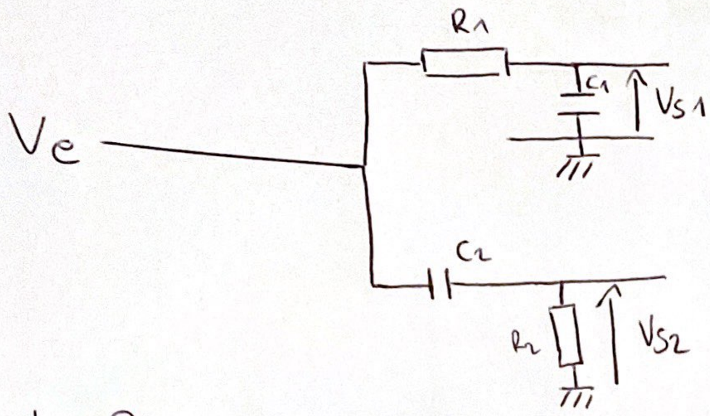
Projet de synthèse 6



1. filtre passe - bas

∘ Diviseur tension

$$V_{S1} = \frac{Z_{C1}}{Z_{R1}+Z_{C1}} \Leftrightarrow \frac{V_{S1}}{V_e} = H_1 = \frac{1}{1+\frac{Z_{R1}}{Z_{C1}}}$$

$$= \frac{1}{1+jR_1C_1w}$$

$$= \frac{1}{1+j\frac{w}{w_0}}$$

$$H_1 = \frac{1}{1+j\left(\frac{f}{f_0}\right)}$$

$Z_{R1} = R_1$

$Z_{C1} = \frac{1}{jC_1w}$

$w_{01} = \frac{1}{R_1C_1} = 2\pi f_0$

$w = 2\pi f$

Module : $|H_1| = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f}{f_0}\right)^2}}$ $x = \frac{f}{f_0}$

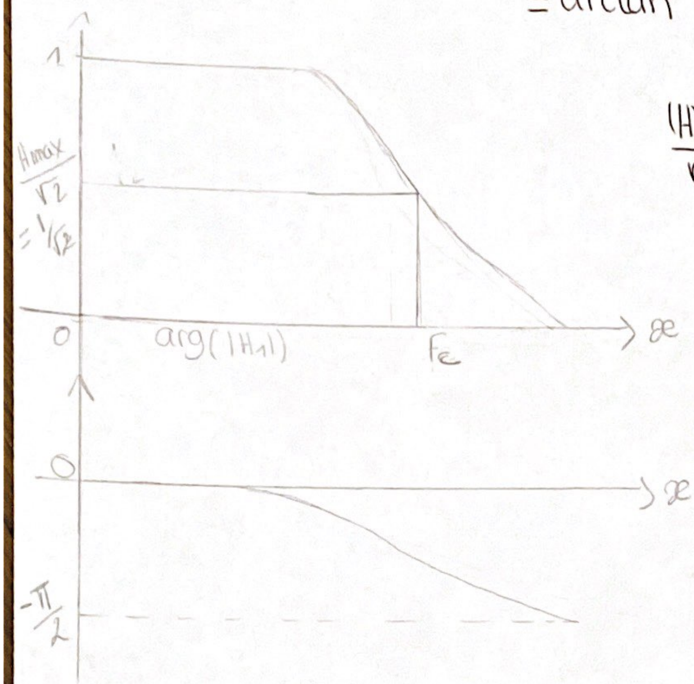
$$|H_1| = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0} |H_1| = 1 \\ \lim\limits_{x \to \infty} |H_1| = 0 \end{array}\right\}$$ Nous sommes en présence d'un filtre passe - bas

- Argument : $\arg(H_1) = \arg(1) - \arg\left(1 + \frac{f}{f_0}\right)$

$$= \arctan(1) - \arctan\left(\frac{f}{f_0}\right) \quad \text{1 est négligeable}$$

$$= \arctan\left(\frac{\ }{f_0}\right)$$



$$\frac{|H|_{max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2}} \Leftrightarrow \sqrt{2} = \sqrt{1+\left(\frac{f_c}{f_0}\right)^2}$$

$$\Leftrightarrow 2 = 1 + \left(\frac{f_{c_1}}{f_0}\right)^2$$

$$\Leftrightarrow \left(\frac{f_{c_1}}{f_0}\right)^2 = 1$$

$$\Leftrightarrow f_{c_1} = \pm f_0 = f_0$$

car $f \geqslant 0$

On a $w_0 = \frac{1}{R_1 C_1} = 2\pi f_0$

$$R_1 C_1 = \frac{1}{2\pi f_0}$$

$$R_1 C_1 = \frac{1}{2\pi f_c}$$

$$R_1 C_1 = \frac{1}{2\pi \times 200}$$

$$R_1 C_1 = \frac{1}{4\pi \cdot 10^2} \simeq 8{,}0 \times 10^{-4}$$

On prend $C = 8\,\mu F \Rightarrow R = 100\,k\Omega$

Fiℓtre passe haut

$$V_{32} = \frac{Z_R}{Z_R + Z_C} V_e \Rightarrow H = \frac{V_{32}}{V_e} = \frac{1}{1 + \frac{Z_C}{Z_R}}$$

$$H = \frac{1}{1 + \frac{1}{jCR\omega}} = \frac{1}{1 + j\frac{1}{j^2 CR\omega}} = \frac{1}{1 - j\frac{1}{RC\omega}}$$

⊛ Sachant que :

$$\omega_0 = \frac{1}{RC} \quad \text{et} \quad \begin{array}{l} \omega_0 = 2\pi f_0 \\ \omega = 2\pi f \end{array}$$

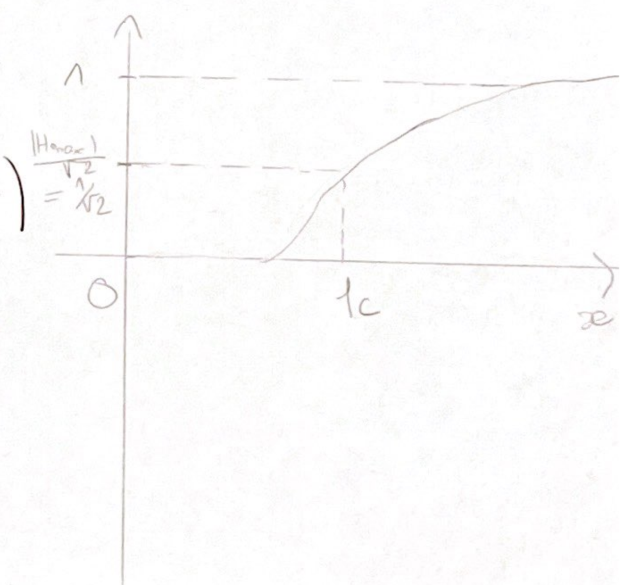
$$H = \frac{1}{1 - j\frac{\omega_0}{\omega}} = \frac{1}{1 - j\frac{f_0}{f}}$$

Module :

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{f_0}{f}\right)^2}} \qquad x = \frac{f}{f_0} \Rightarrow \frac{f_0}{f} = \frac{1}{x}$$

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1}{x}\right)^2}}$$

$$\left.\begin{array}{l} \lim\limits_{x \to 0} |H| = 0 \\ \\ \lim\limits_{x \to \infty} |H| = 1 \end{array}\right\} \text{passe haut}$$



argument :

$$\arg(H) = \arg(1) - \arg\left(1 - \frac{f_0}{f}\right)$$

$$= 0 - \arg\left(-\frac{f_0}{f}\right)$$

$$= \arctan\left(\frac{f_0}{f}\right)$$

$$\frac{1}{\sqrt{1+\left(\frac{Fo}{Fc}\right)^2}} = \frac{|H|max}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\sqrt{2} = \sqrt{1+\left(\frac{Fo}{Fc}\right)^2}$$

$$2 = 1 + \left(\frac{Fo}{Fc}\right)^2$$

$$1 = \left(\frac{Fo}{Fc}\right)^2$$

$\frac{Fo}{Fc} = \pm 1 \Rightarrow -1$ impossible $\Rightarrow Fc \geqslant 0$

$\hookrightarrow \frac{Fo}{Fc} = 1 \Rightarrow Fo = Fc$

$$W_0 = \frac{1}{R_2 C_2} = 2\pi Fo$$

$$R_2 C_2 = \frac{1}{2\pi Fc}$$

$$R_2 C_2 = \frac{1}{2\pi 1600}$$

$$R_2 C_2 = 9,9 \times 10^{-5}$$

Soit $R_2 \geqslant 10\,k\Omega$

On prend $R_2 = 10\,k\Omega$

$$10 \times 10^3 C_2 = 9,9 \times 10^5$$

$$C_2 = \frac{9,9 \times 10^{-5}}{10 \times 10^3} = 9,9 \times 10^{-9}\,nF$$

$$C_2 = 9,9 \times 10^{-9}\,nF$$

4/ Filtre actif du second ordre :

Calcul de la fonction de transfert

L'A.O est considere parfait ($\varepsilon = 0$ et resitance d'entrée est infinie). $\varepsilon = 0 = V^+ - V^-$; $V^- = V_s$ (V^- et V_s sont reliés par un fil donc $V^+ = V_s$.

La relation entre V_s et V_1 est :

$$\begin{cases} V_s = \dfrac{Z_3}{Z_3 + Z_2} \cdot V_1 \\ i_1 = i_2 + i_4 \end{cases}$$

$i_1 = Y_1 (V_e - V_1)$ avec Y_1 l'admittance $Y_1 = \frac{1}{Z_1}$

$i_2 = Y_2 (V_1 - V_s)$

$i_4 = Y_4 (V_1 - V_s)$

$$V_s = \frac{Z_3}{Z_3 + Z_2} V_1 \Rightarrow V_1 = \frac{Z_3 + Z_2}{Z_3} \cdot V_s$$

$$V_1 = \frac{1/Y_3 + 1/Y_2}{1/Y_3} \cdot V_s \quad V_1 = \frac{V_s (Y_2 + Y_3)}{Y_2}$$

$i_1 = i_2 + i_4$

$Y_1 (V_e - V_1) = Y_2 (V_1 - V_s) + Y_4 (V_1 - V_s)$

$Y_1 V_e = Y_2 (V_1 - V_s) + Y_4 (V_1 - V_s)$

$Y_1 V_e = V_1 (Y_1 + Y_2 + Y_4) - Y_2 . V_s - Y_4 . V_s$

$$Y_1 V_e = \frac{V_s (Y_2 + Y_3)(Y_1 + Y_2 + Y_4)}{Y_2} - Y_2 V_s - Y_4 V_s$$

$$\frac{V_e}{V_s} = \frac{Y_1 Y_2 + Y_1 Y_3 + Y_2^2 + Y_2 Y_3 + Y_2 Y_4 + Y_3 Y_4 - Y_2^2 - Y_2 Y_4}{Y_1 Y_2}$$

$$\frac{V_e}{V_s} = \frac{Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3 + Y_3Y_4}{Y_1Y_2}$$

Pour réduire l'expression ci-dessus on pose :

$$Y_2 = Y_1 \quad \text{et} \quad Y_4 = Y_3$$

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{Y_1Y_2}{Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3 + Y_3 \cdot Y_4}$$

$$H = \frac{Y_1^2}{(Y_1+Y_3)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{Y_3}{Y_1}\right)^2}$$

$$Y_1Y_2 + Y_1Y_3 + Y_2Y_3 + Y_3Y_4 \quad \text{avec } Y_2 = Y_1 \text{ et } Y_4 = Y_3$$

$$= Y_1^2 + Y_1Y_3 + Y_1Y_3 + Y_3^2$$

$$= Y_1^2 + 2Y_1Y_3 + Y_3^2$$

$$= (Y_1+Y_3)^2$$

Le filtre actif du premier ordre ne peut pas être passe-haut donc on se tourne vers un filtre actif du second ordre.

Filtre passe-haut :

$$Y_1 = Y_2 = jC\omega$$

$$Y_3 = Y_4 = \frac{1}{R}$$

$$|H| = \frac{1}{\left(1+\frac{Y_3}{Y_1}\right)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{1/R}{jC\omega}\right)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{1}{R}\cdot\frac{1}{jC\omega}\right)^2}$$

$$= \frac{1}{\left(1+\frac{1}{jRC\omega}\right)^2} = \frac{1}{\left(1+\frac{1\times j}{j\times jRC\omega}\right)^2} = \frac{1}{\left(1-\frac{j}{j^2RC\omega}\right)^2} \quad j^2 = -1$$

$$H = \frac{V_s}{V_e} = \frac{1}{\left(1 - \frac{j}{RC\omega}\right)^2}$$

$$H = \frac{1}{\left(1 - j\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

$$\omega_0 = \frac{1}{R.C} \qquad \omega_0 = 2\pi f_0$$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi R}$$

La fonction de transfert obtenue est similaire à celle du filtre passe haut passif

$$H = \frac{1}{\left(1 - j\frac{\omega_0}{\omega}\right)} \cdot \frac{1}{\left(1 - j\frac{\omega_0}{\omega}\right)}$$

Module :

$$|H| = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} \times \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}} = \frac{1}{1 + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2}$$

L'ordre du filtre est 2

L'atténuation est 20dB × ordre = 20 dB × 2 = 40 dB/décade