

TP5 - Enchères et rationalité

Cédric Buron

4 janvier 2021

Agents rationnels

⚠ Attention. Ce TP est différent des précédents. Ici, les questions auront beaucoup plus d'impact sur la note finale. Prenez donc le temps de bien réfléchir et de faire des réponses aussi complètes que possible.

Rationalité parfaite

Définition

Ferber, dans [1] définit un agent rationnel comme « **un agent dont les actions sont toujours le fruit d'une délibération raisonnée et qui servent directement à la satisfaction des buts de l'agent.** » Un agent rationnel est ainsi un agent capable de maximiser son utilité en prenant en compte tous les éléments qu'il a à sa disposition. pour cela, il doit être capable d'analyser une situation, prendre en compte ses moyens, ses ressources et les adapter à la situation afin d'atteindre au mieux ses buts.

Exemples

Imaginons un agent qui joue au morpion. Son but est de remporter la partie. Supposons que la partie est dans l'état suivant, et que notre agent joue les croix :

○	○	B
○	×	×
×	○	A

L'agent peut jouer soit en A, soit en B. Si l'agent est rationnel, il calculera les deux possibilités. S'il joue en A, son adversaire jouera en B et remportera la partie. S'il joue en B, il remportera la partie. Un agent rationnel jouera donc en B. Chaque position possible est appelée *état*.

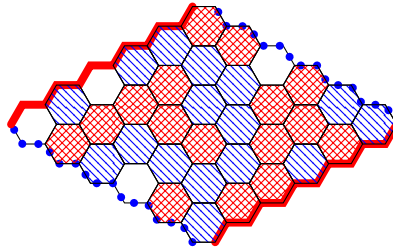
Représentation de la rationalité

La rationalité peut être représentée de différentes façons. Nous donnons ici deux façons standard de la représenter : par des buts et par l'utilité.

Buts

La façon la plus simple de représenter la rationalité d'un agent est de considérer qu'il a un but et qu'il essaie d'atteindre ce but. Il sera donc satisfait s'il accomplit son but, et insatisfait s'il ne l'accomplit pas : il n'y a aucune quantification du "degré de réussite".

Prenons par exemple un agent jouant au jeu de hex : le plateau est un losange constitué d'hexagones. Chaque joueur colore une case non colorée à son tour. Le but de chaque joueur est de relier les côtés opposés correspondant à sa couleur. Il est possible de démontrer qu'il ne peut y avoir d'égalité dans ce jeu. Un agent jouant à ce jeu peut donc se fixer comme but de "gagner", ce qui revient à "éviter de perdre".



? Question 1– Dans la précédente figure, et en supposant que ce soit à l'agent rouge de jouer, et que son but soit de gagner, où joue-t-il ?

Utilité

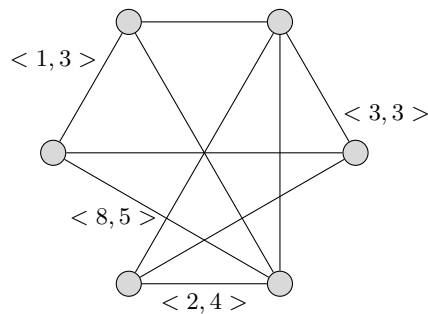
Comme nous l'avons précisé plus haut, la notion de but ne prend en compte aucune "quantification" de réussite d'une action, et cela peut poser problème. Dans le cas où la réussite d'une action doit se mesurer, on utilise un autre indicateur, appelé "utilité". L'utilité d'un agent vis-à-vis d'une situation représente le bénéfice qu'il retire de cette situation. Plus formellement, soit a un agent rationnel, la fonction d'utilité de a est une fonction allant de l'ensemble des états possibles \mathcal{S} dans \mathbb{R} :

$$\forall a \in \mathcal{A}, u_a : \mathcal{S} \rightarrow \mathbb{R} \quad (1)$$

On peut par exemple imaginer un agent qui cherche à investir de l'argent dans divers porte-feuilles (en admettant que le retour sur investissement est connu et fixé *a priori*). Dans ce cas, une fonction d'utilité simple est la somme rapportée à terme par l'investissement. Soit g_i le revenu net de l'investissement i (argent reçu – argent investi), alors la fonction d'utilité de l'agent a ayant investi sur l'ensemble d'investissements \mathcal{J} est $u(\mathcal{J}) = \sum_{j \in \mathcal{J}} g_j$. Notons que cette fonction n'est qu'une des fonctions

d'utilités possibles pour ce problème. Peut-être l'agent cherche-t-il à avoir un retour rapidement, auquel cas le temps auquel il recevra ses intérêts doit aussi entrer en ligne de compte dans sa fonction d'utilité.

Exercice Prenons un autre exemple : le problème dit du "voyageur de commerce" multicritère. Dans ce problème, un agent tente de déterminer un cycle dans un graphe non orienté dans lequel chaque arête a deux coûts. On peut imaginer qu'il s'agit d'un voyageur de commerce parcourant des routes de ville en ville, ne souhaitant pas passer deux fois par la même ville et souhaitant optimiser à la fois le temps et le coût financier de son trajet :



❓ Question 2– Proposer deux fonctions d'utilité pour un tel agent. Ces fonctions d'utilité dépendront du coût du trajet c et du temps de trajet Δt . Notez que l'agent souhaite avoir un coût et un temps de trajet aussi faibles que possible

Exercice : le paradoxe d'Allais Le but de cet exercice est de déterminer si les humains sont rationnels. Pour ce faire, l'expérience suivante, qui a été réalisée par l'économiste français Maurice Allais en 1953 afin de confronter la théorie de la rationalité aux choix faits par des êtres humains est menée auprès d'une population mixte et hétérogène. On propose aux sujets de choisir entre deux loteries : dans la première loterie (loterie A1), le sujet reçoit 10.000\$, dans la seconde loterie (loterie A2), il a 90% de chances de recevoir 15.000\$ et 10% de chances de ne rien recevoir du tout. Le résultat de l'expérience est le suivant : la majorité des sujets choisit la loterie A1 plutôt que la loterie A2.

On conduit ensuite une seconde expérience : les sujets se voient à nouveau proposer un choix entre deux loteries : dans la première loterie (B1), le sujet a 10% de chance d'obtenir 10.000\$, et n'obtient rien le reste du temps (90%). Dans la seconde loterie (B2), le sujet a 9% de chance d'obtenir 15.000\$, et n'obtient rien le reste du temps (91%). La majorité des sujets choisissent la loterie B2 plutôt que B1.

❓ Question 3– Commenter ces expériences : en supposant que la rationalité des agents s'exprime comme l'espérance de l'utilité, les sujets sont-ils rationnels ? Pourquoi ? Attention : notez que l'utilité d'un agent n'est pas forcément égale à l'argent qu'il reçoit

Rationalité limitée

L'hypothèse de rationalité limitée a été introduite par Herbert Simon dans [2] en 1947, et répond à plusieurs problèmes, dont celui posé par le paradoxe d'Allais, décrit dans l'exercice 1.2.2

Il peut être difficile voire impossible pour un agent de calculer la solution optimale à un problème. Un exemple d'un tel problème est un agent joueur d'échec. Rappelons que la complexité du jeu d'échecs est de l'ordre de 10^{120} , et qu'il est donc impossible de calculer l'ensemble des solutions d'un tel jeu. De même, les êtres humains ne peuvent être que limités dans leur façon d'aborder un problème, ou même aborder les problèmes en n'utilisant une autre approche que l'approche probabiliste. C'est le cas par exemple avec le paradoxe d'Allais, où il est possible de prouver que les humains ne voient pas l'utilité d'un même revenu en fonction de sa probabilité : ils sous-estiment les hautes probabilités, et surestiment les probabilités plus faibles.

La rationalité limitée nous permet de passer outre ces limitations en supposant que les agents agissent en conséquences de ces limitations, sans pour autant être totalement irrationnels, puisque malgré cette limitation, ils restent cohérents avec leurs décisions précédentes (dans le paradoxe d'Allais, si un agent préfère une loterie à une autre, il choisira toujours cette loterie)

Afin de représenter un tel comportement des méthodes de résolution particulières sont utilisées dans le cadre de la rationalité limitée, utilisant des heuristiques et des algorithmes approchés plutôt que la recherche d'une solution optimale en utilisant des algorithmes exacts.

Ingénierie du bien-être

Dans cette section, nous nous plaçons du point de vue non plus du joueur mais du concepteur du jeu. Notre but est donc de concevoir des mécanismes ayant certaines propriétés. En particulier, nous aimerions que certains comportements apparaissent et que d'autres soient sanctionnés, de façon qu'un agent rationnel ait intérêt à agir d'une façon plutôt qu'une autre.

Dans le cadre de ce TD, nous nous plaçons dans le cadre d'agents prenant une décision (il peut s'agir d'une décision collective concernant tous les agents ou seulement une partie d'entre eux). De plus, nous nous restreignons à l'*incitation*, c'est à dire le fait que le protocole ne soit pas manipulable. Notez cependant que de nombreuses autres propriétés sont désirables lorsqu'il s'agit de concevoir un tel protocole. Ces propriétés se trouvent énoncées dans [3].

Afin d'évaluer les résultats d'un protocole, nous introduisons aussi brièvement la notion de *bien-être social*.

Théorie du bien-être social

Une fonction de bien-être social est une fonction d'agrégation sur les fonctions d'utilité des agents concernés. Elle permet de comparer le bien-être global des agents dans différentes situations nommées états sociaux (il s'agit d'une fonction de classement). Il existe plusieurs fonctions de bien-être social, avec des propriétés différentes. Ci-dessous figurent la description de trois d'entre elles avec leur formalisation. On note \mathcal{S} l'ensemble des états possibles, et \mathcal{A} l'ensemble des agents :

- Le bien-être social utilitaire classe les états sociaux en fonction de la somme des utilités des différents agents, soit

$$\forall (s, s') \in \mathcal{S}^2, s \succ_{\text{ut.}} s' \iff \sum_{a \in \mathcal{A}} u_a(s) > \sum_{a \in \mathcal{A}} u_a(s') \quad (2)$$

Ce classement prend en compte de la même façon tous les agents, et est en fait fondé sur la moyenne de l'utilité des agents. Cela signifie qu'un système ayant un unique agent avec un bien-être extrêmement important tandis que les autres sont bas, il sera préféré à un état où tous les agents ont une utilité moyenne.

- Le bien-être social égalitaire classe les états sociaux en fonction de la plus petite utilité parmi les agents, soit

$$\forall (s, s') \in \mathcal{S}^2, s \succ_{\text{ég.}} s' \iff \min_{a \in \mathcal{A}} u_a(s) > \min_{a \in \mathcal{A}} u_a(s') \quad (3)$$

Au contraire du bien-être utilitaire, cette fonction favorise une situation où le bien-être est mieux réparti. Cependant, si un unique agent a une utilité très basse, tandis que tous les autres sont très hauts, cet état sera moins apprécié qu'un état où tous les agents ont une utilité assez basse.

Incitation

Exercice Il est possible de concevoir un protocole afin de pousser des agents rationnels à faire une action en particulier. Nous prenons par la suite l'exemple des enchères et comparons l'enchère scellée au premier prix et les enchères dites "de Vickrey".

Dans l'enchère scellée au premier prix, les agents font tous en même temps une proposition en secret. Celui qui a fait l'enchère la plus importante remporte le bien et paie le prix qu'il a parié. Supposons qu'un agent estime un bien à 100\$, mais qu'il estime qu'il y ait très peu de chance pour qu'un autre agent fasse une proposition au-dessus de 80\$.

🔍 **Question 4– Quelle offre ferait un tel agent ?**

L'enchère de Vickrey fonctionne sur le même principe, mais le prix payé par l'acheteur est le second meilleur prix. Par exemple, si la plus haute enchère a été faite par l'agent a au prix de 100\$ et que le seconde enchère la plus haute est à 80\$, l'agent a remportera l'enchère et paiera 80\$.

❓ **Question 5– Montrez (par l'absurde) que l'agent n'a pas intérêt à enchérir au-dessous de son estimation. Attention, cette question demande une démonstration mathématique correcte.**

L'enchère de Vickrey est dite *incitative* car la une stratégie optimale est de révéler la véritable valeur que l'on attribue à un bien. Notons qu'en informatique, la notion de protocole incitatif est parfois étendue lorsqu'un protocole pousse à agir d'une certaine façon, même s'il ne s'agit pas de révéler sa véritable utilité.

Implémentation des enchères

Enchères scellées au premier prix

⚠️ **Attention, il n'y a pas de notebook Jupyter pour ce TP, car il est nécessaire d'utiliser plusieurs fichiers pour le lancer. Pour lancer le TP, se placer dans le dossier contenant le fichier `main.py` et lancer :**

```
pade start-runtime main.py --port 42000
```

Dans cette partie, nous allons implémenter deux protocoles d'enchères. Le premier est l'enchère scellée au premier prix, le second est l'enchère de Vickrey. Nous allons vérifier le résultat obtenu à la fin de la partie précédente du TP. Les protocoles sont très similaires : l'*auctioneer* envoie un *call for proposal* à tous les *bidders*, puis attend les *proposals* de leur part. Il choisit ensuite la meilleure offre, et envoie un *accept proposal* à l'agent ayant fait la plus haute offre. La différence entre les deux protocoles d'enchère est le prix que les agents paient. Dans le premier cas, l'agent paie sa propre mise. Dans le second, il paie la seconde meilleure offre. Dans tous les cas, l'agent *bidder* reçoit pour utilité la différence entre son enchère et son évaluation du bien (fonction *utility*).

⚠️ **Notez que dans cette partie, utilité et argent sont confondues.**

Dans *pade*, les agents sont dotés de *Behaviour* qui leur permettent d'agir. L'agent *AuctioneerAgent* et ses deux *Behaviour*, *AuctioneerBehaviour* et *RequestResults* ont été implémentés pour vous. Le premier envoie le *call-for-proposal* dans la fonction *on_start*, puis dans la fonction *execute*, il traite les offres faites par les *bidders*. Le *RequestResults* sert quant à lui à récupérer les utilités des agents *bidders* à la fin de la simulation. Pour cela, l'agent envoie une *request* aux agents *bidders* dans la fonction *on_start*; il traite les réponses dans la fonction *execute*.

Vous allez maintenant devoir implémenter le code pour le *bidder*. Pour cela, ouvrez le fichier *main.py* et rendez-vous en ligne 42. En vous aidant du code des fonctions *execute* de *AuctioneerBehaviour* et *RequestResults*, implémentez la fonction *execute* du *BidBehaviour*. Elle doit prendre en compte les messages de type *call-for-proposal*, *accept proposal* et *reject proposal* (notez que la dernière interaction, la gestion du *request* a déjà été implémentée). Voici ce qu'elle doit faire :

- Si c'est un CFP :
 - Désérialiser le contenu, qui est un bien en utilisant la méthode *from_string*
 - Créer et envoyer une proposition à l'*auctioneer*; le contenu est l'offre calculée grâce à la méthode *bid*, convertie en *string*
- Si le performatif est un *accept proposal*, son contenu est une chaîne de caractères : [valeur de la proposition sous forme de chaîne], [bien sérialisé] :
 - Calculer le nouveau budget de l'agent (soustraire la valeur dans le contenu du message)
 - Calculer la nouvelle utilité de l'agent : ajouter l'utilité du bien contenu dans le message et soustraire la valeur dans le contenu
- Si la performance est une *reject proposal*, ne faites rien.

Lancez le code, et vérifiez que l'utilité des agents s'affiche bien à la fin de la simulation

Agent malhonnête

❓ Question 6– L'objectif est maintenant de voir l'incitation des agents à faire des offres honnêtes. Pour cela, un agent, nommé `TargetAgent` hérite de `BidderAgent` et permet d'isoler un *bidder* pour observer son utilité à la fin de la simulation. Faites en sorte que l'agent parie un peu moins (e.g. 0.1) que son utilité/son budget restant (mais toujours plus que 0), en ligne 185. Observez son utilité à la fin de la simulation; qu'observez-vous?

Enchères de Vickrey

Pour implémenter les enchères de Vickrey, modifiez la classe `VicreyBehaviour` en implémentant une fonction `price` qui renvoie le second meilleur prix, et non le meilleur. Modifiez *l'auctioneer*, de manière à ce qu'il prenne ce nouveau *behaviour* (l.159).

❓ Question 7– Qu'observez-vous vis-à-vis de l'utilité du `TargetAgent`? Commentez en comparant aux résultats théoriques

❓ Question 8– BONUS. Supposons que les *bidders* se mettent d'accord pour tous faire un pari au-dessous du meilleur prix, tout en conservant l'ordre des offres afin de payer moins cher. Dans le cas des enchères au premier prix, on peut par exemple supposer que tous les agents font une offre à la moitié de l'utilité calculée. Dans le cas des enchères de Vickrey, celui qui fait la meilleure offre peut conserver sa meilleure offre pendant que les autres divisent leur offre par deux, puisqu'il paiera de toute manière le second meilleur prix (qui a été divisé par deux). Supposons que l'agent ayant la seconde meilleure offre trahisse le gagnant légitime et fasse une offre à sa véritable utilité. Que se passe-t-il pour l'utilité du gagnant légitime pour chacune des enchères? Et pour l'agent qui trahit? Dans quel protocole d'enchère une coalition de *bidders* est-elle stable?

Références

- [1] Jacques Ferber. *Les systèmes multi-agents : vers une intelligence collective*. InterEditions, 1995.
- [2] Herbert A Simon. *Administrative Behavior : a Study of Decision-Making Processes in Administrative Organization*. The Free Press, 1947.
- [3] Tuomas W Sandholm. Distributed rational decision making. In *Multiagent Systems*, pages 201–258. MIT Press Cambridge, 1999.