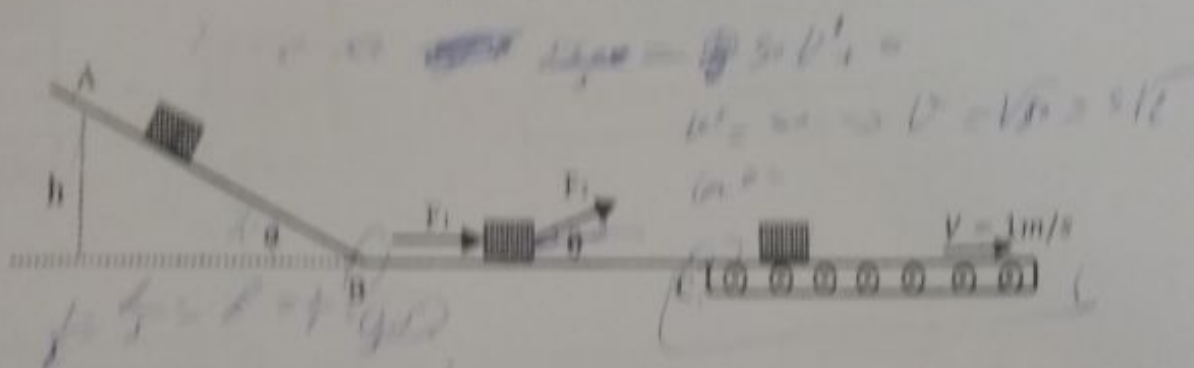


Cours : P1100
Durée : 2 heures

Année : 2018 - 2019
Examen : final

Exercice 1 :

Une caisse de masse $M = 100\text{ kg}$ glisse sans frottement sur un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontal. Elle part du repos au point A. On donne $AB = 5\text{ m}$ et $g = 10\text{ m/s}^2$.



a) Montrer que la caisse arrive au point B à la vitesse $V_B = 7,97\text{ m/s}$.

En arrivant au point B la caisse subit deux forces, la première horizontale de module $F_1 = 10\text{ N}$ et la deuxième de module $F_2 = 15\text{ N}$, faisant un angle $\theta = 45^\circ$ avec l'horizontal. On donne $BC = 10\text{ m}$.

b) Calculer l'accélération de la caisse le long de BC.

c) Montrer que sa vitesse au point C devient $V_C = 7,35\text{ m/s}$.

A partir du point C, la caisse arrive sur un tapis roulant qui se déplace à la vitesse $V = 1\text{ m/s}$. Sur le tapis, les forces F_1 et F_2 étant supprimées, la caisse est soumise maintenant à une force de frottement de coefficient $\mu = 0,6$.

d) Calculer le temps pour qu'elle s'arrête sur le tapis.

Exercice 2 :

Une fusée est lancée à partir de la surface de la terre à une vitesse $v_0 = 10\text{ km/s}$ faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec la verticale.

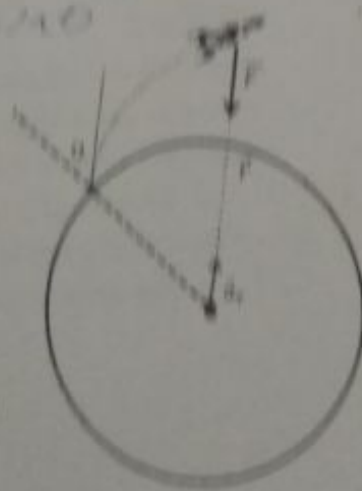
a) Calculer l'énergie totale de la fusée. En déduire sa trajectoire.

b) Calculer la hauteur maximale atteinte à partir de la surface de la terre.

$$M = 6,10^{24}\text{ kg} ; G = 6,67 \times 10^{-11}\text{ N.m}^2/\text{kg}^2 ; R = 6400\text{ km}$$

Question de cours :

En utilisant la relation fondamentale de la dynamique en coordonnées polaires montrer que la trajectoire de toute particule qui se déplace sous l'action de la force gravitationnelle $\vec{F} = -\frac{GMm}{r^2} \vec{e}_r$ est un cercle. On pose $u = 1/r$. On donne

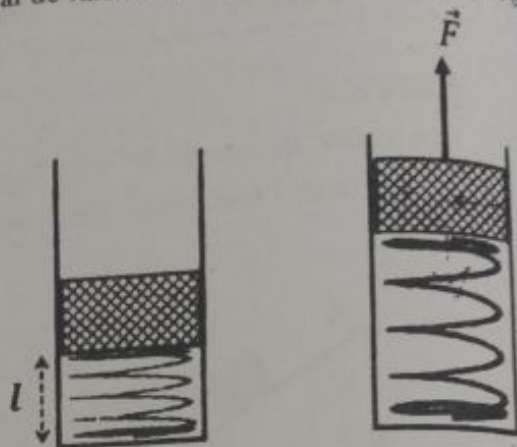


$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta \quad , \quad \frac{dr}{dt} = -r^2\dot{\theta}\frac{du}{d\theta} = -h\frac{du}{d\theta} \quad \text{et} \quad \frac{d^2r}{dt^2} = -h^2u^2\frac{d^2u}{d\theta^2}$$

Exercice 3 :

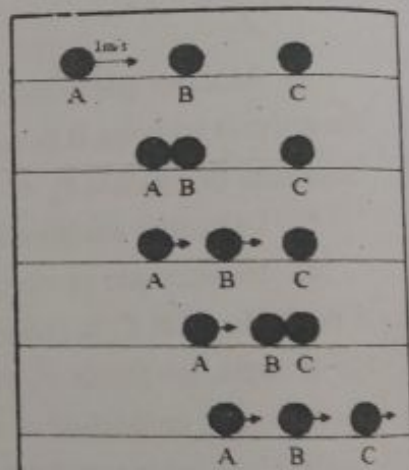
Un bloc de masse $m = 1\text{kg}$ est relié à un ressort vertical de raideur $k = 1000\text{N/m}$. Le système est au repos et la longueur du ressort est $l = 20\text{cm}$. On tire le bloc vers le haut avec une force constante $F = 200\text{N}$. Le bloc glisse sur les parois internes d'un cylindre vertical avec une force de frottement $f_r = 10\text{N}$.

- Tracer le bilan des forces extérieures appliquées sur le bloc.
- Calculer en utilisant le théorème de l' E_c sa vitesse après un déplacement de 20cm .



Exercice 4 :

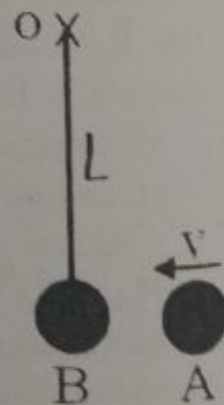
Les trois boules A, B et C sont de même masse. A se déplace vers B à la vitesse de 1m/s mais B et C sont au repos. On suppose que le coefficient de restitution entre A et B aussi qu'entre B et C est $0,5$. Calculer la vitesse des trois boules juste après les deux chocs (choc A - B puis choc B - C). On suppose que les trois boules se déplacent vers la droite après le choc.



Exercice 5 :

Une boule A de masse m se déplace horizontalement à la vitesse \vec{v} entre en choc avec une deuxième boule B de même masse d'un pendule simple. On admet que les deux boules restent collées après le choc.

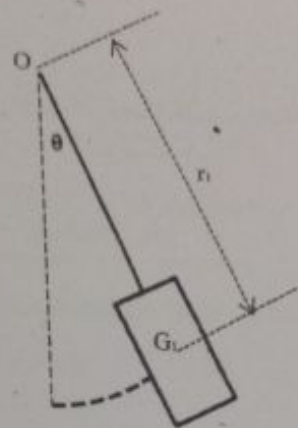
- Déterminer la vitesse des deux boules juste après le choc.
- Que doit être la vitesse \vec{v} de la boule A pour que le pendule après le choc fasse un tour complet sans que le fil se relâche.



Exercice 6 :

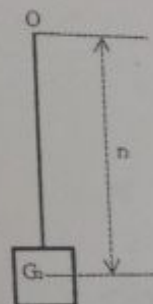
Un pendule simple faisant un angle θ avec la verticale est lâché sans vitesse initiale. Soit r_1 la distance entre le point O et le centre de masse G_1 du bloc du pendule supposé ponctuel.

- Calculer la vitesse du bloc en passant par la verticale.
- Déterminer le moment des forces extérieures appliquées sur le bloc dans la position verticale.



En arrivant à la verticale la masse se divise en moitié, et la distance entre le point O et le centre de masse G_2 du bloc restant devient r_2 .

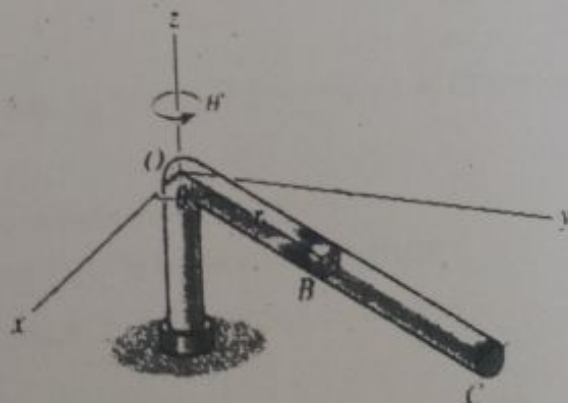
- Calculer la vitesse de la partie restante à cet instant.
- Déterminer la nature du mouvement ultérieur du pendule.
- Jusqu'à quelle hauteur remonte-t-il ?



Exercice 7 :

Le tube de la figure ci-contre tourne dans un plan horizontal à la vitesse angulaire constante $\dot{\theta} = 4 \text{ rad/s}$. On suppose que la particule B part de l'origine O avec une vitesse radiale initiale $\dot{r} = 1.5 \text{ m/s}$.

- Montrer que la position instantanée de B est donnée par $r = \alpha e^{-4t} + \beta e^{+4t}$.
- Déterminer les composantes du vecteur vitesse juste au point C . On donne $r_c = 0.5 \text{ m}$.



"إن من البيان لسحرا"

Bon Travail

وإن من الفيزياء لسحرا



عبد الرحمن عواد

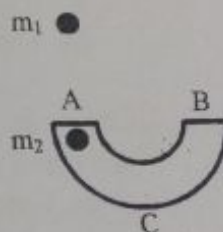
Date : 13-02-2018

Durée : 2h

Cours : P1100
Examen : Final

- 1- Une particule de masse m , de vitesse initiale \vec{v}_0 tombe verticalement de haut en bas. On suppose que la résistance de l'air oppose à la vitesse et donnée par $\vec{f} = -mb\vec{v}$. Déterminer :
- a- La vitesse instantanée $v(t)$ de la particule.
- b- Sa vitesse limite V_L . On donne : $b = 25s^{-1}$, $v_0 = 0,1m/s$ et $g = 10m/s^2$

- 2- Une particule $m_1 = 100g$ tombe en chute libre arrive au point A à la vitesse $v = 0,2m/s$. Elle entre en choc avec une deuxième particule $m_2 = 100g$ se trouve au repos à l'extrémité A d'un tube de forme demi-cercle de rayon $R = 1m$. Après le choc les deux particules restent collées.



Déterminer :

- a- Le coefficient de restitution.
- b- La vitesse juste après le choc.
- c- La réaction normale au point C le plus bas du tube AB. En néglige le frottement à l'intérieur du tube.

- 3- Une particule de masse m décrit dans le plan (x,y) la trajectoire elliptique d'équation $\vec{r} = a \cos(wt)\hat{i} + b \sin(wt)\hat{j}$ avec a , b et w sont des constantes. On donne : $d\vec{r} = dr\hat{e}_r + r d\theta\hat{e}_\theta$.

- a- Montrer que la particule se déplace sous l'action de la force $\vec{f} = -mw^2\vec{r}$.
- b- Calculer le travail de cette force entre deux points A et B de l'ellipse.
- c- Montrer que \vec{f} est une force conservative.
- d- Calculer l'énergie potentielle.
- e- Calculer l'énergie totale.

T.P.S.V.

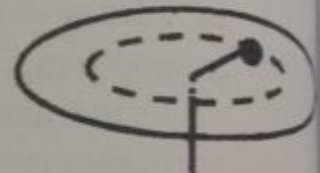
4- Nous savons que la terre est une sphère de rayon R et qu'elle attire toute particule vers son centre à la force $\vec{f} = -\frac{GMm}{r^2}\hat{e}_r$.

- a- Calculer la masse de la terre. on donne : $R=6400\text{km}$, $G=0,66 \cdot 10^{-10}\text{SI}$ et $g_0=10\text{m/s}^2$.
- b- Montrer que l'accélération de la pesanteur varie avec l'altitude.
- c- Calculer la vitesse de libération.
- d- Une fusée de masse constante est lancée verticalement à partir de la surface de la terre à la vitesse $v_0 = 20\text{ km/s}$. calculer sa vitesse à l'altitude $h = 4000\text{km}$.
- e- Que doit-on faire pour satelliser la fusée sur une orbite circulaire autour de la terre ?

5- Une balle de masse $m=0,5\text{kg}$ est attachée à un fil inextensible qui passe par un trou au centre d'une table. Quand la balle est à la distance $r_1 = 0,5\text{m}$ du trou elle tourne à la vitesse $v_1 = 1,2\text{ m/s}$.

- a- Calculer le moment angulaire de la balle.
- b- Trouver le moment de la tension du fil durant la rotation.

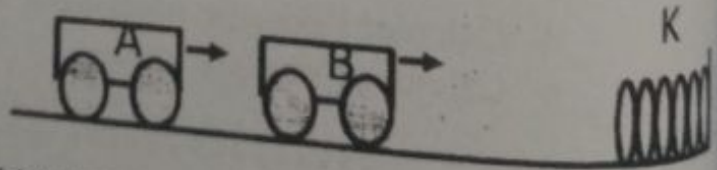
On tire le fil vers le bas à une vitesse constante $v_2 = 0,4\text{m/s}$ avec une force F .



- c- Calculer les deux composantes radiale et orthoradiale de la vitesse de la balle lorsqu'elle se trouve à la distance $r_2 = 0,3\text{m}$ du trou.
- d- Calculer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique le travail de la force F .

6- Deux wagons A et B se déplacent l'un derrière l'autre sur la même voie horizontale. Ils se rencontrent et restent collés. On donne : $m_A = 15000\text{kg}$, $v_A = 3\text{m/s}$, $m_B = 12000\text{kg}$, $v_B = 1,5\text{m/s}$.

- a- Calculer la vitesse de deux wagons assemblés juste après couplage.
- b- Calculer la force moyenne de couplage entre les deux wagons si le temps de couplage était $0,3\text{s}$.
- c- Les deux wagons continuent à se déplacer jusqu'à rencontrer un ressort de raideur $k = 10^5\text{ N/m}$. Trouver l'expression de la compression maximale x du ressort.
- d- Etudier en plus le mouvement de deux wagons à partir de la collision et ultérieurement.





عبد الرحمن عواد

Date : 07- 09- 2018

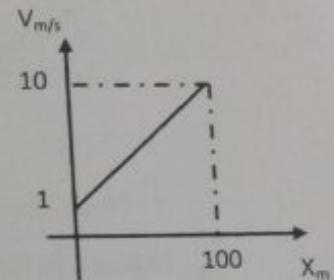
Cours : P1100

Durée : 2 heures

Examen : 2ème session

1- En 1900 Max Planck a proposé que l'énergie d'un oscillateur est quantifiée t.q. $E = nh\nu$ ou bien $E = nh\frac{C}{\lambda}$. Trouver l'équation aux dimensions de la constant de Planck h . (c) est la vitesse de la lumière, (λ) est la longueur d'onde et (ν) est la fréquence, (n) est un entier sans dimension.

2- Un train se déplace entre deux stations en suivant une trajectoire rectiligne. La variation de sa vitesse en fonction de sa position $v = f(x)$ est représentée par la droite suivante. Trouver la variation de son accélération en fonction de la position $a = f(x)$.



3- Une voiture se déplace dans un plan horizontal de sorte que sa position est donnée par le vecteur $\vec{r}_m = 4t^2\vec{i} + 2t^2\vec{j}$. Calculer son accélération tangentielle après 1s.

4- Une particule se déplace sur une trajectoire définie par l'équation $r_m = 4 \cos 3\theta$ où θ est en radian. Sa vitesse angulaire est donnée par $\dot{\theta} = 2t$. On donne $\theta = 0$ pour $t = 0$.

a- Trouver l'expression de son accélération radiale.

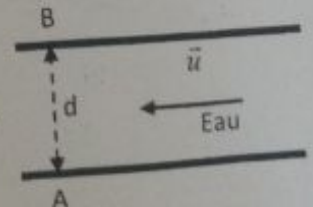
b- Calculer la valeur de cette accélération à l'instant où $\theta = 45^\circ$.

5- On admet que la terre tourne autour du soleil en suivant un mouvement circulaire uniforme sur un cercle de rayon $r = 1.5 \cdot 10^8 \text{ km}$.

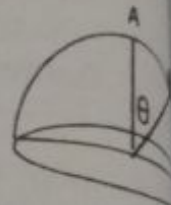
a- Quelle est sa période de révolution ?

b- Calculer sa vitesse et son accélération.

6- Un nageur parti du point A et se déplace à la vitesse constante $V = 4 \text{ m/s}$ par rapport à l'eau d'une rivière de largeur $d = 50 \text{ m}$ dont les eaux sont animées d'un courant de vitesse constante $u = 2 \text{ m/s}$. Trouver le temps nécessaire pour arriver au point B directement opposé au point A.



- 7- Une particule se déplace sur la surface externe d'une demi sphère de rayon R. Elle est lâchée sans vitesse initiale à partir du point A.
- a- Calculer l'expression de la réaction N du support sur la particule à l'instant t quelconque.
- b- Trouver l'angle θ où la particule quitte la sphère.



- 8- Une particule d'acier, assimilée à une masse ponctuelle, est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur h_0 , au-dessus d'une table horizontale. Elle rebondit verticalement jusqu'à une hauteur $h_1 < h_0$; puis retombe, rebondit, ... Déterminer :
- a- Le coefficient de restitution.
- b- La hauteur h à laquelle remonte la bille après le 10^{ème} rebond sur la table.

- 9- Nous savons que la terre est une sphère de rayon R et quelle attire toute particule vers son centre à la force $\vec{f} = -\frac{GMm}{r^2} \hat{e}_r$.
- a- Montrer que l'accélération de la pesanteur varie avec l'altitude.
- b- Calculer la vitesse de libération de toute particule de l'attraction de la terre. On donne $M = 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $G = 0,66 \cdot 10^{-10} \text{ SI}$, $R = 6400 \text{ km}$.

- 10- Deux pêcheurs A et B de masse $m_A = 60 \text{ kg}$ et $m_B = 80 \text{ kg}$ se trouvent sur une barque horizontale de masse $M = 120 \text{ kg}$. Initialement le système est au repos. Les deux pêcheurs commencent à se déplacer dans deux sens opposés (A vers la droite et B vers la gauche) à la vitesse constante $v_A = 2 \text{ m/s}$ et $v_B = 3 \text{ m/s}$. Trouver la vitesse du recul de la barque (module, sens et direction).

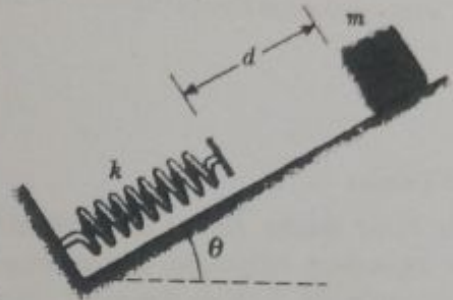
- 11- Un disque de moment d'inertie I tourne avec une vitesse angulaire $\omega_1 = 800 \text{ rad/s}$ autour d'un axe. Un autre disque initialement au repos et qui possède un moment d'inertie double du premier, est soudainement ajouté sur le même axe.
- a- Déterminer la vitesse angulaire finale de l'ensemble.
- b- Quelle est l'énergie cinétique perdue ?



1- (10-Points)

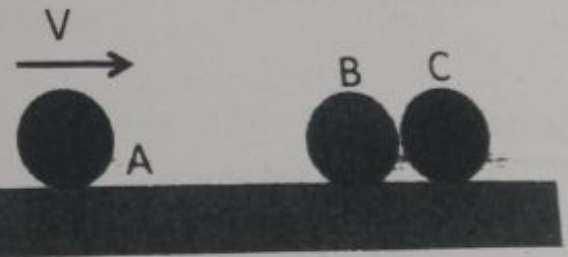
Un objet de masse $m = 1 \text{ Kg}$, initialement au repos, glisse sans frottement sur un plan incliné d'un angle $\theta = 30^\circ$.

- Calculer la vitesse juste avant qu'il touche le ressort, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. On donne $d = 1 \text{ m}$.
- Calculer la distance maximale de compression du ressort, en utilisant la conservation de l'énergie mécanique. On donne la constante du ressort $K = 50 \text{ N/m}$.



2- (20-Points)

Trois balles A, B et C de même masse m . Si B et C sont au repos, et A avait une vitesse v juste avant une collision directionnelle avec B. Le coefficient de restitution entre chaque balle est donné par e ($0 < e < 1$).



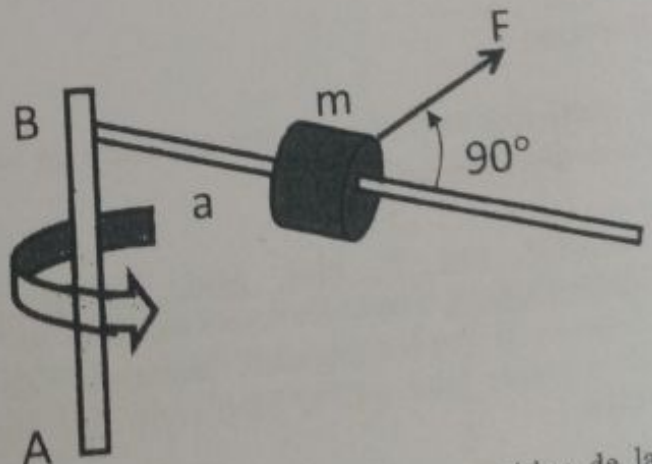
A- En utilisant l'expression de e et la conservation de la quantité de mouvement

- Calculer la vitesse V_B de la balle B juste après la collision avec A en fonction de V et de e .
- Calculer la vitesse V_C de la balle C juste après la collision avec B en fonction de V et de e .

- B-
- Calculer la perte de l'énergie mécanique totale, après les deux collisions en haut.
 - Déduire la vitesse V_C et la perte d'énergie mécanique totale si $e = 1$.

3- (15-Points)

Une particule de masse $m = 0,1 \text{ Kg}$ peut glisser sans frottement sur une tige de masse négligeable. Nous appliquons une force $F = 2 \text{ t (N)}$ sur la particule située à une distance $a = 1 \text{ m}$ de l'axe AB.



- On fixe la particule. Calculer la vitesse angulaire du système après 2 secs.
- On relâche la particule et on annule la force F , que devient la nouvelle position de la particule m lorsque sa vitesse angulaire devient 10 rad/s .

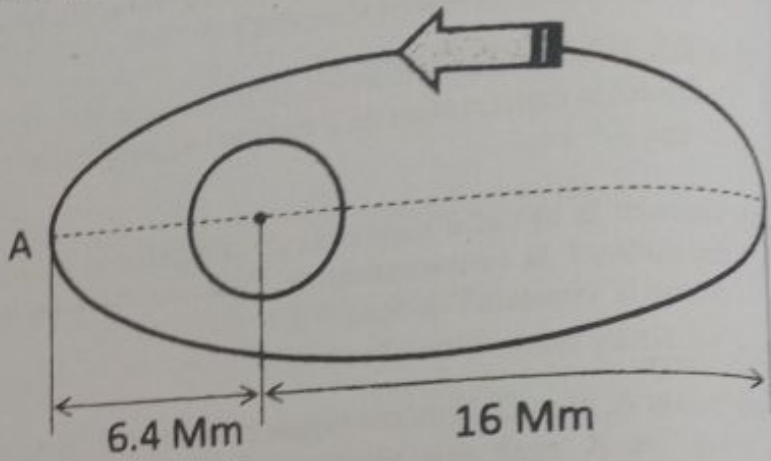
T.P.S.V.P.

4- (15-Points)

Une voiture-fusée de masse 10^3 Kg (vide) et rempli d'essence de 150 Kg. Si le carburant est consommé à un taux de 4 Kg/s, et éjecté de la voiture avec une vitesse relative de 250 m/s. Calculer la vitesse maximale atteinte par la voiture en partant du repos. La résistance due à l'atmosphère est $F_R = 100$ N.

5- (10-Points)

Une fusée tourne autour de la terre sur une trajectoire elliptique. Déterminer sa vitesse au point A (Voir figure). On donne $G = 6.67 \times 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2$ et $M_{\text{terre}} = 5.9 \times 10^{24} \text{ kg}$.



6- (15-Points)

Deux force $F_1 = 800$ N et $F_2 = 1500$ N sont appliquées sur un corps de masse $M = 100$ Kg, voir figure. Si le système est initialement au repos. Déterminer sa distance parcourue quand il atteint une vitesse $v = 6$ m/s.



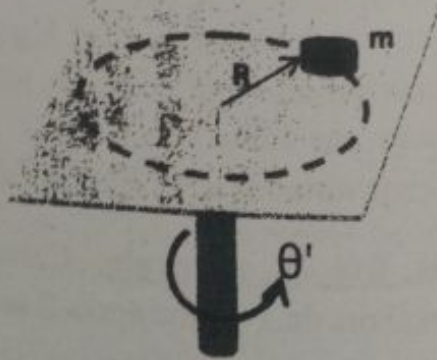
Le coefficient cinétique de frottement entre le corps et la surface est $\mu_c = 0.2$.

7- (15-Points)

Si le coefficient de frottement statique entre un bloc de masse m et une table tournante est μ_s .

- Sachant que le bloc peut bouger radialement et tangentiellement, Tracer les forces exercées sur le bloc.
- Calculer la vitesse angulaire maximale constante (θ') de la table tournante pour que le bloc reste fixe sur une trajectoire circulaire.

On donne $\vec{a} = (r'' - r\theta'^2)\vec{e}_r + (r\theta'' + 2r'\theta')\vec{e}_\theta + z''\vec{k}$.



Bon travail



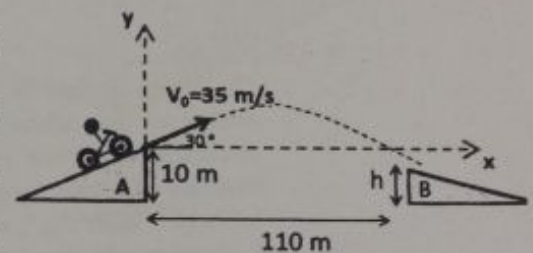
1- (15-Points)

- a) La force d'attraction entre deux particules est donnée par la loi : $F = G \frac{m m'}{r^2}$. Donner les dimensions et l'unité en S.I. de la constante G.
- b) Un mobile a une vitesse constante $v_0 = 2 \text{ m/s}$ à $t = 0$; ensuite il subit une accélération $a = 3v$ (mouvement rectiligne).
- Calculer la vitesse après 3 secondes.
- Déterminer la position instantanée, on donne à $t = 0$, $x_0 = 0$.

2- (20-Points)

Si un motorcycle quitte le plan incliné A à une vitesse de 35 m/s sous un angle de 30° avec l'horizontal (voir figure).

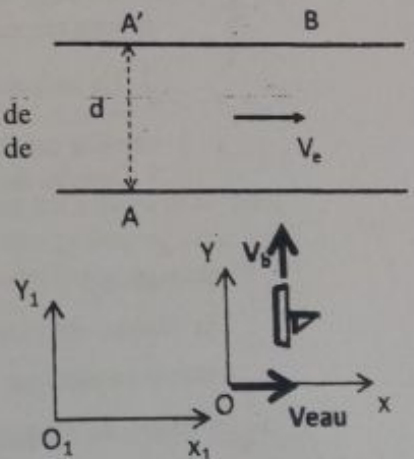
- a) Donner les vecteurs positions et vitesses du motorcycle à l'instant $t=0$.
- b) Donner les vecteurs positions et vitesses du motorcycle à l'instant t .
- c) Déduire la hauteur h nécessaire pour que le motorcycle arrive sain et sauf au plan incliné B.
- d) A quel instant la vitesse est minimale.



3- (15-Points)

Un bateau se déplace à la vitesse $v_b = 7 \text{ m/s}$ par rapport à l'eau d'une rivière de largeur $d = 15 \text{ m}$. L'eau de la rivière coule à la vitesse $v_{\text{eau}} = 2 \text{ m/s}$. Pour aller de A vers B le capitaine oriente le bateau dans l'eau dans une direction AA' perpendiculaire au bord.

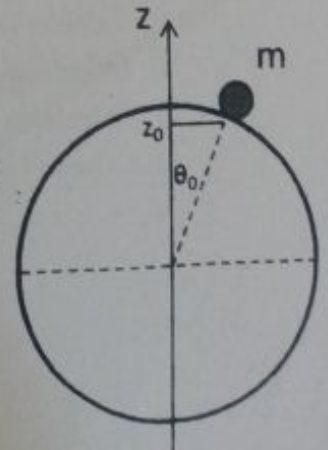
- a) Déterminer le vecteur vitesse relative \vec{v}_r (module, sens et direction).
- b) Déterminer le vecteur vitesse d'entraînement \vec{v}_e (module, sens et direction).
- c) Calculer l'angle qui détermine la direction suivie par le bateau.
- d) Calculer le temps nécessaire pour arriver en B



4- (10-Points)

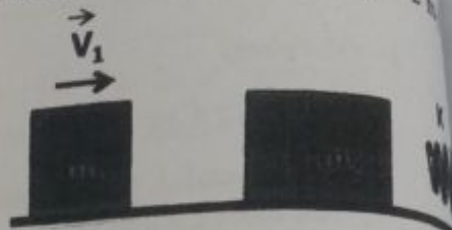
Une particule de masse m est lancée du point S_0 (de hauteur $z_0 = r \cos \theta_0$) d'une sphère de centre O de rayon r avec une vitesse v_0 (tangente à la sphère); Elle glisse sans frottement sur la sphère. On désignera par g l'accélération de la pesanteur.

- a) Tracer les forces agissantes sur la particule à l'instant t .
- b) Utiliser $v dv = a_r ds$ pour trouver l'expression : $v dv = g \sin \theta r d\theta$.



5- (15-Points)

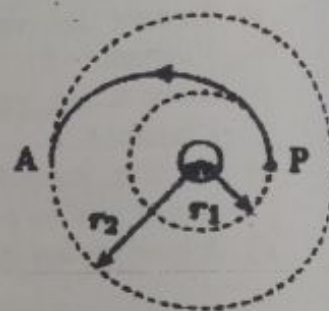
Une masse m_1 de vitesse $V_1 = 6 \text{ m/s}$ entre en collision avec une autre masse m_2 ($m_2 = 2 \text{ m}_1$) au repos. La collision est parfaitement élastique.



- Calculer la vitesse V_2' de la masse m_2 juste après la collision.
- La masse m_2 glisse sans frottement et frappe un ressort non linéaire de tension $T = k x^2$, où $k = 900 \text{ N/m}^2$.
 - Calculer le travail de la tension T pour une compression du ressort de 0.2 m .
 - En utilisant le théorème de l'énergie cinétique déduire la vitesse de la masse m_2 après une compression du ressort de 0.2 m .

6- (15-Points)

On désire réaliser le transfert d'un satellite terrestre de masse m , en attente sur une orbite circulaire de rayon $r_1 = 6700 \text{ km}$ vers une orbite circulaire de rayon $r_2 = 42000 \text{ km}$, en passant par une orbite de transfert elliptique tangente aux deux orbites circulaires. On donne $G = 6,67 \times 10^{-11} \text{ N.m}^2.\text{kg}^{-2}$, et $M_T = 6 \times 10^{24} \text{ kg}$.

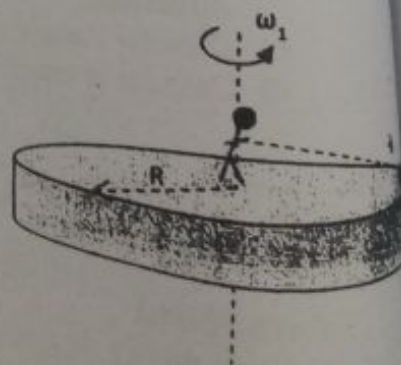


- Exprimer le demi grand axe de l'ellipse (c.à.d. la distance $2a$) en fonction de r_1 et r_2 .
- Calculer les vitesses v_1 et v_2 du satellite sur les orbites circulaires de rayons respectifs r_1 et r_2 .
- En utilisant la conservation de l'énergie totale ($E_{\text{totale}} = \frac{-GMm}{2a}$), calculer les vitesses v_P et v_A du satellite sur l'ellipse de transfert respectivement aux points P et A.
- Déduire les variations de la vitesse aux points P et A.

7- (10-Points)

Un disque, de moment d'inertie I_1 et de rayon R , tourne autour d'un axe vertical passant par son centre à la vitesse angulaire ω_1 . Un enfant est debout au centre du disque lance une bille de masse m vers le bord du disque. On considère que la bille reste coller au bord.

- Calculer le moment d'inertie du système avant le lancement de la bille.
- Calculer le moment d'inertie du système quand la bille se colle au bord.
- Calculer la vitesse angulaire finale du système.
- Calculer l'énergie cinétique finale du système.

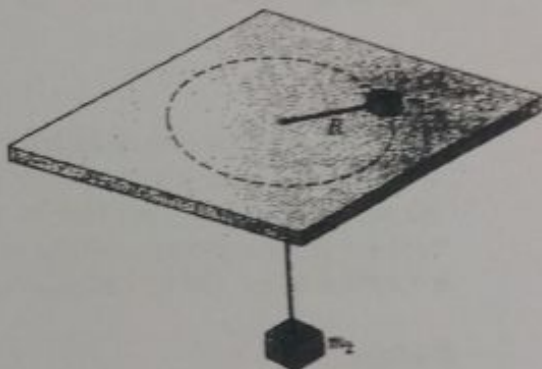


Exercise 1 :

A particle of mass m initially moves at velocity \vec{v}_0 is subjected to a friction $\vec{F} = -k\vec{v}$. Determine, using the second Newton's law, the necessary time required for its velocity to reduce by half.

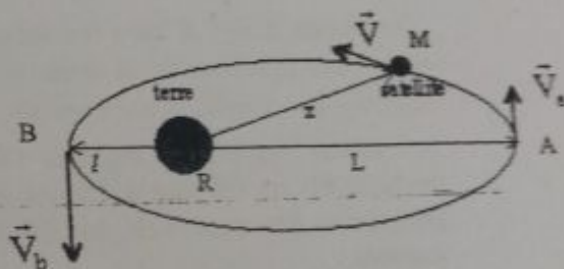
Exercise 2 :

A small mass moves in a circle of radius R with an angular velocity ω . The mass m_1 is located on a horizontal frictionless table. The mass m_1 is connected to a mass m_2 by an inextensible massless cable passing through a hole. Determine the appropriate angular velocity ω that keeps the mass m_2 without motion.



Exercise 3 :

A satellite orbits the Earth on an elliptical trajectory defined by $l = 800\text{ km}$ and $L = 2400\text{ km}$. Determine its velocity at A and B and its period of revolution.

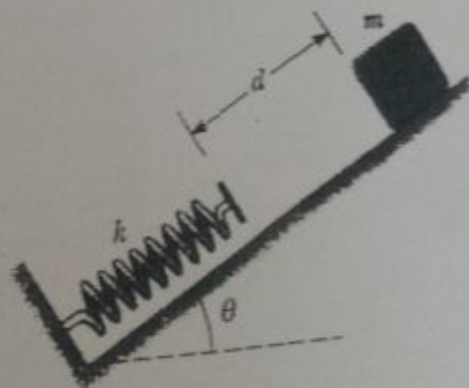


Exercise 4 :

A box initially at rest of mass $m = 50\text{ kg}$ is dragged on a horizontal plane by a force $F = 10\text{ N}$ making an angle $\theta = 10^\circ$ with the horizontal. Determine, using the kinetic energy theorem, the box velocity after it passed through a distance $x = 3\text{ m}$. Given: kinetic friction coefficient $\mu_c = 0.3$

Exercise 5 :

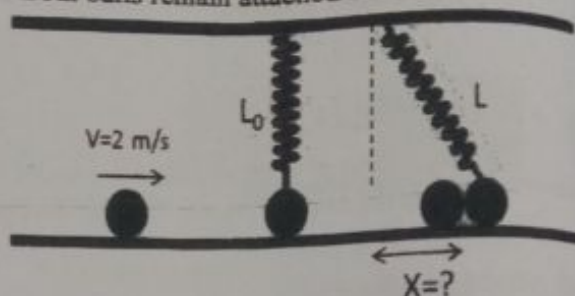
A block of mass m is placed on an inclined plane (angle θ) and released without initial velocity. After going down a distance d , the block will compress a free spring of negligible mass and pass downward through an additional distance x before it stops. Determine as a function of x , k , θ , m and μ_c the initial distance d between the block and the spring. (The kinetic friction coefficient of block-plane = μ_c).



Exercise 6 :

A ball of mass $m = 5 \text{ kg}$ moves at velocity $v = 2 \text{ m/s}$ and comes into collision with another ball (similar to the previous ball) initially at rest. The second ball is connected to a spring of stiffness $k = 100 \text{ N/m}$ and unstretched length $l_0 = 0,9 \text{ m}$. Both balls remain attached after collision.

- a- Determine the coefficient of restitution of this collision.
- b- Determine the velocity of the two balls after collision.
- c- Determine, using the total energy conservation, the distance x traversed by the balls before they stop.

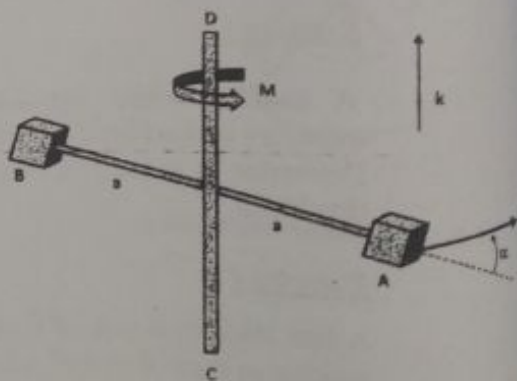


Exercise 7 :

From rest, a rocket with an initial mass m_i is launched vertically upward. The fuel ejection velocity u is measured relative to the rocket pilot. We consider that C is the rate of injected mass. Determine the maximum velocity reached by the rocket at the moment when it consumes the total fuel. The variation of air resistance and the acceleration g with altitude are neglected. Given: $m_i = 12 \cdot 10^3 \text{ kg}$, $u = 2400 \text{ m/s}$, $c = 120 \text{ kg/s}$ et $m_{\text{res}} = 9600 \text{ kg}$.

Exercise 8 :

The blocks A and B have the same mass $m_A = m_B = 200 \text{ g}$ and rotate in a horizontal plane around the CD axis with a velocity $v = 1 \text{ m/s}$. A moment $\vec{M} = 3\text{t} \vec{k}$ and a force $\vec{f} = 3 \text{ t}$ in Newton (forming an angle $\alpha = 30^\circ$ with AB) are applied respectively on CD and A . Given: $a = 0,2 \text{ m}$. Determine the new velocity of block A and B after 3 seconds.



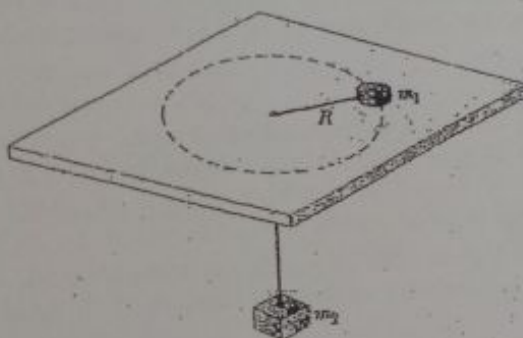
Good luck.

Exercice 1 :

Une particule de masse m se déplace initialement à la vitesse \vec{v}_0 est soumise à une force de frottement $\vec{F} = -k\vec{v}$. Calculer en utilisant la R.F.D. le temps nécessaire pour que sa vitesse se réduise à moitié.

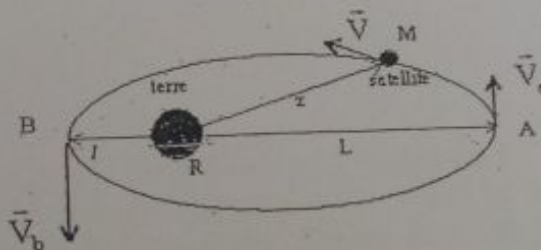
Exercice 2 :

Une petite masse m_1 fait un mouvement suivant un cercle de rayon R avec une vitesse angulaire ω . La masse m_1 se déplace sur une table horizontale sans frottement. La masse m_1 est reliée à une masse m_2 par un fil inextensible sans masse passant à travers un trou. Trouver la valeur que la vitesse angulaire ω doit avoir pour que m_2 reste immobile.



Exercice 3 :

Un satellite tourne autour de la terre sur une orbite elliptique définie par $l = 800\text{km}$ et $L = 2400\text{km}$. Calculer sa vitesse aux points A et B ainsi que sa période de révolution.

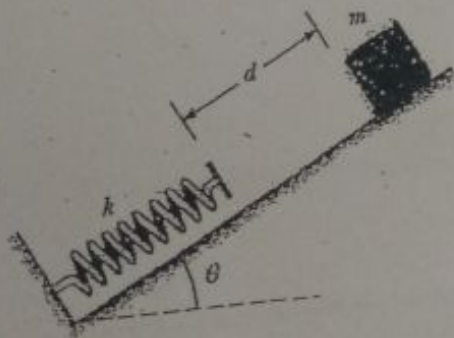


Exercice 4 :

Une caisse initialement au repos de masse $m = 50\text{kg}$ est tirée sur un plan horizontal avec une force $F = 10\text{N}$ faisant un angle $\theta = 10^\circ$ avec l'horizontale. Calculer en utilisant le théorème de l'énergie cinétique la vitesse de la caisse après avoir traversé une distance $x = 3\text{m}$. On donne le coefficient de frottement cinétique $\mu_c = 0.3$

Exercice 5 :

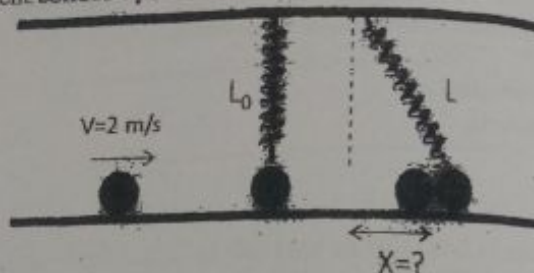
Un objet de masse m est posé (sans vitesse initiale) sur un plan incliné de coefficient de frottement cinétique μ_c faisant un angle θ avec l'horizontale. Après son déplacement d'une distance d , l'objet comprime un ressort libre de masse négligeable, il fait alors une distance supplémentaire x avant de s'arrêter. Trouver d , la distance initiale entre l'objet et le ressort (en fonction de x , m , k , θ et μ_c).



Exercice 6 :

Une boule de masse $m = 5 \text{ kg}$ se déplace à la vitesse $v = 2 \text{ m/s}$ entre en choc avec une deuxième particule de même masse initialement au repos reliée à un ressort de raideur $k = 100 \text{ N/m}$ et longueur initiale $l_0 = 0,9 \text{ m}$. Les deux boules restent collées après le choc.

- a- calculer le coefficient de restitution du choc.
- b- calculer la vitesse des deux boules après le choc.
- c- calculer, en utilisant la conservation de l'énergie totale, la distance X traversée par les deux boules avant qu'elles s'arrêtent.

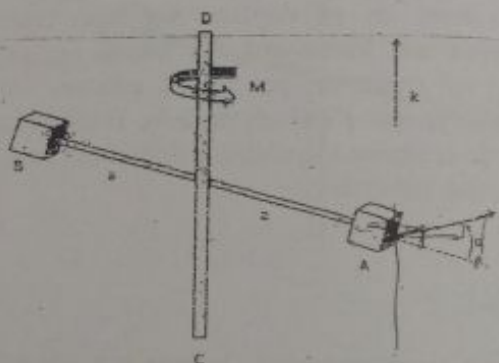


Exercice 7 :

A partir du repos, on fait lancer verticalement vers le haut une fusée de masse initiale m_i . La vitesse d'éjection des carburants u est mesurée par rapport au pilote de fusée. Soit C le taux de variation de sa masse. Déterminer la vitesse maximale atteinte par cette fusée à l'instant où elle consomme la totalité des carburants. On néglige la résistance de l'air et la variation de l'accélération avec l'altitude. On donne : $m_i = 12 \cdot 10^3 \text{ Kg}$, $u = 2400 \text{ m/s}$, $c = 120 \text{ kg/s}$ et $m_{\text{gas}} = 9600 \text{ kg}$.

Exercice 8 :

Les deux blocs A et B ont la même masse $m_A = m_B = 200 \text{ g}$ et tourne dans un plan horizontal autour de l'axe CD à la vitesse $v = 1 \text{ m/s}$. On applique sur CD un couple de moment $\vec{M} = 3t \vec{k}$ et une force f sur le bloc A, $f = 3 \text{ t (N)}$ qui fait un angle $\alpha = 30^\circ$ avec AB. On donne $a = 0,2 \text{ m}$. Calculer la nouvelle vitesse du bloc A et B après 3 secondes.



Bon Travail

Exercice I :

Un mobile suit une trajectoire dont l'expression en coordonnées polaires s'écrit : $r = 2R \cos \theta$
où R est une valeur constante.

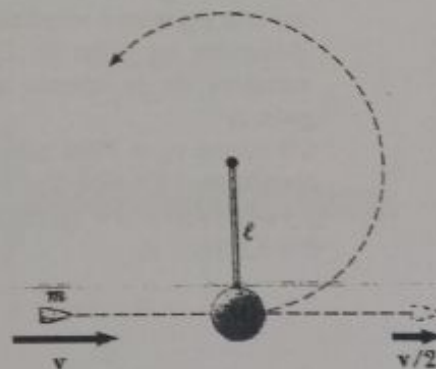
- 1- Déterminer les coordonnées cartésiennes du mobile. En déduire que la trajectoire du mobile est un cercle de rayon R .
- 2- Etablir l'expression du module de la vitesse, puis de l'accélération normale, en fonction de la vitesse angulaire ω . (Il est conseillé de commencer par exprimer la vitesse en coordonnées polaires).

Exercice II :

Une balle de masse m et de vitesse v passe à travers une masse M suspendue par une tige rigide de longueur l et de masse négligeable. La balle émerge avec une vitesse $v/2$.

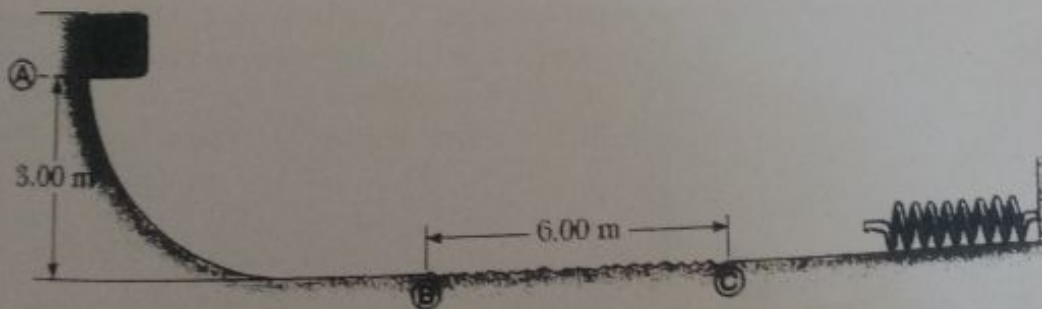
1- En utilisant la conservation de l'énergie totale du système (m, M) , calculer la vitesse de la particule M juste après son mouvement.

2- Quelle est la valeur minimale de la vitesse v nécessaire pour que le pendule fasse un cercle vertical complet?



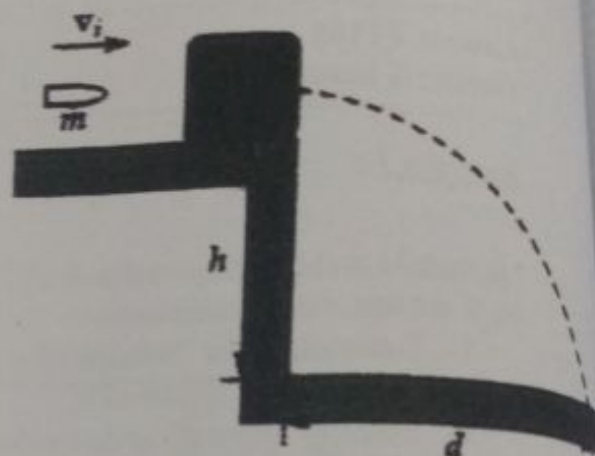
Exercice III :

Un bloc de 10 kg est lâché au point (A). Le chemin suivi est sans frottement à l'exception de la portion située entre (B) et (C) mesurant 6 m. A la fin du trajet, le bloc touche un ressort ayant une constante de raideur $k = 2250 \text{ N/m}$ en le comprimant d'une distance de 0,3 m par rapport à sa position d'équilibre avant de s'arrêter momentanément. Déterminer le coefficient de frottement cinétique entre le bloc et la surface rigoureuse entre (B) et (C).



Exercice IV :

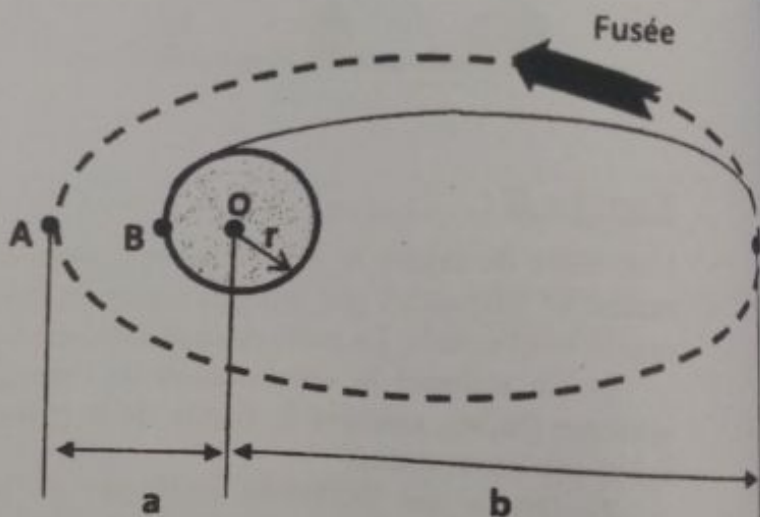
Une balle de masse m est tirée vers un bloc de masse M initialement au repos, se trouvant sur le bord d'une table de hauteur h et sans frottement. La balle reste dans le bloc et l'ensemble fait un projectile et touche le sol à une distance d de la table. Déterminer la vitesse initiale de la balle.



Exercice V:

Une fusée gravite autour d'une planète sur une trajectoire elliptique. On veut la descendre au point B. Déterminer la variation de la vitesse nécessaire au point A'.

On donne $v_A = 7170$ m/s, masse de la planète $m = 3,6 \cdot 10^{24}$ Kg, $r = 3200$ Km, $a = 6400$ Km et $b = 16000$ Km, $G = 6,6 \cdot 10^{-11}$ SI.



Exercice VI:

On considère une particule qui se déplace dans le champ de force

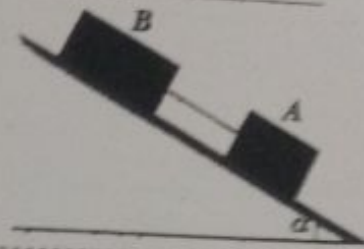
$$\vec{f} = (x - ay)\vec{i} + (3y - 2x)\vec{j}$$

- 1- Calculer, en fonction de a , le travail reçu par la particule qui effectue un tour le long du cercle centré en O , et de rayon $r = 2$, dans le sens trigonométrique. (On donne $x = r \cos(t)$ et $y = r \sin(t)$).
- 2- Pour quelle valeur de a le champ de force f dérive-t-il d'une énergie potentielle ?

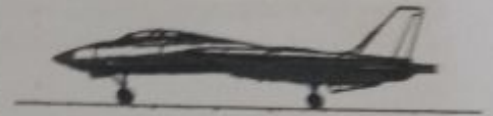
Bon travail



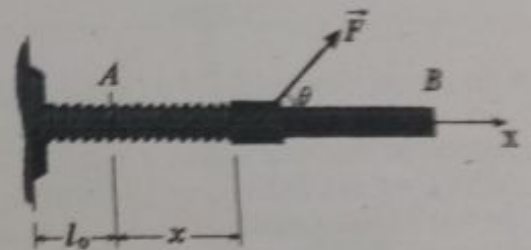
- 1- Deux blocs A et B de masse $m_A = 360 \text{ g}$ et $m_B = 720 \text{ g}$ sont connectés par un fil de masse négligeable et inextensible. Les deux blocs glissent sur un plan incliné d'angle $\alpha = 30^\circ$. Les coefficients du frottement entre les blocs et le plan sont $\mu_A = 0.1$ et $\mu_B = 0.2$. Calculer l'accélération du système et la tension du fil.



- 2- Un avion F16 de masse (à vide) $M = 3 \text{ tonnes}$ contient d'essence de masse $m = 150 \text{ kg}$. Il décolle d'un aéroport militaire en suivant une direction rectiligne. L'essence est consommée de l'ordre de $c = 4 \text{ kg/s}$ et éjectée à la vitesse relative $v_r = 250 \text{ m/s}$. Déterminer sa vitesse à $t = 2 \text{ s}$ (l'instant où il décolle de la piste). On admet que l'air exerce sur l'avion une force résistante donnée par $F = 60v^2$.



- 3- Un anneau de masse $m = 30 \text{ kg}$ peut glisser sans frottement sur une tige AB. Il est relié à un ressort de longueur au repos $l_0 = 0.2 \text{ m}$ et de raideur $k = 50 \text{ N/m}$. On lui applique une force $F = 200 \text{ N}$ faisant un angle $\alpha = 45^\circ$. Déterminer sa vitesse après avoir traversé une distance $x = 1.5 \text{ m}$ en utilisant le théorème de l'énergie cinétique.

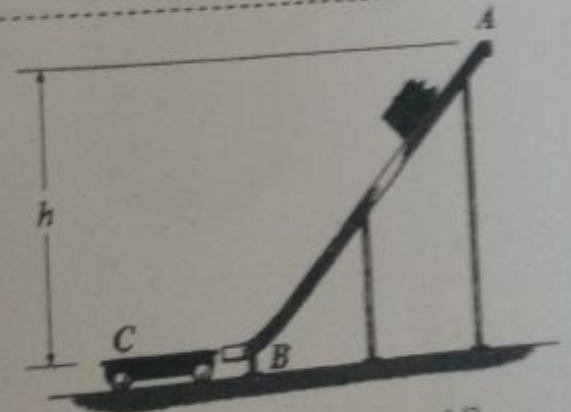


- 4- Un avion de masse $m = 2.5 \text{ tonnes}$ vole horizontalement à la vitesse $v = 100 \text{ m/s}$. Le pilote augmente la traction des moteurs en développant une force donnée par l'équation $F = 3t^2 + 200$. Déterminer sa vitesse après 3 secondes.

- 5- Deux voitures A et B se déplacent horizontalement l'une vers l'autre, font un accident et restent collées. La voiture A de masse $m_A = 4500 \text{ kg}$ se déplace vers la droite à la vitesse $v_A = 3 \text{ m/s}$ et la voiture B de masse $m_B = 3000 \text{ kg}$ se déplace vers la gauche à la vitesse $v_B = 6 \text{ m/s}$. Déterminer la vitesse du système après la collision.



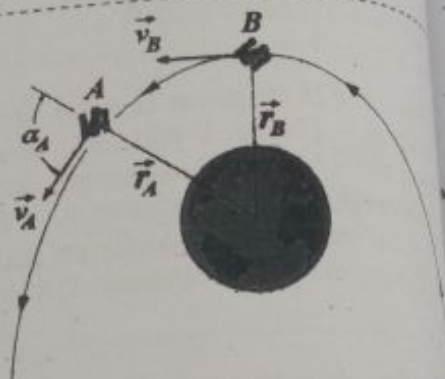
- 6- Une caisse de masse $m_1 = 40 \text{ kg}$ part du repos et glisse sur une piste inclinée AB (sans frottement) de hauteur $h = 15 \text{ m}$. Il s'arrête sur un chariot C de masse $m_2 = 20 \text{ kg}$ initialement au repos. Déterminer la nature du mouvement ultérieur du système (bloc + chariot).



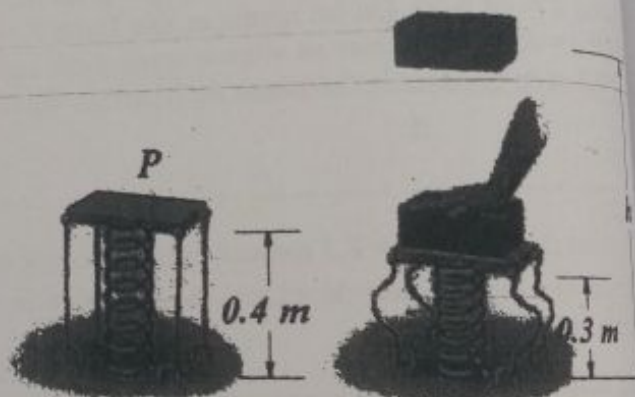
- 7- Une boule de billiard de vitesse $v = 2.5 \text{ m/s}$ heurte la paroi de la table sous l'angle $\alpha = 45^\circ$. Déterminer sa vitesse après le choc si le coefficient de restitution entre la boule et la paroi du billiard $e = 0.6$.



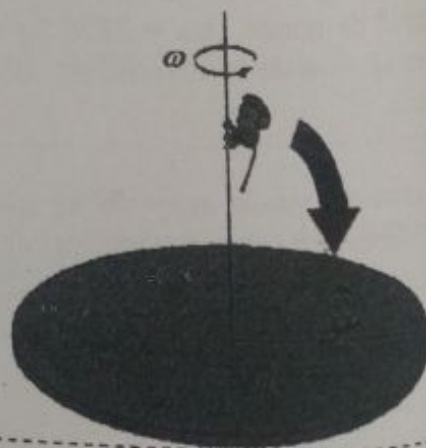
- 8- Un satellite de masse $m = 700 \text{ kg}$ tourne autour de la terre sur une trajectoire elliptique. Déterminer la vitesse et le rayon au point B si les données cinématiques au point A sont les suivantes : $r_A = 15 \times 10^6 \text{ m}$, $v_A = 10^4 \text{ m/s}$ et $\alpha_A = 70^\circ$. On donne $G \times M_{\text{terre}} = 3.93 \times 10^{14}$.



- 9- Un plateau rectangulaire P de masse négligeable relié par ses sommets par 4 fils de longueur $l = 0.4 \text{ m}$. Ces fils gardent un ressort de raideur $k = 200 \text{ N/m}$ de longueur au repos $l_0 = 1 \text{ m}$ à rester comprimé. On place sur le plateau un bloc de masse $m = 2 \text{ kg}$ et on le comprime, ce qui rend la compression supplémentaire du ressort 10 cm . On relâche le système. Calculer la hauteur maximale atteinte par le bloc.



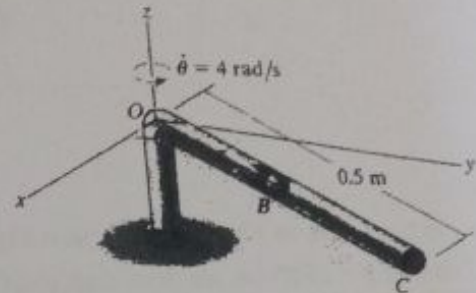
- 10- Un disque de rayon $r = 1 \text{ m}$ et de moment d'inertie $I = 10 \text{ kg.m}^2$ tourne à une vitesse angulaire $\omega = 3 \text{ rad/s}$. Un singe de masse $m = 5 \text{ kg}$ saute soudainement sur le disque à une distance $d = 0.5 \text{ m}$ de l'axe de rotation. Déterminer la nouvelle vitesse angulaire du disque.



Bon Travail

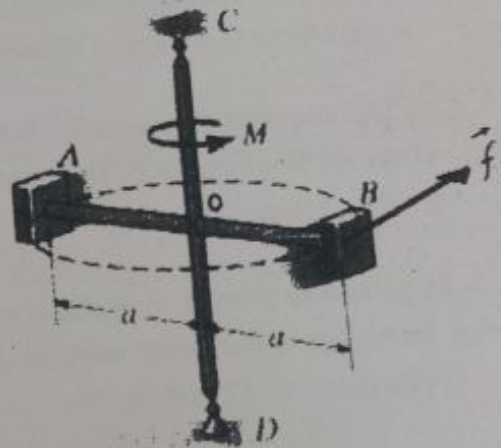


1- Le tube tourne dans un plan horizontal à la vitesse angulaire $\omega = 4 \text{ rad/s}$. on suppose que la particule B part de l'origine O avec une vitesse radiale $\dot{r} = 1,5 \text{ m/s}$.



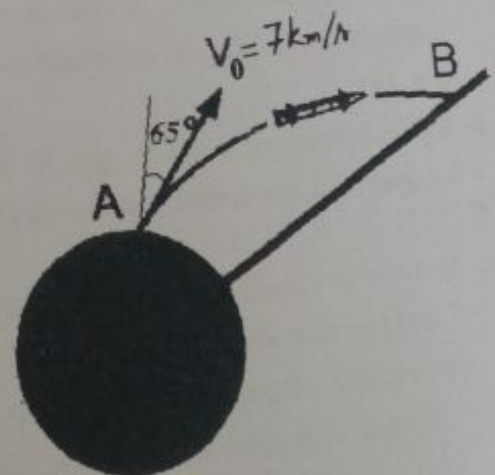
- Quelle est la nature du repère lié au tube ?
- Déterminer les deux types de forces appliquées sur B . (Module, sens et direction).
- Appliquer la **R.F.D.** dans le repère lié au tube pour déterminer la position instantanée $r(t)$ de B .
(On donne : $\ddot{r} - k^2 r = 0 \Rightarrow r = Ae^{kt} + Be^{-kt}$).

2- Les deux blocs A et B ont la même masse $m_A = m_B = 400 \text{ g}$ et tournent autour de l'axe CD à la vitesse initiale $v = 2 \text{ m/s}$. On applique sur CD un couple de moment de module $(M = 3t)$ et sur le bloc B une force $(f = 4 \text{ N})$ perpendiculaire à AB .



- Calculer le moment angulaire initial du système.
- Calculer le moment de la force f par rapport au point O .
- Calculer la nouvelle vitesse des blocs A et B après 2 s .
(On donne : $a = 0,3 \text{ m}$).

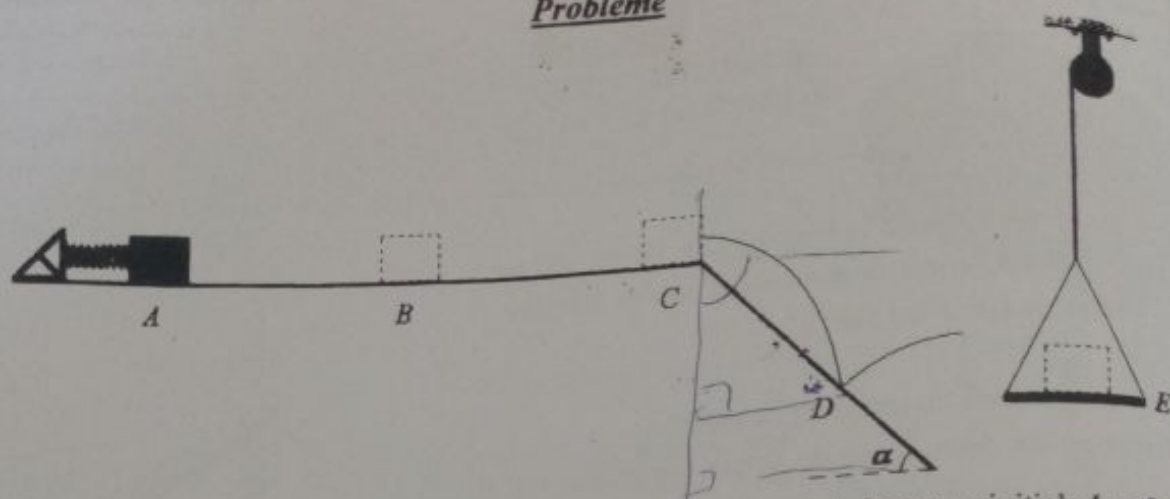
3) Une navette est mise en feu depuis un point A de la surface de la terre avec une vitesse initiale sous l'angle de tir $\alpha = 65^\circ$.



- Déterminer la nature de la trajectoire suivie par la navette.
- On suppose que la navette arrive au point B (le point le plus éloigné du centre de la terre) à la vitesse $v = 5250 \text{ m/s}$. Que doit-on faire à ce point pour stabiliser la navette sur une ellipse définit par $r_M = 7740 \text{ km}$ et $r_m = 7400 \text{ km}$.
- En tournant autour de la terre la navette lâche un satellite de masse $m = 100 \text{ kg}$. Calculer sa période de révolution autour de la terre.

(On donne $G \times M = 3,96 \times 10^{14} \text{ SI}$ et $R = 6400 \text{ km}$).

Problème



On considère un bloc de masse $m = 1\text{kg}$ supposé ponctuel, et un ressort de longueur initiale $l_0 = 50\text{cm}$ et de raideur $k = 100\text{N/m}$. les deux sont placés sur une table horizontale.

- 1- On pousse le bloc contre le ressort. Ce dernier se comprime d'une distance $x = 25\text{cm}$.
 - a) Calculer l'énergie potentielle élastique du ressort.
 - b) On relâche le système. Calculer la vitesse v_A de départ du bloc.
- 2- Le bloc commence à glisser sur la table. Déterminer, en utilisant la variation de l'énergie mécanique, la vitesse du bloc au point B . En supposant que le coefficient de frottement entre les deux points A et B est $\mu = 0.2$ (distance $AB = 1\text{m}$).
- 3- En arrivant au point B on applique sur le bloc une force de traction $f = 4t$.
on néglige le frottement entre les deux points B et C . Calculer le temps nécessaire pour passer de B à C . (On donne $v_c = 2\text{ m/s}$).
- 4- En arrivant au point C le bloc de masse $m = 1\text{kg}$ apparait comme s'il est lancé à la vitesse $v = v_c\text{ m/s}$. Déterminer sa vitesse après son rebond au point D . On donne le coefficient de restitution $e = 0.8$ et $\alpha = 45^\circ$.
- 5- Après rebond on suppose que le bloc repose sans vitesse sur le plateau E de masse négligeable. Il commence à descendre et la poulie ($M = 10\text{kg}$, $R = 25\text{cm}$, $I = MR^2$) commence à tourner.
 - a) Trouver l'accélération angulaire de la poulie, l'accélération tangentielle d'un point situé sur sa jante et la tension du fil.
 - b) Calculer l'énergie mécanique du système après 2s du mouvement. On choisit le point D comme origine de potentiel.

Solution
Final 2014

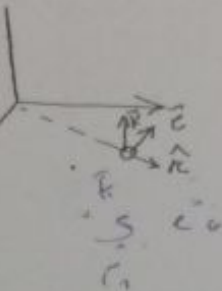
$\omega = 4 \text{ rad/s}$
 $r = 1.5 \text{ m}$

- a) Galileo
 b) Fictitious - Fictitious
 really \vec{H} & \vec{N} at N
 Fictitious $\vec{f}_n, \vec{f}_c, \vec{f}_e$

$$\vec{f}_n = m\vec{r}'' = m\dot{\vec{r}} \wedge \hat{n}$$

$$\vec{f}_e = m\vec{a}_e = m(\ddot{\omega} \wedge \vec{r} + \dot{\omega} \wedge \vec{r}' + \omega \wedge \dot{\vec{r}} + \omega \wedge \omega \wedge \vec{r})$$

$$= m\omega \vec{k} \wedge \omega \vec{k} \wedge \vec{r} \hat{n} = -m\omega^2 \vec{r} \hat{n}$$



$$\vec{f}_c = m\vec{a}_c = m(2\vec{\omega} \wedge \vec{v}_n) = 2\omega \vec{k} \wedge \dot{\vec{r}} \hat{n} = 2\omega \dot{\vec{r}} \hat{e}$$

c) $\Sigma F_{\text{reels}} = \vec{f}_{\text{reels}}$

$$\Rightarrow m\vec{g} + \vec{N} + \vec{N}' = m\ddot{\vec{r}} \hat{n} - m\omega^2 \vec{r} \hat{n} + 2m\omega \dot{\vec{r}} \hat{e}$$

$$-mg\vec{k} + N\vec{k} + N'\vec{e} = m(\ddot{\vec{r}} - \omega^2 \vec{r}) \hat{n} + 2m\omega \dot{\vec{r}} \hat{e}$$

\Rightarrow par ident. p. cad $\boxed{\ddot{\vec{r}} - \omega^2 \vec{r} = 0} \rightarrow$ Solut $\vec{r} = A e^{kt} + B e^{-kt}$

$$\vec{r}(t) = A e^{4t} + B e^{-4t}$$

$t=0 \Rightarrow \vec{r}=0 \Rightarrow 0 = A + B$
 $t=0 \Rightarrow \dot{\vec{r}} = 1.5 \Rightarrow 1.5 = 4A - 4B$

$$\Rightarrow A = -B \quad \Rightarrow 1.5 = 4(A - B) \Rightarrow 1.5 = 8A \Rightarrow A = \frac{1.5}{8}$$

$$B = -\frac{1.5}{8}$$

$$\boxed{\vec{r} = \frac{1.5}{8} e^{4t} - \frac{1.5}{8} e^{-4t}}$$

Ex 2

Ex2 a) $\vec{J} = 2 m \vec{r} \wedge \vec{v} = 2 m r v \sin \frac{\pi}{2} = 2 \times 0,4 \times 2 \times 0,3 = 0,48 \text{ kg.m}^2/\text{s}$

b) $\vec{M}_{F_0} = \vec{r} \wedge \vec{F} = r \cdot F \cdot \sin \frac{\pi}{2} = 0,3 \cdot 4 = 1,2 \text{ N.m}$

c) pp. de mot angulaire :

$$\vec{J}_f - \vec{J}_i = \int \sum \vec{M}_{\text{ext}} dt$$

$$m r v_f - m r v_i = \int (3t + 1,2) dt = \frac{3t^2}{2} + 1,2t$$

$$v_f = \frac{3t^2/2 + 1,2t + 0,48}{0,4 \times 0,3} = 12,5t^2 + 10t + 4$$

Ex3 a) $E_T = \frac{1}{2} m v^2 + U(r) = \frac{1}{2} m v_0^2 - \frac{G M m}{R} = \frac{1}{2} m (7 \cdot 10^3)^2 - \frac{3,96 \cdot 10^{24}}{6400 \times 10^3} \text{ m}$

$$= m \left(\frac{49 \cdot 10^6}{2} - \frac{4 \cdot 10^9}{64} \right) < 0 \rightarrow \text{ellipse}$$

b) $v_0 = 5250 \text{ km/s}$

ellipse $r_H = 7740 \text{ km}$ et $r_m = 740 \text{ km}$

$$E_T = -\frac{G M m}{r_m + r_H} = \frac{1}{2} m v_0'^2 - \frac{G M m}{r_H} \Rightarrow \left(-\frac{G M}{r_m + r_H} + \frac{G M}{r_H} \right) \cdot 2 = v_0'^2$$

$$v_0' = \sqrt{\frac{2 G M (r_m)}{r_H (r_H + r_m)}} = \sqrt{\frac{2 \times 4 \cdot 10^{24} \cdot 740 \cdot 10^3}{7740 \cdot 10^3 (7740 + 740) \cdot 10^3}} = 7107,67 \text{ m/s}$$

il faut aug- la vitesse $\Delta v = (7107 - 5250) \text{ m/s}$

c) $T = 2\pi (a^{3/2}) \sqrt{\frac{1}{G M}} = 2\pi \left[\frac{7400 + 7740}{2} \cdot 10^3 \right]^{3/2} \sqrt{\frac{1}{4 \cdot 10^{14}}}$

$$= 2\pi \left(\frac{15140 \cdot 10^3}{2} \right)^{3/2} \frac{1}{2 \cdot 10^7} = \frac{\pi}{10^7} \left[\frac{15140 \cdot 10^3}{2} \right]^{3/2}$$

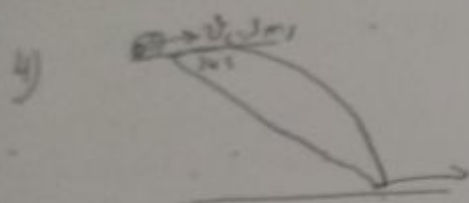
$2a = r_m + r_H$
 $a = \frac{r_m + r_H}{2}$

Solution: Problem (4)

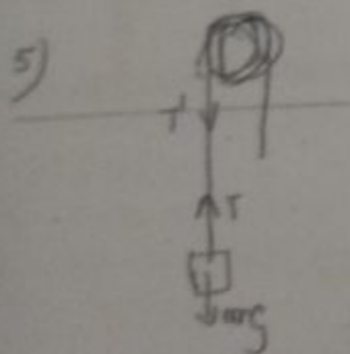
part 1) $\frac{1}{2} I \omega^2 = \frac{1}{2} m v^2 \Rightarrow \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} (2.5) = \frac{1}{2} \cdot 100 \cdot (2.5)^2 = 10 \cdot 25 = 2.5 \text{ m/s}$

2) $\Delta E_c = \sum W_f \Rightarrow \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{1}{2} m v_B^2 = -f d = -\mu m g d$
 $\Rightarrow v_B^2 = v_A^2 - 2\mu g d \Rightarrow v_B = \sqrt{(2.5)^2 - 2 \cdot 0.25 \cdot 1} = 2.4 \text{ m/s}$

3) $m a_t = m \ddot{\theta} = \int 4t dt \Rightarrow 4 \frac{t^2}{2} = 2t^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2(\ddot{\theta}_c - \ddot{\theta}_A)}{a}}$
 $= \frac{1(2.5^2 - 2)}{2} = 0.5 \text{ sec}$



$\dot{v}_{gx} = \dot{v}_{ix} = \dot{v}_c = -3 \cdot e = -2.4 \text{ m/s}$
 $\dot{v}_{gy} = -e \dot{v}_{iy} = -e(-gt) = -$



$\sum \vec{F} = m \vec{a} \Rightarrow m \vec{g} + \vec{T} = m \vec{a}$

$\downarrow: \boxed{mg - T = ma} \Rightarrow$

$\sum \tau = I \ddot{\theta} \quad T \cdot R = I \ddot{\theta} = \frac{1}{2} m R^2 \ddot{\theta} = \frac{1}{2} m R \ddot{\theta} R$
 $\Rightarrow \boxed{T = \frac{1}{2} m \ddot{\theta} R} = T = m(g - \ddot{\theta} R)$

$\Rightarrow m R \ddot{\theta} + m \ddot{\theta} R = mg \Rightarrow \ddot{\theta} = \frac{mg}{R(m + m)} = \frac{4 \times 10}{2 \times 25(10)} = \frac{4}{12.5} = 0.32$

$a_t = 3.63 \times R =$

6) $E = \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \dot{\theta}^2 = m g y$
 $\frac{v}{R} = \dot{\theta} \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 + \frac{1}{2} I \left(\frac{v}{R}\right)^2 = m g y$



1- Une balle de masse $m = 0.01 \text{ kg}$ roulant à la vitesse v , frappe un bloc de bois de masse $M = 0.990 \text{ kg}$ et y reste collée. Le bloc de bois repose, sans frottement, sur une surface horizontale ; il est attaché à un ressort comme l'indique la figure ci-contre. Le choc comprime le ressort de 0.1 m . On donne $k = 100 \text{ N/m}$.

- Calculer par intégration l'énergie potentielle maximale du ressort.
- Déterminer la vitesse V du bloc juste après le choc.
- Quelle était la vitesse v de la balle ?



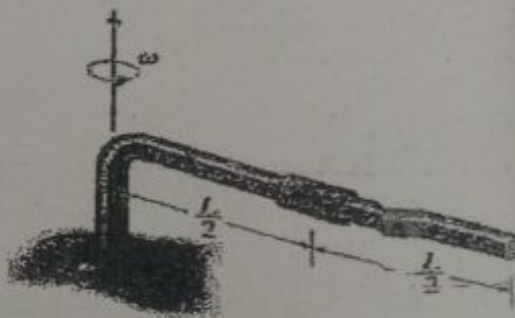
2- Un garçon A de masse $m_A = 35.5 \text{ kg}$ et une fille B de masse $m_B = 29 \text{ kg}$ se trouvent au debout sur un ski au repos de masse $m_S = 9 \text{ kg}$. Soit $d = 1.22 \text{ m}$ la distance entre A et B . Le garçon A se déplace vers la fille B et s'arrête à côté d'elle, puis les deux reviennent ensemble jusqu'à la position initiale de A . on néglige tout frottement.

- le ski se déplace-t-il ?
- Si oui, déterminer la position finale du ski juste après l'arrêt du mouvement.



Note : le garçon et la fille se déplacent à la même vitesse $v = 2 \text{ m/s}$.

3- La tige a une longueur $L = 1 \text{ m}$ et un moment d'inertie $I = 1000 \text{ kg.m}^2$. Un collar lisse de masse $m = 0.1 \text{ kg}$ et de taille négligeable est placé sur la tige à mi-distance. Si la tige tourne librement avec une vitesse angulaire $\omega = 10 \text{ rad/s}$ autour de l'axe Oz et le collar est relâché sans vitesse initiale, déterminer la vitesse angulaire de la tige juste avant que le collar quitte la tige.





1- Une balle de masse $m = 0.01 \text{ kg}$ roulant à la vitesse v , frappe un bloc de bois de masse $M = 0.990 \text{ kg}$ et y reste collée. Le bloc de bois repose, sans frottement, sur une surface horizontale ; il est attaché à un ressort comme l'indique la figure ci-contre. Le choc comprime le ressort de 0.1 m . On donne $k = 100 \text{ N/m}$.



- Calculer par intégration l'énergie potentielle maximale du ressort.
- Déterminer la vitesse V du bloc juste après le choc. ($\epsilon_m = 1$)
- Quelle était la vitesse v de la balle ? ($\mu = 0$)

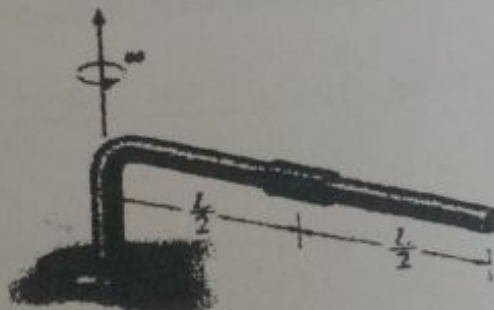
2- Un garçon A de masse $m_A = 35.5 \text{ kg}$ et une fille B de masse $m_B = 29 \text{ kg}$ se trouvent au debout sur un ski au repos de masse $m_s = 9 \text{ kg}$. Soit $d = 1.22 \text{ m}$ la distance entre A et B . Le garçon A se déplace vers la fille B et s'arrête à côté d'elle, puis les deux reviennent ensemble jusqu'à la position initiale de A . on néglige tout frottement.



- le ski se déplace-t-il?
- Si oui, déterminer la position finale du ski juste après l'arrêt du mouvement.

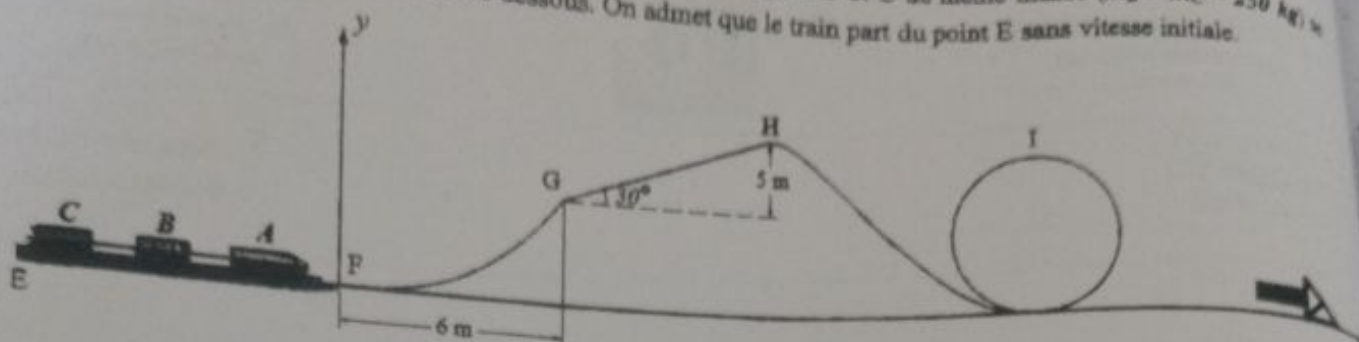
Note : le garçon et la fille se déplacent à la même vitesse $v = 2 \text{ m/s}$.

3- La tige a une longueur $L = 1 \text{ m}$ et un moment d'inertie $I = 1000 \text{ kg.m}^2$. Un collar lisse de masse $m = 0.1 \text{ kg}$ et de taille négligeable est placé sur la tige à mi-distance. Si la tige tourne librement avec une vitesse angulaire $\omega = 10 \text{ rad/s}$ autour de l'axe Oz et le collar est relâché sans vitesse initiale, déterminer la vitesse angulaire de la tige juste avant que le collar quitte la tige.



Problème

Un train formé d'un chariot A ($m_A = 500 \text{ kg}$) et deux wagons B et C de même masse ($m_B = m_C = 250 \text{ kg}$) se déplace le long de la trajectoire ci-dessous. On admet que le train part du point E sans vitesse initiale.



- 1- La force développée par le moteur du chariot est donnée par $(5000t)$ où t est le temps.
 - a- En utilisant la R.F.D déterminer dans un repère fixe (Fxy) et en fonction du temps les expressions de l'accélération du train et les tensions des câbles AB et BC .
 - b- Le train arrive au point F après 3 sec de son départ. Calculer sa vitesse à ce point.

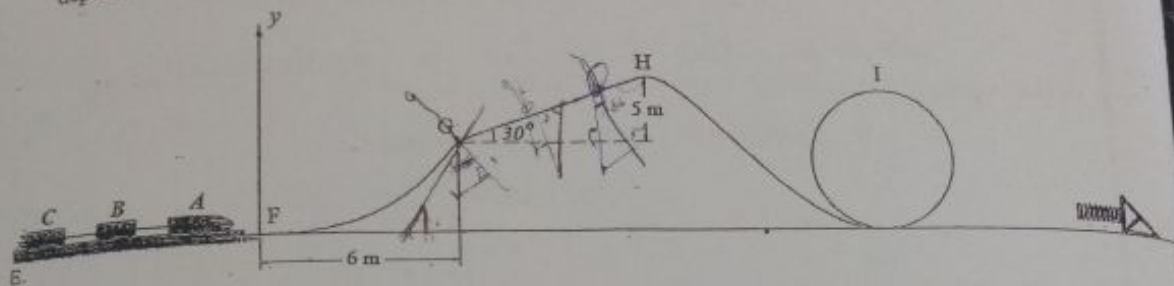
Note : Dans les 4 questions suivantes le train est supposé ponctuel.

- 2- Le train supposé ponctuel passe par le point F à la vitesse ($v_F = 22.5 \text{ m/s}$) et monte sans frottement une pente FG d'équation $y = \frac{x^2}{2}$. On donne $x_G = 6 \text{ m}$. Calculer à ce point G la réaction normale de la pente.
- 3- Le train arrivant au point G à la vitesse $v_G = 12.1 \text{ m/s}$ continue à monter avec frottement une deuxième pente GH faisant un angle $\theta = 30^\circ$ avec l'horizontal. Calculer en utilisant la variation de l'énergie totale le coefficient de frottement nécessaire pour que le train arrive au point H à la vitesse $v_H = 0.25 \text{ m/s}$.
- 4- Le train glisse maintenant sans frottement le long du cercle de rayon $R = 5 \text{ m}$. Montrer qu'il traverse le point I sans risque tout en restant sur la trajectoire. On rappelle que $v_H = 0.25 \text{ m/s}$.
- 5- Pour arrêter le train on met dans son chemin un ressort de raideur $k = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$. Calculer la distance de compression du ressort. On rappelle $y_H = 23 \text{ m}$ et $v_H = 0.25 \text{ m/s}$.

Problème

(3)

Un train formé d'un chariot A ($m_A = 500 \text{ kg}$) et deux wagons B et C de même masse ($m_B = m_C = 250 \text{ kg}$) se déplace le long de la trajectoire ci-dessous. On admet que le train part du point E sans vitesse initiale.



1- La force développée par le moteur du chariot est donnée par $(5000t)$ où t est le temps.

- En utilisant la R.F.D déterminer dans un repère fixe (Fxy) et en fonction du temps les expressions de l'accélération du train et les tensions des câbles AB et BC .
- Le train arrive au point F après 3 sec de son départ. Calculer sa vitesse à ce point.

Note : Dans les 4 questions suivantes le train est supposé ponctuel.

2- Le train supposé ponctuel passe par le point F à la vitesse ($v_F = 22.5 \text{ m/s}$) et monte sans frottement une pente FG d'équation $y = \frac{x^2}{2}$. On donne $x_G = 6 \text{ m}$. Calculer à ce point G la réaction normale de la pente.

3- Le train arrivant au point G à la vitesse $v_G = 12.1 \text{ m/s}$ continue à monter avec frottement une deuxième pente GH faisant un angle $\theta = 30^\circ$ avec l'horizontal. Calculer en utilisant la variation de l'énergie totale le coefficient de frottement nécessaire pour que le train arrive au point H à la vitesse $v_H = 0.25 \text{ m/s}$.

4- Le train glisse maintenant sans frottement le long du cercle de rayon $R = 5 \text{ m}$. Montrer qu'il traverse le point I sans risque tout en restant sur la trajectoire. On rappelle que $v_H = 0.25 \text{ m/s}$.

5- Pour arrêter le train on met dans son chemin un ressort de raideur $k = 2 \times 10^4 \text{ N/m}$. Calculer la distance de compression du ressort. On rappelle $y_H = 23 \text{ m}$ et $v_H = 0.25 \text{ m/s}$.

Problème (3)

Solution

Ex1- a- $\Delta E_p = - \int_0^x \vec{f} d\vec{r} = - \int_0^x -kx dx = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow E_p = 0,5 \times 100 \times 0,1^2 = 0,5 \text{ J}$

b- $E_t(\text{juste après le choc}) = E_t(\text{compression } x)$

$$\frac{1}{2} (m + M) V'^2 = \frac{1}{2} kx^2 \Rightarrow V' = \sqrt{\frac{kx^2}{m + M}} = \sqrt{\frac{100 \times 0,1^2}{1}} = 1 \text{ m/s}$$

c- $\vec{p} = \text{cte} \Rightarrow m\vec{v} = (m + M)\vec{v}' \Rightarrow v = \frac{m + M}{m} v' = \frac{0,990}{0,1} \times 1 = 9,9 \text{ m/s}$

Ex2- 1^{re} étape: Le garçon va de A vers B : $\vec{p} = \text{cte} \Rightarrow \vec{0} = m_A \vec{v}_A + (m_B + m_S) \vec{v}_{B1}$

$$0 = m_A v_A + (m_B + m_S) v_{B1}$$

Le déplacement du ski se fait dans le sens opposé de B vers A

$$v_{B1} = - \frac{m_A}{m_B + m_S} v_A = - \frac{35,5}{35,5 + 29} \times 2 = -1,1 \text{ m/s}$$

Le temps de déplacement est le même pour le garçon et le ski

$$d = v_A \times t_1 \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_A} = \frac{1,22}{2} = 0,61 \text{ s}$$

Le ski traverse la distance : $d_{B1} = v_{B1} \times t_1 = 1,1 \times 0,61 = 0,67 \text{ m}$

2^{ème} étape: Les deux vont de B vers A : $\vec{p} = \text{cte} \Rightarrow \vec{0} = m_A \vec{v}_A + m_B \vec{v}_B + m_S \vec{v}_{S1}$

$$0 = m_A v_A + m_B v_B + m_S v_{S1}$$

Le déplacement du ski se fait dans le sens opposé de A vers B

$$v_{S1} = - \frac{m_A + m_B}{m_S} v_A = - \frac{35,5 + 29}{9} \times 2 = -12,9 \text{ m/s}$$

Le temps de déplacement est le même pour les deux et le ski

$$d = v_A \times t_2 \Rightarrow t_2 = \frac{1,22}{2} = 0,61 \text{ s}$$

$$d_{S1} = v_{S1} \times t_2 = 12,9 \times 0,61 = 7,87 \text{ m}$$

$$d_{\text{tot}} = 0,67 + 7,87 = 8,54 \text{ m}$$

Calcul de la vitesse au point G : $E_t = \text{cte}$

$$\frac{1}{2}mv_F^2 = mgh_0 + \frac{1}{2}mv_G^2 \Rightarrow v_G^2 = -2gh + v_F^2 = 506,25 - 360 \Rightarrow v_G = 12,1 \text{ m/s}$$

$$\text{Reaction} = 1000 \left(\frac{12,1^2}{225} + 10 \times \cos 80,5 \right) =$$

3- Variation de l'énergie totale est égale au travail de la force de frottement : $E_F - E_G = W_{\text{frottement}} \Rightarrow mg \cdot 5 + \frac{1}{2}m(0,25)^2 - \frac{1}{2}m(12,1)^2 = -\mu mg \cos 30 \times d$

$$\text{Avec } d = 5/\sin 30 = 10 \text{ m} \Rightarrow \mu = 0,26$$

4- at point I le poids, la réaction et l'accélération normale sont tous dirigées vers le bas : $mg + N = mv^2/R \Rightarrow N = m(v^2/R - g)$

Calcul de la vitesse au point I, l'axe Fx est l'origine de potentiel

$$E_{\text{at}} = E_{\text{at}} \Rightarrow mg \cdot 23 + \frac{1}{2}m(0,25)^2 = \frac{1}{2}mv_I^2 + mg \cdot 10 \Rightarrow 230 + 0,03 = v_I^2/2 + 100 \Rightarrow v_I = 16,13 \text{ m/s}$$

$$N = 1000(260/5 - 10) = 42000 \text{ N} > 0.$$

5- $E_{\text{at}} = E_{\text{at}} \Rightarrow mg \cdot 23 + \frac{1}{2}m(0,25)^2 = \frac{1}{2}mv_J^2 + 0 \Rightarrow 230 + 0,03 = v_J^2/2 \Rightarrow v_J = 21,45 \text{ m/s}$

$$\frac{1}{2}kd^2 = \frac{1}{2}mv_J^2 \Rightarrow d = \sqrt{\frac{mv_J^2}{k}} = \sqrt{\frac{1000 \times 460}{20000}} = 4,9 \text{ m}.$$



- 1- On considère une particule qui se déplace dans le plan (x, y) entre deux points $A(1, 0)$ et $B(0, 2)$ dans le champ de force $\vec{f} = (x - 2y)\vec{i} + (xy - 2x)\vec{j}$.
Montrer que la force \vec{f} est une force conservative. En déduire la variation de l'énergie potentielle entre les deux points A et B .

\vec{f}

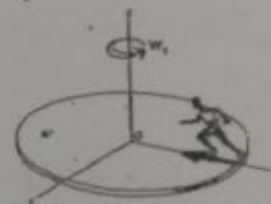
- 2- Une boule supposée ponctuelle est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur $h_0 = 1m$ au-dessus d'une table horizontale. Elle rebondit jusqu'à une hauteur $h_1 < h_0$. Si le coefficient de restitution est $e = 0.8$ calculer la vitesse de la balle juste après le choc. En déduire h_1 .



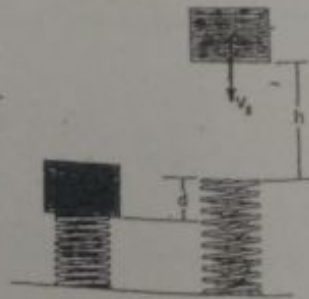
- 3- la particule M de masse $m = 0.75kg$ est reliée au ressort de raideur $k = 100N/m$. On fait tourner le système autour d'un axe vertical OZ_1 à la vitesse angulaire $\omega = 2rad/s$. On donne $l_0 = 50cm$. Déterminer la position d'équilibre de la particule dans le repère lié au ressort.



- 4- Un homme de masse $m = 50kg$ est debout au centre d'un disque horizontal de rayon $R = 2m$ et de moment d'inertie $I = 4000 kg.m^2$.
a. Le système était initialement au repos. Calculer la vitesse angulaire du disque lorsque l'homme s'est déplacé jusqu'à bord à la vitesse $v = 0.6m/s$ en suivant un rayon.
b. Le système tourne maintenant à la vitesse angulaire $\omega_1 = 0.6rad/s$. l'homme revient vers le centre et s'arrête à $R/2$. Calculer la nouvelle vitesse angulaire.



- 5- une masse m est lâchée avec une vitesse initiale v_0 d'une hauteur h au-dessus d'un ressort vertical de raideur k . Calculer en utilisant la conservation de l' E_t sa vitesse lorsque le ressort se comprime d'une distance d . (d ne représente pas la compression maximale du ressort).



T.S.K.P.



- 1- On considère une particule qui se déplace dans le plan (x, y) entre deux points $A(1, 0)$ et $B(0, 2)$ dans le champ de force $\vec{f} = (x - 2y)\vec{i} + (3y - 2x)\vec{j}$.
Montrer que la force \vec{f} est une force conservative. En déduire la variation de l'énergie potentielle entre les deux points A et B .

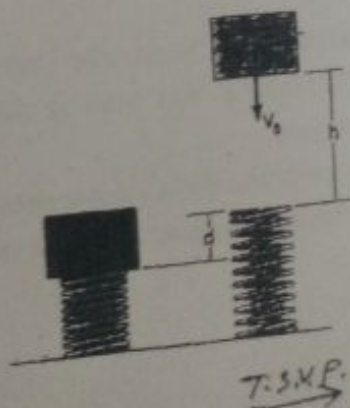
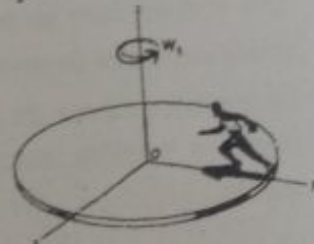
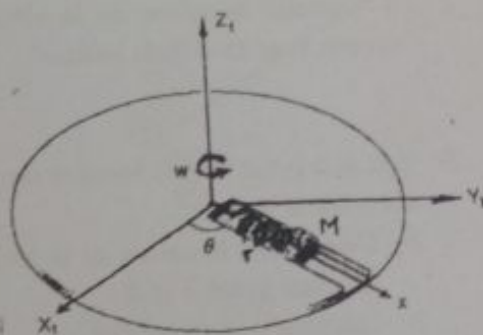
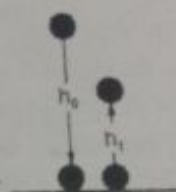
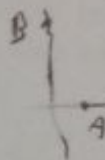
Une boule supposée ponctuelle est lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur $h_0 = 1\text{m}$ au-dessus d'une table horizontale. Elle rebondit jusqu'à une hauteur $h_1 < h_0$. Si le coefficient de restitution est $e = 0.8$ calculer la vitesse de la balle juste après le choc. En déduire h_1 .

- 3- la particule M de masse $m = 0.75\text{kg}$ est reliée au ressort de raideur $k = 100\text{N/m}$. On fait tourner le système autour d'un axe vertical OZ_1 à la vitesse angulaire $\omega = 2\text{rd/s}$. On donne $l_0 = 50\text{cm}$. Déterminer la position d'équilibre de la particule dans le repère lié au ressort.

Un homme de masse $m = 50\text{kg}$ est debout au centre d'un disque horizontal de rayon $R = 2\text{m}$ et de moment d'inertie $I = 4000\text{kg.m}^2$.

- a. Le système était initialement au repos. Calculer la vitesse angulaire du disque lorsque l'homme s'est déplacé jusqu'à bord à la vitesse $v = 0.6\text{m/s}$ en suivant un rayon.
b. Le système tourne maintenant à la vitesse angulaire $\omega_1 = 0.6\text{rd/s}$. l'homme revient vers le centre et s'arrête à $R/2$. Calculer la nouvelle vitesse angulaire.

- 5- une masse m est lâchée avec une vitesse initiale v_0 d'une hauteur h au-dessus d'un ressort vertical de raideur k . Calculer en utilisant la conservation de l' E_t sa vitesse lorsque le ressort se comprime d'une distance d . (d ne représente pas la compression maximale du ressort).



Problème

Les quatre parties A, B, C et D sont indépendantes

La navette "Discovery" est mise en feu depuis un point A de la surface de la terre avec une vitesse initiale $V_0 = 7 \text{ km/s}$ sous l'angle de tir $\alpha = 65^\circ$.

On donne $G \times M = 3.96 \times 10^{14} \text{ SI}$ et $R = 64 \times 10^5 \text{ m}$

- A-** 1- Sous qu'elle force se déplace la navette? (sens, module et direction). En déduire que l'accélération de la pesanteur diminue lorsqu'on s'éloigne de la terre.
 2- Ecrire l'expression de son énergie potentielle. On suppose que le potentiel s'annule à l'infini.
 3- Calculer la valeur de la vitesse de libération. Où va-t-elle la navette avec sa vitesse initiale?



- B-** Soit B le point le plus loin par rapport au centre de la terre que peut atteindre la navette.

- 1- Déterminer la nature de la trajectoire suivie par la navette entre les deux points A et B .
 2- Calculer la distance OB .



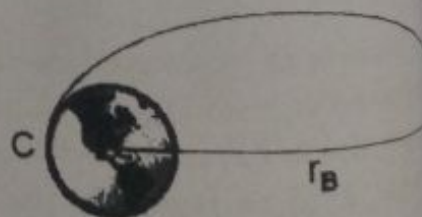
- C-** On suppose que la navette arrive au point B à la vitesse $V_B = 5250 \text{ m/s}$.

- 1- Déterminer l'expression de la vitesse sur une orbite circulaire.
 2- Que doit-on faire au point B pour stabiliser la navette sur une orbite circulaire de rayon $r_B = 7740 \text{ km}$ autour de la terre?
 3- En tournant autour de la terre, la navette lâche un satellite de masse $m = 100 \text{ kg}$. calculer sa période de révolution autour de la terre.



- D-** On admet que la navette tourne autour de la terre à la vitesse $V = 7153 \text{ m/s}$. On veut la descendre au point C sur la terre. Déterminer :

- 1- la variation de la vitesse nécessaire au point B .
 2- le temps mis pour arriver à la terre.



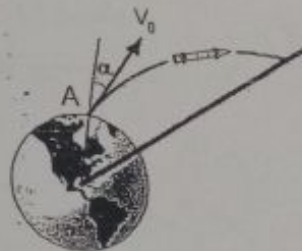
Problème (2)

Les quatre parties A, B, C et D sont indépendantes

La navette "Discovery" est mise en feu depuis un point A de la surface de la terre avec une vitesse initiale $V_0 = 7 \text{ km/s}$ sous l'angle de tir $\alpha = 65^\circ$.

On donne $G \times M = 3.96 \times 10^{14} \text{ SI}$ et $R = 64 \times 10^5 \text{ m}$

- A- 1- Sous qu'elle force se déplace la navette? (sens, module et direction). En déduire que l'accélération de la pesanteur diminue lorsqu'on s'éloigne de la terre.
 2- Ecrire l'expression de son énergie potentielle. On suppose que le potentiel s'annule à l'infini.
 3- Calculer la valeur de la vitesse de libération. Où va-t-elle la navette avec sa vitesse initiale?



- B- Soit B le point le plus loin par rapport au centre de la terre que peut atteindre la navette.

- 1- Déterminer la nature de la trajectoire suivie par la navette entre les deux points A et B .
 2- Calculer la distance OB .



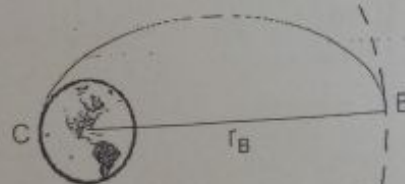
- C- On suppose que la navette arrive au point B à la vitesse $V_B = 5250 \text{ m/s}$.

- 1- Déterminer l'expression de la vitesse sur une orbite circulaire.
 2- Que doit-on faire au point B pour stabiliser la navette sur une orbite circulaire de rayon $r_B = 7740 \text{ km}$ autour de la terre?
 3- En tournant autour de la terre, la navette lâche un satellite de masse $m = 100 \text{ kg}$. calculer sa période de révolution autour de la terre.



- D- On admet que la navette tourne autour de la terre à la vitesse $V = 7153 \text{ m/s}$. On veut la descendre au point C sur la terre. Déterminer :

- 1- la variation de la vitesse nécessaire au point B .
 2- le temps mis pour arriver à la terre.



Correction
Problème (2)

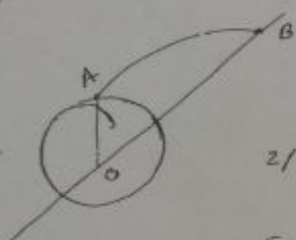
A/ 1. $\vec{P} = \frac{GMm}{r^2} \hat{e}_r = m\vec{g} \Rightarrow \vec{g} = -\frac{GM}{r^2} \hat{e}_r$ et $r = R$



2/ $E_p = -\int \vec{F} \cdot d\vec{r} = -\int \frac{GMm}{r^2} dr$
 $E_p = -\frac{GMm}{r} + C$ $E_p(R) = 0 \Rightarrow C = \frac{GMm}{R}$

3/ $E_{\text{tot}} = E_k + E_p = 0 \Rightarrow \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{R} = 0 \Rightarrow v^2 = \frac{2GM}{R}$
 $v = \sqrt{\frac{2GM}{R}} = \sqrt{\frac{2 \times 6.67 \times 10^{-11} \times 6 \times 10^{24}}{64 \times 10^5}} = 11,17 \text{ km/s}$

B/



1/ $E_{\text{tot}} = \frac{1}{2} m v^2 - \frac{GMm}{r} = 0 \Rightarrow v^2 = \frac{2GM}{r}$

$E_{\text{tot}} = m \left[\left(0,5 \times 10^3 \right)^2 - \left(\frac{3,96 \times 10^{14}}{64 \times 10^5} \right) \right] = -37375 \times 10^3 \text{ J} < 0$
 elliptique

2/ $E_{\text{tot}} = E_{\text{tot}} \Rightarrow -37,4 \times 10^6 \text{ J} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{GMm}{r_B}$
 $J_A = J_B \Rightarrow m R v_A \sin \theta = m r_B v_B \Rightarrow r_B = \frac{R v_A \sin \theta}{v_B}$

$r_B = \frac{64 \times 10^5 \times 7000 \times 0,906}{v_B} = \frac{4,06 \times 10^{10}}{v_B}$
 $v_B^2 - 19506 v_B + 748 \times 10^5 = 0$
 $v_B = \begin{cases} 5245 \text{ m/s} < v_c & \text{acceptable} \\ 20421 \text{ m/s} > v_c & \text{à rejeter} \end{cases}$

$r_B = 7740 \text{ km}$

C/ 1/

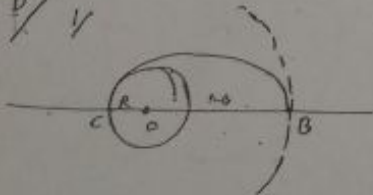


$\frac{GMm}{r^2} \hat{e}_r = m \frac{v^2}{r} \hat{e}_r$
 $v = \sqrt{\frac{GM}{r}}$

2/ $v_c = \sqrt{\frac{3,96 \times 10^{14}}{7740 \times 10^3}} = 7152,5 \text{ m/s}$ il faut voy. entre la surface

3/ $T = 2\pi a \sqrt{\frac{1}{GM}} = 2\pi \times 3,16 \times 10^6 \left(\frac{1}{7740 \times 10^3} \right)^{1/2} \sqrt{\frac{1}{396 \times 10^{14}}} = 6788 \text{ s} \approx 1 \text{ h } 53'$

D/ 1/



$\Delta E_p = E_p(B) - E_p(A) = \Delta E_k = \Delta E_{\text{tot}}$

$E_{\text{tot}}(A) = \frac{1}{2} m v_A^2 - \frac{GMm}{r_A} = \frac{1}{2} m v_B^2 - \frac{GMm}{r_B} \Rightarrow v = \sqrt{2GM \left(\frac{1}{r_A} - \frac{1}{r_B} \right)}$

$v_c = \sqrt{2 \times 396 \times 10^{14} \left(\frac{1}{774 \times 10^3} - \frac{1}{64 \times 10^5 + 774 \times 10^3} \right)} = 6847 \text{ m/s}$

$\Delta v = 6847 - 7152,5 = -305 \text{ m/s}$, il faut de l'énergie la surface

2/ $t = 2\pi a \sqrt{\frac{1}{GM}} = 3,14 \times 10^6 \times (64 \times 10^5 + 774 \times 10^3)^{1/2} \sqrt{\frac{1}{396 \times 10^{14}}} = 8394 \text{ s} \approx 2 \text{ h } 20'$

$\Delta E_{\text{tot}} = \frac{GMm}{2r_A} - \frac{GMm}{2r_B}$

Correction
Final 2012

1/ $\vec{f} = (x-2y)\hat{i} + (3y-2x)\hat{j}$

$\text{rot } \vec{f} = 0 \Rightarrow \begin{vmatrix} \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} \\ x-2y & 3y-2x \end{vmatrix} = \hat{k} (0-0) - \hat{j} (0-0) + \hat{i} (-2+3) = \hat{i} = 0$



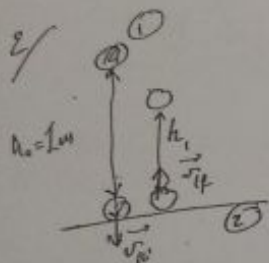
$y = ax + b$
 $0 = a \cdot 2 + b \rightarrow a = -b/2$
 $3 = b \rightarrow y = -1.5x + 3$

$= \hat{i} (0-0) - \hat{j} (0-0) + \hat{k} (-2+3) = \hat{k} = 0$
 $\Rightarrow \vec{f}$ est conservative

$\Delta E_p = - \int_A^B \vec{f} \cdot d\vec{u} = - \int_0^6 (x-2y) dx - \int_0^2 (3y-2x) dy$
 $= - \int_0^6 (x - 2(-1.5x + 3)) dx - \int_0^2 (3(-1.5x + 3) - 2x) dy$
 $= - \int_0^6 (x + 3x - 6) dx - \int_0^2 (-4.5x + 9 - 2x) dy$
 $= - \int_0^6 (4x - 6) dx - \int_0^2 (-6.5x + 9) dy$
 $= - [2x^2 - 6x]_0^6 - [-3.25y + 9y]_0^2$
 $= - [72 - 36] - [-6.5 + 18] = -36 - 11.5 = -47.5$

$\Delta E_p = - \frac{2x^2}{2} + 6x \Big|_0^6 = -(-\frac{2 \cdot 36}{2} + 36) = -5.5 J$

(10')

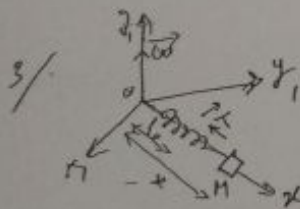


$e = 0.8 \quad e = - \frac{\vec{v}_2 \cdot \vec{v}_1}{v_2 \cdot v_1} = - \frac{0 \cdot v_{1f}}{0 \cdot v_{1i}} \Rightarrow \vec{v}_{1f} = -e \vec{v}_{1i}$

projection \uparrow : $v_{1f} = e v_{1i}$
avec : $v_{1i}^2 - 0 = 2gh \Rightarrow v_{1i} = \sqrt{2gh} \Rightarrow v_{1f} = e \sqrt{2gh}$
 $v_{1f} = 0.8 \sqrt{2 \cdot 9.8 \cdot 1}$

$h_1 = \frac{v_{1f}^2}{2g} = 0.32 m \quad v_{1f} = 3.58 m/s$

(5')



Après le choc, le ressort est au repos $m\ddot{x} = \sum \vec{F}_{ext} + \sum \vec{F}_{int}$
 $m\ddot{x} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{f}_e + \vec{f}_c$
 $\vec{f} = -m(\ddot{q} + \ddot{\omega} \cdot \vec{r} + \ddot{\omega} \cdot \vec{\omega} \cdot \vec{r}) = -m(\ddot{q} + \ddot{\omega} \cdot \vec{r}) = -m\ddot{x}$

A l'équilibre $m\vec{g} + \vec{N} + \vec{T} + \vec{f}_e + \vec{f}_c = 0 \Rightarrow$ (projection) $-k(x-x_0) + m\omega^2 x = 0$
 $x(m\omega^2 - k) = kx_0 \Rightarrow x = \frac{kx_0}{k - m\omega^2}$

(10')

10/31	10/26	13/35	33/92
8/28	6/21	9/36	36%
6/20	3/19	5/36	129/474
6/22	1/17	6/18	(27%)
7/22	2/15	8/21	
11/21	15/32	3/8	

1/2
T1 T4 T3
I1 T2

4/



$$a) \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{a} = \vec{0} \Rightarrow \vec{v} = \vec{0}$$

$$\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow \vec{J} = d\vec{L} \text{ or } \vec{J} = \vec{r} \times m\vec{v} = \vec{0} \Rightarrow \vec{L} = \vec{0}$$

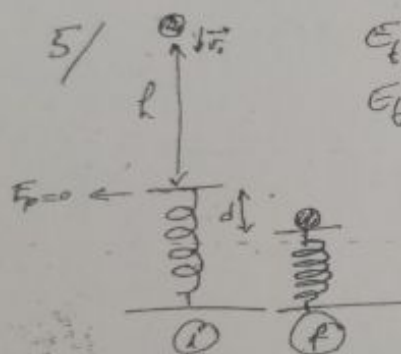
le système est en équilibre

$$b) \sum \vec{F}_{ext} = \vec{0} \Rightarrow I\vec{\omega} = \vec{L} \Rightarrow I_1\vec{\omega}_1 = I_2\vec{\omega}_2$$

$$\vec{\omega}_2 = \frac{I_1}{I_2} \vec{\omega}_1 = \frac{mR^2 + I}{m(\frac{R}{2})^2 + I} \vec{\omega}_1 = \frac{50 \times 4 + 4000}{50 \times 1 + 4000} \times 0,6 \hat{k}$$

$$\vec{\omega}_2 = 0,622 \hat{k}$$

(7')



$$E_f = \frac{1}{2} m v_0^2 + mgh$$

$$E_{tf} = \frac{1}{2} m v^2 - mgh + \frac{1}{2} k d^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2gh + 2gd - \frac{k}{m} d^2$$

(5')