,985.1777	13.7718	5.1118	5.1112
277.8074	1,985.1673	0.0000	5.6622	1,985.1673	13.7614	5.1014	5.1008
280.4231	1,985.0814	0.0000	8.2779	1,985.0814	13.6755	5.0155	5.0149
282.2227	1,985.0649	0.0000	10.0775	1,985.0649	13.6590	4.9990	4.9984
284.9902	1,984.8927	0.0000	12.8450	1,984.8927	13.4868	4.8268	4.8263
288.1943	1,984.6259	0.0000	16.0491	1,984.6259	13.2200	4.5600	4.5595
293.0096	1,984.0795	0.0000	20.8644	1,984.0795	12.6736	4.0136	4.0132
294.2905	1,983.5383	0.0000	22.1453	1,983.5383	12.1324	3.4724	3.4720
296.2789	1,982.4307	0.0000	24.1337	1,982.4307	11.0248	2.3648	2.3645

PK 5+040

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
245.9782	1,951.0985	0.0000	-26.1670	1,951.0985	18.9134	10.2534	10.2523
250.5906	1,951.0415	0.0000	-21.5546	1,951.0415	18.8564	10.1964	10.1953
251.3764	1,951.0059	0.0000	-20.7688	1,951.0059	18.8208	10.1608	10.1597
260.1949	1,951.3738	0.0000	-11.9503	1,951.3738	19.1887	10.5287	10.5275
260.3179	1,951.3020	0.0000	-11.8273	1,951.3020	19.1169	10.4569	10.4557
266.6301	1,947.6527	0.0000	-5.5151	1,947.6527	15.4676	6.8076	6.8068
266.9530	1,947.5230	0.0000	-5.1922	1,947.5230	15.3379	6.6779	6.6772
267.1087	1,947.3827	0.0000	-5.0365	1,947.3827	15.1976	6.5376	6.5369
272.0079	1,947.0249	0.0000	-0.1373	1,947.0249	14.8398	6.1798	6.1791
272.1084	1,947.0175	0.0000	-0.0368	1,947.0175	14.8324	6.1724	6.1717
272.1452	1,947.0151	0.0000	0.0000	1,947.0151	14.8300	6.1700	6.1693
277.2273	1,946.6854	0.0000	5.0821	1,946.6854	14.5003	5.8403	5.8397
278.7721	1,946.6463	0.0000	6.6269	1,946.6463	14.4612	5.8012	5.8006
280.0029	1,946.6580	0.0000	7.8577	1,946.6580	14.4729	5.8129	5.8123
282.2544	1,946.7228	0.0000	10.1092	1,946.7228	14.5377	5.8777	5.8770
285.5331	1,946.5003	0.0000	13.3879	1,946.5003	14.3152	5.6552	5.6546
289.5563	1,946.2829	0.0000	17.4111	1,946.2829	14.0978	5.4378	5.4372
291.8930	1,946.1183	0.0000	19.7478	1,946.1183	13.9332	5.2732	5.2726
296.2789	1,945.8470	0.0000	24.1337	1,945.8470	13.6619	5.0019	5.0013

PK 5+060

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
252.5691	1,906.8041	0.0000	-19.5761	1,906.8041	18.1772	9.5172	9.5161
254.6188	1,906.5397	0.0000	-17.5264	1,906.5397	17.9128	9.2528	9.2518
258.5015	1,906.0970	0.0000	-13.6437	1,906.0970	17.4701	8.8101	8.8091
260.1335	1,905.9371	0.0000	-12.0117	1,905.9371	17.3102	8.6502	8.6492
261.1618	1,905.8561	0.0000	-10.9834	1,905.8561	17.2292	8.5692	8.5682
263.8342	1,905.6750	0.0000	-8.3110	1,905.6750	17.0481	8.3881	8.3872
266.8407	1,905.1988	0.0000	-5.3045	1,905.1988	16.5719	7.9119	7.9110
266.9555	1,905.1183	0.0000	-5.1897	1,905.1183	16.4914	7.8314	7.8305
267.0628	1,905.0840	0.0000	-5.0824	1,905.0840	16.4571	7.7971	7.7962
267.5707	1,904.9668	0.0000	-4.5745	1,904.9668	16.3399	7.6799	7.6790
272.0119	1,904.3170	0.0000	-0.1333	1,904.3170	15.6901	7.0301	7.0293
272.0672	1,904.3076	0.0000	-0.0780	1,904.3076	15.6807	7.0207	7.0199
272.1452	1,904.3069	0.0000	0.0000	1,904.3069	15.6800	7.0200	7.0192
272.7425	1,904.3015	0.0000	0.5973	1,904.3015	15.6746	7.0146	7.0138
277.3818	1,904.2840	0.0000	5.2366	1,904.2840	15.6571	6.9971	6.9963
280.6160	1,904.2176	0.0000	8.4708	1,904.2176	15.5907	6.9307	6.9299
282.5244	1,904.1741	0.0000	10.3792	1,904.1741	15.5472	6.8872	6.8864
282.7913	1,904.1672	0.0000	10.6461	1,904.1672	15.5403	6.8803	6.8795
282.8852	1,904.1640	0.0000	10.7400	1,904.1640	15.5371	6.8771	6.8763
288.9465	1,903.7560	0.0000	16.8013	1,903.7560	15.1291	6.4691	6.4684
295.4153	1,903.2910	0.0000	23.2701	1,903.2910	14.6641	6.0041	6.0034
299.3375	1,903.0623	0.0000	27.1923	1,903.0623	14.4354	5.7754	5.7748

PK 5+080

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
306.5278	1,990.4391	0.0000	-22.7306	1,990.4391	17.5398	8.8798	8.8788
314.9687	1,990.1183	0.0000	-14.2897	1,990.1183	17.2190	8.5590	8.5581
319.1868	1,989.9533	0.0000	-10.0716	1,989.9533	17.0540	8.3940	8.3931
320.9571	1,989.8849	0.0000	-8.3013	1,989.8849	16.9856	8.3256	8.3247
324.0768	1,989.7347	0.0000	-5.1816	1,989.7347	16.8354	8.1754	8.1745
328.5931	1,989.4097	0.0000	-0.6653	1,989.4097	16.5104	7.8504	7.8495
329.1000	1,989.3703	0.0000	-0.1584	1,989.3703	16.4710	7.8110	7.8101
329.1768	1,989.3652	0.0000	-0.0816	1,989.3652	16.4659	7.8059	7.8050
329.2584	1,989.3593	0.0000	0.0000	1,989.3593	16.4600	7.8000	7.7991
329.5116	1,989.3410	0.0000	0.2532	1,989.3410	16.4417	7.7817	7.7808
335.8683	1,988.8944	0.0000	6.6099	1,988.8944	15.9951	7.3351	7.3343
339.4860	1,988.7763	0.0000	10.2276	1,988.7763	15.8770	7.2170	7.2162
344.0859	1,988.8414	0.0000	14.8275	1,988.8414	15.9421	7.2821	7.2813
345.0940	1,988.8303	0.0000	15.8356	1,988.8303	15.9310	7.2710	7.2702
346.4372	1,988.7453	0.0000	17.1788	1,988.7453	15.8460	7.1860	7.1852
349.6231	1,988.5053	0.0000	20.3647	1,988.5053	15.6060	6.9460	6.9452
353.6932	1,988.2343	0.0000	24.4348	1,988.2343	15.3350	6.6750	6.6743
356.4507	1,987.9487	0.0000	27.1923	1,987.9487	15.0494	6.3894	6.3887

PK 5+100

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
304.8833	1,944.0781	0.0000	-24.3751	1,944.0781	18.0025	9.3425	9.3415
310.4686	1,943.6583	0.0000	-18.7898	1,943.6583	17.5827	8.9227	8.9217
310.8769	1,943.6350	0.0000	-18.3815	1,943.6350	17.5594	8.8994	8.8984
311.0721	1,943.6267	0.0000	-18.1863	1,943.6267	17.5511	8.8911	8.8901
314.5459	1,942.9832	0.0000	-14.7125	1,942.9832	16.9076	8.2476	8.2467
314.9411	1,942.7895	0.0000	-14.3173	1,942.7895	16.7139	8.0539	8.0530
317.6723	1,942.6462	0.0000	-11.5861	1,942.6462	16.5706	7.9106	7.9097
321.3663	1,942.5486	0.0000	-7.8921	1,942.5486	16.4730	7.8130	7.8121
323.3769	1,942.4693	0.0000	-5.8815	1,942.4693	16.3937	7.7337	7.7328
329.1329	1,942.4954	0.0000	-0.1255	1,942.4954	16.4198	7.7598	7.7589
329.1674	1,942.4955	0.0000	-0.0910	1,942.4955	16.4199	7.7599	7.7590
329.1971	1,942.4951	0.0000	-0.0613	1,942.4951	16.4195	7.7595	7.7586
329.2584	1,942.4956	0.0000	0.0000	1,942.4956	16.4200	7.7600	7.7591
329.2991	1,942.4960	0.0000	0.0407	1,942.4960	16.4204	7.7604	7.7595
336.0935	1,942.5195	0.0000	6.8351	1,942.5195	16.4439	7.7839	7.7830
337.9347	1,942.5482	0.0000	8.6763	1,942.5482	16.4726	7.8126	7.8117
342.8090	1,942.4416	0.0000	13.5506	1,942.4416	16.3660	7.7060	7.7051
348.1561	1,942.2694	0.0000	18.8977	1,942.2694	16.1938	7.5338	7.5330
352.5891	1,942.0379	0.0000	23.3307	1,942.0379	15.9623	7.3023	7.3015
355.1840	1,941.8258	0.0000	25.9256	1,941.8258	15.7502	7.0902	7.0894

PK 5+120

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
304.8833	1,904.5314	0.0000	-24.3751	1,904.5314	18.2692	9.6092	9.6081
307.1948	1,904.4475	0.0000	-22.0636	1,904.4475	18.1853	9.5253	9.5242
315.6430	1,904.1249	0.0000	-13.6154	1,904.1249	17.8627	9.2027	9.2017
316.8125	1,903.1901	0.0000	-12.4459	1,903.1901	16.9279	8.2679	8.2670
320.0120	1,901.9282	0.0000	-9.2464	1,901.9282	15.6660	7.0060	7.0052
320.7155	1,901.9095	0.0000	-8.5429	1,901.9095	15.6473	6.9873	6.9865
322.6001	1,901.9235	0.0000	-6.6583	1,901.9235	15.6613	7.0013	7.0005
328.9735	1,902.2025	0.0000	-0.2849	1,902.2025	15.9403	7.2803	7.2795
329.1648	1,902.2106	0.0000	-0.0936	1,902.2106	15.9484	7.2884	7.2876
329.2495	1,902.2118	0.0000	-0.0089	1,902.2118	15.9496	7.2896	7.2888
329.2584	1,902.2122	0.0000	0.0000	1,902.2122	15.9500	7.2900	7.2892
329.3440	1,902.2157	0.0000	0.0856	1,902.2157	15.9535	7.2935	7.2927
335.2394	1,902.4159	0.0000	5.9810	1,902.4159	16.1537	7.4937	7.4929
337.5132	1,902.4989	0.0000	8.2548	1,902.4989	16.2367	7.5767	7.5759
341.7309	1,902.3300	0.0000	12.4725	1,902.3300	16.0678	7.4078	7.4070
345.7623	1,902.1671	0.0000	16.5039	1,902.1671	15.9049	7.2449	7.2441
346.8585	1,902.1510	0.0000	17.6001	1,902.1510	15.8888	7.2288	7.2280
353.1621	1,901.8541	0.0000	23.9037	1,901.8541	15.5919	6.9319	6.9311
360.9377	1,901.3866	0.0000	31.6793	1,901.3866	15.1244	6.4644	6.4637
363.5151	1,901.5042	0.0000	34.2567	1,901.5042	15.2420	6.5820	6.5813

PK 5+140

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
432.0212	1,972.6624	0.0000	-25.0849	1,972.6624	17.8015	9.1415	9.1405
435.4442	1,972.5960	0.0000	-21.6619	1,972.5960	17.7351	9.0751	9.0741
440.5879	1,972.4528	0.0000	-16.5182	1,972.4528	17.5919	8.9319	8.9309
445.1525	1,972.3993	0.0000	-11.9536	1,972.3993	17.5384	8.8784	8.8774
447.2987	1,972.4265	0.0000	-9.8074	1,972.4265	17.5656	8.9056	8.9046
449.6189	1,971.1508	0.0000	-7.4872	1,971.1508	16.2899	7.6299	7.6291
451.5859	1,970.3078	0.0000	-5.5202	1,970.3078	15.4469	6.7869	6.7861
451.8712	1,970.3040	0.0000	-5.2349	1,970.3040	15.4431	6.7831	6.7823
452.9438	1,970.3140	0.0000	-4.1623	1,970.3140	15.4531	6.7931	6.7923
456.4322	1,970.1512	0.0000	-0.6739	1,970.1512	15.2903	6.6303	6.6296
457.1061	1,970.1509	0.0000	0.0000	1,970.1509	15.2900	6.6300	6.6293
463.1771	1,970.1478	0.0000	6.0710	1,970.1478	15.2869	6.6269	6.6262
463.1817	1,970.1479	0.0000	6.0756	1,970.1479	15.2870	6.6270	6.6263
463.1841	1,970.1478	0.0000	6.0780	1,970.1478	15.2869	6.6269	6.6262
471.8536	1,970.0520	0.0000	14.7475	1,970.0520	15.1911	6.5311	6.5304
473.5521	1,970.0437	0.0000	16.4460	1,970.0437	15.1828	6.5228	6.5221
476.8124	1,971.5629	0.0000	19.7063	1,971.5629	16.7020	8.0420	8.0411
478.5028	1,971.1141	0.0000	21.3967	1,971.1141	16.2532	7.5932	7.5924
480.3691	1,971.7805	0.0000	23.2630	1,971.7805	16.9196	8.2596	8.2587
483.4452	1,971.9115	0.0000	26.3391	1,971.9115	17.0506	8.3906	8.3897

PK 5+160

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
432.0212	1,936.6604	0.0000	-25.0849	1,936.6604	17.8222	9.1622	9.1612
435.4490	1,936.6658	0.0000	-21.6571	1,936.6658	17.8276	9.1676	9.1666
436.5387	1,936.6078	0.0000	-20.5674	1,936.6078	17.7696	9.1096	9.1086
440.3122	1,936.5320	0.0000	-16.7939	1,936.5320	17.6938	9.0338	9.0328
445.0497	1,936.3722	0.0000	-12.0564	1,936.3722	17.5340	8.8740	8.8730
451.2365	1,936.3535	0.0000	-5.8696	1,936.3535	17.5153	8.8553	8.8543
451.7632	1,936.3410	0.0000	-5.3429	1,936.3410	17.5028	8.8428	8.8418
452.0022	1,936.3416	0.0000	-5.1039	1,936.3416	17.5034	8.8434	8.8424
452.5590	1,936.3468	0.0000	-4.5471	1,936.3468	17.5086	8.8486	8.8476
457.1061	1,936.4382	0.0000	0.0000	1,936.4382	17.6000	8.9400	8.9390
457.1480	1,936.4391	0.0000	0.0419	1,936.4391	17.6009	8.9409	8.9399
457.9818	1,936.4381	0.0000	0.8757	1,936.4381	17.5999	8.9399	8.9389
462.0551	1,936.4362	0.0000	4.9490	1,936.4362	17.5980	8.9380	8.9370
462.2088	1,936.4317	0.0000	5.1027	1,936.4317	17.5935	8.9335	8.9325
462.4825	1,936.4200	0.0000	5.3764	1,936.4200	17.5818	8.9218	8.9208
465.2764	1,936.3334	0.0000	8.1703	1,936.3334	17.4952	8.8352	8.8342
472.4770	1,936.4164	0.0000	15.3709	1,936.4164	17.5782	8.9182	8.9172
474.4060	1,936.4393	0.0000	17.2999	1,936.4393	17.6011	8.9411	8.9401
475.3067	1,936.4071	0.0000	18.2006	1,936.4071	17.5689	8.9089	8.9079
479.6007	1,936.2602	0.0000	22.4946	1,936.2602	17.4220	8.7620	8.7610
479.6081	1,936.2603	0.0000	22.5020	1,936.2603	17.4221	8.7621	8.7611

PK 5+180

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
429.0535	1,894.9473	0.0000	-28.0526	1,894.9473	17.5563	8.8963	8.8953
429.5247	1,894.9136	0.0000	-27.5814	1,894.9136	17.5226	8.8626	8.8616
430.9852	1,894.9159	0.0000	-26.1209	1,894.9159	17.5249	8.8649	8.8639
431.7436	1,894.9224	0.0000	-25.3625	1,894.9224	17.5314	8.8714	8.8704
434.6084	1,894.8865	0.0000	-22.4977	1,894.8865	17.4955	8.8355	8.8345
441.7401	1,894.8486	0.0000	-15.3660	1,894.8486	17.4576	8.7976	8.7966
444.2865	1,894.8110	0.0000	-12.8196	1,894.8110	17.4200	8.7600	8.7590
451.1166	1,894.8541	0.0000	-5.9895	1,894.8541	17.4631	8.8031	8.8021
457.0671	1,894.9406	0.0000	-0.0390	1,894.9406	17.5496	8.8896	8.8886
457.1061	1,894.9410	0.0000	0.0000	1,894.9410	17.5500	8.8900	8.8890
457.1122	1,894.9412	0.0000	0.0061	1,894.9412	17.5502	8.8902	8.8892
457.1200	1,894.9412	0.0000	0.0139	1,894.9412	17.5502	8.8902	8.8892
457.1571	1,894.9416	0.0000	0.0510	1,894.9416	17.5506	8.8906	8.8896
457.2548	1,894.9424	0.0000	0.1487	1,894.9424	17.5514	8.8914	8.8904
462.2859	1,894.9776	0.0000	5.1798	1,894.9776	17.5866	8.9266	8.9256
464.3112	1,894.9860	0.0000	7.2051	1,894.9860	17.5950	8.9350	8.9340
466.6586	1,894.9901	0.0000	9.5525	1,894.9901	17.5991	8.9391	8.9381
468.0794	1,894.9820	0.0000	10.9733	1,894.9820	17.5910	8.9310	8.9300
476.1452	1,894.8353	0.0000	19.0391	1,894.8353	17.4443	8.7843	8.7833
478.1344	1,894.7987	0.0000	21.0283	1,894.7987	17.4077	8.7477	8.7467

PK 5+200

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
492.9369	1,970.7174	0.0000	-28.4870	1,970.7174	17.1009	8.4409	8.4400
493.8018	1,970.7382	0.0000	-27.6221	1,970.7382	17.1217	8.4617	8.4608
496.6136	1,970.6840	0.0000	-24.8103	1,970.6840	17.0675	8.4075	8.4066
515.5926	1,970.9861	0.0000	-5.8313	1,970.9861	17.3696	8.7096	8.7086
516.1180	1,970.9965	0.0000	-5.3059	1,970.9965	17.3800	8.7200	8.7190
521.3601	1,971.0064	0.0000	-0.0638	1,971.0064	17.3899	8.7299	8.7289
521.3972	1,971.0064	0.0000	-0.0267	1,971.0064	17.3899	8.7299	8.7289
521.3995	1,971.0064	0.0000	-0.0244	1,971.0064	17.3899	8.7299	8.7289
521.4035	1,971.0064	0.0000	-0.0204	1,971.0064	17.3899	8.7299	8.7289
521.4239	1,971.0065	0.0000	0.0000	1,971.0065	17.3900	8.7300	8.7290
527.0794	1,971.0372	0.0000	5.6555	1,971.0372	17.4207	8.7607	8.7597
529.8059	1,971.0151	0.0000	8.3820	1,971.0151	17.3986	8.7386	8.7376
540.4483	1,970.9332	0.0000	19.0244	1,970.9332	17.3167	8.6567	8.6557
544.3462	1,971.0085	0.0000	22.9223	1,971.0085	17.3920	8.7320	8.7310
546.8255	1,971.0668	0.0000	25.4016	1,971.0668	17.4503	8.7903	8.7893
547.5817	1,971.0525	0.0000	26.1578	1,971.0525	17.4360	8.7760	8.7750

PK 5+220

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
494.0976	1,927.5738	0.0000	-27.3263	1,927.5738	16.4889	7.8289	7.8280
496.1656	1,927.5370	0.0000	-25.2583	1,927.5370	16.4521	7.7921	7.7912
501.3655	1,927.6203	0.0000	-20.0584	1,927.6203	16.5354	7.8754	7.8745
510.2215	1,927.6701	0.0000	-11.2024	1,927.6701	16.5852	7.9252	7.9243
515.8450	1,927.9821	0.0000	-5.5789	1,927.9821	16.8972	8.2372	8.2363
516.3915	1,928.0100	0.0000	-5.0324	1,928.0100	16.9251	8.2651	8.2642
521.4239	1,928.0449	0.0000	0.0000	1,928.0449	16.9600	8.3000	8.2991
521.4641	1,928.0451	0.0000	0.0402	1,928.0451	16.9602	8.3002	8.2993
521.4769	1,928.0451	0.0000	0.0530	1,928.0451	16.9602	8.3002	8.2993
521.6186	1,928.0451	0.0000	0.1947	1,928.0451	16.9602	8.3002	8.2993
526.7358	1,928.0305	0.0000	5.3119	1,928.0305	16.9456	8.2856	8.2847
528.7711	1,927.9616	0.0000	7.3472	1,927.9616	16.8767	8.2167	8.2158
531.9842	1,927.9334	0.0000	10.5603	1,927.9334	16.8485	8.1885	8.1876
537.9096	1,927.9324	0.0000	16.4857	1,927.9324	16.8475	8.1875	8.1866
542.0793	1,928.0501	0.0000	20.6554	1,928.0501	16.9652	8.3052	8.3043
546.4776	1,928.2698	0.0000	25.0537	1,928.2698	17.1849	8.5249	8.5240

PK 5+240

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
495.5339	1,891.6124	0.0000	-25.8900	1,891.6124	15.7958	7.1358	7.1350
497.1732	1,891.5665	0.0000	-24.2507	1,891.5665	15.7499	7.0899	7.0891
502.7862	1,891.6884	0.0000	-18.6377	1,891.6884	15.8718	7.2118	7.2110
507.1324	1,891.7954	0.0000	-14.2915	1,891.7954	15.9788	7.3188	7.3180
512.5905	1,891.9569	0.0000	-8.8334	1,891.9569	16.1403	7.4803	7.4795
514.0094	1,891.9473	0.0000	-7.4145	1,891.9473	16.1307	7.4707	7.4699
518.6980	1,892.0680	0.0000	-2.7259	1,892.0680	16.2514	7.5914	7.5906
521.4239	1,892.0566	0.0000	0.0000	1,892.0566	16.2400	7.5800	7.5792
527.9155	1,892.0295	0.0000	6.4916	1,892.0295	16.2129	7.5529	7.5521
528.4790	1,891.9959	0.0000	7.0551	1,891.9959	16.1793	7.5193	7.5185
529.0356	1,892.0277	0.0000	7.6117	1,892.0277	16.2111	7.5511	7.5503
530.9330	1,892.1010	0.0000	9.5091	1,892.1010	16.2844	7.6244	7.6236
535.6938	1,892.3252	0.0000	14.2699	1,892.3252	16.5086	7.8486	7.8477
537.7927	1,892.4031	0.0000	16.3688	1,892.4031	16.5865	7.9265	7.9256
541.9555	1,892.6933	0.0000	20.5316	1,892.6933	16.8767	8.2167	8.2158
542.9312	1,892.7745	0.0000	21.5073	1,892.7745	16.9579	8.2979	8.2970

PK 5+260

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
554.3672	1,972.4256	0.0000	-30.9816	1,972.4256	15.7792	7.1192	7.1184
554.6048	1,972.4807	0.0000	-30.7440	1,972.4807	15.8343	7.1743	7.1735
558.5296	1,972.5109	0.0000	-26.8192	1,972.5109	15.8645	7.2045	7.2037
562.0059	1,972.4830	0.0000	-23.3429	1,972.4830	15.8366	7.1766	7.1758
565.9613	1,972.4978	0.0000	-19.3875	1,972.4978	15.8514	7.1914	7.1906
574.2920	1,972.4729	0.0000	-11.0568	1,972.4729	15.8265	7.1665	7.1657
574.9041	1,972.4761	0.0000	-10.4447	1,972.4761	15.8297	7.1697	7.1689
576.6075	1,972.5407	0.0000	-8.7413	1,972.5407	15.8943	7.2343	7.2335
582.9126	1,972.5590	0.0000	-2.4362	1,972.5590	15.9126	7.2526	7.2518
585.3488	1,972.5964	0.0000	0.0000	1,972.5964	15.9500	7.2900	7.2892
591.3945	1,972.6890	0.0000	6.0457	1,972.6890	16.0426	7.3826	7.3818
591.6721	1,972.6891	0.0000	6.3233	1,972.6891	16.0427	7.3827	7.3819
591.9502	1,972.6907	0.0000	6.6014	1,972.6907	16.0443	7.3843	7.3835
592.7258	1,972.7356	0.0000	7.3770	1,972.7356	16.0892	7.4292	7.4284
604.0333	1,973.2759	0.0000	18.6845	1,973.2759	16.6295	7.9695	7.9686

PK 5+280

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
567.1168	1,935.3698	0.0000	-18.2320	1,935.3698	15.1697	6.5097	6.5090
569.9371	1,935.3566	0.0000	-15.4117	1,935.3566	15.1565	6.4965	6.4958
574.3618	1,935.4220	0.0000	-10.9870	1,935.4220	15.2219	6.5619	6.5612
576.5654	1,935.4732	0.0000	-8.7834	1,935.4732	15.2731	6.6131	6.6124
576.8321	1,935.4745	0.0000	-8.5167	1,935.4745	15.2744	6.6144	6.6137
577.4982	1,935.4976	0.0000	-7.8506	1,935.4976	15.2975	6.6375	6.6368
578.4976	1,935.4991	0.0000	-6.8512	1,935.4991	15.2990	6.6390	6.6383
585.3488	1,935.6901	0.0000	0.0000	1,935.6901	15.4900	6.8300	6.8292
590.8926	1,935.8446	0.0000	5.5438	1,935.8446	15.6445	6.9845	6.9837
591.6515	1,935.8491	0.0000	6.3027	1,935.8491	15.6490	6.9890	6.9882
595.4898	1,935.9104	0.0000	10.1410	1,935.9104	15.7103	7.0503	7.0495
596.1539	1,935.9290	0.0000	10.8051	1,935.9290	15.7289	7.0689	7.0681
597.3814	1,936.0269	0.0000	12.0326	1,936.0269	15.8268	7.1668	7.1660
600.4820	1,936.2877	0.0000	15.1332	1,936.2877	16.0876	7.4276	7.4268
602.0512	1,936.5412	0.0000	16.7024	1,936.5412	16.3411	7.6811	7.6802
605.4507	1,937.0278	0.0000	20.1019	1,937.0278	16.8277	8.1677	8.1668

PK 5+300

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
570.9811	1,891.8664	0.0000	-14.3677	1,891.8664	14.5750	5.9150	5.9143
571.0676	1,891.8738	0.0000	-14.2812	1,891.8738	14.5824	5.9224	5.9217
575.5114	1,892.0713	0.0000	-9.8374	1,892.0713	14.7799	6.1199	6.1192
578.0103	1,892.1447	0.0000	-7.3385	1,892.1447	14.8533	6.1933	6.1926
585.3488	1,892.4114	0.0000	0.0000	1,892.4114	15.1200	6.4600	6.4593
587.8036	1,892.5006	0.0000	2.4548	1,892.5006	15.2092	6.5492	6.5485
589.3928	1,892.5543	0.0000	4.0440	1,892.5543	15.2629	6.6029	6.6022
589.7080	1,892.5686	0.0000	4.3592	1,892.5686	15.2772	6.6172	6.6165
590.4106	1,892.6088	0.0000	5.0618	1,892.6088	15.3174	6.6574	6.6567
606.3889	1,893.4665	0.0000	21.0401	1,893.4665	16.1751	7.5151	7.5143

PK 5+320

X AutoCAD	Y AutoCAD	Z AutoCAD	X adequada		H que va des del túnel fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc per on es vol anivellar el terreny fins al nivell de superfície del terra	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel
910.6112	1,906.8524	0.0000	-8.4949	1,906.8524	13.5896	4.9296	4.9291
913.4098	1,907.1785	0.0000	-5.6963	1,907.1785	13.9157	5.2557	5.2551
915.8346	1,906.4181	0.0000	-3.2715	1,906.4181	13.1553	4.4953	4.4948
917.0302	1,906.7843	0.0000	-2.0759	1,906.7843	13.5215	4.8615	4.8610
918.8251	1,907.2122	0.0000	-0.2810	1,907.2122	13.9494	5.2894	5.2888
919.1061	1,907.2428	0.0000	0.0000	1,907.2428	13.9800	5.3200	5.3194
924.2838	1,907.8058	0.0000	5.1777	1,907.8058	14.5430	5.8830	5.8823
928.8684	1,908.3859	0.0000	9.7623	1,908.3859	15.1231	6.4631	6.4624
930.4189	1,908.4940	0.0000	11.3128	1,908.4940	15.2312	6.5712	6.5705
934.4360	1,908.8158	0.0000	15.3299	1,908.8158	15.5530	6.8930	6.8922

ANNEX III

Taula amb els càlculs de les àrees dels trapezis definits per els punts presos pels topògrafs de cada punt quilomètric

PK 5+020		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-24.3119	9.7316	–
-20.2388	9.5593	39.2870
-15.2773	6.3525	39.4733
-14.2390	5.6798	6.2466
-14.0946	5.6801	0.8202
-10.4248	5.6249	20.7434
-5.4867	5.6174	27.7577
-5.3802	5.6154	0.5981
-5.0885	5.6170	1.6382
-0.7914	5.3372	23.5356
-0.1933	5.2995	3.1809
-0.0288	5.2904	0.8710
0.0000	5.2894	0.1523
5.1665	5.1112	26.8675
5.6622	5.1008	2.5311
8.2779	5.0149	13.2299
10.0775	4.9984	9.0100
12.8450	4.8263	13.5949
16.0491	4.5595	15.0365
20.8644	4.0132	20.6399
22.1453	3.4720	4.7939
24.1337	2.3645	5.8027

Àrea total=	275.8108
-------------	----------

PK 5+040		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-26.1670	10.2523	–
-21.5546	10.1953	47.1561
-20.7688	10.1597	7.9975
-11.9503	10.5275	91.2151
-11.8273	10.4557	1.2905
-5.5151	6.8068	54.4824
-5.1922	6.6772	2.1770
-5.0365	6.5369	1.0287
-0.1373	6.1791	31.1491
-0.0368	6.1717	0.6206
0.0000	6.1693	0.2271
5.0821	5.8397	30.5154
6.6269	5.8006	8.9909
7.8577	5.8123	7.1465
10.1092	5.8770	13.1592
13.3879	5.6546	18.9044
17.4111	5.4372	22.3122
19.7478	5.2726	12.5128
24.1337	5.0013	22.5303

Àrea total=	373.4157
-------------	----------

PK 5+060		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-19.5761	9.5161	–
-17.5264	9.2518	19.2343
-13.6437	8.8091	35.0625
-12.0117	8.6492	14.2460
-10.9834	8.5682	8.8524
-8.3110	8.3872	22.6558
-5.3045	7.9110	24.5003
-5.1897	7.8305	0.9036
-5.0824	7.7962	0.8384
-4.5745	7.6790	3.9299
-0.1333	7.0293	32.6614
-0.0780	7.0199	0.3885
0.0000	7.0192	0.5475
0.5973	7.0138	4.1910
5.2366	6.9963	32.4986
8.4708	6.9299	22.5201
10.3792	6.8864	13.1836
10.6461	6.8795	1.8371
10.7400	6.8763	0.6458
16.8013	6.4684	40.4432
23.2701	6.0034	40.3388
27.1923	5.7748	23.0982

Àrea total=	342.5770
-------------	----------

PK 5+080		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-22.7306	8.8788	–
-14.2897	8.5581	73.5914
-10.0716	8.3931	35.7508
-8.3013	8.3247	14.7977
-5.1816	8.1745	25.7362
-0.6653	7.8495	36.1846
-0.1584	7.8101	3.9689
-0.0816	7.8050	0.5996
0.0000	7.7991	0.6367
0.2532	7.7808	1.9724
6.6099	7.3343	48.0411
10.2276	7.2162	26.3196
14.8275	7.2813	33.3435
15.8356	7.2702	7.3347
17.1788	7.1852	9.7082
20.3647	6.9452	22.5091
24.4348	6.6743	27.7163
27.1923	6.3887	18.0105

Àrea total=	386.2216
-------------	----------

PK 5+100		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-24.3751	9.3415	–
-18.7898	8.9217	51.0026
-18.3815	8.8984	3.6380
-18.1863	8.8901	1.7362
-14.7125	8.2467	29.7649
-14.3173	8.0530	3.2208
-11.5861	7.9097	21.7987
-7.8921	7.8121	29.0383
-5.8815	7.7328	15.6274
-0.1255	7.7589	44.5853
-0.0910	7.7590	0.2677
-0.0613	7.7586	0.2304
0.0000	7.7591	0.4756
0.0407	7.7595	0.3158
6.8351	7.7830	52.8012
8.6763	7.8117	14.3565
13.5506	7.7051	37.8170
18.8977	7.5330	40.7398
23.3307	7.3015	32.8806
25.9256	7.0894	18.6715

Àrea total= 398.9684

PK 5+120		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-24.3751	9.6081	–
-22.0636	9.5242	22.1122
-13.6154	9.2017	79.1002
-12.4459	8.2670	10.2148
-9.2464	7.0052	24.4317
-8.5429	6.9865	4.9216
-6.6583	7.0005	13.1800
-0.2849	7.2795	45.5061
-0.0936	7.2876	1.3933
-0.0089	7.2888	0.6173
0.0000	7.2892	0.0649
0.0856	7.2927	0.6241
5.9810	7.4929	43.5834
8.2548	7.5759	17.1316
12.4725	7.4070	31.5966
16.5039	7.2441	29.5322
17.6001	7.2280	7.9322
23.9037	6.9311	44.6267
31.6793	6.4637	52.0764
34.2567	6.5813	16.8110

Àrea total= 445.4563

PK 5+140		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-25.0849	9.1405	–
-21.6619	9.0741	31.1743
-16.5182	8.9309	46.3062
-11.9536	8.8774	40.6439
-9.8074	8.9046	19.0819
-7.4872	7.6291	19.1807
-5.5202	6.7861	14.1773
-5.2349	6.7823	1.9355
-4.1623	6.7923	7.2801
-0.6739	6.6296	23.4105
0.0000	6.6293	4.4676
6.0710	6.6262	40.2369
6.0756	6.6263	0.0305
6.0780	6.6262	0.0159
14.7475	6.5304	57.0303
16.4460	6.5221	11.0848
19.7063	8.0411	23.7402
21.3967	7.5924	13.2134
23.2630	8.2587	14.7914
26.3391	8.3897	25.6060
Àrea total=		393.4073

PK 5+160		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-25.0849	9.1612	–
-21.6571	9.1666	31.4120
-20.5674	9.1086	9.9572
-16.7939	9.0328	34.2283
-12.0564	8.8730	42.4144
-5.8696	8.8543	54.8377
-5.3429	8.8418	4.6603
-5.1039	8.8424	2.1133
-4.5471	8.8476	4.9249
0.0000	8.9390	40.4388
0.0419	8.9399	0.3746
0.8757	8.9389	7.4537
4.9490	8.9370	36.4070
5.1027	8.9325	1.3733
5.3764	8.9208	2.4432
8.1703	8.8342	24.8029
15.3709	8.9172	63.9105
17.2999	8.9401	17.2234
18.2006	8.9079	8.0379
22.4946	8.7610	37.9352
22.5020	8.7611	0.0648
Àrea total=		425.0132

PK 5+180		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-28.0526	8.8953	—
-27.5814	8.8616	4.1835
-26.1209	8.8639	12.9441
-25.3625	8.8704	6.7249
-22.4977	8.8345	25.3605
-15.3660	8.7966	62.8700
-12.8196	8.7590	22.3519
-5.9895	8.8021	59.9722
-0.0390	8.8886	52.6344
0.0000	8.8890	0.3467
0.0061	8.8892	0.0542
0.0139	8.8892	0.0693
0.0510	8.8896	0.3298
0.1487	8.8904	0.8686
5.1798	8.9256	44.8171
7.2051	8.9340	18.0855
9.5525	8.9381	20.9765
10.9733	8.9300	12.6935
19.0391	8.7833	71.4361
21.0283	8.7467	17.4354

Àrea total=	434.1542
-------------	----------

PK 5+200		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-28.4870	8.4400	—
-27.6221	8.4608	7.3087
-24.8103	8.4066	23.7138
-5.8313	8.7086	162.4147
-5.3059	8.7190	4.5782
-0.0638	8.7289	45.7320
-0.0267	8.7289	0.3238
-0.0244	8.7289	0.0201
-0.0204	8.7289	0.0349
0.0000	8.7290	0.1781
5.6555	8.7597	49.4538
8.3820	8.7376	23.8533
19.0244	8.6557	92.5536
22.9223	8.7310	33.8859
25.4016	8.7893	21.7191
26.1578	8.7750	6.6411

Àrea total=	472.4112
-------------	----------

PK 5+220		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-27.3263	7.8280	–
-25.2583	7.7912	16.1503
-20.0584	7.8745	40.7302
-11.2024	7.9243	69.9573
-5.5789	8.2363	45.4396
-5.0324	8.2642	4.5088
0.0000	8.2991	41.6765
0.0402	8.2993	0.3336
0.0530	8.2993	0.1062
0.1947	8.2993	1.1760
5.3119	8.2847	42.4317
7.3472	8.2158	16.7917
10.5603	8.1876	26.3528
16.4857	8.1866	48.5118
20.6554	8.3043	34.3810
25.0537	8.5240	37.0078

Àrea total= 425.5553

PK 5+240		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-25.8900	7.1350	–
-24.2507	7.0891	11.6588
-18.6377	7.2110	40.1333
-14.2915	7.3180	31.5729
-8.8334	7.4795	40.3830
-7.4145	7.4699	10.6058
-2.7259	7.5906	35.3062
0.0000	7.5792	20.6756
6.4916	7.5521	49.1129
7.0551	7.5185	4.2461
7.6117	7.5503	4.1936
9.5091	7.6236	14.3954
14.2699	7.8477	36.8278
16.3688	7.9256	16.5533
20.5316	8.2158	33.5967
21.5073	8.2970	8.0558

Àrea total= 357.3173

PK 5+260		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-30.9816	7.1184	–
-30.7440	7.1735	1.6979
-26.8192	7.2037	28.2138
-23.3429	7.1758	24.9937
-19.3875	7.1906	28.4124
-11.0568	7.1657	59.7990
-10.4447	7.1689	4.3871
-8.7413	7.2335	12.2665
-2.4362	7.2518	45.6656
0.0000	7.2892	17.7124
6.0457	7.3818	44.3481
6.3233	7.3819	2.0492
6.6014	7.3835	2.0531
7.3770	7.4284	5.7440
18.6845	7.9686	87.0507
Àrea total=		364.3938

PK 5+280		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-18.2320	6.5090	–
-15.4117	6.4958	18.3387
-10.9870	6.5612	28.8865
-8.7834	6.6124	14.5146
-8.5167	6.6137	1.7637
-7.8506	6.6368	4.4131
-6.8512	6.6383	6.6335
0.0000	6.8292	46.1343
5.5438	6.9837	38.2882
6.3027	6.9882	5.3017
10.1410	7.0495	26.9405
10.8051	7.0681	4.6878
12.0326	7.1660	8.7362
15.1332	7.4268	22.6232
16.7024	7.6802	11.8530
20.1019	8.1668	26.9360
Àrea total=		266.0508

PK 5+300		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-14.3677	5.9143	–
-14.2812	5.9217	0.5119
-9.8374	6.1192	26.7538
-7.3385	6.1926	15.3830
0.0000	6.4593	46.4230
2.4548	6.5485	15.9657
4.0440	6.6022	10.4495
4.3592	6.6165	2.0833
5.0618	6.6567	4.6628
21.0401	7.5143	113.2137

Àrea total= 235.4467

PK 5+320		
X adequada	H des del lloc on es vol anivellar tenint en compte la inclinació del túnel	Àrea dels trapezis formats entre cada dos punts X
-8.4949	4.9291	–
-5.6963	5.2551	14.2507
-3.2715	4.4948	11.8208
-2.0759	4.8610	5.5929
-0.2810	5.2888	9.1089
0.0000	5.3194	1.4905
5.1777	5.8823	28.9997
9.7623	6.4624	28.2978
11.3128	6.5705	10.1037
15.3299	6.8922	27.0405

Àrea total= 136.7055