



- 1- Une particule de masse  $m$ , de vitesse initiale  $\vec{v}_0$  tombe verticalement de haut en bas. On suppose que la résistance de l'air oppose à la vitesse et donnée par  $\vec{f} = -mb\vec{v}$ .

Déterminer :

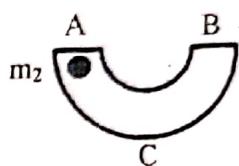
a- La vitesse instantanée  $v(t)$  de la particule.

b- Sa vitesse limite  $v_L$ . On donne :  $b = 25\text{s}^{-1}$ ,  $v_0 = 0,1\text{m/s}$  et  $g = 10\text{m/s}^2$

\*\*\*\*\*

- 2- Une particule  $m_1 = 100\text{g}$  tombe en chute libre arrive au point A à la vitesse  $v = 0,2\text{m/s}$ . Elle entre en choc avec une deuxième particule  $m_2 = 100\text{g}$  se trouve au repos à l'extrémité A d'un tube de forme demi-cercle de rayon  $R=1\text{m}$ . Après le choc les deux particules restent collées.

$m_1$  ●



Déterminer :

a- Le coefficient de restitution.

b- La vitesse juste après le choc.

c- La réaction normale au point C le plus bas du tube AB. En néglige le frottement à l'intérieur du tube.

\*\*\*\*\*

- 3- Une particule de masse  $m$  décrit dans le plan  $(x,y)$  la trajectoire elliptique d'équation  $\vec{r} = a \cos(\omega t) \hat{i} + b \sin(\omega t) \hat{j}$  avec  $a$ ,  $b$  et  $\omega$  sont des constantes.

On donne :  $d\vec{r} = dr\hat{e}_r + rd\theta\hat{e}_\theta$ .

a- Montrer que la particule se déplace sous l'action de la force  $\vec{f} = -mw^2\vec{r}$ .

b- Calculer le travail de cette force entre deux points A et B de l'ellipse.

c- Montrer que  $\vec{f}$  est une force conservative.

d- Calculer l'énergie potentielle.

e- Calculer l'énergie totale.

T.P.S.V.

\*\*\*\*\*

- 4- Nous savons que la terre est une sphère de rayon  $R$  et qu'elle attire toute particule vers son centre à la force  $\vec{f} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{e}_r$ .
- Calculer la masse de la terre. On donne :  $R=6400\text{km}$ ,  $G=0,66 \cdot 10^{-10} \text{SI}$  et  $g_0=10 \text{m/s}^2$
  - Montrer que l'accélération de la pesanteur varie avec l'altitude.
  - Calculer la vitesse de libération.
  - Une fusée de masse constante est lancée verticalement à partir de la surface de la terre à la vitesse  $v_0 = 20 \text{ km/s}$ . Calculer sa vitesse à l'altitude  $h = 4000\text{km}$ .
  - Que doit-on faire pour satelliser la fusée sur une orbite circulaire autour de la terre ?
- \*\*\*\*\*

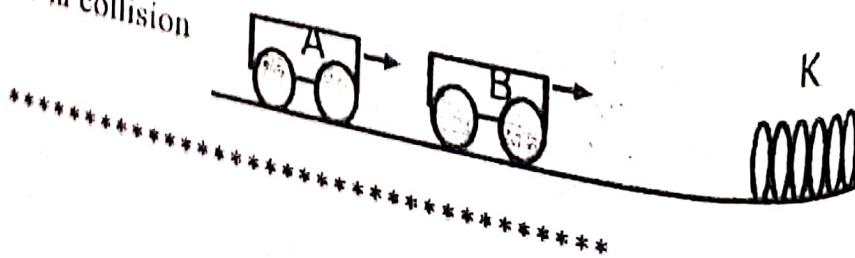
- 5- Une balle de masse  $m=0,5\text{kg}$  est attachée à un fil inextensible qui passe par un trou au centre d'une table. Quand la balle est à la distance  $r_1 = 0,5\text{m}$  du trou elle tourne à la vitesse  $v_1 = 1,2 \text{ m/s}$ .
- Calculer le moment angulaire de la balle.
  - Trouver le moment de la tension du fil durant la rotation.

On tire le fil vers le bas à une vitesse constante  $v_2 = 0,4 \text{ m/s}$  avec une force  $F$ .



- Calculer les deux composantes radiale et orthoradiale de la vitesse de la balle lorsqu'elle se trouve à la distance  $r_2 = 0,3\text{m}$  du trou.
  - Calculer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique le travail de la force  $F$ .
- \*\*\*\*\*

- 6- Deux wagons A et B se déplacent l'un derrière l'autre sur la même voie horizontale. Ils se rencontrent et restent collés. On donne :  $m_A = 15000\text{kg}$   $v_A = 3\text{m/s}$   $m_B = 12000\text{kg}$   $v_B = 1,5\text{m/s}$ .
- Calculer la vitesse de deux wagons assemblés juste après couplage.
  - Calculer la force moyenne de couplage entre les deux wagons si le temps de couplage était  $0,3\text{s}$ .
  - Les deux wagons continuent à se déplacer jusqu'à rencontrer un ressort de raideur  $k = 10^3 \text{ N/m}$ . Trouver l'expression de la compression maximale  $x$  du ressort.
  - Etudier en plus le mouvement de deux wagons à partir de la collision et ultérieurement.
- \*\*\*\*\*





Cours : P1100

عبد الرحمن كوار

Date : 07-09-2018

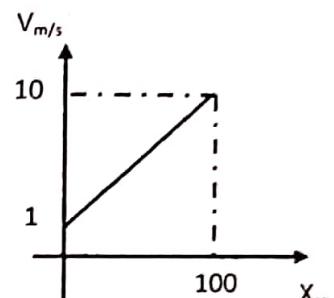
Examen : 2ème session

Durée : 2 heures

1- En 1900 Max Planck a proposé que l'énergie d'un oscillateur est quantifiée t.q.  $E = nh\nu$  ou bien  $E = nh\frac{c}{\lambda}$ . Trouver l'équation aux dimensions de la constante de Planck  $h$ . ( $c$ ) est la vitesse de la lumière, ( $\lambda$ ) est la longueur d'onde et ( $\nu$ ) est la fréquence, ( $n$ ) est un entier sans dimension.

\*\*\*\*\*

2- Un train se déplace entre deux stations en suivant une trajectoire rectiligne. La variation de sa vitesse en fonction de sa position  $v = f(x)$  est représentée par la droite suivante. Trouver la variation de son accélération en fonction de la position  $a = f'(x)$ .



\*\*\*\*\*

3- Une voiture se déplace dans un plan horizontal de sorte que sa position est donnée par le vecteur  $\vec{r}_m = 4t^2 \hat{i} + 2t^2 \hat{j}$ . Calculer son accélération tangentielle après 1s.

\*\*\*\*\*

4- Une particule se déplace sur une trajectoire définie par l'équation  $r_m = 4 \cos 3\theta$  où  $\theta$  est en radian. Sa vitesse angulaire est donnée par  $\dot{\theta} = 2t$ . On donne  $\theta = 0$  pour  $t = 0$ .

- a- Trouver l'expression de son accélération radiale.
- b- Calculer la valeur de cette accélération à l'instant où  $\theta = 45^\circ$ .

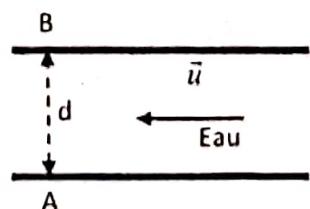
\*\*\*\*\*

5- On admet que la terre tourne autour du soleil en suivant un mouvement circulaire uniforme sur un cercle de rayon  $r = 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$ .

- a- Quelle est sa période de révolution ?
- b- Calculer sa vitesse et son accélération.

\*\*\*\*\*

6- Un nageur parti du point A et se déplace à la vitesse constante  $V=4\text{m/s}$  par rapport à l'eau d'une rivière de largeur  $d=50\text{m}$  dont les eaux sont animées d'un courant de vitesse constante  $u=2\text{m/s}$ . Trouver le temps nécessaire pour arriver au point B directement opposé au point A.

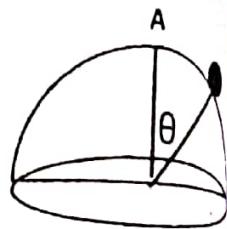


7- Une particule se déplace sur la surface externe d'une demi sphère de rayon R. Elle est lâchée sans vitesse initiale à partir du point A.

R. Elle est lâchée sans vitesse initiale à partir du point A.

- a- Calculer l'expression de la réaction N du support sur la particule à l'instant t quelconque.

- b- Trouver l'angle  $\theta$  où la particule quitte la sphère.



\*\*\*\*\*

8- Une particule d'acier, assimilée à une masse ponctuelle, est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur  $h_0$ , au-dessus d'une table horizontale. Elle rebondit verticalement jusqu'à une hauteur  $h_1 < h_0$ ; puis retombe, rebondit, ... Déterminer :

- a- Le coefficient de restitution.

- b- La hauteur  $h$  à laquelle remonte la bille après le 10<sup>ème</sup> rebond sur la table.

\*\*\*\*\*

9- Nous savons que la terre est une sphère de rayon R et quelle attire toute particule vers son centre à la force  $\bar{f} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{e}_r$ .

- a- Montrer que l'accélération de la pesanteur varie avec l'altitude.

- b- Calculer la vitesse de libération de toute particule de l'attraction de la terre. On donne :

$$M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}, G = 0,66 \cdot 10^{-10} \text{ SI}, R = 6400 \text{ km}.$$

\*\*\*\*\*

10- Deux pêcheurs A et B de masse  $m_A = 60 \text{ kg}$  et  $m_B = 80 \text{ kg}$  se trouvent sur une barque horizontale de masse  $M = 120 \text{ kg}$ . Initialement le système est au repos. Les deux pêcheurs commencent à se déplacer dans deux sens opposés (A vers la droite et B vers la gauche) à la vitesse constante  $v_A = 2 \text{ m/s}$  et  $v_B = 3 \text{ m/s}$ . Trouver la vitesse du recul de la barque (module, sens et direction).

\*\*\*\*\*

11- Un disque de moment d'inertie I tourne avec une vitesse angulaire  $w_1 = 800 \text{ rd/s}$  autour d'un axe. Un autre disque initialement au repos et qui possède un moment d'inertie double du premier, est soudainement ajouté sur le même axe.

- a- Déterminer la vitesse angulaire finale de l'ensemble.

- b- Quelle est l'énergie cinétique perdue ?

\*\*\*\*\*

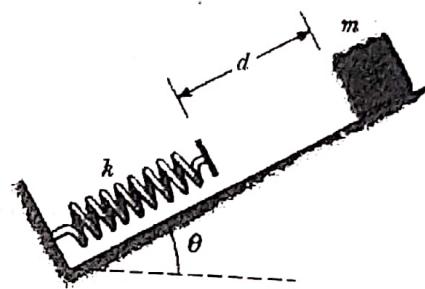
Bon travail



1- (10-Points)

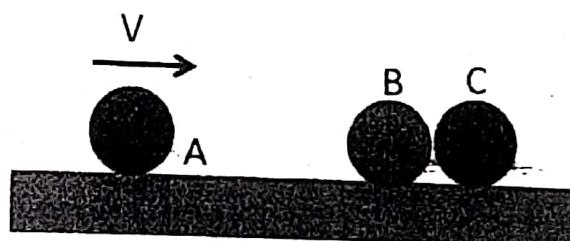
Un objet de masse  $m = 1\text{ Kg}$ , initialement au repos, glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle  $\theta = 30^\circ$ .

- Calculer la vitesse juste avant qu'il touche le ressort, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. On donne  $d = 1\text{ m}$ .
- Calculer la distance maximale de compression du ressort, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. On donne la constante du ressort  $K = 50 \text{ N/m}$ .



2- (20-Points)

Trois balles A, B et C de même masse  $m$ . Si B et C sont au repos, et A avait une vitesse  $v$  juste avant une collision directionnelle avec B. Le coefficient de restitution entre chaque balle est donné par  $e$  ( $0 < e < 1$ ).



A- En utilisant l'expression de e et la conservation de la quantité de mouvement

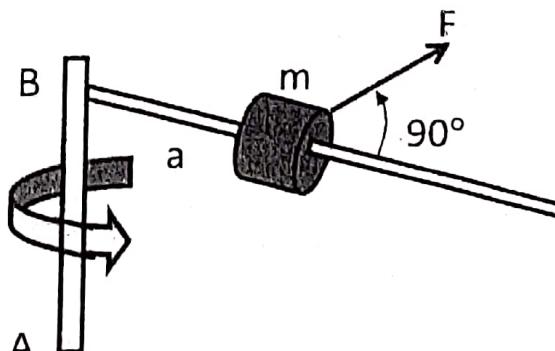
- Calculer la vitesse  $V_B$  de la balle B juste après la collision avec A en fonction de  $V$  et de  $e$ .
- Calculer la vitesse  $V_C$  de la balle C juste après la collision avec B en fonction de  $V$  et de  $e$ .

B-

- Calculer la perte de l'énergie mécanique totale, après les deux collisions en haut.
- Déduire la vitesse  $V_C$  et la perte d'énergie mécanique totale si  $e = 1$ .

3- (15-Points)

Une particule de masse  $m = 0,1 \text{ Kg}$  peut glisser sans frottement sur une tige de masse négligeable. Nous appliquons une force  $F = 2 \text{ t} (\text{N})$  sur la particule située à une distance  $a = 1 \text{ m}$  de l'axe AB.



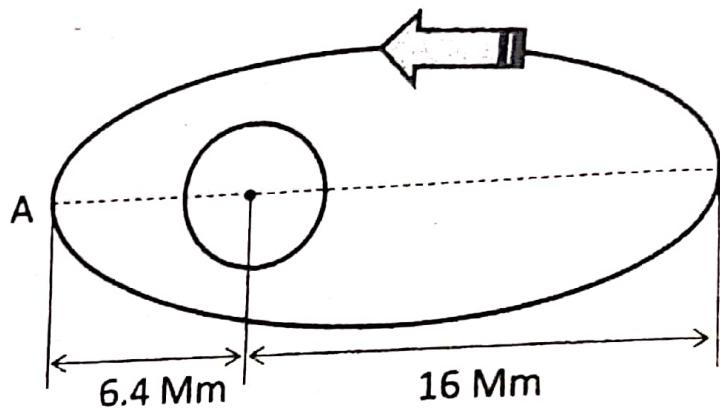
- On fixe la particule. Calculer la vitesse angulaire du système après 2 secs.

- On relâche la particule et on annule la force  $F$ , que devient la nouvelle position de la particule  $m$  lorsque sa vitesse angulaire devient 10 rad/s.

T.P.S.V.P.

4- (15-Points)

Une voiture-fusée de masse  $10^3$  Kg (vide) et remplie d'essence de 150 Kg. Si le carburant est consommé à un taux de 4 Kg/s, et éjecté de la voiture avec une vitesse relative de 250 m/s. Calculer la vitesse maximale atteinte par la voiture en partant du repos. La résistance due à l'atmosphère est  $F_R = 100$  N.



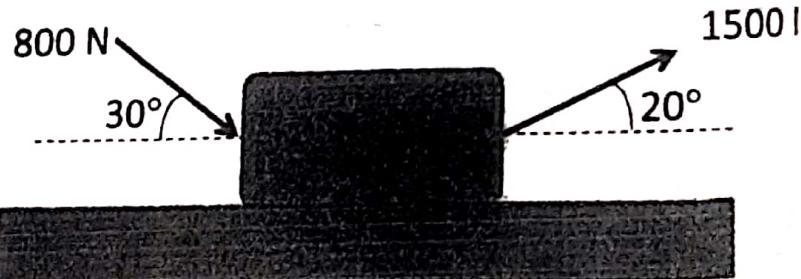
5- (10-Points)

Une fusée tourne autour de la terre sur une trajectoire elliptique. Déterminer sa vitesse au point A (Voir figure). On donne  $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$  et  $M_{terre} = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}$ .

6- (15-Points)

Deux forces  $F_1 = 800$  N et  $F_2 = 1500$  N sont appliquées sur un corps de masse  $M = 100$  Kg, voir figure. Si le système est initialement au repos. Déterminer sa distance parcourue quand il atteint une vitesse  $v = 6$  m/s.

Le coefficient cinétique de frottement entre le corps et la surface est  $\mu_c = 0.2$ .



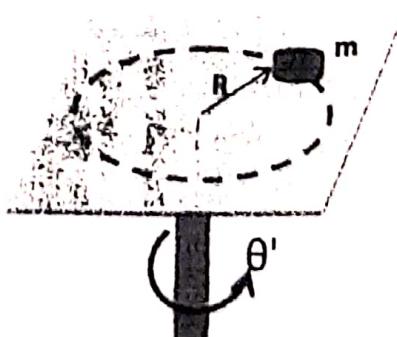
7- (15-Points)

Si le coefficient de frottement statique entre un bloc de masse  $m$  et une table tournante est  $\mu_s$ .

a) Sachant que le bloc peut bouger radialement et tangentiellellement, Tracer les forces exercées sur le bloc.

b) Calculer la vitesse angulaire maximale constante ( $\theta'$ ) de la table tournante pour que le bloc reste fixe sur une trajectoire circulaire.

On donne  $\ddot{a} = (r' - r\theta'^2)\vec{e}_r + (r\theta'' + 2r'\theta')\vec{e}_\theta + z'\vec{k}$ .



Bon travail



Cours : Phys100

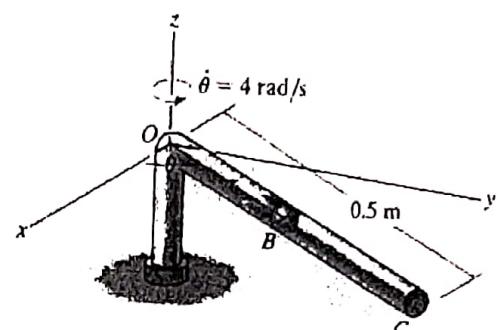
Examen : Final

Date : 26/02/2014  
Durée: 2 heures

- 1- Le tube tourne dans un plan horizontal à la vitesse angulaire  $\omega = 4 \text{ rad/s}$ . on suppose que la particule  $B$  part de l'origine  $O$  avec une vitesse radiale  $\dot{r} = 1,5 \text{ m/s}$ .

- Quelle est la nature du repère lié au tube ?
- Déterminer les deux types de forces appliquées sur  $B$ . (Module, sens et direction).
- Appliquer la R.F.D. dans le repère lié au tube pour déterminer la position instantanée  $r(t)$  de  $B$ .

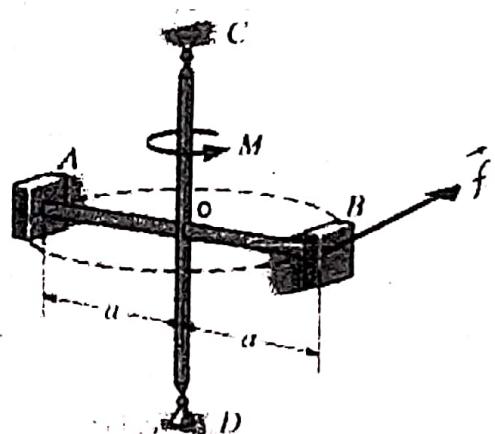
(On donne :  $\ddot{r} - k^2 r = 0 \Rightarrow r = A e^{kt} + B e^{-kt}$ ).



- 2- Les deux blocs  $A$  et  $B$  ont la même masse  $m_A = m_B = 400 \text{ g}$  et tournent autour de l'axe  $CD$  à la vitesse initiale  $v = 2 \text{ m/s}$ . On applique sur  $CD$  un couple de moment de module ( $M = 3t$ ) et sur le bloc  $B$  une force ( $f = 4 \text{ N}$ ) perpendiculaire à  $AB$ .

- Calculer le moment angulaire initial du système.
- Calculer le moment de la force  $f$  par rapport au point  $O$ .
- Calculer la nouvelle vitesse des blocs  $A$  et  $B$  après 2 s.

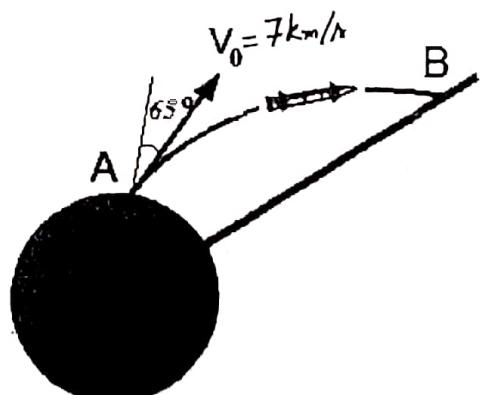
(On donne :  $a = 0.3 \text{ m}$ ).



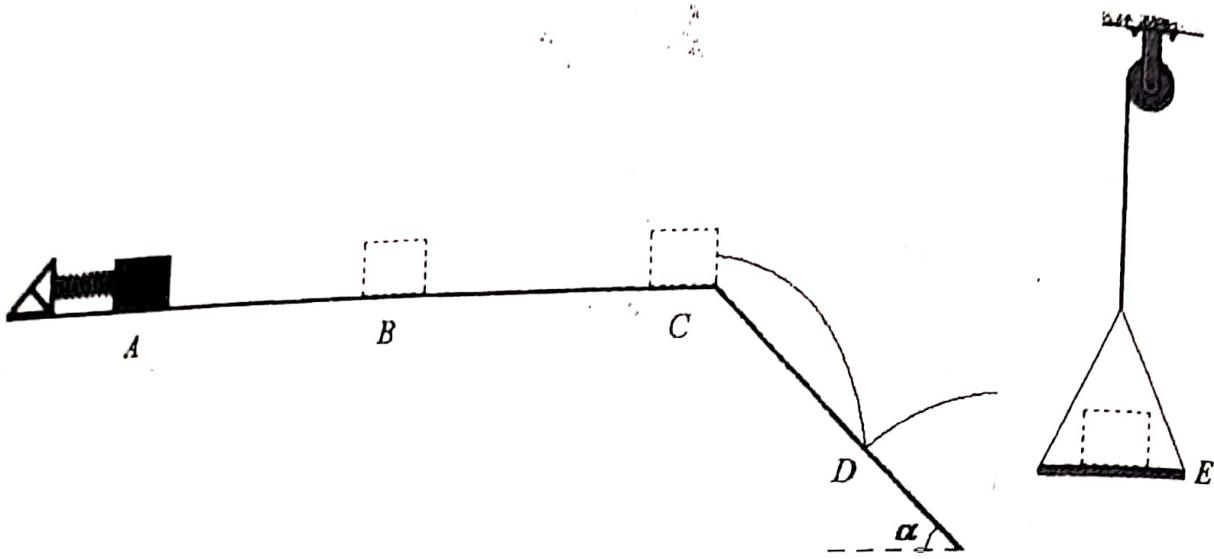
- 3) Une navette est mise en feu depuis un point  $A$  de la surface de la terre avec une vitesse initiale sous l'angle de tire  $\alpha = 65^\circ$ .

- Déterminer la nature de la trajectoire suivie par la navette.
- On suppose que la navette arrive au point  $B$  (le point le plus éloigné du centre de la terre) à la vitesse  $v = 5250 \text{ km/s}$ . Que doit-on faire à ce point pour stabiliser la navette sur une ellipse définie par  $r_M = 7740 \text{ km}$  et  $r_m = 7400 \text{ km}$ .
- En tournant autour de la terre la navette lâche un satellite de masse  $m = 100 \text{ kg}$ . Calculer sa période de révolution autour de la terre.

(On donne  $G \times M = 3.96 \times 10^{14} \text{ SI}$  et  $R = 6400 \text{ km}$ ).



### Problème



On considère un bloc de masse  $m = 1\text{kg}$  supposé ponctuel, et un ressort de longueur initiale  $l_0 = 50\text{cm}$  et de raideur  $k = 100\text{N/m}$ . les deux sont placés sur une table horizontale.

1- On pousse le bloc contre le ressort. Ce dernier se comprime d'une distance  $x = 25\text{cm}$ .

- Calculer l'énergie potentielle élastique du ressort.
- On relâche le système. Calculer la vitesse  $v_A$  de départ du bloc.

2- Le bloc commence à glisser sur la table. Déterminer, en utilisant la variation de l'énergie mécanique, la vitesse du bloc au point **B**. En supposant que le coefficient de frottement entre les deux points **A** et **B** est  $\mu = 0.2$  (distance  $AB = 1\text{m}$ ).

3- En arrivant au point **B** on applique sur le bloc une force de traction  $f = 4\text{N}$ .  
on néglige le frottement entre les deux points **B** et **C**. Calculer le temps nécessaire pour passer de **B** à **C**. (On donne  $v_c = 2 \text{ m/s}$ ).

4- En arrivant au point **C** le bloc de masse  $m = 1\text{kg}$  apparaît comme s'il est lancé à la vitesse  $v = v_c \text{ m/s}$ .  
Déterminer sa vitesse après son rebond au point **D**. On donne le coefficient de restitution  $e = 0.8$  et  $\alpha = 45^\circ$ .

5- Après rebond on suppose que le bloc repose sans vitesse sur le plateau **E** de masse négligeable. Il commence à descendre et la poulie ( $M = 10\text{kg}$ ,  $R = 25\text{cm}$ ,  $I = MR^2$ ) commence à tourner.

- Trouver l'accélération angulaire de la poulie, l'accélération tangentielle d'un point situé sur sa jante et la tension du fil.
- Calculer l'énergie mécanique du système après  $2\text{s}$  du mouvement. On choisit le point **D** comme origine de potentiel.

Solution  
Final 2014

$$\omega = 4 \text{ rad/s}$$

$$r = 1,5 \text{ m/s}$$

- a) Galilom  
b) Forces nélles - Forces frictives  
Nélls  $\vec{Mg}$  et  $\vec{N}$  et  $\vec{f}_c$   
Forces frictives  $\vec{f}_1$ ,  $\vec{f}_c$ ,  $\vec{f}_e$

$$\vec{f}_n = m\vec{r} = m\vec{r} \hat{r}$$

$$\vec{f}_e = m\vec{a}_e = m(\vec{\omega}\vec{r} + \vec{\omega}\vec{\omega}/2 + \vec{r}\vec{\omega}\vec{\omega})$$

$$= m\omega\vec{K} \wedge \omega\vec{K} \wedge \vec{r} \hat{r} = -m\omega^2\vec{r} \hat{r}$$

$$\vec{f}_c = m\vec{a}_c = m(2\vec{r} \wedge \vec{v}_r) = 2\omega\vec{K} \wedge \vec{r}' \hat{r} = 2\omega r' \hat{r}$$

$$g) \sum F_{\text{nélles}} = f_{\text{frictive}}$$

$$\Rightarrow mg + N + N' = m\vec{r}'' \hat{r} - m\omega^2\vec{r} \hat{r} + 2m\omega\vec{r}$$

$$-mg\vec{K} + N\vec{K} + N'\vec{C} = m(\vec{r}'' - \omega^2\vec{r})\hat{r} + =$$

$$\Rightarrow \text{par identif. f. card} \quad \boxed{r'' - \omega^2 r = 0} \rightarrow \text{Solut } r_i = A e^{kt} + B e^{-kt}$$

$$r(t) = A e^{4t} + B e^{-4t} \quad \text{pr } \begin{cases} t=0 \Rightarrow r=0 \\ t=0 \Rightarrow r'=1,5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = A + B \\ 1,5 = 4A e^{4t} - 4B e^{-4t} \end{cases}$$

$$\Rightarrow A = -B \quad \therefore 1,5 = 4(A - B) \Rightarrow 1,5 = 8A \Rightarrow A = \frac{1,5}{8}$$

$$B = -\frac{1,5}{8}$$

$$\boxed{r = \frac{1,5}{8} e^{4t} - \frac{1,5}{8} e^{-4t}}$$

Ex2

$$\text{Ex2 d)} \quad \vec{J} = 2 \text{ m} \vec{r} \wedge \vec{v} = 2 \text{ m} r v \sin \frac{\pi}{2} = 2 \times 0,4 \times 2 \times 0,3 = 0,48$$

$$\text{b)} \quad \overline{m}_{F_0} = \vec{F} \wedge \vec{r} = r \cdot F \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 0,3 \cdot 4 = 1,2 \text{ N.m}$$

c) pp de mouvement angulaire :

$$\vec{\Omega}_f - \vec{\Omega}_i = \int \sum m_{\text{ext}} dt$$

$$mrV_f - mrV_i = \int (3t + 1,2) dt = 3 \frac{t^2}{2} + 1,2t$$

$$V_f = \frac{3t^2/2 + 1,2t + 0,48}{0,4 \times 0,3} = 12,5t^2 + 10t + 4$$

$$\text{Ex3 a)} \quad E_T = \frac{1}{2} m V_B^2 + U(R) = \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{GMm}{R} = \frac{1}{2} m \left(7 \cdot 10^3\right)^2 - \frac{3,96 \cdot 10^{-11}}{6400 \cdot 10^3} m^2 \left(\frac{49 \cdot 10^6}{2} - \frac{4 \cdot 10^9}{64}\right) \rightarrow \text{ellipse}$$

$$\text{b)} \quad V_B = 5250 \text{ m/s}$$

ellipse  $r_H = 7740 \text{ km}$  et  $r_m = 7400 \text{ km}$

$$\Downarrow \quad E_T = \frac{-GMm}{r_{cm} + r_H} = \frac{1}{2} m V_B^2 - \frac{GMm}{r_H} \Rightarrow \left( -\frac{GM}{r_{cm} + r_H} + \frac{GM}{r_H} \right) \cdot 2 =$$

$$V_B' = \sqrt{\frac{GM(r_H)}{r_H(r_H + r_m)}} = \sqrt{\frac{2 \times 4,10^{11} \cdot 7400,10^3}{7740,10^3 (7740 + 7400),10^3}} = 7107,67 \text{ m/s}$$

il faut augm la vitesse.  $\Delta V = (7107 - 5250) \text{ m/s}$

$$\text{c)} \quad T = 2\pi (\alpha^3)^{\frac{1}{2}} = 2\pi \left[ \frac{(71,00 + 77,40),10^3}{2} \right]^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 10^{11}}} \\ 2\alpha = r_m + r_H \\ \alpha = \frac{r_m + r_H}{2} \\ = 2\pi \left( \frac{15140,10^3}{4} \right)^{\frac{3}{2}} \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 10^{11}}} = \frac{\pi}{16^7} \cdot \left[ \frac{15140,10^3}{4} \right]^{\frac{3}{2}}$$

# Solution Probleme (4)

Plots:

$$a) E_p = \frac{1}{2} Kx^2$$

$$b) \frac{1}{2} Kx^2 = \frac{1}{2} m v_A^2 \Rightarrow v_A = \sqrt{\frac{K}{m}} (x_0) = \sqrt{\frac{100}{1}} \cdot (25,10^{-2}) = 10 \times 0,25 = 2,5 \text{ m/s}$$

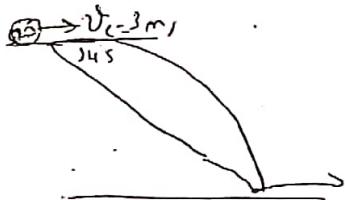
$$2) \Delta E_C = \sum w_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{1}{2} m v_A^2 = -fd = -\mu mg d$$

$$\Rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2\mu gd \Rightarrow v_B = \sqrt{(2,5)^2 - 2 \times 0,1 \times 10 \times 1} = 2,06 \text{ m/s}$$

$$3) mv_C - mv_B = \int 4t dt \Rightarrow 4 \frac{t^2}{2} = 2t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{m(v_C - v_B)}{2}}$$

$$= \frac{1}{2} (2,06^2 - 2,0) = 0,5 \text{ sec.}$$

4)



$$v_{0ix} = v_0 \cos \theta_0 = -v_C = -3 \cdot e = -2,4 \text{ m/s}$$

$$v_{0iy} = -e v_{0ix} = -e (-gt) = -$$

5)



$$\sum F = m \ddot{a} \rightarrow mg + T = m \ddot{a}$$

$$\downarrow: \boxed{mg - T = m \ddot{a}} \quad (1) \Rightarrow$$

$$\sum M = I \ddot{\theta} \quad T' R = MR^2 \cdot \ddot{\theta} = MR \ddot{\theta} \Rightarrow T' = MR \ddot{\theta}$$

$$\Rightarrow T' = \boxed{MR \ddot{\theta}} = T - m(g - \ddot{\theta} R) = T - m(g - \ddot{\theta} R)$$

$$\Rightarrow MR \ddot{\theta} + m \ddot{\theta} R = mg \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{mg}{R(m + M)} = \frac{1 \times 10}{0,25(1+10)} = 3,63 \text{ rad/s}^2$$

$$\alpha_t = 3,63 \times R =$$

$$6) E_m = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \quad \cancel{= mg y} \quad \rightarrow \frac{1}{2} g L^2 = -$$

$$\frac{v}{R} = gt$$



Cours : Phys 100  
Examen : Final

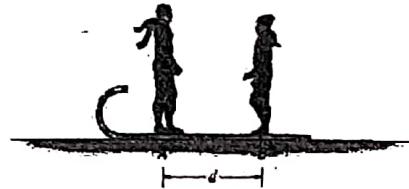
Date : 07-03-2013  
Durée: 2 heures

- 1- Une balle de masse  $m = 0.01 \text{ kg}$  roulant à la vitesse  $v$ , frappe un bloc de bois de masse  $M = 0.990 \text{ kg}$  et y reste collée. Le bloc de bois repose, sans frottement, sur une surface horizontale ; il est attaché à un ressort comme l'indique la figure ci-contre. Le choc comprime le ressort de  $0.1m$ . On donne  $k = 100 \text{ N/m}$ .



- a- Calculer par intégration l'énergie potentielle maximale du ressort.
- b- Déterminer la vitesse  $V$  du bloc juste après le choc.
- c- Quelle était la vitesse  $v$  de la balle ?

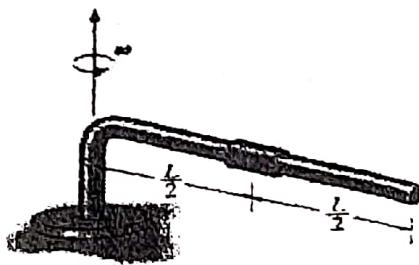
- 2- Un garçon  $A$  de masse  $m_A = 35.5 \text{ kg}$  et une fille  $B$  de masse  $m_B = 29 \text{ kg}$  se trouvent au debout sur un ski au repos de masse  $m_s = 9 \text{ kg}$ . Soit  $d = 1.22 \text{ m}$  la distance entre  $A$  et  $B$ . Le garçon  $A$  se déplace vers la fille  $B$  et s'arrête à côté d'elle, puis les deux reviennent ensemble jusqu'à la position initiale de  $A$ . on néglige tout frottement.



- a- le ski se déplace-t-il?
- b- Si oui, déterminer la position finale du ski juste après l'arrêt du mouvement.

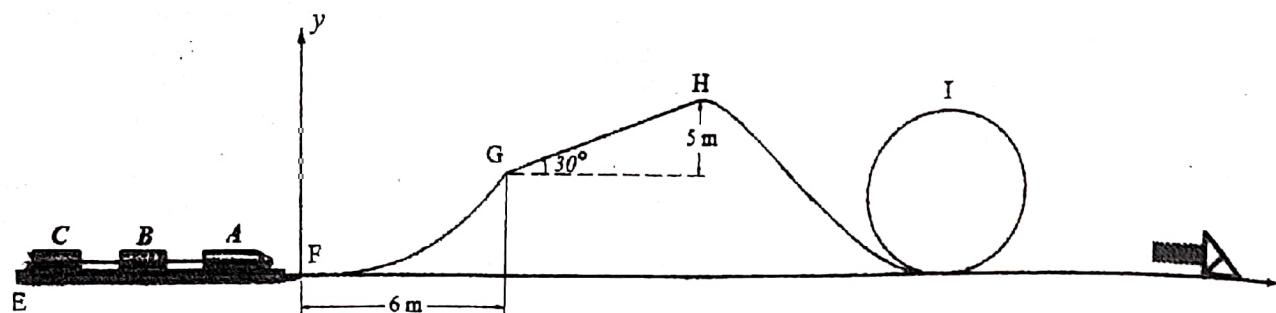
Note : le garçon et la fille se déplacent à la même vitesse  $v=2 \text{ m/s}$ .

- 3- La tige a une longueur  $L = 1 \text{ m}$  et un moment d'inertie  $I = 1000 \text{ kg.m}^2$ . Un collier lisse de masse  $m = 0.1 \text{ kg}$  et de taille négligeable est placé sur la tige à mi-distance. Si la tige tourne librement avec une vitesse angulaire  $\omega = 10 \text{ rad/s}$  autour de l'axe  $Oz$  et le collier est relâché sans vitesse initiale, déterminer la vitesse angulaire de la tige juste avant que le collier quitte la tige.



### Problème

Un train formé d'un chariot  $A$  ( $m_A = 500 \text{ kg}$ ) et deux wagons  $B$  et  $C$  de même masse ( $m_B = m_C = 250 \text{ kg}$ ) se déplace le long de la trajectoire ci-dessous. On admet que le train part du point  $E$  sans vitesse initiale.



1- La force développée par le moteur du chariot est donnée par  $(5000t)$  où  $t$  est le temps.

- a- En utilisant la R.F.D déterminer dans un repère fixe ( $Fxy$ ) et en fonction du temps les expressions de l'accélération du train et les tensions des câbles  $AB$  et  $BC$ .
- b- Le train arrive au point  $F$  après 3 sec de son départ. Calculer sa vitesse à ce point.

Note : Dans les 4 questions suivantes le train est supposé ponctuel.

2- Le train supposé ponctuel passe par le point  $F$  à la vitesse ( $v_F = 22.5 \text{ m/s}$ ) et monte sans frottement une pente  $FG$  d'équation  $y = \frac{x^2}{2}$ . On donne  $x_G = 6 \text{ m}$ . Calculer à ce point  $G$  la réaction normale de la pente.

3- Le train arrivant au point  $G$  à la vitesse  $v_G = 12.1 \text{ m/s}$  continue à monter avec frottement une deuxième pente  $GH$  faisant un angle  $\theta = 30^\circ$  avec l'horizontal. Calculer en utilisant la variation de l'énergie totale le coefficient de frottement nécessaire pour que le train arrive au point  $H$  à la vitesse  $v_H = 0.25 \text{ m/s}$ .

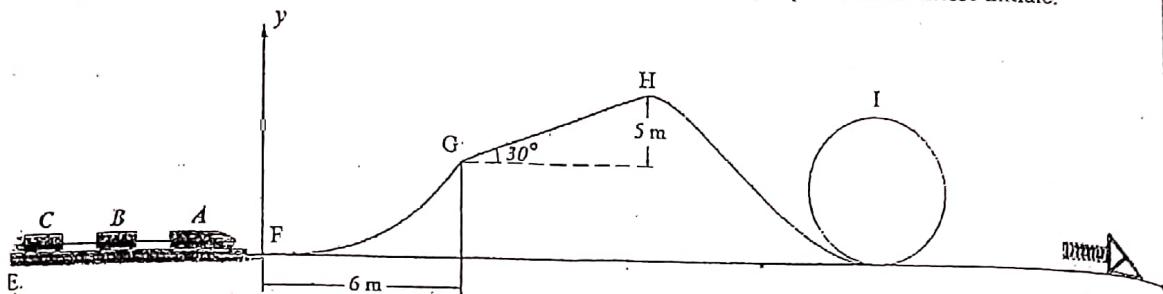
4- Le train glisse maintenant sans frottement le long du cercle de rayon  $R = 5 \text{ m}$ . Montrer qu'il traverse le point  $I$  sans risque tout en restant sur la trajectoire. On rappelle que  $v_H = 0.25 \text{ m/s}$ .

5- Pour arrêter le train on met dans son chemin un ressort de raideur  $k = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$ . Calculer la distance de compression du ressort. On rappelle  $y_H = 23 \text{ m}$  et  $v_H = 0.25 \text{ m/s}$ .

Problème

(3)

Un train formé d'un chariot  $A$  ( $m_A = 500 \text{ kg}$ ) et deux wagons  $B$  et  $C$  de même masse ( $m_B = m_C = 250 \text{ kg}$ ) se déplace le long de la trajectoire ci-dessous. On admet que le train part du point  $E$  sans vitesse initiale.



1- La force développée par le moteur du chariot est donnée par  $(5000t)$  où  $t$  est le temps.

- a- En utilisant la R.F.D déterminer dans un repère fixe ( $Fxy$ ) et en fonction du temps les expressions : de l'accélération du train et les tensions des câbles  $AB$  et  $BC$ .
- b- Le train arrive au point  $F$  après 3 sec de son départ. Calculer sa vitesse à ce point.

Note : Dans les 4 questions suivantes le train est supposé ponctuel.

2- Le train supposé ponctuel passe par le point  $F$  à la vitesse ( $v_F = 22.5 \text{ m/s}$ ) et monte sans frottement une pente  $FG$  d'équation  $y = \frac{x^2}{2}$ . On donne  $x_G = 6 \text{ m}$ . Calculer à ce point  $G$  la réaction normale de la pente.

3- Le train arrivant au point  $G$  à la vitesse  $v_G = 12.1 \text{ m/s}$  continue à monter avec frottement une deuxième pente  $GH$  faisant un angle  $\theta = 30^\circ$  avec l'horizontal. Calculer en utilisant la variation de l'énergie totale le coefficient de frottement nécessaire pour que le train arrive au point  $H$  à la vitesse  $v_H = 0.25 \text{ m/s}$ .

4- Le train glisse maintenant sans frottement le long du cercle de rayon  $R = 5\text{m}$ . Montrer qu'il traverse le point  $I$  sans risque tout en restant sur la trajectoire. On rappelle que  $v_H = 0.25 \text{ m/s}$ .

5- Pour arrêter le train on met dans son chemin un ressort de raideur  $k = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$ . Calculer la distance de compression du ressort. On rappelle  $y_H = 23 \text{ m}$  et  $v_H = 0.25 \text{ m/s}$ .

2

### Problème (3)

#### Solution

Ex1- a-  $\Delta E_p = -\int_0^{\frac{1}{2}} \vec{f} d\vec{r} = -\int_0^{\frac{1}{2}} -kx dx = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow E_p = 0,5 \times 100 \times 0,1^2 = 0,5 \text{ J}$

b-  $E_t(\text{juste après le choc}) = E_t(\text{compression } x)$

$$\frac{1}{2}(m+M)V^2 = \frac{1}{2}kx^2 \Rightarrow V = \sqrt{\frac{kx^2}{m+M}} = \sqrt{\frac{100 \times 0,1^2}{1}} = 1 \text{ m/s}$$

c-  $\bar{P} = cte \Rightarrow m\bar{v} = (m+M)\bar{V} \Rightarrow \bar{v} = \frac{m+M}{m}\bar{V} = \frac{0,990}{0,1} = 100 \text{ m/s}$

Ex2- 1<sup>er</sup> étape: Le garçon va de A vers B :  $\bar{P} = cte \Rightarrow \bar{0} = m_A \bar{v}_A + (m_B + m_s) \bar{V}_{s1}$

$$0 = m_A v_A + (m_B + m_s) V_{s1}$$

Le déplacement du ski se fait dans le sens opposé de B vers A

$$V_{1s} = -\frac{m_A}{m_B + m_s} v_A = \frac{35,5}{35,5 + 29} 2 = 1,1 \text{ m/s}$$

Le temps de déplacement est le même pour le garçon et le ski

$$d = v_A \times t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_A} = \frac{1,22}{2} = 0,61 \text{ s}$$

Le ski traverse la distance :  $d_{1s} = V_{1s} \times t_1 = 1,1 \times 0,61 = 0,67 \text{ m}$

2<sup>eme</sup> étape: Les deux vont de B vers A :  $\bar{P} = cte \Rightarrow \bar{0} = m_A \bar{v}_A + m_B \bar{v}_B + m_s \bar{V}_{s2}$

$$0 = m_A v_A + m_B v_B + m_s V_{s2}$$

Le déplacement du ski se fait dans le sens opposé de A vers B

$$V_{2s} = -\frac{m_A + m_B}{m_s} v_A = \frac{35,5 + 29}{9} 2 = \frac{129}{9} = 14,3 \text{ m/s}$$

Le temps de déplacement est le même pour les deux et le ski

$$d_{1s} = v_A \times t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{d_{1s}}{v_A} = \frac{0,67}{2} = 0,335 \text{ s}$$

$$d_{2s} = V_{2s} \times t_2 = 14,3 \times 0,335 = 4,783 \text{ m}$$

$$d_{tot} = 0,67 + 4,783 = 5,453 \text{ m}$$

Calcul de la vitesse au point G :  $E_t = \text{cte}$

$$\frac{1}{2}mv_F^2 = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_G^2 \Rightarrow v_G^2 = -2gh + v_F^2 = 506,25 - 360 \Rightarrow v_G = 12,1 \text{ m/s}$$

$$\text{Reaction} = 1000 \left( \frac{12,1^2}{225} + 10 \times \cos 80,5 \right) =$$

3- Variation de l'énergie totale est égale au travail de la force de frottement :  $E_f - E_u = W_{frottement} \Rightarrow mg \cdot 5 + \frac{1}{2}m(0,25)^2 - \frac{1}{2}m(12,1)^2 = -\mu mg \cos 30 \times d$   
Avec  $d = 5 / \sin 30 = 10 \text{ m} \Rightarrow \mu = 0,26$

4- At point I le poids, la réaction et l'accélération normale sont tous dirigées vers le bas :  $mg + N = mv^2/R \Rightarrow N = m(v^2/R - g)$

Calcul de la vitesse au point I, l'axe Fx est l'origine de potentiel  $E_H = E_u \Rightarrow mg \cdot 23 + \frac{1}{2}m(0,25)^2 = \frac{1}{2}mv_I^2 + mg \cdot 10 \Rightarrow 230 + 0,03 = v_I^2 / 2 + 100 \Rightarrow v_I = 16,13 \text{ m/s}$   
 $N = 1000(260/5 - 10) = 42000 \text{ N} > 0.$

5-  $E_H = E_g \Rightarrow mg \cdot 23 + \frac{1}{2}m(0,25)^2 = \frac{1}{2}mv_J^2 + 0 \Rightarrow 230 + 0,03 = v_J^2 / 2 \Rightarrow v_J = 21,45 \text{ m/s}$   
 $\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_J^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{mv_J^2}{k}} = \sqrt{\frac{1000 \times 460}{20000}} = 4,9 \text{ m.}$