UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

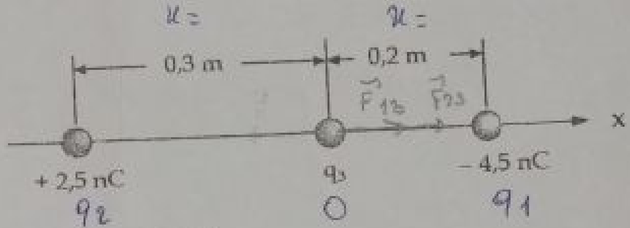
الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

76/100

Cours : P1101 — **Année : 2019 -2020**
Durée : 1 heure — **Examen : Partiel**

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : *(30 points)*



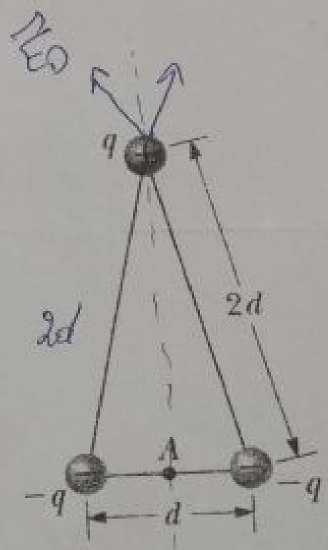
Trois charges ponctuelles sont distribuées sur l'axe des x. La charge $q_1 = -4{,}5$ nC est placée au point $x = 0{,}2$ m, et la charge $q_2 = 2{,}5$ nC est au point $x = -0{,}3$ m. Une charge positive q_3 est placée à l'origine.

a) Quelle doit être la valeur de q_3 (en coulomb) pour que le module de la force électrique résultante s'exerçant sur cette charge vaut 4 µN?

b) Quelle est la direction de la force résultante s'exerçant sur q_3?

c) À quelle(s) position(s) x (autre que l'infini) la charge q_3 est-elle en équilibre ?

Exercice II : *(30 points)*



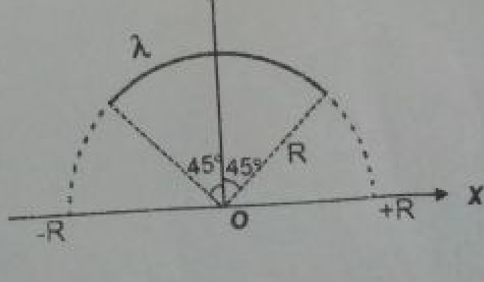
Trois charges ponctuelles sont placées sur les sommets d'un triangle isocèle comme l'indique la figure à droite. On prend $d = 2$ cm et $q = 7$ µC.

a) Calculer le potentiel électrique au point A situé au milieu de la base du triangle.

b) Trouver le champ électrique résultant $\vec{E}$ à la position de la charge $(+q)$.

c) En déduire la force électrique exercée sur la charge $(+q)$.

Exercice III : *(40 points)*



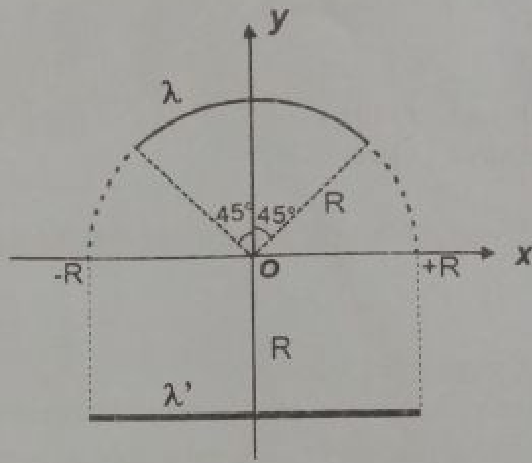
1- On considère un quart de cerceau de centre O et de rayon R, chargé uniformément d'une densité linéique positive λ (voir figure ci-contre). Trouver le champ électrique $\vec{E}_C$ créé par ce cerceau au point O.

TSVP →

2- Le champ électrique $\vec{E}_T$ créé par une tige de longueur L, uniformément chargée de densité linéique positive λ', en un point P situé sur sa médiatrice à une distance y du fil est donné par :

$$E_T = \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0 y\sqrt{L^2+4y^2}}$$

On considère la figure ci-contre (quart de cerceau + tige). Trouver la relation entre λ et λ' pour que le champ électrique créé au point O soit nul.



Bonne Chance

$$\frac{\lambda\sqrt{2}}{2R} = \frac{-\lambda' L}{y\sqrt{L^2+4y^2}}$$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 1 heure

ناهي

Année : 2018 -2019
Examen : Partiel

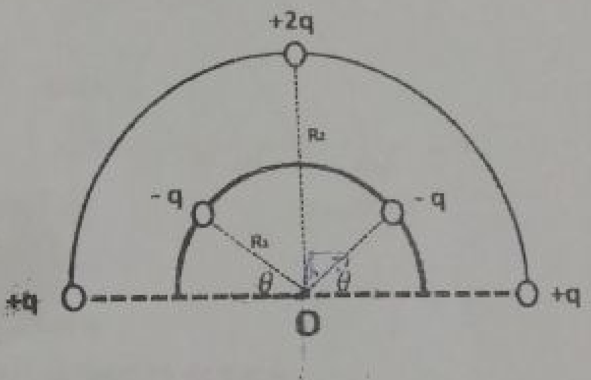
Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : (30 points)

Cinq charges ponctuelles sont distribuées sur deux demi-cercles concentriques de centre O et de rayons respectifs R_1 et R_2 (figure ci-contre). On donne : $R_2 = 2R_1$ et $\Theta = 45°$.

a) Déterminer le potentiel électrostatique V et le champ électrostatique $\vec{E}$ en O.

b) En quel point M de l'axe (y'Oy) doit être placée une charge ponctuelle **+q** pour que le champ électrostatique résultant en O soit nul?



Exercice II : (30 points)

a) Trouver le vecteur champ électrique $\vec{E}$ créé par un anneau de centre O, de rayon R et de densité linéaire uniforme positive λ en un point $M(z)$ de son axe $[Oz)$.

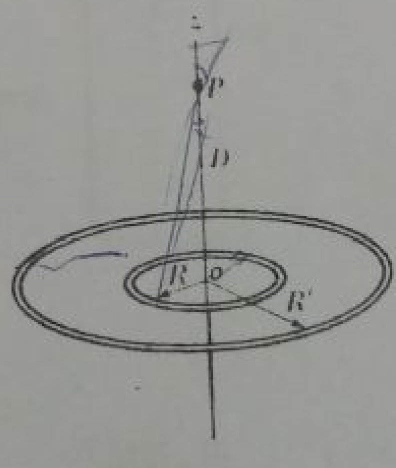
b) Trouver (sans déduire) le potentiel électrique V créé par cet anneau au même point $M(z)$.

c) Utiliser la relation entre $\vec{E}$ et V pour vérifier vos réponses aux questions (a) et (b).

d) On dispose maintenant de deux anneaux concentriques dans le plan xOy (figure ci-contre), de rayon R et R' tel que $R' = 3R$. L'anneau de rayon R est uniformément chargé avec une densité linéaire $+\lambda$.

On prend un point P situé sur l'axe $(z'Oz)$ à une distance $D = 2R$ du centre O des anneaux.

Trouver la densité linéaire du second anneau, en fonction de λ, pour que le champ électrique résultant au point P soit nul.



TSVP →

$$\frac{\partial V_2}{\partial R} = \frac{-K \ldots}{y\sqrt{l^2+4y^2}}$$

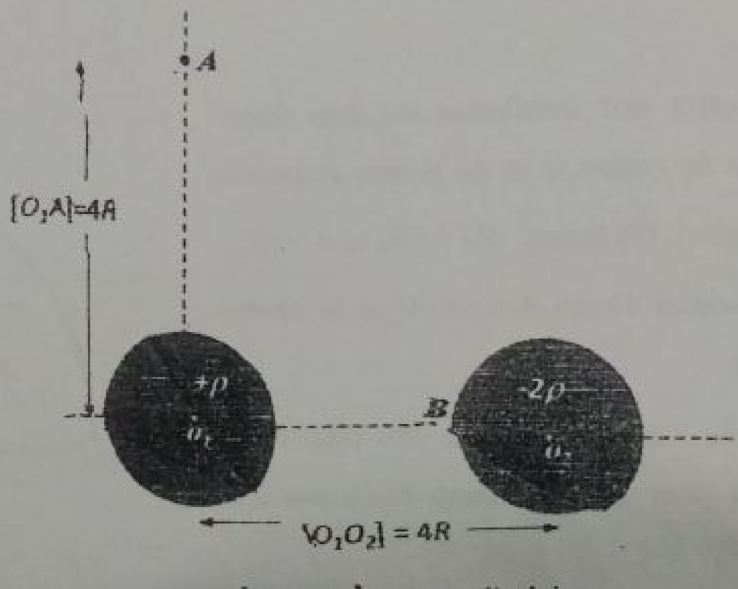
Exercice III *: (10 points)*

On considère un cylindre infiniment long, de rayon R, portant une densité volumique de charge $+\rho$.

a) Par application du théorème de Gauss, trouver le vecteur champ $\vec{E}$ créé en tout point de l'espace ($r < R$, $r = R$ et $r > R$).

b) Un deuxième cylindre de même rayon et portant une densité volumique de charge uniforme -2ρ est placé parallèlement au premier cylindre à une distance 4R (figure ci-contre).

Trouver le champ $\vec{E}$ aux points A et B.



vue dans un plan perpendiculaire aux deux cylindres parallèles

Bon travail

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 1 heure

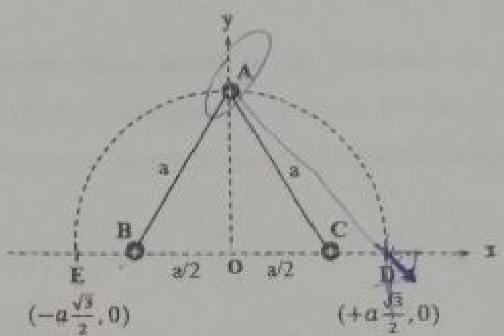
عبد الرحمن كوراد

Année : 2017 -2018
Examen : Partiel

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : (35 points)

Trois charges ponctuelles positives, chacune de valeur +**q**, sont placées aux sommets A, **B** et C d'un triangle équilatéral **ABC** de côté **a**, comme le montre la figure ci-contre. **O** est le milieu de **[BC]** et aussi le centre de cercle de rayon $\frac{a\sqrt{3}}{2}$. On suppose que le potentiel à l'infini est nul.



1- Déterminer le champ électrique créé au point **O (0,0)** en fonction de **a** et **q**.

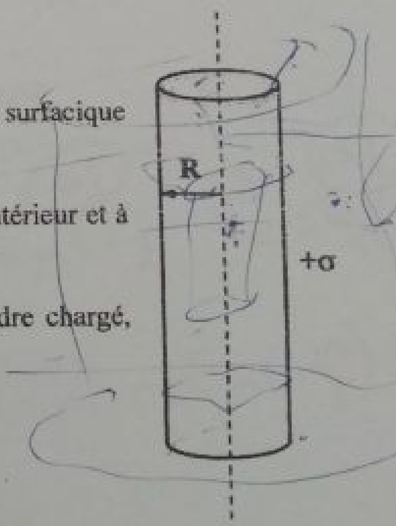
2- Trouver le champ électrique et le potentiel électrostatique au point **D** en fonction de **a** et **q**.

3- On place une charge **(-5q)** au point **D**. Déterminer la force exercée sur cette charge.

4- Calculer le travail électrique pour déplacer la charge **+q** du point **A** au point **E**.

Exercice II : (25 points)

Un cylindre infini de rayon **R** est uniformément chargé ayant une densité surfacique positive $+\sigma$.



a) En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrique à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre chargé.

b) Trouver le potentiel électrique à l'intérieur et à l'extérieur du cylindre chargé, sachant que $V=V_0$ pour $r = R_1$ tel que $R_1>R$.

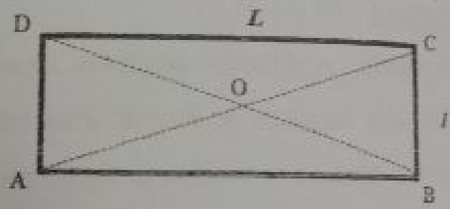
TSVP →

Exercice III : *(40 points)*

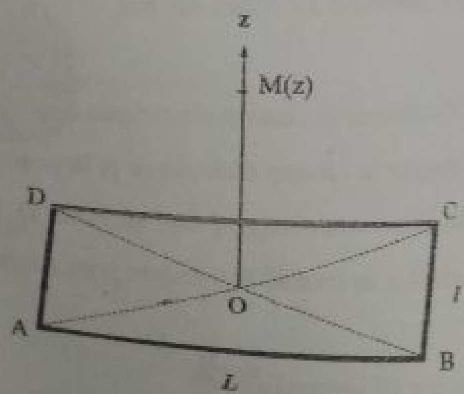
1- Démontrer que le champ électrique créé par une tige de longueur L, uniformément chargée de densité linéique positive $+\lambda$, en un point **P** situé sur sa médiatrice à une distance y du fil est donné par :

$$E = \frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y(L^2+4y^2)^{1/2}}$$

2- On considère un fil chargé positivement de densité linéique uniforme $+\lambda$ de forme rectangulaire **ABCD** de longueur L et de largeur l. Déduire le champ électrique en son centre **O**.



3- Dans la figure ci-contre, on considère le même rectangle. Déduire le champ électrique résultant au point **M(z)** de l'axe **(oz)**.



Bonne Chance

2017 - 2018 2017 - 2010

solution partiel PH01 2016 ~~2017~~ (1)

Ex1 :

$V(\infty)=0$

12pts 1) $\vec{E}_0 = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$

(02) FG

$E_A = k_0 \frac{q}{d^2}$, où $d^2 + a^2/4 = a^2 \Rightarrow d^2 = \frac{3a^2}{4} = d = \frac{a\sqrt{3}}{2}$.

ou d = rayon du cercle $= \frac{a\sqrt{3}}{2}$. (02)

$E_A = \frac{k_0 q}{3a^2/4} = \frac{4k_0 q}{3a^2}$; $E_B = \frac{k_0 q}{a^2/4}$ (01) $= 4\frac{k_0 q}{a^2}$ (01) $= E_C$

$E_A = 1.33 \frac{k_0 q}{a^2}$ $E_B = E_C = 4\frac{k_0 q}{a^2}$ (01)

avec $\vec{E}_A = E_A(-\vec{j})$ (02) ; $\vec{E}_B = E_B(\vec{i})$ $\vec{E}_C = E_C(-\vec{i})$ (01)

$\vec{E}_0 = E_A(-\vec{j}) + \underbrace{E_B(\vec{i}) + E_C(-\vec{i})}_{0} = E_A(-\vec{j})$. (01)

$\vec{E}_0 = \frac{4}{3}\frac{k_0 q}{a^2}(-\vec{j})$.

(01)

uniformément chargée de densité linéique positive λ', en un

2) $\vec{E}_D = ?$ $\quad V_D = ?$

$\vec{E}_D = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$

$E_A = k_0 \dfrac{q}{d_1^2}$ (02) $\boxed{d_1} = \sqrt{\left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + \left(\dfrac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2} = \sqrt{2 \cdot \dfrac{a^2 3}{4}} = \boxed{a\sqrt{3/2}}$

$E_B = k_0 \dfrac{q}{d_2^2}$ (02) $\boxed{d_2} = a + d_3 = a + \dfrac{a(\sqrt{3}-1)}{2} = \boxed{\dfrac{a(\sqrt{3}+1)}{2}}$

$E_C = k_0 \dfrac{q}{d_3^2}$ (02) $\boxed{d_3} = \dfrac{a\sqrt{3}}{2} - \dfrac{a}{2} = \boxed{\dfrac{a(\sqrt{3}-1)}{2}}$

$\vec{E}_D = E_A(\cos 45^\circ \vec{i} - \cos 45^\circ \vec{j}) + E_B(+\vec{i}) + E_C(\vec{i})$ (02) (01) (01)

$= \left(E_A \dfrac{\sqrt{2}}{2} + E_B + E_C\right)\vec{i} + \left(-E_A \dfrac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}\right)$

$= \left(k_0 \dfrac{q}{\frac{3a^2}{\cancel{2}}} \dfrac{\sqrt{2}}{\cancel{2}} + k_0 \dfrac{q}{\frac{a^2(\sqrt{3}+1)^2}{4}} + k_0 \dfrac{q}{\frac{a^2(\sqrt{3}-1)^2}{4}}\right)\vec{i} + k_0 \dfrac{q}{\frac{3a^2}{\cancel{2}}} \dfrac{\sqrt{2}}{\cancel{2}}(-\vec{j})$

$= \dfrac{k_0 q}{a^2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3} + \overbrace{\dfrac{4}{(\sqrt{3}+1)^2} + \dfrac{4}{(\sqrt{3}-1)^2}}^{8}\right)\vec{i} + \dfrac{k_0 q}{a^2}\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)(-\vec{j})$

$= \dfrac{k_0 q}{a^2}\underbrace{\left(\dfrac{24+\sqrt{2}}{3}\right)}_{8{,}47}\vec{i} + \dfrac{k_0 q}{a^2}\underbrace{\left(\dfrac{\sqrt{2}}{3}\right)}_{0{,}47}(-\vec{j})$

3) $V_D =$

3)

4)

3pts 2) $V_D = V_A + V_B + V_C$ (2) i

(02) FG

$$= \frac{k_0 q}{d_1} + \frac{k_0 q}{d_2} + \frac{k_0 q}{d_3}$$

$$= \frac{k_0 q}{(01)\, a\sqrt{3}/2} + \frac{k_0 q}{(01)\, \frac{a}{2}(\sqrt{3}+1)} + \frac{k_0 q}{(01)\, \frac{a}{2}(\sqrt{3}-1)}$$

$$= \frac{k_0 q}{a}\left(\sqrt{\frac{2}{3}} + \frac{2}{\sqrt{3}+1} + \frac{2}{\sqrt{3}-1}\right) = \frac{k_0 q}{a}\left(\frac{\sqrt{6}+6\sqrt{3}}{2}\right)$$

$$= 4{,}28\,\frac{k_0 q}{a}$$

3pts (02) FG (01)

3) $\vec{F}_D = q_D \vec{E}_D = -5q\,\vec{E}_D$

3pts (02) FG

4) $W_{A\to E} = -Q\Delta V = -Q(V_f - V_i)$

$$= +Q(V_i - V_f) =$$

$V_i = V_A$ $\quad V_f = V_E$

(02)

$$V_A = V_B + V_C = \frac{k_0 q}{a} + \frac{k_0 q}{a} = \frac{2k_0 q}{a}$$

(02) (01)

$$V_E = V_B + V_C = \frac{k_0 q}{\frac{a(\sqrt{3}-1)}{2}} + \frac{k_0 q}{\frac{a(\sqrt{3}+1)}{2}} = \frac{2k_0 q}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{3}-1} + \frac{1}{\sqrt{3}+1}\right) = \frac{2k_0 q\sqrt{3}}{a}$$

$= 2k_0 q \ldots 2\sqrt{3} + \ldots$

$$V_E = \cancel{2}\frac{k_0 q}{a}\left(\frac{\sqrt{3}+1+\sqrt{3}-1}{\underbrace{3-1}_{\cancel{2}}}\right)$$

$$= \frac{k_0 q}{a}\,2\sqrt{3}$$

01

$$W = q\left(\frac{2k_0 q}{a} - \frac{2k_0 q}{a}\sqrt{3}\right)$$

$$= \frac{2k_0 q^2}{a}\left(1-\sqrt{3}\right)$$

Exercice II

③

cylindre infini de rayon R $\sigma = cst$ et $\sigma > 0$

a) Loi de Gauss : $\Phi = \oiint_{\Sigma_G} \vec{E}.\vec{dS} = \frac{q_{int}}{\varepsilon_0}$

Vue la sym. géom et élec, le champ électrique est radial $\vec{E}(r) = E(r)\,\hat{r}$ avec $E = cst$ pour $r = cst$

↳ surface de gauss est un cylindre de rayon r et de longueur ℓ

pour $r < R$, pas de charges à l'int. du cyl.

↳ $q_{int} = 0 \Rightarrow \Phi = 0 \Rightarrow \boxed{\vec{E}_I = \vec{0}}$ $r<R$

pour $r > R$, $\Phi = \oiint \vec{E}.\vec{dS}$

$$= \cancel{\iint \vec{E}.\vec{dS}_1}_{\substack{0 \\ \vec{E} \perp \vec{n}_1}} + \cancel{\iint \vec{E}.\vec{dS}_2}_{\substack{0 \\ \vec{E} \perp \vec{n}_2}} + \iint \vec{E}.\vec{dS}_3$$

$$= \iint E\, dS_3 \cos(0^\circ) = E \iint dS_3 = E\,2\pi r\ell$$

et $\frac{q_{int}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma S}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma\, 2\pi R\ell}{\varepsilon_0}$

$$E\, \cancel{2\pi} r \cancel{\ell} = \frac{\sigma\, \cancel{2\pi} R \cancel{\ell}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R}{r}$$

$\boxed{\vec{E}_{II} = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R}{r}\cdot\vec{r}}$ $r>R$

2ème méthode

$$\vec{E} = 2K_0 \lambda \int_{tg\theta/2} \frac{dx \sin\theta}{(x^2+y^2)} \vec{j}$$

⊛ $tg\theta = \frac{-y}{x} \Rightarrow \frac{d\theta}{\cos^2\theta} = d(tg\theta) = y\,d\left(-\frac{1}{x}\right) = \frac{y}{x^2} dx$

$\Rightarrow dx = \frac{x^2}{y} \frac{d\theta}{\cos^2\theta}$; (2)

⊛ $\sin^2\theta = \frac{y^2}{x^2+y^2} \Rightarrow \frac{1}{x^2+y^2} = \frac{\sin^2\theta}{y^2}$ (2)

$$\Rightarrow \vec{E} = 2K_0\lambda \int_{\theta_1}^{\pi/2} \left(\frac{x^2}{y} \frac{d\theta}{\cos^2\theta}\right)\left(\frac{\sin^2\theta}{y^2}\right) \sin\theta \, \vec{j}$$

$$= 2K_0\lambda \int_{\theta_1}^{\pi/2} \frac{x^2}{y^2} \frac{\sin^2\theta}{\cos^2\theta} \sin\theta \, d\theta \, \vec{j}$$ (2)

$$= 2K_0\lambda \int_{\theta_1}^{\pi/2} \sin\theta \, d\theta \, \vec{j} = 2K_0\lambda \left[-\cos\theta\right]_{\theta_1}^{\pi/2} \vec{j}$$

(2)

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y} \cos\theta_1 \vec{j} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 y} \frac{L/2}{(y^2+L^2/4)^{1/2}} \vec{j}$$

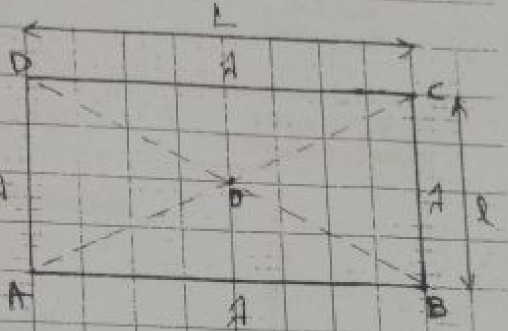
$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0 y} \frac{1}{(4y^2+L^2)^{1/2}} \vec{j}$$ (2)

$$= \frac{q}{2\pi\varepsilon_0 y} \frac{1}{(4y^2+L^2)^{1/2}} \vec{j}$$

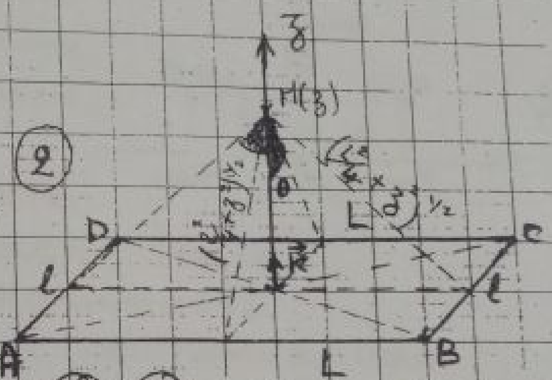
⟨6⟩ 2.

Par Sym. géométrique et électrique, $\vec{E}_0 = \vec{0}$.

(2) + (2) + (2)



⟨13⟩ 3.



$$\vec{E}(z) = \vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC} + \vec{E}_{CD} + \vec{E}_{DA}$$

$$= \left(\vec{E}_{AB} + \vec{E}_{CD}\right) + \left(\vec{E}_{BC} + \vec{E}_{DA}\right) \quad (2)$$

(1) (1)

$$|\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{CD}| \;\&\; |\vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{DA}|$$

$$E_1 \leftarrow |\vec{E}_{AB}| = |\vec{E}_{CD}| = \frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0 \left(z^2+\frac{\ell^2}{4}\right)^{1/2}} \frac{1}{\left(4\left(\frac{\ell^2}{4}+z^2\right)+L^2\right)^{1/2}} = \frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\left(z^2+\frac{\ell^2}{4}\right)^{1/2}\left(\ell^2+L^2+4z^2\right)^{1/2}} \quad (1)\ (1)$$

$$E_2 \leftarrow |\vec{E}_{BC}| = |\vec{E}_{DA}| = \frac{\lambda \ell}{2\pi\varepsilon_0 \left(z^2+\frac{L^2}{4}\right)^{1/2}} \frac{1}{\left(4\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)+\ell^2\right)^{1/2}} = \frac{\lambda \ell}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\left(z^2+\frac{L^2}{4}\right)^{1/2}\left(\ell^2+L^2+4z^2\right)^{1/2}} \quad (1)\ (1)$$

$$\vec{E}(z) = \left(2E_1\cos\theta + 2E_2\cos\alpha\right)\vec{k}\ ; \quad (1) \quad (1)$$

$$(1)\ \cos\theta = \frac{z}{\left(\frac{\ell^2}{4}+z^2\right)^{1/2}}\ , \quad \cos\alpha = \frac{z}{\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)^{1/2}} \quad (1)$$

$$\vec{E} = 2\frac{\lambda z}{2\pi\varepsilon_0}\left[\frac{L}{\left(z^2+\frac{\ell^2}{4}\right)\left(\ell^2+L^2+4z^2\right)^{1/2}} + \frac{\ell}{\left(z^2+\frac{L^2}{4}\right)\left(\ell^2+L^2+4z^2\right)^{1/2}}\right]\vec{k}$$

$$\Rightarrow \vec{E} = \frac{\lambda}{\pi\varepsilon_0}\frac{z}{\left(4z^2+L^2+\ell^2\right)^{1/2}}\left[\frac{L}{\left(z^2+\frac{\ell^2}{4}\right)} + \frac{\ell}{\left(z^2+\frac{L^2}{4}\right)}\right]\vec{k}\ ; \quad (1)$$

①

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 1 heure

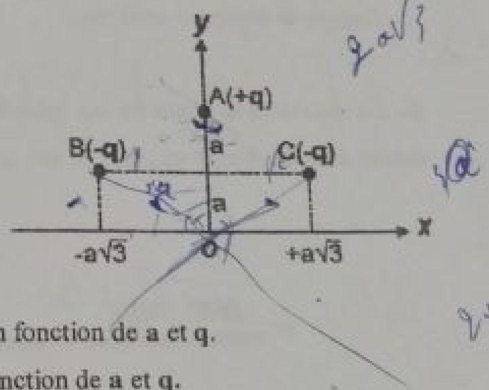
عبدالرحمن فؤاد

Année : 2016 -2017
Examen : Partiel

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : *(40 points, ~ 20 mn)*

Trois charges ponctuelles sont placées dans le plan (xoy) aux points : **A (0, 2a)**, **B ($-a\sqrt{3}$, a)** et **C ($a\sqrt{3}$, a)** comme le montre la figure ci-contre. On suppose que le potentiel à l'infini est nul.



1- Calculer la force résultante $\vec{F}$ exercée sur la charge (+q).

2- Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ créé au point O (0,0) en fonction de a et q.

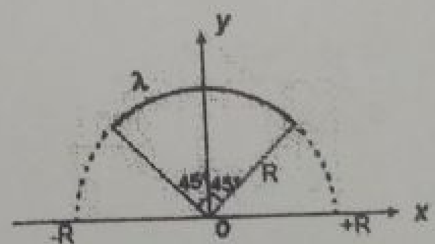
3- Calculer le potentiel électrostatique au point O (0,0) en fonction de a et q.

4- En déduire le travail électrique pour déplacer une charge (-2q) de l'infini au point O (0,0).

5- Déterminer la force exercée sur la charge (-2q) qui est placée au point O.

Exercice II : *(30 points, ~ 20 mn)*

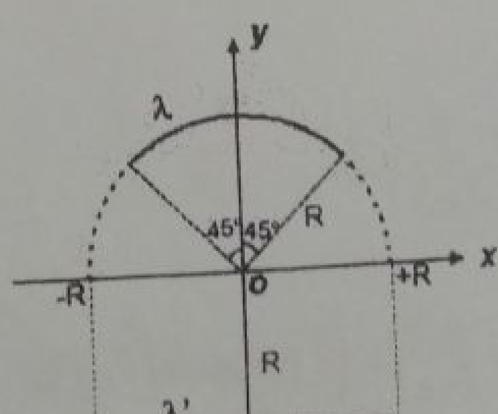
1- On considère un quart de cerceau de centre **O** et de rayon **R**, chargé uniformément d'une densité linéique positive λ (voir figure ci-contre). Trouver le champ électrique $\overrightarrow{E_C}$ créé par ce cerceau au point **O**.



2- Le champ électrique E_T créé par une tige de longueur **L**, uniformément chargée de densité linéique positive λ', en un point **P** situé sur sa médiatrice à une distance **y** du fil est donné par :

$$E_T = \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{y\,(L^2 + 4y^2)^{1/2}}$$

On considère la figure ci-contre (quart de cerceau + tige). Trouver la relation entre λ et λ' pour que le champ électrique créé au point **O** soit nul.



TSVP →

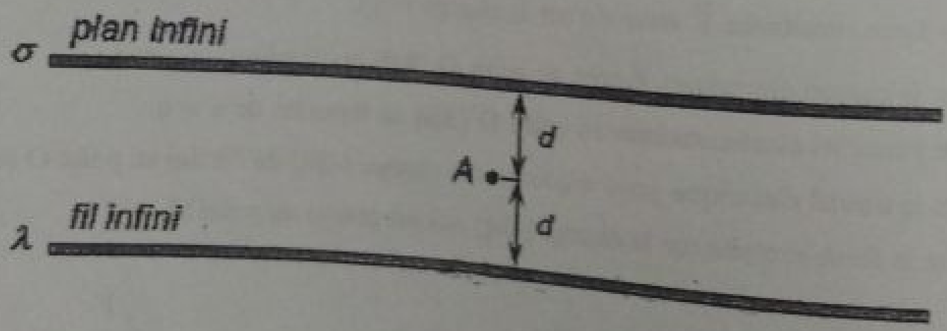
Exercice III *: (30 points, ~ 20 mn)*

A- En utilisant le théorème de Gauss, calculer :

1- Le champ électrique $\overrightarrow{E_1}(r)$ d'un fil infini chargé positivement dont la densité linéique de charge λ est constante.

2- Le champ électrique $\overrightarrow{E_2}$ attribuable à un plan infini chargé positivement ayant une densité surfacique de charge σ uniforme.

B- On considère la figure en bas (plan infini + fil infini). Trouver la relation entre λ et σ pour que le champ électrique créé au point A soit nul.



Bonne Chance

Solution Partiel 2016/2017 P1101 (1)

3

Ex 1 :

a) $\vec{F}_A = \vec{F}_{B/A} + \vec{F}_{C/A}$

$$F_{B/A} = |\vec{F}_{B/A}| = K_0 \frac{|q_A||q_B|}{d^2} = K_0 \frac{q^2}{4a^2}$$

$$F_{C/A} = |\vec{F}_{C/A}| = K_0 \frac{|q_C||q_A|}{d^2} = K_0 \frac{q^2}{4a^2}$$

$\Rightarrow F_{B/A} = F_{C/A}$

avec $\sin\alpha = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30°$

$$\vec{F}_A = \cancel{-F_{B/A}\cos 30°\,\vec{i}} - F_{B/A}\sin 30°\,\vec{j} + \cancel{F_{C/A}\cos 30°\,\vec{i}} - F_{C/A}\sin 30°\,\vec{j}$$

$$= -2F_{B/A}\sin 30°\,\vec{j} = -\cancel{2}\times K_0\frac{q^2}{4a^2}\frac{1}{\cancel{2}}\vec{j}$$

$$= \frac{K_0 q^2}{4a^2}(-\vec{j}).$$

2) $\vec{E}_O = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$

$E_A = K_0 \frac{q}{4a^2}$. $\quad E_B = K_0\frac{q}{4a^2} \quad E_C = K_0\frac{q}{4a^2}$

$$\vec{E}_O = -\frac{K_0 q}{4a^2}\vec{j} + \left(\frac{K_0 q}{4a^2}\left(\cancel{\sin 30°(-\vec{i})} + \cos(30°)\vec{j}\right)\right) + \left(\frac{K_0 q}{4a^2}\left(\cancel{\sin 30°(\vec{i})} + \cos(30°)\vec{j}\right)\right.$$

$$\vec{E}_0 = -\frac{k_0 q}{4a^2}\vec{j} + \frac{k_0 q}{4a^2}\overbrace{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}^{1}\vec{j} = \vec{0}$$

3) $V_O = V_A + V_B + V_C$

$$= k_0\frac{q}{2a} + \frac{k_0(-q)}{2a} + k_0\frac{(-q)}{2a} = -\frac{k_0 q}{2a}$$

4) $W = -Q\Delta V$ $\qquad Q = -2q$

$$\Delta V = V_f - V_i = V_0 - \cancel{V_\infty}^{0} = V_0 = -\frac{k_0 q}{2a}$$

$$W = -(-2q)\left(-\frac{k_0 q}{2a}\right) = -\frac{k_0 q^2}{a}$$

5) $\vec{F} = Q\vec{E}_0 = -2q\cancel{\vec{E}_0}^{\vec{0}} = \vec{0}$

$\frac{k_0 q}{2a}$

$\frac{k_0 q}{2a}$

Ex 2 :

3

$\vec{E} = \int \vec{dE} = \int k_0 \frac{dq}{r^2} \vec{r}$

$dq = \lambda dl$ et $r = R$

$\vec{dE} = k_0 \frac{dq}{r^2} \vec{r}$ et $\vec{dE}' = k_0 \frac{dq}{r^2} \vec{r}'$

Vue la symétrie géométrique et électrique du pb, les composante suivant x s'annulent et celles suivant $(-y)$ s'additionnent.

$$\vec{dE} = \vec{dE}_y = dE \cos\alpha (-\vec{j})$$

$$\vec{E} = \int dE \cos\alpha (-\vec{j}) = \int k_0 \frac{dq}{R^2} \cos\alpha (-\vec{j})$$

$$= \int k_0 \frac{\lambda dl}{R^2} \cos\alpha (-\vec{j}) \quad \text{et } dl = R d\alpha$$

$$= \frac{k_0 \lambda \cancel{R}}{R^{\cancel{2}}} \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \cos\alpha \, d\alpha \, (-\vec{j}) = \frac{k_0 \lambda}{R} \left[\sin\alpha\right]_{-\pi/4}^{\pi/4} (-\vec{j})$$

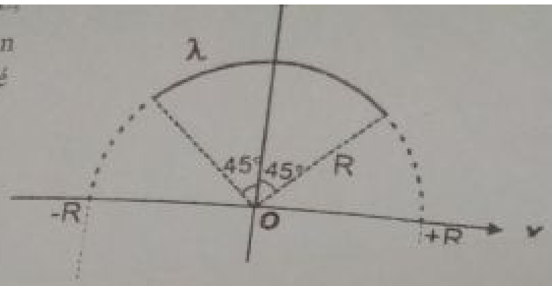
$$= \frac{k_0 \lambda}{R} \left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right] (-\vec{j}) = \frac{k_0 \lambda}{R} \sqrt{2} (-\vec{j})$$

b) $E_T = \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{y(L^2 + 4y^2)^{1/2}}$

...ique $\vec{E}_T$ créé par une tige de longueur L, ...
...ée de densité linéique positive λ', en un ...
...édiatrice à une distance y du fil est donné

$$= \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0 y\sqrt{L^2+4y^2}}$$

... ci-contre (quart de cerceau + tige).
... champ électrique



$\cdot\ \vec{E}_0 = \vec{E}_T + \vec{E}_C = \vec{0}$ pour $\begin{cases} y = R \text{ (pour l'épaisseur de la tige)} \\ \text{et } L = 2R \end{cases}$

$\cdot\ \vec{E}_T = -\vec{E}_C$

$E_T = E_C \Rightarrow$

$$\frac{\lambda' \cancel{2}R}{\cancel{2\pi\varepsilon_0}} \frac{1}{\cancel{R}(4R^2+4R^2)^{1/2}} = \frac{1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}} \frac{\lambda\sqrt{2}}{\cancel{R}}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4} \times \frac{\cancel{R}\sqrt{8}}{\cancel{R}} = \lambda$$

$$\boxed{\lambda' = \lambda}$$

3

Ex3 :

A) 1) $E_{fil\infty} = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$. (TD)

2) $E_{plan\infty} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (TD)

B) $\vec{E}_A = \vec{0}$

$$\left.\begin{array}{l} E_{fil\infty}(r=d) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} \\ \\ E_{plan\infty} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \end{array}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{\cancel{2}\pi\varepsilon_0 d} = \frac{\sigma}{\cancel{2}\varepsilon_0}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\lambda}{\pi d}}$$

Math + physique partiel: P1101

عبد الرحمن عواد

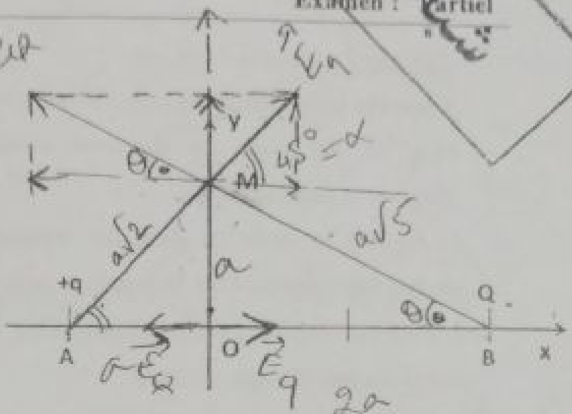
UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 1 heure

Année : 2015-2016
Examen : Partiel

Exercice I : (35points, ~ 25 mn)



Une charge ponctuelle positive **+q** est placée au point **A(-a, 0)**. On place une deuxième charge inconnue **Q** au point **B(2a, 0)**.

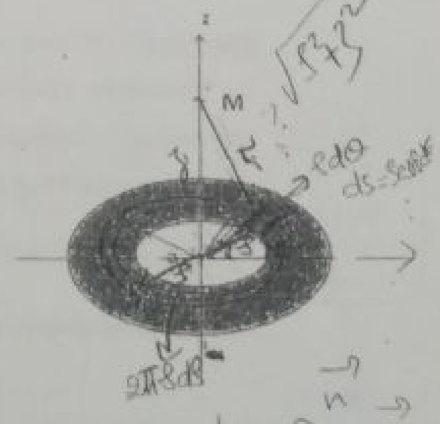
1- Trouver **Q** pour que le champ électrostatique résultant au point **O(0,0)** soit nul.

2- Trouver le potentiel électrostatique au point **O (0,0)** dû aux deux charges **q** et **Q**.

3- Trouver le champ électrostatique résultant et le potentiel électrique au point **M(0, a)** dû aux deux charges **q** et **Q**.

4- En déduire le travail électrique pour déplacer une charge $+Q_1$ de l'infini au point **M(0, a)**. **($V(\infty) = 0$)**.

Exercice II : (30 points, ~ 20 mn)

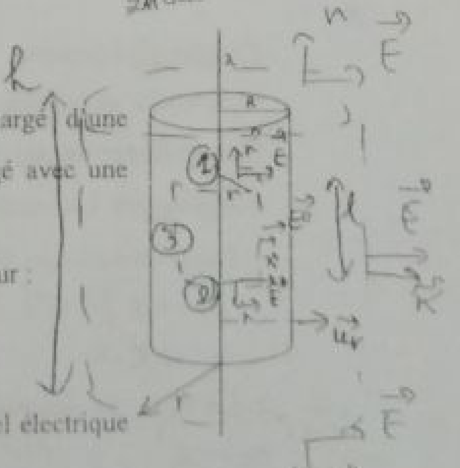


1 - Considérons un disque creux de rayon intérieur **a** et de rayon extérieur **b** ayant une distribution surfacique uniforme de charge σ. Montrer que le potentiel en un point M de son axe est donné par :

$$V(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{a^2+z^2}\right]$$

2 - Déduire le champ électrique en ce point.

Exercice III : (35 points, ~ 15 mn)



On considère un cylindre **infini** de rayon **R** uniformément chargé d'une distribution **surfacique** positive σ. Un fil **infini** linéairement chargé avec une densité uniforme et positive λ est confondu avec l'axe du cylindre.

1- En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrique pour :

a- $r < R$

b- $r > R$

2- Soit V_0 le potentiel à la surface du cylindre, en déduire le potentiel électrique pour $r < R$.

Bonne Chance

LEBANESE UNIVERSITY
Faculty of Sciences
Section 3

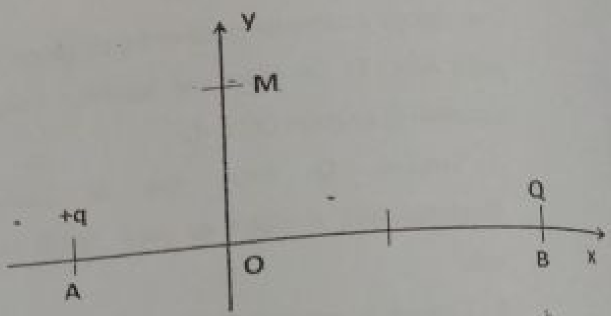
الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Year : 2015-2016
Exam : Midterm

Course : P1101
Duration : 1 hour

Exercise I *: (35points, ~ 25 mn)*

A positive point charge +q is located at point A(-a, 0). We place an unknown second charge Q at point **B(2a, 0)**.



1- Find Q in order to have the resultant electric field at point **O(0, 0)** equals to zero.

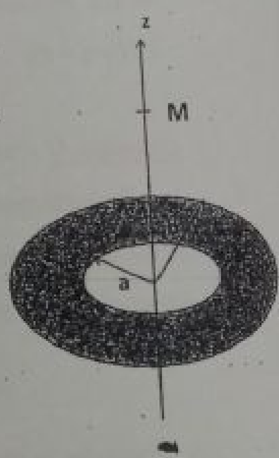
2- Find the electric potential at point **O(0, 0)** due to the two charges **q** and **Q**.

3- Find the resultant electric field and the electric potential at point **M(0, a)** due to the two charges q and Q.

4- Deduce the electric work done to bring the charge $+Q_1$ from infinity to the point **M(0, a)**. ($V(\infty) = 0$).

Exercise II *: (30 points, ~ 20 mn)*

1 – We consider a holed disc of interior radius **a** and exterior radius **b** and having a uniform surface charge density σ. Show that the potential at point M of the axis is given by:

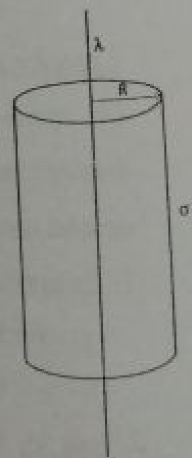


$$V(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{b^2 + z^2} - \sqrt{a^2 + z^2}\right]$$

2 – Deduce the electric field at this point.

Exercise III *: (35 points, ~ 15 mn)*

We consider an **infinite** cylinder of radius R having a uniform **surface** positive charge density σ. An **infinite** wire having a uniform linear positive charge density λ is confounded with the central axis of the cylinder.



1- Using Gauss's law, find the electric field for:

a- $r < R$

b- $r > R$

2- Let V_0 be the potential at the cylinder surface, deduce the electric potential for $r < R$.

Good Luck

P1101 Solution partiel 2015-2016 (1)

Ex1 :

1) $\vec{E}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_q + \vec{E}_Q = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_q = -\vec{E}_Q$ (01) (01)

(1) et $|\vec{E}_q| = |\vec{E}_Q|$ $\begin{cases} \text{avec } \vec{E}_q = k_0 \dfrac{q}{a^2} \vec{i} \quad (01) \\ \text{alors } \vec{E}_Q = E_Q(-\vec{i}) \end{cases}$

$\vec{E}_Q = \underbrace{\cancel{k_0} \dfrac{Q}{(2a)^2} (-\vec{i})}_{} = - \vec{E}_q = \underbrace{-\cancel{k_0} \dfrac{q}{a^2} (\vec{i})}_{}$ (01)

$\dfrac{Q}{4} = q \Rightarrow \boxed{Q = 4q}$ (01)

2) $V_0 = V_q + V_Q = k_0 \dfrac{q}{a} + k_0 \dfrac{4q}{2a} = \boxed{\dfrac{3k_0 q}{a}}$ (01) formule (02) (01) (01)

3) $\vec{E}_M = \vec{E}_q + \vec{E}_Q$

$E_q = k_0 \dfrac{q}{2a^2}$; $E_Q = k_0 \dfrac{4q}{5a^2}$

$\begin{cases} E_q = 0.5 \dfrac{k_0 q}{a^2} \\ \alpha = 45^0 \end{cases}$; $\begin{cases} E_Q = 0.8 k_0 \dfrac{q}{a^2} \\ \cos\theta = \dfrac{2a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \\ \sin\theta = \dfrac{a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}$

$$\vec{E}_M = E_q \cos\alpha\,\vec{i} + E_q \sin\alpha\,\vec{j} + E_Q \cos\theta(-\vec{i}) + E_Q \sin\theta(\vec{j})$$

(01) (01) (01) (01) (02)

$$= \frac{k_0 q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{k_0 q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + k_0\frac{4q}{5a^2}\frac{2\sqrt{5}}{5}(-\vec{i}) + k_0\frac{4q}{5a^2}\frac{\sqrt{5}}{5}(\vec{j}) = \frac{k_0 q}{a^2}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{8\sqrt{5}}{25}\right)\vec{i} + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{4\sqrt{5}}{25}\right)\vec{j}\right]$$

(01) (01) (01) (01)

$$\vec{E}_M = \frac{k_0 q}{a^2}\left[-0{,}4\,\vec{i} + 0{,}7\,\vec{j}\right]$$

(02)

$$V_M = V_q + V_Q = k_0\frac{q}{a\sqrt{2}} + k_0\frac{4q}{a\sqrt{5}}$$

(01) (01)

$$= \frac{k_0 q}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{5}}\right) = 2.5\,\frac{k_0 q}{a}$$

(01)

(4)

4) $$W = -Q_1\,\Delta V = -Q_1(V_f - V_i)$$

(02)

$$= -Q_1(V_M - \cancel{V_\infty}^{\,0}) = -Q_1 V_M = -2.5\,\frac{k_0 q Q_1}{a}$$

(01) (01)

③

ex 2

1) $V_M = \iint k_0 \frac{dq}{r}$ ou $r = \sqrt{\rho^2+z^2}$

$dq = \sigma ds$
$= \sigma \rho d\rho d\theta$ (voir fig)

$$= k_0 \iint \frac{\sigma \rho d\rho d\theta}{\sqrt{\rho^2+z^2}}$$

$$= k_0\sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_a^b \frac{\rho d\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}} = k_0\sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_a^b \frac{\frac{1}{2} d(\rho^2+z^2)}{\sqrt{\rho^2+z^2}}$$

$$= k_0\sigma [\theta]_0^{2\pi} \left[\frac{1}{2} \frac{(\rho^2+z^2)^{-1/2+1}}{-1/2+1} \right]_a^b$$

$$= 2k_0\pi\sigma \left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2} \right)$$

$$= 2 \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \pi \sigma \left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2} \right) = \boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right)}$$

2) $\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k} \right)$

$V(z)$ alors $\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0$ et $\vec{E} = -\frac{dV}{dz}\vec{k}$

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{d}{dz}\left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2} \right)\vec{k} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}(z^2+b^2)^{-1/2} 2z - \right.$$

$$\left. \frac{1}{2}(z^2+a^2)^{-1/2} 2z \right) = \boxed{\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}} \right]}$$

Ex3 : (4)

Théorème de Gauss : $\Phi_{\Sigma_G} = \oiint_{\Sigma_G} \vec{E}.\vec{ds} = \frac{Q_{int à \Sigma_G}}{\varepsilon_0}$

<u>$r < R$</u> le fil infini de densité $\lambda > 0$

$\vec{E}(r) = E(r)\vec{u}_r$ le champ est radial (par symétrie)

$$\oiint_{\Sigma_G} \vec{E}.\vec{ds} = \int_1 \vec{E}.\vec{ds} + \int_2 \vec{E}.\vec{ds} + \int_3 \vec{E}.\vec{ds}$$

car $\vec{E} \perp \vec{ds}$

$$\int_3 \vec{E}.\vec{ds} = \int E\,ds = E\int ds = E\,2\pi r l$$

et $\frac{Q_{int à \Sigma_G}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda l}{\varepsilon_0}$

$$E\,2\pi r \cancel{l} = \frac{\lambda \cancel{l}}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}}$$

et $\vec{E} = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{r}\vec{u}_r$

pour <u>$r > R$</u> fil ∞ de λ et cylindre ∞ de σ. idem champ radial

$$\oint \vec{E}.\vec{ds} \xrightarrow{\text{idem}} \int_3 \vec{E}.\vec{ds} = \int E\,ds = E\int ds = E\,2\pi r h$$

et $\frac{Q_{int à \Sigma_G}}{\varepsilon_0} = \frac{\lambda h}{\varepsilon_0} + \frac{2\pi R h \sigma}{\varepsilon_0}$

$$E\,2\pi r \cancel{h} = \frac{\lambda \cancel{h}}{\varepsilon_0} + \frac{2\pi R \cancel{h} \sigma}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\left(\frac{\lambda}{r} + \frac{2\pi R\sigma}{r}\right) = \boxed{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} + \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\frac{R}{r}}$$

créé par une tige de longueur L,
...nsité linéique positive λ', en un
à une distance y du fil est donné...

2) $V(r<R) = ?$ avec $V_0 = V$ à la surface du cylindre pour $r=R$

$$E = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow dV = -E\,dr$$

$$\int dV = -\int \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}\,dr \Rightarrow V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r + cte$$

pour $r = R \Rightarrow V = V_0$
et $V(r=R) = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln R + cte$ $\Big\} \Rightarrow$

$$cte = V_0 + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln R$$

$$V = -\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r + \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln R + V_0$$

$$= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{R}{r} + V_0$$

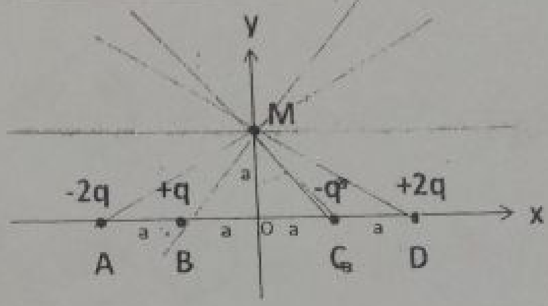
UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : Phys 101
Durée : 1 heure

Année : 2014-2015
Examen : Partiel

Exercice I : (30 points, 20 mn)



Quatre charges ponctuelles $-2q$, $+q$, $-q$ et $+2q$ sont distribuées sur l'axe des x aux points d'abscisses $A(-2a)$, $B(-a)$, $C(+a)$ et $D(+2a)$, respectivement.

1- Calculer le champ électrostatique résultant au point $M(0,a)$.

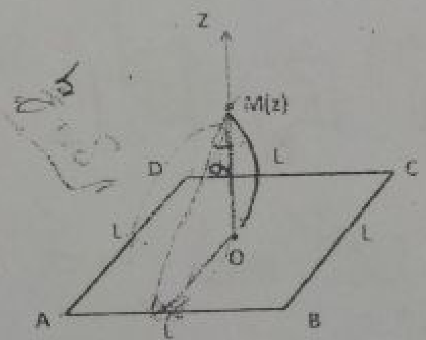
2- Calculer le potentiel électrostatique au point $M(0,a)$.

3- En déduire le travail électrique pour déplacer une charge $+Q$ de l'infini au point $M(0,a)$. $(V(\infty)=0)$

Exercice II : (35 points, 20 mn)

1- Une charge $+q$ est distribuée uniformément suivant un fil non conducteur de longueur finie L. Démontrer que le champ électrique créé par ce fil en un point P situé sur sa médiatrice à une distance y du fil est donné par :

$$E=\frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\cdot\frac{1}{y}\cdot\frac{1}{(L^2+4y^2)^{1/2}}$$



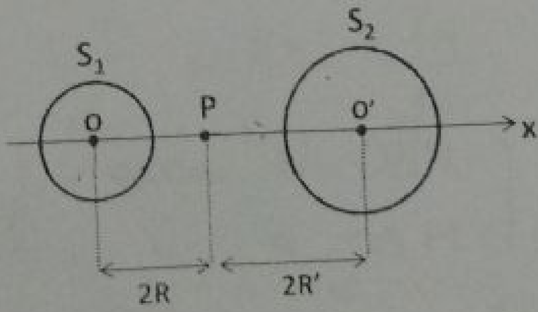
2- Dans la figure ci-contre, chaque coté du carré $ABCD$ a une longueur L et porte une charge $+q$ distribuée uniformément. Déduire le champ électrique résultant au point $M(z)$ de l'axe Oz de ce carré de centre O.

Exercice III : (35 points, 20 mn)

1- En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrostatique E créé en tout point de l'espace ($r<R$, $r=$ R et $r>R$) par une sphère de rayon R chargée volumiquement de densité de charge $\rho=cte>0$.

2- En déduire le potentiel électrique créé par cette sphère en tout point de l'espace.

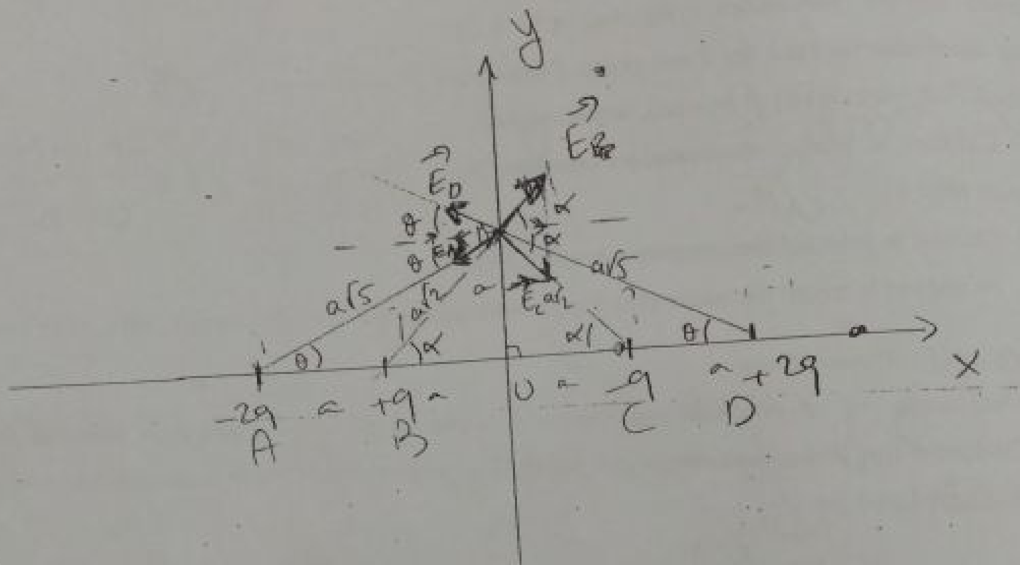
3- On donne deux sphères S_1 et S_2 de rayon R et R' et de densité de charge volumique uniforme $\rho>0$ et $\rho'<0$, respectivement. Ces deux sphères sont placées comme elles sont montrées sur la figure ci contre. Calculer le champ électrostatique $\vec{E}$ créé au point P.



Bon Travail

P101 Solution partiel 2014/2015

exercice I



1) $|\vec{E}_B| = |\vec{E}_C| = k_0 \dfrac{q}{d^2}$ avec $d = a\sqrt{2}$

$$= k_0 \frac{q}{2a^2} = 0.5 \frac{kq}{a^2}$$

$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_D| = k_0 \dfrac{2q}{5a^2}$ $d' = a\sqrt{5}$

$$= 0.4 \frac{k_0 q}{a^2}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{MBC tr. isocèle} \\ \text{MAD // //} \end{array} \right\}$ $\cos\alpha = \dfrac{a}{a\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45$

{ou MOB tr. rect isocèle $\alpha = 45°$}

$\cos\theta = \dfrac{2a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = 2\sqrt{5}$ $(\theta = 26.6°)$ $\sin\theta = \dfrac{a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

On peut remarquer que les composante verticale s'annulent et le horizontale s'additionnet ②

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$$

$$= E_A \cos\theta(-\vec{i}) + \cancel{E_A \sin\theta(-\vec{j})} + E_B \cos\alpha(\vec{i}) + \cancel{E_B \sin\alpha(\vec{j})}$$

$$+ E_C \cos\alpha(\vec{i}) + \cancel{E_C \sin\alpha(-\vec{j})} + E_D \cos\theta(-\vec{i}) + \cancel{E_D \sin\theta(\vec{j})}$$

$$= 2E_A \cos\theta(-\vec{i}) + 2E_B \cos\alpha(\vec{i})$$

$$= 2\left(k_0 \frac{2q}{5a^2}\right)\frac{2\sqrt{5}}{5}(-\vec{i}) + \cancel{2}\left(\frac{k_0 q}{\cancel{2}a^2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i})$$

$$= \frac{k_0 q}{a^2}\left(-\overset{0{,}715}{\frac{8\sqrt{5}}{25}} + \overset{0{,}707}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)(+\vec{i}) = 8{,}44 \cdot 10^{-3} \frac{k_0 q}{a^2}(-\vec{i})$$

2) $V_M = V_A + V_B + V_C + V_D$

$$= k_0 \frac{-2q}{d'} + k_0 \frac{q}{d} + k_0 \frac{-q}{d} + k_0 \frac{+2q}{d'}$$

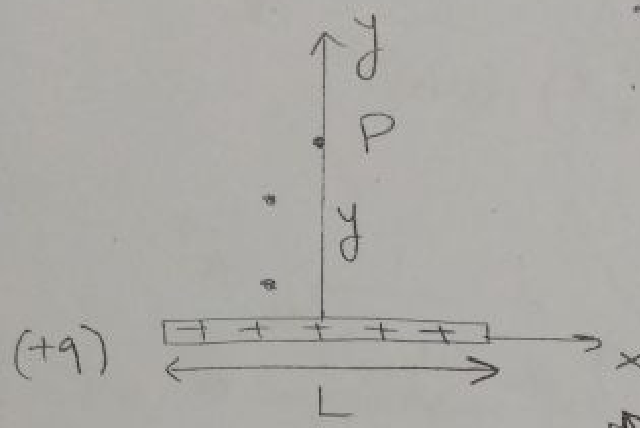
$$= 0$$

3) $W = -Q\Delta V = -Q(V_f - V_i) = -Q(V_M - V(\infty))$ so

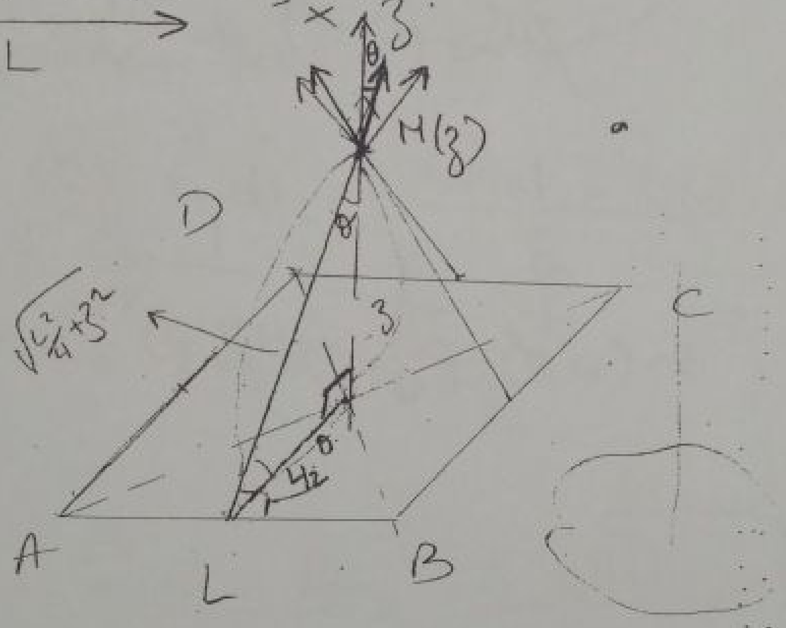
II)

③

1 – TD $\longrightarrow$ $E = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{y}\dfrac{1}{(L^2+4y^2)^{1/2}}$



2)



Due à la symétrie du pb, les composantes suivant l'axe z s'additionnent et les autres s'annulent

$$\vec{E}_M = 4E\cos\theta\,(\vec{k}) = 4E\frac{z}{\sqrt{L^2/4+z^2}}\,(\vec{k}).$$

où $E = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{\sqrt{L^2/4+z^2}}\dfrac{1}{\left(L^2+4\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)\right)^{1/2}} = \dfrac{q}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{\sqrt{L^2/4+z^2}}\dfrac{1}{(2L^2+4z^2}$

$$\vec{E}_M = 4 \cdot \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{\frac{L^2}{4}+z^2}} \cdot \frac{1}{(2L^2+4z^2)^{1/2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{\frac{L^2}{4}+z^2}} \vec{k}$$

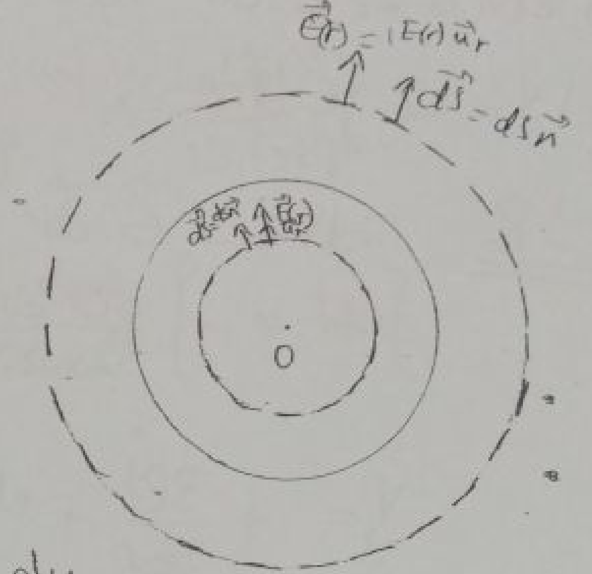
$$= 4 \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)} \frac{1}{(2L^2+4z^2)^{1/2}} \vec{k}$$

$$= \cancel{4} \frac{q}{\cancel{2}\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)} \frac{1}{\cancel{2}} \frac{1}{\left(\frac{L^2}{2}+z^2\right)^{1/2}} \vec{k}$$

$$= \frac{q}{\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)\left(\frac{L^2}{2}+z^2\right)^{1/2}} \vec{k}$$

Exercice III :

④



1- Vue la symétrie du pb :

$$\oiint_{\Sigma_G} \vec{E}\cdot\vec{dS} = \frac{Q_{int\ à\ \Sigma_G}}{\varepsilon_0}$$

* $\oiint_{\Sigma_G} E(r)\vec{u}_r \, dS\vec{n} = \oiint_{\Sigma_G} E(r)\, dS = E(r)4\pi r^2$

* $r < R$: $\frac{Q_{int\ à\ \Sigma_G}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\, 4/3\pi r^3}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0}$

$$E(r)\cancel{4\pi r^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}\frac{4\pi r^3}{3} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}}$$

puis cas particulier $r = R$: $E(r)4\pi R^2 = \frac{\rho 4/3\pi R^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}}$

* $r > R$: $E(r)4\pi r^2 = \rho\frac{4/3\pi R^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}}$

le E est continue pour une distribution [illegible]

... est donné

$E_r = \frac{\lambda L}{2\pi\varepsilon_0 r \sqrt{\ldots}}$

On considère la figu...
Trouver la rel...
créé av...

(5)

3)

2) $dV = -\vec{E}.\vec{dr}$

$\int dV = -\int \vec{E}.\vec{dr}$

<u>$r > R$</u> $dV = -\vec{E}.\vec{dr}$

$$\int dV = -\int \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow V_3 = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right) + cte_3$$

$$V_3 = +\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} + cte_3$$

$V(\infty) = 0 \Rightarrow$ $V_3(\infty) = 0 + cte_3 = 0 \Rightarrow cte_3 = 0$

$$\boxed{V_3 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}}$$

pour <u>$r = R$</u> $V_2(r=R) = V(r=R)$ par continuité

$$V_2 = \frac{\rho R^{\cancel{3}}}{3\varepsilon_0 \cancel{R}} = \boxed{\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}}$$

pour <u>$r < R$</u> $\int dV = -\int \frac{\rho r}{3\varepsilon_0} dr \Rightarrow V_1 = -\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + cte_1$

$$V_2(r=R) = V_1(r=R) \Rightarrow \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} = -\frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0} + cte_1 \Rightarrow \boxed{cte_1 = \frac{3\rho R^2}{6\varepsilon_0} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}}$$

$$V_1(r) = -\frac{\rho r^2}{2\varepsilon_0 \cdot 3} + \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} = \boxed{\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(-\frac{r^2}{3} + R^2\right)}$$

3) $\vec{E}_P = \vec{E}_{\rho} + \vec{E}_{\rho'}$ $\quad (\overset{S_1}{r > R}$ et $\overset{S_2}{r > R'})$ 6

$$= \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 (2R)^2} \vec{i} + \frac{\rho' R'^3}{3\varepsilon_0 (2R')^2} \cdot \vec{i}$$

$$= \left(\frac{\rho R + \rho' R'}{12\varepsilon_0}\right) \vec{i}.$$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : Phys 101
Durée : 1 heure

Année : 2013-2014
Examen : Partiel

Exercice I : *(25 points, 15 mn)*

Six charges ponctuelles sont distribuées sur les sommets d'un hexagone de coté a et de centre O (figure I).

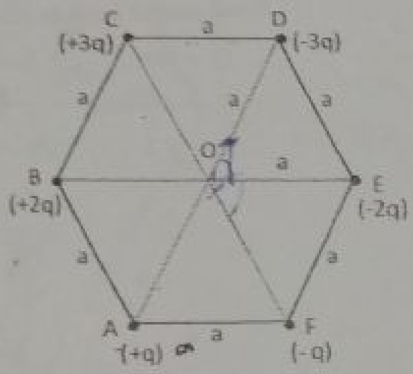
1) Trouver :

a) le potentiel électrostatique V en O.

b) le champ électrostatique E en O.

c) la force électrostatique exercée sur une charge ponctuelle $(-Q)$ placée au centre O.

2) Donner une nouvelle distribution de ces 6 charges afin d'obtenir en O un champ nul.



(figure I)

Exercice II : *(50 points, 30 mn)*

1) Montrer que le potentiel électrostatique créé en un point M de l'axe oz d'un anneau, de rayon a, chargé linéiquement de densité de charge uniforme λ (figure II-1) est donné par :

$$V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

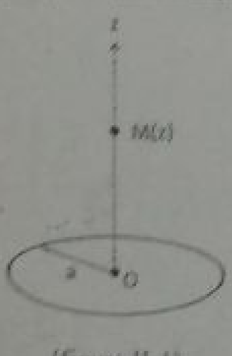
En déduire le champ électrostatique créé en un point M.

2) Montrer que le potentiel électrostatique créé en un point M de l'axe oz d'un disque, de rayon b, chargé surfaciquement de densité de charge uniforme σ (figure II-2) est donné par :

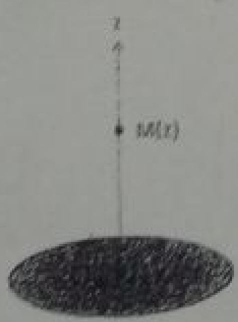
$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

En déduire le champ électrostatique créé au point M.

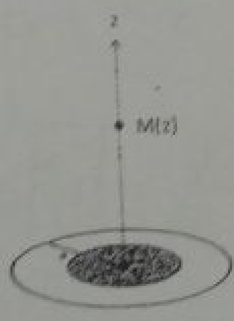
3) On place le disque de centre O, de rayon **b** et de densité σ à l'intérieur de l'anneau de même centre O, de rayon a et de densité λ telque $\mathbf{a} = \mathbf{2b}$ (figure II-3). Quelle doit être la relation entre λ et σ pour que le potentiel électrostatique résultant en O soit nul.



(figure II-1)



(figure II-2)



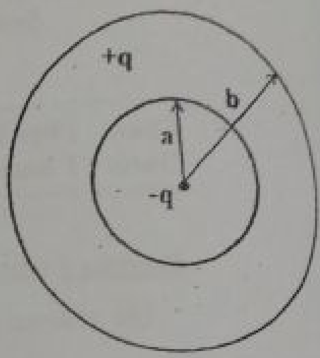
(figure II-3)

Exercice III : *(25 points, 15 mn)*

Une sphère creuse de rayons intérieur et extérieur a et b porte la charge $(+q)$ uniformément distribuée dans son volume (figure III). Le centre O de la sphère est occupé par une charge ponctuelle $(-q)$.

En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrostatique E créé en tout point de l'espace, soit dans les zones suivantes :

1) $r < a$
2) $a < r < b$
3) $r > b$



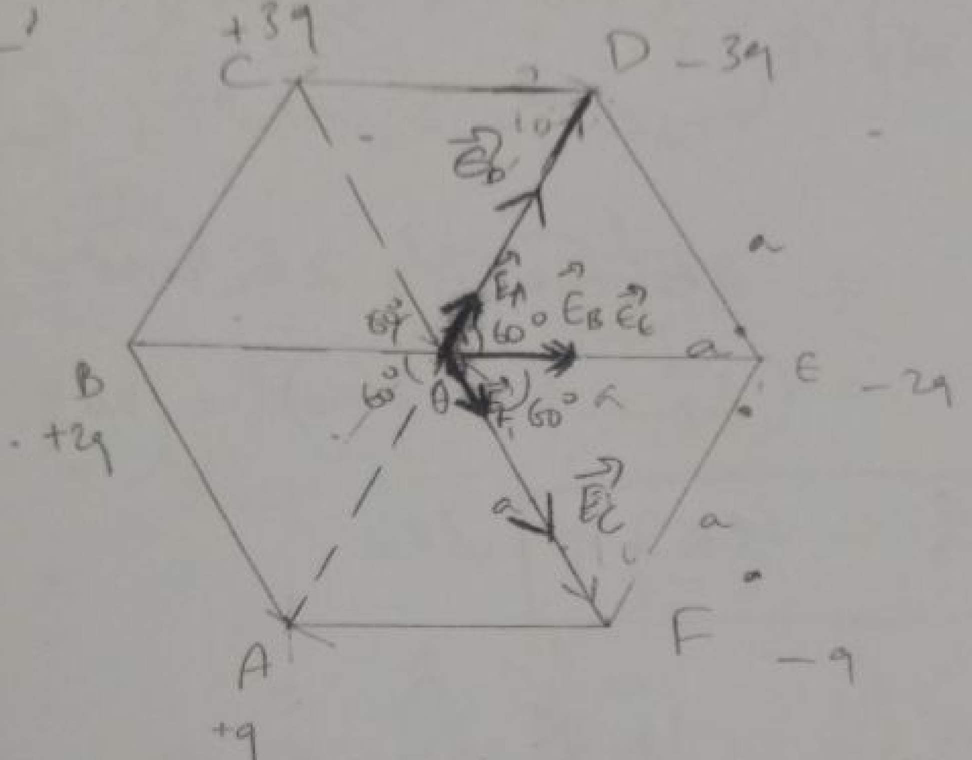
(figure III)

Bon Travail

Solution partiel 2013 - 2014

①

Ex 1 :



1) a) $V_O = V_A + V_B + V_C + V_D + V_E + V_F$

$$= k_0 \frac{q}{a} + k_0 \frac{2q}{a} + k_0 \frac{3q}{a} + k_0 \frac{(-3q)}{a} + k_0 \frac{(-2q)}{a} + \frac{k_0(-q)}{a} = 0$$

b) $\vec{E}_0 = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D + \vec{E}_E + \vec{E}_F$

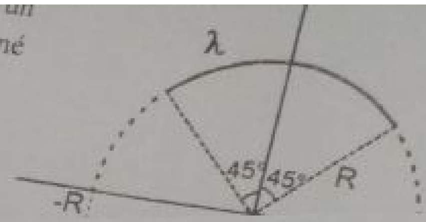
$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_F| = k_0 \frac{q}{a^2}$; $|\vec{E}_B| = |\vec{E}_E| = k_0 \frac{2q}{a^2}$

$|\vec{E}_C| = |\vec{E}_D| = k_0 \frac{3q}{a^2}$,

...istance y du fil est donné

$$E_y = \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0 y\sqrt{L^2+4y^2}}$$

On considère la figure ci-contre (quart de cerceau + tige) Trouver la relation entre λ et λ' pour que le cha... créé au point O soit nul.



$$\vec{E}_0 = E_A\cos 60°\,\vec{i} + \cancel{E_A \sin 60°\,\vec{j}} + E_B\,\vec{i} + E_E\,\vec{\lambda} +$$

$$E_C\cos 60°\,\vec{i} + \cancel{E_C\sin 60°(-\vec{j})} + E_D\cos 60°\,\vec{i} +$$

$$\cancel{E_D\sin 60°\,\vec{j}} + E_F\cos 60°\,\vec{i} + \cancel{E_F\sin 60°(-\vec{j})}$$

$$= 2E_A\overbrace{\cos 60°}^{1/2}\,\vec{i} + 2E_C\overbrace{\cos 60°}^{1/2}\,\vec{i} + 2E_B\,\vec{i}$$

$$= (E_A + E_C + 2E_B)\,\vec{i} = \left(k_0\frac{q}{a^2} + k_0\frac{3q}{a^2} + 2k_0\frac{q}{a^2}\right)\vec{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_0 = \frac{8k_0 q}{a^2}\,\vec{i}}$$

c) $\vec{F}_E = -Q\,\vec{E}_0 = -Q\,\frac{8k_0 q}{a^2}\,\vec{i} = -\frac{8k_0 qQ}{a^2}\,\vec{i}$

2) Impossible

ex II

1) $V(z) \stackrel{?}{=} \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}}$ $\left(V = \int dV = \int k_0 \frac{dq}{r_i} \right)$

en TD : $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda 2\pi R}{\sqrt{R^2+z^2}}.$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

cercle de rayon $R = a$

$$V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}}$$

en déduire $\vec{E} \rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$

$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \right)$ comme $V(z)$ alors $\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0.$

$$\vec{E} = -\frac{dV}{dz} \vec{k} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{d}{dz}\left(\frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}} \right) \vec{k}$$

$$\vec{E} = -\frac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \left((-\tfrac{1}{2}) (a^2+z^2)^{-\frac{1}{2}-1} 2z \right) \vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}} \vec{k}}$$

$$\frac{\lambda}{\cancel{2\varepsilon_0}} \frac{2b}{\sqrt{4b^2+z^2}} = -\frac{\sigma}{\cancel{2\varepsilon_0}}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

$$\lambda = -\frac{\sigma}{2b}\sqrt{4b^2+z^2}\left(\sqrt{b^2+z^2} - z\right) \quad (z>0)$$

$$\boxed{\lambda = f(\sigma)}$$

au pt O pour $z=0$

$$\lambda = -\frac{\sigma}{2b}(2b)(b) = -\sigma b$$

plus rapide

ou

$$V_0 = V_{cercle\,0} + V_{disq\,0} \quad (z=0)$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma b}{2\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\lambda}{\cancel{2\varepsilon_0}} = -\frac{\sigma b}{\cancel{2\varepsilon_0}} \Rightarrow \boxed{\lambda = -\sigma b}$$

$$\boxed{\lambda = -\frac{a}{2}\sigma}$$

Ex II

(TD)

2) **TD** disque des charges + $V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$ (4)

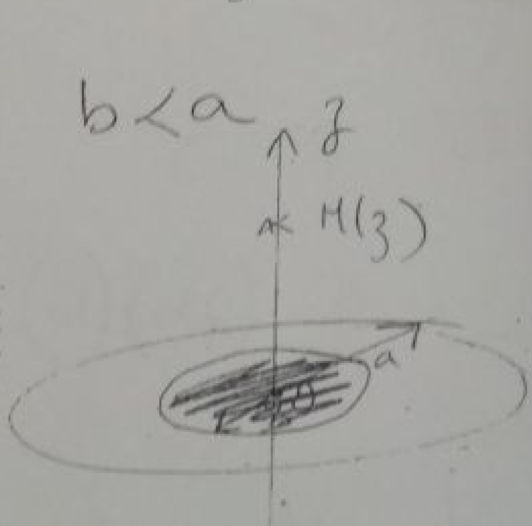
$$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - |z|\right) \text{ avec } |z| = \pm z$$

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$ (**TD**)

$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\pm 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+b^2}}\right]\vec{k}$ Disque de rayon b

3) $a = 2b$ $b < a$

$b = a/2$



$(V_{cercle} + V_{disque})_{\text{au pt O pour } z=0} = 0 \Rightarrow$

méthode longue

$$\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right) = 0$$

$$\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{2b}{\sqrt{4b^2+z^2}} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right) = 0$$

Exerc
Un
volumiq
et extern
En appliq
point de l'e

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : Phys 101
Durée : 1 heure

Année : 2012-2013
Examen : Partiel

Exercice I : (25 points)

Deux petites sphères identiques de masse $m = 2\,g$ chacune, sont suspendues à deux fils légers isolants de même longueur $L = 1\,m$ dans une région où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ (figure I).

Sachant que les sphères ont des charges opposées $-6.10^{-8}\,C$ et $+6.10^{-8}\,C$, trouver l'intensité de $\vec{E}$ pour que la position indiquée sur la figure soit une position d'équilibre.

On donne : $g = 10 m/s^2$, $\alpha = 10°$ et $\theta = 5°$.

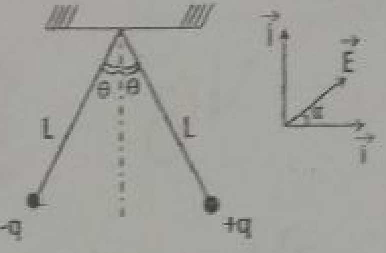


Figure I

Exercice II : (50 points)

1) Montrer que le potentiel créé en un point M de l'axe d'un disque, de rayon R, chargé surfaciquement de densité de charge uniforme σ (figure II-1) est donné par :

$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2 + z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

Figure II-1

2) En déduire le champ électrostatique créé en M.

3) On place deux disques, de même rayon R, portant des charges de signes opposés comme le montre la figure II-2.

En déduire le potentiel électrostatique aux points A, B et C.

$V = k.\frac{q}{r^2}$

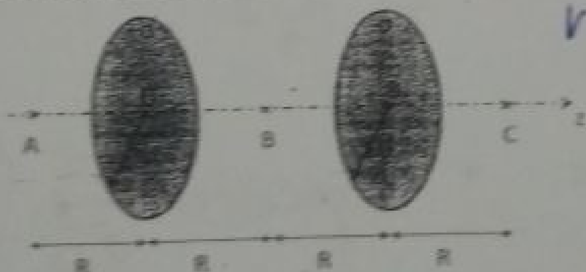


Figure II-2

Exercice III : (25 points)

Un cylindre creux non conducteur, de longueur infinie, porte une distribution volumique de charge, uniforme, de densité ρ. Ce cylindre possède un rayon interne et externe a et b respectivement comme le montre la figure III.

En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrostatique $\vec{E}$ en tout point de l'espace.

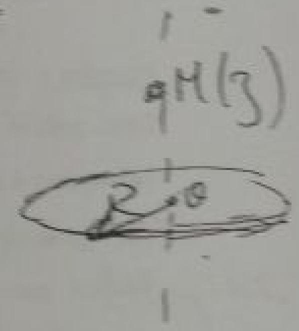
Figure III

Bon Travail

Solution partiel 2012–2013

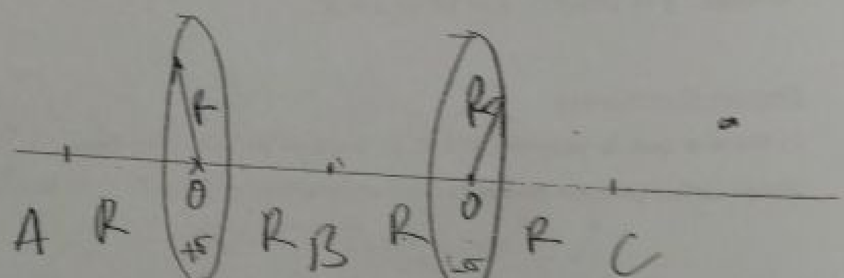
Ex I. TD

EII 1/ et 2/ TD



$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

3)



$V_A = ?$ $V_B = ?$ $V_C = ?$

$$\boxed{V_A} = V_{+\sigma} + V_{-\sigma} = \frac{+\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) + \left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\left(\sqrt{R^2+9R^2} - \sqrt{9R^2}\right)$$

$$= \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{2} - 1 - \sqrt{10} + 3\right) = \boxed{0.25\,\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}}$$

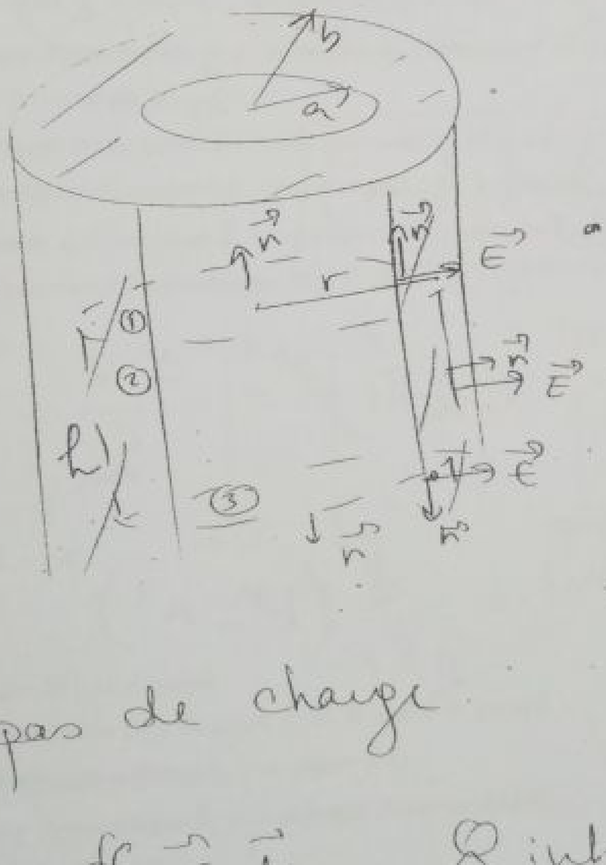
$$\boxed{V_B} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) = \boxed{0}$$

$$V_C = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+9R^2}-\sqrt{9R^2}\right) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2}-\sqrt{R^2}\right) \quad 2$$

$$\boxed{V_C} = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{10}-3-\sqrt{2}+1\right) = \boxed{0{,}25\,\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}}$$

<u>Ex III</u> :

1)



$$\Phi_{\Sigma_G} = \frac{Q_{int\,à\,\Sigma_G}}{\varepsilon_0}$$

$r<a$

$\vec{E} = \vec{0}$ pas de charge

$a<r<b$ $\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \dfrac{Q_{int\,à\,\Sigma_G}}{\varepsilon_0}$

$$\oiint \vec{E}\cdot\vec{dS} = \cancel{\int_{S_1}\vec{E}\,\vec{dS_1}} + \int_{S_2}\vec{E}\,\vec{dS_2} + \cancel{\int_{S_3}\vec{E}\,\vec{dS_3}} = \int_{S_2}\vec{E}\,\vec{dS_2}$$

$$= E\,2\pi r\,h$$

$$\frac{Q_{int} \text{ à } \Sigma}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\,(\pi r^2 h - \pi a^2 h)}{\varepsilon_0}$$

$$= \frac{\rho \pi h (r^2 - a^2)}{\varepsilon_0}$$

$$E\, 2\pi r\, h = \frac{\rho \pi h (r^2 - a^2)}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}(r^2 - a^2)}$$

$r > b$ $\qquad E\, \cancel{2}\cancel{\pi} r\, \cancel{h} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho\,(\cancel{\pi} b^2 \cancel{h} - \cancel{\pi} a^2 \cancel{h})}{\varepsilon_0}$

$$E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}(b^2 - a^2) \qquad \underbrace{\vec{E} = E(r)\vec{u}_r}_{\text{due à la symétrie}}$$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : Phys 101
Durée : 1 heure

Année : 2011-2012
Examen : Partiel

Exercice I : (~20 minutes ; 35 = 15+10+10 points)

Trois charges ponctuelles q_A, q_B et q_C sont placées aux trois sommets A, B et C d'un rectangle $ABCD$ de cotés $AB = a$ et $BC = 2a$ tel que $q_A = q_C = +q$ et $q_B = -2q$.

1- Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ et le potentiel électrostatique V créés par (q_A, q_B, q_C) au quatrième sommet D du rectangle. (*figure I-1*).

2- On place sur le sommet D une quatrième charge ponctuelle q_D tel que $q_D = -2q$. (*figure I-2*). Déduire la résultante des forces électrostatiques exercées par (q_A, q_B, q_C) sur q_D.

3- Déterminer le champ électrostatique $\vec{E}$ et le potentiel électrostatique V créés par les quatre charges (q_A, q_B, q_C, q_D) au centre O du rectangle. (*figure I-3*).

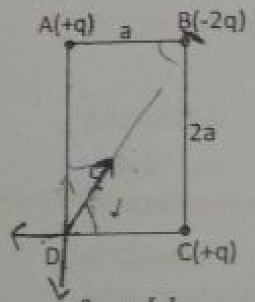


figure I-1

$x^2 + 4a^2 =$

θ

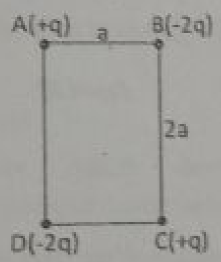


figure I-2

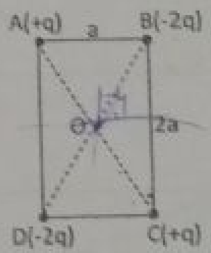


figure I-3

Exercice II : (~20 minutes ; 30 = 15+15 points)

On considère un demi cercle (C_1) de rayon R_1 et de centre O, portant une densité linéique de charges uniforme $\lambda_1 > 0$. (*figure II-1*).

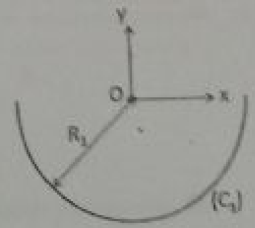


figure II-1

1- Calculer le champ électrostatique $\vec{E}_1$ et le potentiel électrostatique V_1 créé par cette distribution au centre O.

2- Un deuxième demi cercle (C_2) de rayon R_2 ($R_2 > R_1$) et de même centre O est placé dans le plan de (C_1). (C_1) et (C_2) sont opposés l'un à l'autre comme l'indique la *figure II-2*.

(C_2) porte une densité linéique de charges uniforme λ_2.

Déduire le potentiel électrostatique V créé par (C_1) et (C_2) au centre O.

Quelle doit être la relation entre λ_1 et λ_2 pour que le champ électrostatique $\vec{E}$ créé au centre O soit nul.

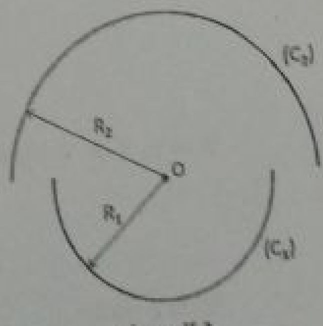


figure II-2

Exercice III : *(~20 minutes ; 35 = 15+20 points)*

1- Trouver, en appliquant le théorème de Gauss, le champ électrostatique créé par un plan infini uniformément chargé σ.

2- P_1, P_2 et P_3 sont trois plans infinis parallèles avec des densités de charges surfaciques respectives $+\sigma$, $-\sigma$ *et* $+\sigma$. Ces trois plans sont placés comme l'indique la *figure III.* Déduire le champ électrostatique résultant dans les quatre zones de l'espace définies par ces trois plans.

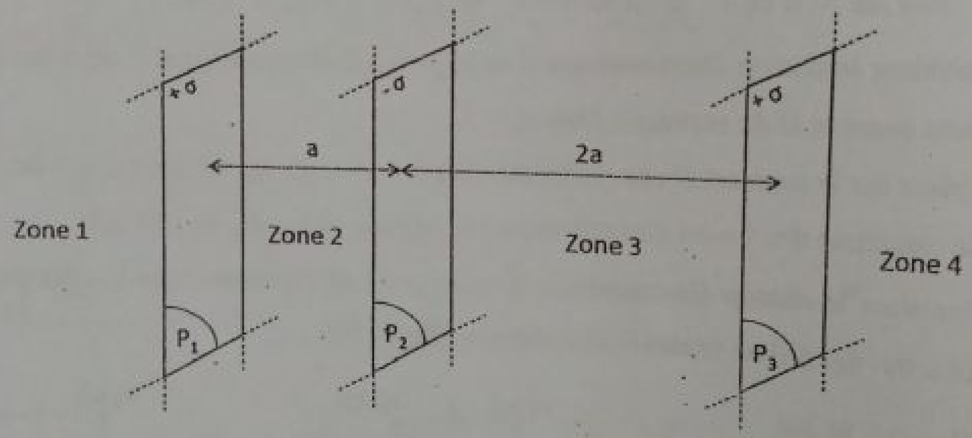


figure III

Bon travail

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

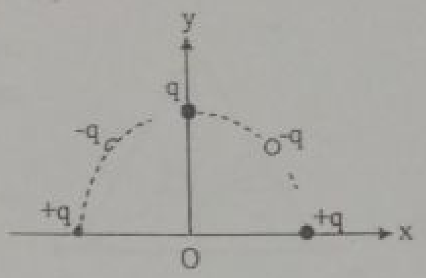
Cours : Phys 101
Durée : 1 H

Année : 2010-2011
Examen : Partiel

- *L'usage de toute calculatrice est interdit.*
- *Aucun document n'est autorisé.*
- *Les durées indiquées sont à titre indicatif.*

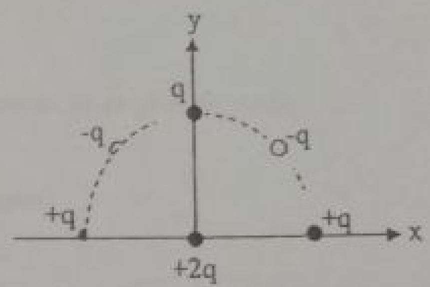
Exercice I *(~20 minutes, 35 points)*

A – Cinq charges ponctuelles sont distribuées sur la circonférence d'un demi-cercle de centre O et de rayon R à 45° d'intervalle. (Voir figure).



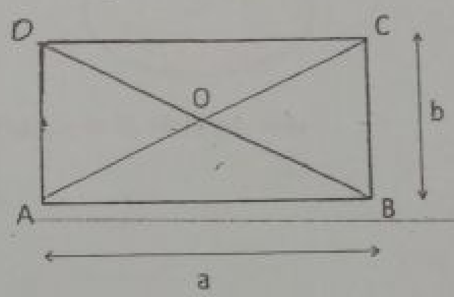
a) Calculer le potentiel électrique au centre O.
b) Calculer le champ électrique résultant au centre O.

B – On place maintenant, en plus des cinq charges précédentes, une charge $+2q$ au centre O de ce demi-cercle.
Trouver la force électrique appliquée à la charge $+2q$.



Exercice II *(~20 minutes, 30 points)*

Soit un fil rectangulaire $ABCD$ chargé uniformément avec une densité linéique λ constante.



a) Calculer le champ électrique créé par le segment AB au centre O du rectangle.

b) Déduire le champ électrique créé par le segment BC en O et en déduire le champ résultant du fil $ABCD$ en O.

Exercice III *(~20 minutes, 35 points)*

Nm Une sphère pleine non conductrice de rayon R porte une densité volumique de charge non uniforme :

$$\rho = \rho_0 \frac{R}{r} \quad \text{pour} \quad r \leq R$$
$$\rho = 0 \quad \text{pour} \quad r > R$$

où r varie de 0 à l'∞ et ρ_0 est une constante.

a) Calculer, en utilisant le théorème de Gauss, le champ électrique pour : $r < R$, $r = R$ et $r > R$.

b) En déduire le potentiel électrique pour $r > R$ et $r < R$.

Bon travail

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

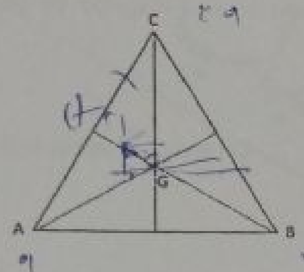
Cours : Phys 101
Durée : 1 H

Année : 2009-2010
Examen : Partiel

Exercice I :

Soient trois charges q_A, q_B et q_C placées aux sommets A, B et C d'un triangle équilatéral ABC de coté a tel que $q_A = q_B = q$ et $q_C = 2q$.

Déterminer le champ électrostatique résultant $\vec{E}$ au centre de gravité G.



$a^2 - \frac{a^2}{4} = BH^2$

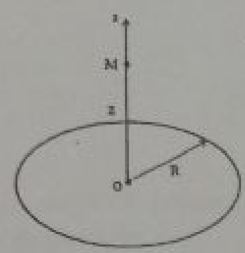
Exercice II :

On considère un cercle de rayon R et d'axe oz perpendiculaire au plan du cercle, portant la densité linéique de charges uniforme λ.

$\frac{a^2}{2} = BH^2$

1- Calculer le potentiel électrostatique $V(z)$ créé par cette distribution en un point M de l'axe oz. (Voir figure)

2- Calculer indépendamment le champ électrostatique $\vec{E}(z)$ créé en M par cette distribution.



$\frac{a}{\sqrt{2}} \times \frac{2}{3}$

3- Vérifier la relation champ-potentiel.

4- Déterminer le maximum du champ $\vec{E}$ et représenter l'allure de E_z ainsi que celle du potentiel V_z en fonction de z.

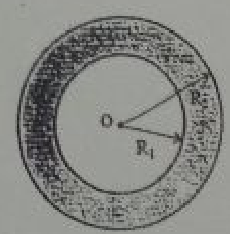
$\frac{2a}{3\sqrt{2}}$

Exercice III : 3

$\frac{\sqrt{2}a}{6}$

NM Une sphère creuse non conductrice de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2 est chargée volumiquement avec une densité volumique variable $\rho = 2r$.

Calculer le champ électrique $E\,(r)$ en tout point de l'espace :



a- $r < R_1$

b- $R_1 < r < R_2$

c- $r > R_2$

Bon travail

UNIVERSITÉ LIBANAISE
FACULTÉ DES SCIENCES
TRIPOLI - LIBAN

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
طرابلس - لبنان

COURS : Phys 101 DURÉE : 1 heure	Alima & jihane	ANNÉE: 2007 - 2008 SESSION: partiel

شباب تقدمية

I – (35 pts)

Une demi spire de centre O et de rayon R est uniformément chargée avec une densité de charge positive λ constante. Une charge $Q_0 > 0$ est placée au centre O de la demi spire. Calculer :

1. La force $\overrightarrow{F}$ exercée sur la charge Q_0
2. La travail qu'il faut fournir pour déplacer Q_0 de l'infini jusqu'au point O

II – (35 pts)

Une sphère de centre O et de rayon R est chargée volumiquement avec une densité de charge positive $\rho = a\,r$, a étant une constante. On donne $\overrightarrow{OM} = r\,\overrightarrow{u}$. Déterminer en chaque point M de l'espace ($r > R$ et $r \leq R$) :

1. le champ électrique $\overrightarrow{E}$
2. le potentiel V

III – (30pts)

Deux fils en coton de même longueur l, suspendus au même point O, portent deux boules métalliques identiques de masse m chacune et de même charge positive q.
on donne $\varepsilon_0 = 1/(36\pi \times 10^{9})$

1. Quel doit être la charge q pour que l'angle entre les deux fils à l'équilibre soit de 60°?
2. On décharge l'une des boules puis on les lâche. Déterminer le nouvel angle une fois l'équilibre final atteint.

Université Libanaise
Faculté des Sciences
Tripoli - Liban

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
طرابلس - لبنان

Cours : P101
Examen : Partiel

Date : 09 / 01 / 2007
Durée : 1 Heure

I – (30 pts)

Deux petites sphères de masse 2 g chacune sont suspendues par des fils légers de 10 cm de longueur (voir figure 1). Un champ électrique uniforme est appliqué horizontalement suivant l'axe des x. Si les sphères possèdent des charges égales et de signes opposés, déterminer le champ électrique E qui permet aux sphères d'être en équilibre suivant l'angle $\theta = 30°$. On donne : $g = 10\ m/s^2$ et $q = 5 \times 10^{-8}$ C.

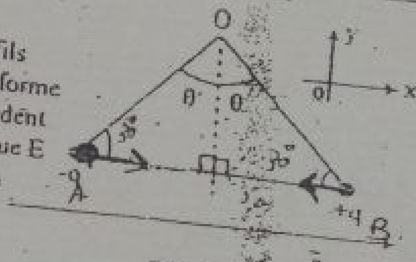


Figure 1

II – (35 pts)

Soit un axe (X'OX), sur cet axe on place une charge +q au point A(-2a), une charge +q au point B(-a) et -2q au point C(+a). On considère le point M repéré par OM = r et $\theta = (\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OM})$ comme le montre la figure 2.

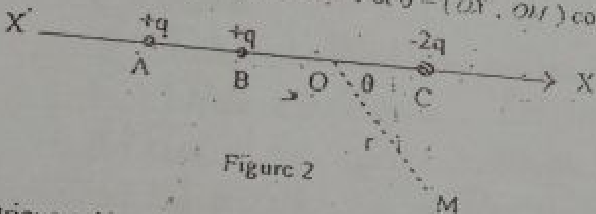


Figure 2

1) Calculer le potentiel électrique créé en M lorsque r >> a. On donne $(1+\varepsilon)^n \approx 1 + n\varepsilon$ avec $\varepsilon << 1$.

2) En déduire les composantes radiale E_r et orthoradiale E_θ du vecteur champ électrique créé en M.

III – (35 pts)

On considère un segment de longueur L uniformément chargé portant une densité linéique de charges $\lambda > 0$.

1) Déterminer l'expression du champ électrostatique créé en un point A qui se trouve sur la médiatrice du segment à une distance d = L/2 de son centre (voir figure 3).

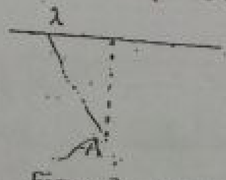


Figure 3

2) On rajoute un deuxième segment identique de même densité de charges à coté du premier de sorte que les deux segments forment un angle droit. Déterminer l'expression de la force qui agit sur une particule de charge Q placée au point O comme indiqué dans la figure 4.

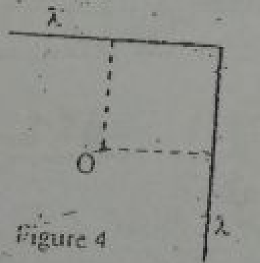


Figure 4

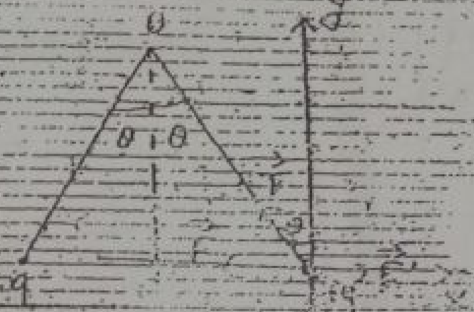
Bon ...

Université Libanaise
Faculté des Sciences - Section "3"
TRIPOLI - LIBAN

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم - الفرع الثالث
طرابلس - لبنان

Cours : P101 — Correction P101 — Date : 29/01/2007
Examen partiel — Durée : 1 h

EXI Hyp : $\{ m = 2g ;\ g = 10 m/s^2 ;\ q = 5 \times 10^{-8} C ;\ \ell = 10 cm ;\ \theta = 30° \}$



$\vec{T}$: tension du fil
$\vec{P}$: poids
$\vec{F}$: Force d'attraction entre +q et -q
$\vec{F'}$: Force électrique liée au champ $\vec{E}$

À l'état d'équilibre on a $\sum \vec{F}_{ext} = \vec{0}$

c'est à dire $\vec{T} + \vec{P} + \vec{F} + \vec{F'} = \vec{0}$

projection suivant l'axe ox : ... $\Rightarrow T = F + ... \sin\theta$

projection suivant l'axe oy : $T\cos\theta = mg$ $\Rightarrow T = \frac{mg}{\cos\theta}$

$\Rightarrow F' = F + mg \tan\theta$

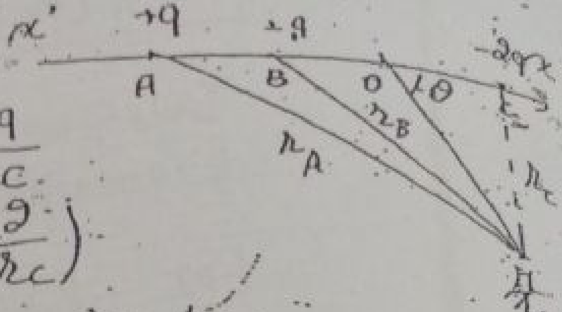
$\Rightarrow qE = F + mg \tan\theta \Rightarrow E = \frac{F + mg\tan\theta}{q}$

$\Rightarrow E = \frac{\frac{Kq^2}{4\ell^2 ...} + mg\tan\theta}{q}$

A.N $\Rightarrow E = \frac{\frac{9 \cdot 10^9 (5 \cdot 10^{-8})^2}{4 (0,1)^2 (\sin 30)^2} + 2 \cdot 10^{-3} \cdot 10 \tan 30}{5 \cdot 10^{-8}}$

$= \frac{2250 \cdot 10^{-?} + 0{,}0115...}{5 \cdot 10^{-8}}$ $\Rightarrow E = ... \cdot 10^{?}\ V/m$

ExII : $V(M) = V_A + V_B + V_C$



$$V(M) = \frac{Kq}{r_A} + \frac{Kq}{r_B} - \frac{2Kq}{r_C}$$

$$\Rightarrow V(M) = Kq\left(\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} - \frac{2}{r_C}\right)$$

or $r_C^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta \Rightarrow r_C = (a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta)^{1/2}$

$$\Rightarrow r_C = r\left(1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_C} = \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r}\cos\theta\right]^{-1/2}$$

En developpent au premier ordre en $\frac{a}{r}$, $\frac{1}{r_C}$ devient

$$\frac{1}{r_C} \simeq \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right]$$

De même on a: $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r}\left[1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right]$ en changent

a θ en π − θ et $\frac{1}{r_A} \simeq \frac{1}{r}\left[1 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right]$ en changent

a en 2a donc $\Rightarrow V(M) = \frac{Kq}{r}\left[1 - \frac{2a}{r}\cos\theta + 1 + \frac{a}{r}\cos\theta - 2 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right]$

$$\Rightarrow \boxed{V(M) = -\frac{5Kqa\cos\theta}{r^2}}$$

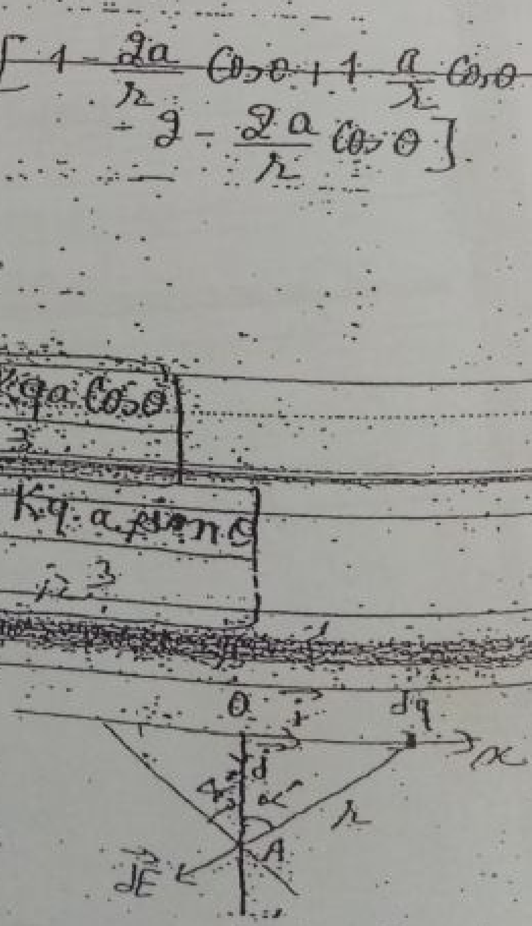
$\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}\,V$

$E_r = -\frac{dV}{dr} \Rightarrow \boxed{E_r = -\frac{10Kqa\cos\theta}{r^3}}$

$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{dV}{d\theta} \Rightarrow \boxed{E_\theta = -\frac{5Kqa\sin\theta}{r^3}}$

ExIII raison de symétrie

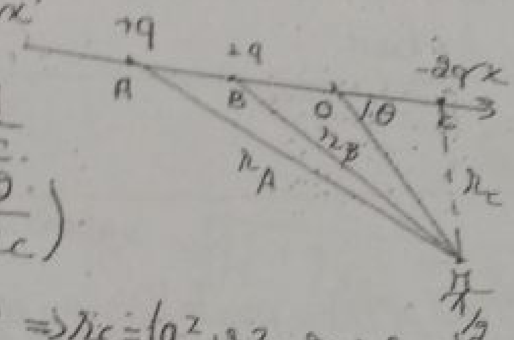
$\vec{E}_A = 2dE\cos\alpha\,\vec{j}$



XII : $V(M) = V_A + V_B + V_C$

$$V(M) = \frac{Kq}{r_A} + \frac{Kq}{r_B} - \frac{2Kq}{r_C}$$

$$\Rightarrow V(M) = Kq\left(\frac{1}{r_A} + \frac{1}{r_B} - \frac{2}{r_C}\right)$$



or $r_C^2 = a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta \Rightarrow r_C = (a^2 + r^2 - 2ar\cos\theta)^{1/2}$

$$\Rightarrow r_C = r\left(1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r}\cos\theta\right)^{1/2}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{r_C} = \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a^2}{r^2} - \frac{2a}{r}\cos\theta\right]^{-1/2}$$

En developpent au premier ordre en $\frac{a}{r}$, $\frac{1}{r_C}$ devient

$$\frac{1}{r_C} \simeq \frac{1}{r}\left[1 + \frac{a}{r}\cos\theta\right].$$

De même on a : $\frac{1}{r_B} = \frac{1}{r}\left[1 - \frac{a}{r}\cos\theta\right]$ en changeant a θ en π−θ. et $\frac{1}{r_A} \simeq \frac{1}{r}\left[1 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right]$ en changeant a en 2a donc $\Rightarrow V(M) = \frac{Kq}{r}\left[1 - \frac{2a}{r}\cos\theta + 1 - \frac{a}{r}\cos\theta - 2 - \frac{2a}{r}\cos\theta\right].$

$$\Rightarrow \boxed{V(M) = \frac{-5Kq.a.\cos\theta}{r^2}}$$

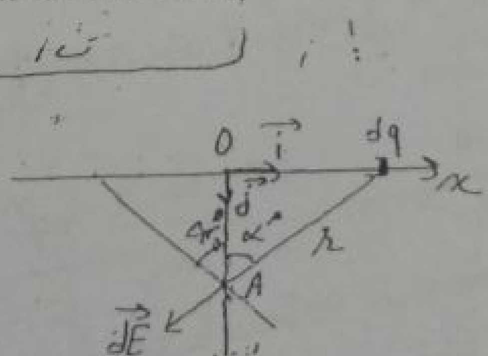
$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}\, V.$

$E_r = \frac{-dV}{dr} \Rightarrow \boxed{E_r = \frac{-10\,Kqa\cos\theta}{r^3}}$

$E_\theta = -\frac{1}{r}\frac{dV}{d\theta} \Rightarrow \boxed{E_\theta = \frac{-5\,Kq.a\sin\theta}{r^3}}$

III raison de symétrie

$\vec{E}_A = 2\,dE\cos\alpha\,\vec{j}$



sité Libanaise الجامعة اللبنانية

lté des Sciences - Section "3" كلية العلوم - الفرع الثالث

poLi - Liban. طرابلس - لبنان

Durée : 1 h

P 101

n: partiel Année : 2005 - 2006

;pts).

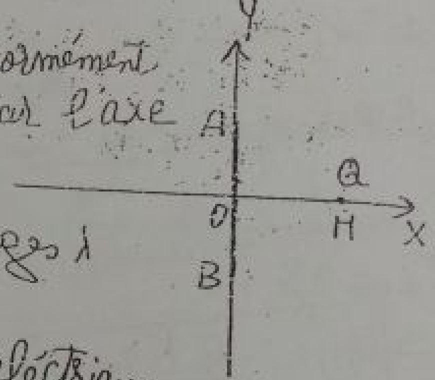
sidère deux sphères métalliques séparées de rayons R_1 et R_2

$\neq R_2$) et de charges q_1 et q_2 ($q_1 \neq q_2$).

ie les deux sphères par un fil métallique très mince et de masse igeable. trouver les nouvelles charges électriques q_1 et q_2 des sphères à l'état d'équilibre

5 pts)

harge électrique (+q) est distribuée uniformément n segment de longueur AB = 2a porté par l'axe (figure ci contre)



étermineer la densité linéique de charges λ onction de q et a ?

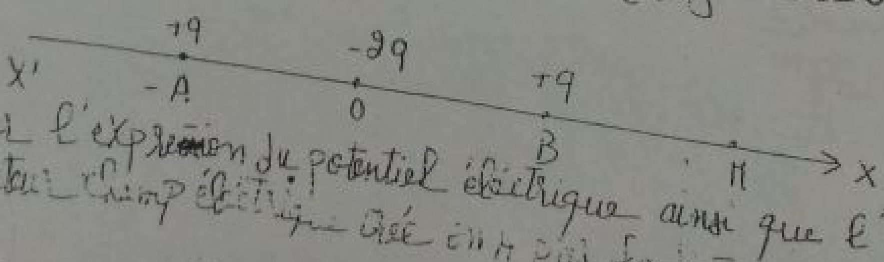
étermineer l'expression du vecteur force électrique cée par le segment AB chargé sur la charge ponctuelle (+Q é sur l'axe (OX) en un point M tel que OH = X ?

3.5 pts)

un axe (x'ox), sur cet axe on place une charge (+q) au point A

dère le point H repéré par OH = x (... ...)

nne : AO = OB = a (figure ci dessous).



iminer l'expression du potentiel électrique ainsi que l'expression vecteur champ électrique créé en H par la distribution de charges

Solution P101
ANNÉE 2005 - 2006

Durée : 1h

Ex I. Conservation de la charge $\Rightarrow \boxed{q_1' + q_2' = q_1 + q_2}$ (1)

V_1 = potentiel de la sphère de rayon R_1 et de charge q_1' $\Rightarrow V_1 = \dfrac{K q_1'}{R_1}$

V_2 = potentiel de la sphère de rayon R_2 et de charge q_2' $\Rightarrow V_2 = \dfrac{K q_2'}{R_2}$

$V_1 = V_2$ (même conducteur) $\Rightarrow \dfrac{K q_1'}{R_1} = \dfrac{K q_2'}{R_2}$

$$\Rightarrow \boxed{q_2' = \frac{R_2}{R_1} q_1'} \quad (2)$$

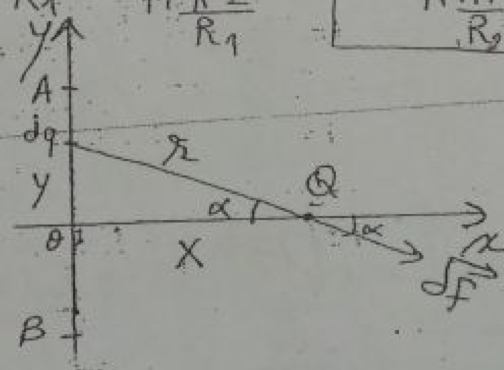
(1) et (2) $\Rightarrow q_1' + \dfrac{R_2}{R_1} q_1' = q_1 + q_2 \Rightarrow q_1'\left(1 + \dfrac{R_2}{R_1}\right) = q_1 + q_2$

$$\Rightarrow \boxed{q_1' = \frac{q_1 + q_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}}} \text{ et } q_2' = \frac{R_2}{R_1} \cdot \frac{q_1 + q_2}{1 + \frac{R_2}{R_1}} \Rightarrow \boxed{q_2' = \frac{q_1 + q_2}{1 + \frac{R_1}{R_2}}}$$

Ex II : 1) $dq = \lambda\, dl = \lambda\, dy$

$\Rightarrow q = \int_{-a}^{a} \lambda\, dy = \lambda \cdot 2a$

$$\Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{q}{2a}}$$



2) par raison de symétrie, $\vec{F}$ dirigée suivant (Ox)

$\vec{F} = F\,\vec{i}$

$dF = \dfrac{K\, dq \cdot Q}{r^2} \cos\alpha = \dfrac{K \lambda\, dy \cdot Q}{r^2} \cos\alpha$ avec

$\cos\alpha = \dfrac{X}{r} \Rightarrow r = \dfrac{X}{\cos\alpha}$

Cours P 101 — partiel 09/01/2007

Suite Ex III

1) $dE = K\frac{dq}{r^2} = \frac{K\lambda\, dx}{r^2}$

$tg\alpha = \frac{x}{d} \Rightarrow x = d\, tg\alpha = \frac{L}{2} tg\alpha \Rightarrow dx = \frac{L}{2}\frac{d\alpha}{\cos^2\alpha}$

$r = \frac{d}{\cos\alpha} = \frac{L}{2\cos\alpha} \Rightarrow r^2 = \frac{L^2}{4\cos^2\alpha}$

$dE = K\lambda \cdot \frac{1}{\frac{L^2}{4\cos^2\alpha}} \cdot \frac{L}{2} \cdot \frac{d\alpha}{\cos^2\alpha} = \frac{2K\lambda}{L} d\alpha$

$\Rightarrow d\vec{E}_A = 2 \cdot \frac{2K\lambda}{L} \cos\alpha\, d\alpha\, \vec{j} \Rightarrow \vec{E}_A = \frac{4K\lambda}{L}\int_0^{\alpha_0} \cos\alpha\, d\alpha\, \vec{j}$

$\boxed{\vec{E}_A = \frac{4K\lambda}{L}\sin\alpha_0\, \vec{j}}$ avec $\sin\alpha_0 = \frac{L/2}{\sqrt{\frac{L^2}{4}+\frac{L^2}{4}}} = \frac{L/2}{\sqrt{\frac{2L^2}{4}}}$

$\Rightarrow \sin\alpha_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\vec{E}_A = \frac{4K\lambda}{L\sqrt{2}}\vec{j}}$

2) $\vec{F}_1 = -\frac{4K\lambda Q}{L\sqrt{2}}\vec{i}$

$\vec{F}_2 = \frac{4K\lambda Q}{L\sqrt{2}}\vec{j}$

$\vec{F}_0 = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \frac{4K\lambda Q}{L\sqrt{2}}(-\vec{i}+\vec{j})$

$|\vec{F}_0| = \sqrt{\left(\frac{4K\lambda Q}{L\sqrt{2}}\right)^2(1+1)} = \sqrt{2}\cdot\frac{4K\lambda Q}{L\sqrt{2}}$

$|\vec{F}_0| = \frac{4KQ\lambda}{L} = 4\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda Q}{L}$ $\boxed{|\vec{F}_0| = \frac{\lambda Q}{\pi\varepsilon_0 L}}$

suite

Ex II **2005-2006**

$\operatorname{tg}\alpha = \frac{y}{x} \Rightarrow y = x \operatorname{tg}\alpha \Rightarrow dy = \frac{\alpha}{\cos^2\alpha}\, d\alpha$

$\Rightarrow dF = K\lambda Q \frac{x}{\cos^2\alpha}\, d\alpha \cdot \frac{\cos\alpha}{\frac{x^2}{\cos^2\alpha}} \Rightarrow dF = \frac{K\lambda Q}{x} \cos\alpha\, d\alpha$

$\Rightarrow F = \int_{-\alpha_0}^{\alpha_0} \frac{K\lambda Q}{x} \cos\alpha\, d\alpha = \frac{K\lambda}{x} \sin\alpha \Big|_{-\alpha_0}^{\alpha_0}$

$= \frac{2K\lambda Q}{x} \sin\alpha_0$ avec $\sin\alpha_0 = \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}}$

$\vec{F} = \frac{\lambda Q}{2\pi\varepsilon_0 x} \frac{a}{\sqrt{a^2+x^2}} \vec{i}$

Ex III

1) $OM = x$ $\quad x' \quad +q \quad -2q \quad +q \quad$ A O B M x

$AO = OB = a$

$\vec{E}_{(M)} = \vec{E}_A + \vec{E}_O + \vec{E}_B = \frac{Kq}{(AM)^2}\vec{i} - \frac{2Kq}{(OM)^2}\vec{i} + \frac{Kq}{(BM)^2}\vec{i}$

$\Rightarrow \vec{E}_{(M)} = \left[\frac{Kq}{(x+a)^2} - \frac{2Kq}{x^2} + \frac{Kq}{(x-a)^2}\right]\vec{i}$

$= Kq\left[\frac{1}{(x+a)^2} - \frac{2}{x^2} + \frac{1}{(x-a)^2}\right]\vec{i}$

$= Kq\left[\frac{x^2(x-a)^2 - 2(x^2-a^2)}{x^2(x^2-a^2)^2}\right]$

$\vec{E}_{(M)} = Kq\left[x^2(x^2+a^2-2ax) - 2(x^4+a^4-2x^2a^2) + x^4 + a^2x^2\right]$

$= Kq\left[\frac{x^4+x^2a^2-2ax^3-2x^4-2a^4+4x^2a^2+x^4+a^2x^2+2ax^3}{x^2(x^2-a^2)^2}\right]\vec{i}$

$\Rightarrow \vec{E}_{(M)} = \frac{6Kqx^2a^2}{x^2(x^2-a^2)^2}\vec{i} \Rightarrow \vec{E}_{(M)} = 6Kq\frac{a^2}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}$

$\vec{E}_{(M)} = \frac{3q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{a^2}{(x^2-a^2)^2}\vec{i}$

$$V(M) = V_A + V_O + V_B = K\frac{q}{AM} - 2K\frac{q}{OM} + K\frac{q}{BM}$$

$$= K\frac{q}{(r+a)} - 2K\frac{q}{r} + K\frac{q}{(r-a)} = Kq\left[\frac{r(r-a) - 2(r^2-a^2) + r(r+a)}{r(r^2-a^2)}\right]$$

$$= Kq\left[\frac{r^2 - ar - 2r^2 + 2a^2 + r^2 + ar}{r(r^2-a^2)}\right]$$

$$\Rightarrow V(M) = Kq\frac{2a^2}{r(r^2-a^2)} \Rightarrow V(M) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{a^2}{r(r^2-a^2)}$$

2) $r >> a \Rightarrow r^2 >> a^2$

$$\vec{E}(M) = \frac{3q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{a^2}{r^4}\vec{i}$$

$$V(M) = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{a^2}{r^3}$$

Ex IV : (S) : surface de Gauss = sphère de centre O de rayon R

$$\phi = \oiint_{(S)} \vec{E}\cdot\vec{dS} = E\cdot S = E\cdot 4\pi r^2$$

Région I ; $0 < r < R$

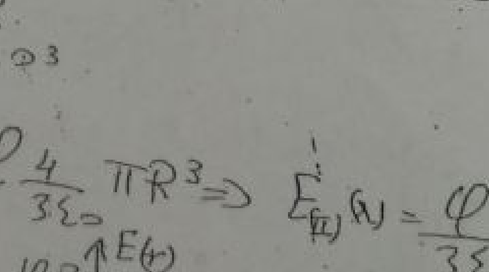
Th de Gauss $\Rightarrow \phi = \frac{\Sigma q_i}{\varepsilon_0} = \frac{Q_{int}}{\varepsilon_0}$ $\left(Q_{int} = \rho\cdot\frac{4\pi}{3}r^3\right)$

$$\Rightarrow E_I\cdot 4\pi r^2 = \rho\cdot\frac{4}{3\varepsilon_0}\pi r^3 \Rightarrow E_{(I)}(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}r$$

Région II : $r > R$

$Q_i = \rho\,\frac{4}{3}\pi R^3$

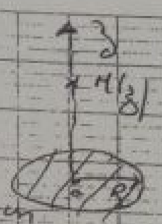
$$E_{II}\cdot 4\pi r^2 = \rho\frac{4}{3\varepsilon_0}\pi R^3 \Rightarrow E_{(II)}(r) = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\frac{R^3}{r^2}$$



Partiel 2012-2013 (Ex II)

1) Montrer que le potentiel créé en un ~~point~~ point M de l'axe d'un disque, de rayon R, chargé surfaciquement de densité de charge uniforme σ est donné par :

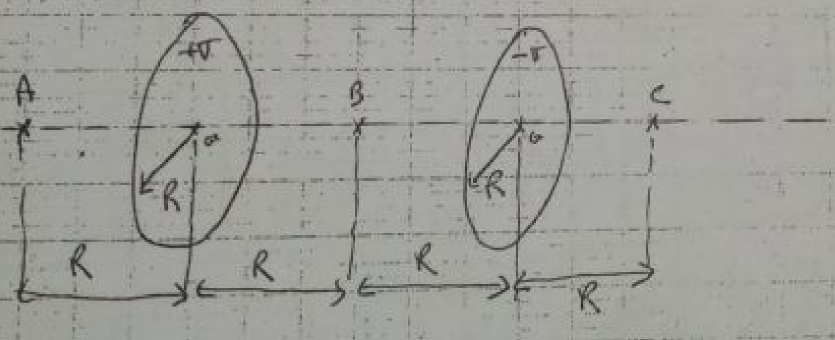
$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$



2) En déduire le champ électrostatique créé en M.

3) On place deux disques, de même rayon R, portant des charges de signes opposées comme le montre la figure ci-dessous.

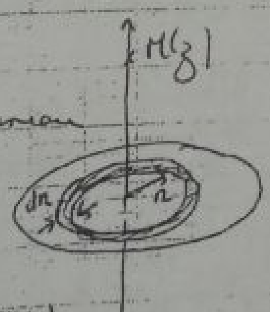
En déduire le potentiel électrostatique aux points A, B et C.



Rép

La quantité de charges dq sur un anneau de rayon r et de largeur dr est :

$dq = \sigma dS = \sigma\, 2\pi r dr$



Le potentiel créé par cet anneau :

$$dV = \frac{K_0\, dq}{\sqrt{r^2+z^2}}$$

$$V_M = \int dV = \int \frac{K_0\, \sigma\, 2\pi r\, dr}{\sqrt{r^2+z^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sigma\, 2\pi \int_0^R \frac{r}{(r^2+z^2)^{1/2}}\, dr$$

$$\boxed{V_M = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)} \text{ c.q.f.d.}$$

2) $$\vec{E}_M = -\overrightarrow{\text{grad}}\, V_M = -\left(\cancel{\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i}} + \cancel{\frac{\partial}{\partial y}V\vec{j}} + \frac{\partial}{\partial z}V\vec{k}\right)$$

$$\vec{E}_M = -\frac{dV}{dz}\vec{k}$$

$$\vec{E}_M = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{2}(R^2+z^2)^{\frac{1}{2}-1}\cdot 2z - \frac{1}{2}(z^2)^{\frac{1}{2}-1}\cdot 2z\right]\vec{k}$$

$$\vec{E}_M = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}} - \frac{z}{\sqrt{z^2}}\right]\vec{k}$$

$$\boxed{\vec{E}_M = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\frac{z}{\sqrt{z^2}} - \frac{z}{\sqrt{R^2+z^2}}\right]\vec{k}} \text{ c.q.f.d.}$$

3) $$V_A = V_{(+)} + V_{(-)}$$

potentiel créé par le disque $(+\sigma)$

potentiel créé par le disque $(-\sigma)$

$$V_{(+)} = \frac{+\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}R\left(\sqrt{2}-1\right)$$

$$V_{(-)} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+(3R)^2} - \sqrt{(3R)^2}\right) = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}R\left(\sqrt{10}-\sqrt{3}\right)$$

$$V_A = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{2}-1-\sqrt{10}+\sqrt{3}\right) = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\times 0{,}25 \text{ c.q.f.d}$$

$$V_B = V_{(+)} + V_{(-)}$$

$$V_{(+)} = \frac{+\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right)$$

$$V_{(-)} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right)$$

$$V_B = 0 \quad \text{c.q.f.d.}$$

$$V_C = V_{(+)} + V_{(-)}$$

$$V_{(+)} = \frac{+\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+(3R)^2} - \sqrt{(3R)^2}\right)$$

$$V_{(-)} = \frac{-\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right)$$

$$V_C = +\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0} \times \left(\sqrt{10} - \sqrt{9} - \sqrt{2} + 1\right) = -V_A$$
$$= \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}(-0{,}25)$$

Partiel 2011-2012 (Ex II)

On considère un demi cercle (C_1) de rayon R_1 et de centre O, portant une densité linéique de charges uniforme $\lambda_1 > 0$ (fig II-1).

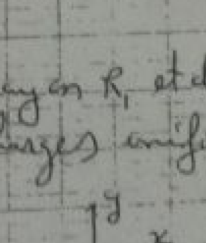


fig II-1

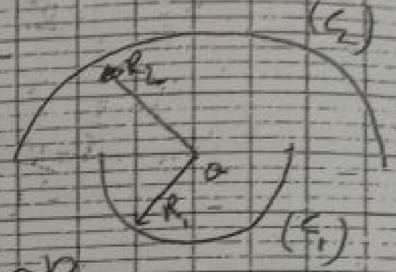
1- Calculer $\vec{E_1}$ et V_1 créé par cette distribution au centre O.

2- Un deuxième demi cercle (C_2) de rayon R_2 $(R_2 > R_1)$ et de même centre O est placé dans le plan de (C_1). (C_1) et (C_2) sont opposés l'un à l'autre comme l'indique la figure II-2.

(C_2) porte une densité linéique de charges uniforme λ_2.

Déduire le potentiel V créé par (C_1) et (C_2) au centre O.

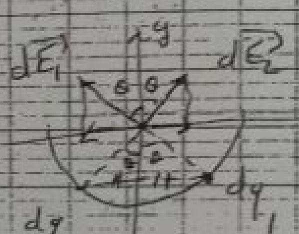
Quelle doit être la relation entre λ_1 et λ_2 pour que le champ électrostatique $\vec{E}$ créé au centre O soit nul.



Rép

1) Par raison de symétrie, le champ résultant est suivant l'axe des y ;

$\vec{E} = E_y \vec{j}$



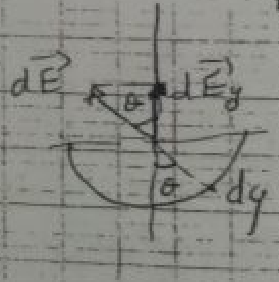
$dq_1 = dq_2 = \lambda_1 R_1 d\theta$

$dq_1 = \lambda_1 R_1 d\theta$ (charge ponctuelle), produit en O $d\vec{E}$ / $dE = \frac{K_0 \, dq}{R_1^2}$

$dE_1 = dE_2 = \frac{K_0 \lambda_1 R_1 d\theta}{R_1^2}$

$E_y = \int dE_y = \int dE \cos\theta$

$= \int_{\theta=-\pi/2}^{\theta=\pi/2} \frac{K_0 \lambda_1 R_1 d\theta \cos\theta}{R_1^2}$

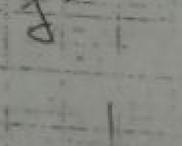


$E_y = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 R_1}$; $\vec{E} = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 R_1}\vec{j}$

- $V_1 = ??$

$dq \xrightarrow[\text{en O}]{\text{produit}} dV = \frac{K_0 \, dq}{R_1}$

$V_1 = \int dV = \int \frac{K_0 \, dq}{R_1} = \frac{K_0}{R_1}\int dq$



$dq = \lambda_1 R_1 d\theta$

$$V_1 = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \int_{\theta=0}^{\theta=\pi} \lambda_1 R_1 \, d\theta = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0 R_1} \lambda_1 R_1 \pi$$

$$\boxed{V_1 = \frac{\lambda_1}{4\varepsilon_0}}$$

potentiel créé par un demi anneau portant ~~une~~ une densité linéique λ_1.

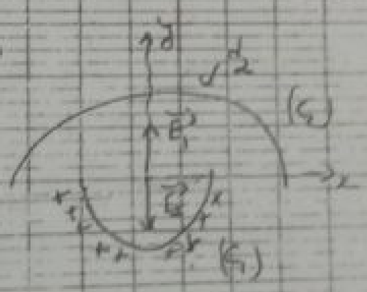
2) $V_0 = V_1 + V_2$

$$V_0 = \frac{\lambda_1}{4\varepsilon_0} + \frac{\lambda_2}{4\varepsilon_0} = \frac{1}{4\varepsilon_0}(\lambda_1 + \lambda_2)$$

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_1 + \vec{E}_2$$

champ créé par l'anneau (2)

champ créé par l'anneau (1)



$\vec{E}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_2$ est dirigé suivant $-\vec{j}$, et par suite $\lambda_2 > 0$.

$$\vec{E}_0 = \frac{\lambda_1}{2\pi\varepsilon_0 R_1}\vec{j} - \frac{\lambda_2}{2\pi\varepsilon_0 R_2}\vec{j} = \vec{0}$$

$$\Rightarrow \frac{\lambda_1}{R_1} = \frac{\lambda_2}{R_2} \Rightarrow \boxed{\lambda_2 = \frac{R_2}{R_1}\lambda_1}$$

Ex II (partiel 2013 - 2014)

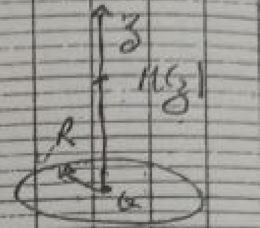
1) Montrez que le potentiel électrostatique créé en un point M de l'axe d'un cercle, de rayon R, chargé linéiquement

(fig II-1)

de densité de charge uniforme λ est donné par ;

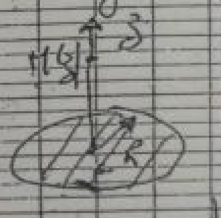
$$V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\,\frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$$

déterminer $\vec{E}$ en un point M.



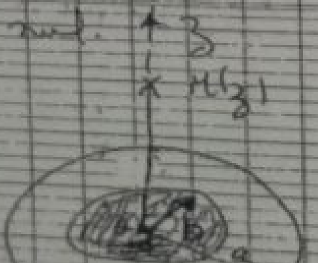
2) Montrer que le potentiel créé en un point M de l'axe d'un disque, de rayon R, chargé surfaciquement de densité de charge uniforme σ (fig II-2) est donné par ;

fig II-1



déterminer $\vec{E}$ au point M.

3) On place un disque de centre O, de rayon b et de densité σ à l'intérieur d'un cercle de même centre O, de rayon a et de densité λ tel que a = 2b (fig II-3). Quelle doit être la relation entre λ et σ pour que le potentiel électrostatique résultant en O soit nul.



Rép

1) $dq = \lambda R\,d\alpha$ (charge ponctuelle) $\xrightarrow[\text{en } M]{\text{produit}}$ $dV = \frac{k\,dq}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$$V_M = \int dV = \int \frac{k\,dq}{\sqrt{R^2+z^2}} = \int_0^{2\pi} \frac{k\,\lambda R\,d\alpha}{\sqrt{R^2+z^2}} = \frac{\lambda R}{2\varepsilon_0\sqrt{R^2+z^2}}$$

d'où $V_M = \dfrac{\lambda \cdot R}{2\varepsilon_0 \sqrt{R^2+z^2}}$

$$\vec{E}_M = -\left(\cancel{\frac{\partial V_M}{\partial x}}\,\vec{i} + \cancel{\frac{\partial V_M}{\partial y}}\,\vec{j} + \frac{\partial V_M}{\partial z}\,\vec{k}\right)$$

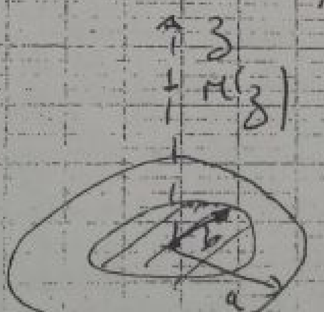
$$\vec{E}_M = -\frac{dV}{dz}\,\vec{k} = -\frac{\lambda R}{2\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{2}\right)\left(R^2+z^2\right)^{-\frac{3}{2}} \cdot 2z\,\vec{k}$$

$$\vec{E}_M = \frac{\lambda R\, z}{2\varepsilon_0}\,\frac{1}{\left(R^2+z^2\right)^{3/2}}\,\vec{k} \qquad \text{c.q.f.d.}$$

2) voir partiel 2012-2013 (exercice 2)

3) $a = 2b$

$V_O = V_{disq} + V_{anne} = 0$



$$V_{disq} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+0^2} - \sqrt{0^2}\right) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, b$$

$$V_{ann} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2+0^2}} = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0}$$

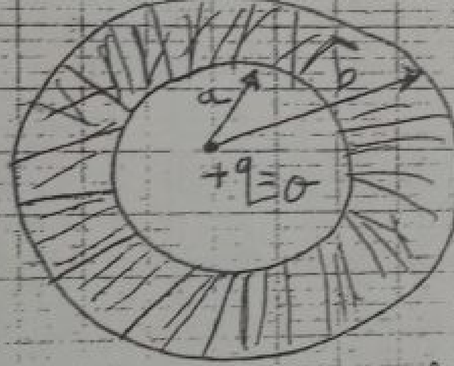
$$V_{(O)} = 0 \Rightarrow \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\, b + \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} = 0$$

$$\Rightarrow \boxed{\sigma = -\frac{\lambda}{b}} \qquad \text{c.q.f.d.}$$

Ex III (partiel 2013-2014)

Une sphère creuse de rayons intérieur et extérieur a et b porte la charge (+q) uniformément distribuée dans son volume (figure III). Le centre O de la sphère est occupé par une charge ponctuelle (+q).

En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrostatique E créé en tout point de l'espace.



- Pour des raisons de symétries, le champ est radial et son module ne dépend que de r !

$$\vec{E} = E(r)\,.\,\vec{e}_r$$

coordonnées sphériques

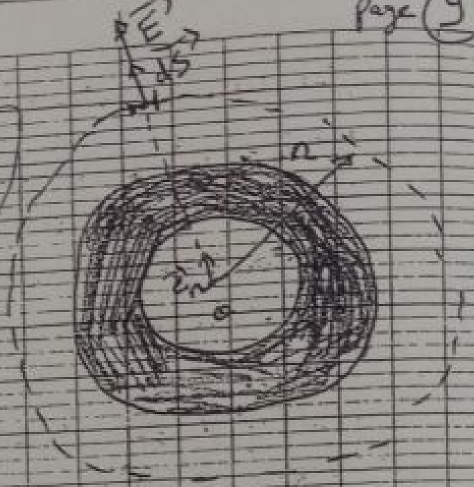
- Surface de Gauss = sphère de centre O et de rayon r.

- $$\phi_{\Sigma G} = \oint_{\Sigma G} \vec{E}\,.\,\vec{dS} = \oint_{\Sigma G} E(r)\vec{e}_r \,.\, dS\,\vec{e}_r$$

$$= \oint_{\Sigma G} \overbrace{E(r)}^{cte}\, dS = E \oint_{\Sigma G} dS$$

d'où :

$$\boxed{\Phi_{\Sigma G} = E \times 4\pi r^2}$$



Pour $r < a$:

$$\sum q_{\text{int. de } \Sigma G} = -q$$

T. de Gauss donne :

$$\Phi_{\Sigma G} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{int. de } \Sigma G}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}(-q) \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{r^2}\right)}$$

Pour $a < r < b$:

$$\sum q_{\text{int. de } \Sigma G} = -q + \rho \times \left(\frac{4}{3}\pi r^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right)$$

or, $+q = \rho \cdot \left(\frac{4}{3}\pi b^3 - \frac{4}{3}\pi a^3\right) \Rightarrow \rho = \dfrac{q}{\frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3)}$

$$\sum q_{\text{int. de } \Sigma G} = -q + \frac{q}{\frac{4}{3}\pi(b^3 - a^3)} \times \frac{4}{3}\pi(r^3 - a^3)$$

$$= -q + q\,\frac{(r^3 - a^3)}{b^3 - a^3}$$

T. Gauss donne :

$$\Phi_{\Sigma G} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{int. de } \Sigma G}$$

$$E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0}\left(-q + q \times \frac{(r^3 - a^3)}{(b^3 - a^3)}\right)$$

$$\Rightarrow E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[-1 + \frac{r^3 - a^3}{b^3 - a^3}\right]$$

$$\boxed{E = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\left[\frac{r^3 - b^3}{b^3 - a^3}\right]}$$

Pour $r > b$

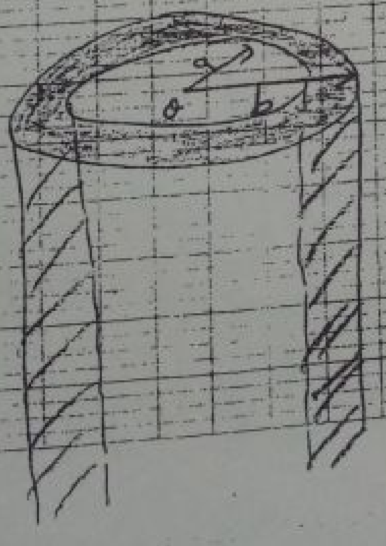
$$\sum_{\Sigma G} q_{int.d.} = -q + q = 0$$

T. Gauss : $E \cdot 4\pi r^2 = \frac{1}{\varepsilon_0} 0 \Rightarrow \boxed{E = 0}$

Ex III (partiel 2012-2013)

Un cylindre creux non conducteur, de longueur ℓ, porte une distribution volumique de charge, uniforme, de densité ρ. Le cylindre possède un rayon interne et externe a et b respectivement comme le montre la figure III.

En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrostatique E en tout point de l'espace.

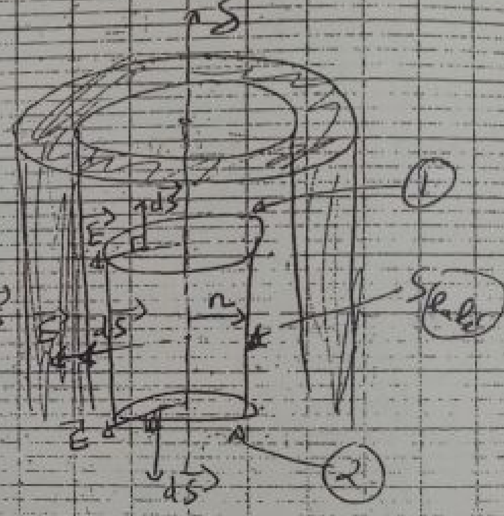


Pour des raisons de symétries, le champ électrique est radial et son module ne dépend que de r :

$$\vec{E} = E(r)\,\vec{u}_r$$

coordonnées cylindriques

Surface de Gauss = cylindre d'axe z'Oz, de rayon r, et de hauteur h.



$$\phi_{\Sigma G} = \oint_{\Sigma G} \vec{E}\cdot\vec{dS}$$

$$= \underbrace{\int_{①} \vec{E}\cdot\vec{dS}}_{=0 \text{ car } \vec{E}\perp\vec{dS}} + \underbrace{\int_{②} \vec{E}\cdot\vec{dS}}_{=0 \text{ car } \vec{E}\perp\vec{dS}} + \int_{S_{laté}} \vec{E}\cdot\vec{dS}$$

$$\phi_{\Sigma G} = \int_{S_{laté}} \overset{cte}{E}\,\vec{u}_r\cdot dS\,\vec{u}_r = E\int_{S_{laté}} dS$$

$$\boxed{\phi_{\Sigma G} = E\cdot 2\pi r\, h}$$

si $r < a$

$$\sum q_{int\ de\ \Sigma G} = 0$$

T. Gauss donne :

$$E\cdot 2\pi r\cdot h = \frac{1}{\varepsilon_0}\,0 \Rightarrow \boxed{E = 0}$$

si $a < r < b$

$$\sum q_{int.de.\Sigma G} = \rho \times (\pi r^2 h - \pi a^2 h)$$

T. Gauss :

$$\phi_{\Sigma G} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\substack{int.de.\\ \Sigma G}}$$

$$E.2\pi r \cancel{h} = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\left(\pi r^2 \cancel{h} - \pi a^2 \cancel{h}\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}\left(r^2 - a^2\right)}$$

pour $r > b$

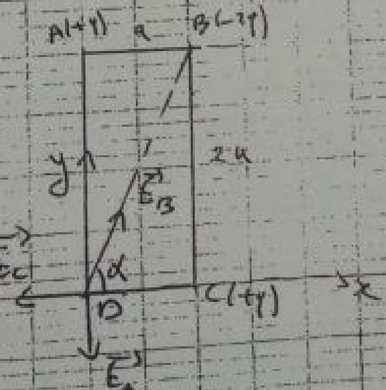
$$\sum q_{int.de.\Sigma G} = \rho \times (\pi b^2 h - \pi a^2 h)$$

$$\phi_{\Sigma G} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\substack{int.de\\ \Sigma G}}$$

$$E \cdot 2\pi r h = \frac{1}{\varepsilon_0}\rho\left(\pi b^2 h - \pi a^2 h\right)$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r}\left(b^2 - a^2\right)}$$

Ex I (partiel 2011-2012)



1) $\vec{E}_D = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$

$\vec{E}_A = E_A(-\vec{j})$; $E_A = \frac{K_0 q}{(2a)^2}$

$\vec{E}_A = \frac{K_0 q}{(2a)^2}(-\vec{j})$ ✓

$\vec{E}_C = \frac{K_0 q}{a^2}(-\vec{i})$ ✓

$\vec{E}_B = ??$

$$E_B = \frac{K_0\, 2q}{(d_{B,D})^2} = \frac{K_0 (2q)}{(5a^2)}$$

$$\vec{E}_B = \underbrace{E_{Bx}}_{>0}\vec{i} + \underbrace{E_{By}}_{>0}\vec{j}$$

$$= E_B \cos\alpha\, \vec{i} + E_B \sin\alpha\, \vec{j}$$

$$= \frac{K_0\, 2q}{5a^2}\left(\frac{a}{\sqrt{5a^2}}\vec{i} + \frac{2a}{\sqrt{5a^2}}\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_B = \frac{K_0\, 2q}{5a^2} \times \frac{a}{a\sqrt{5}}\left(\vec{i} + 2\vec{j}\right)$$

$$\vec{E}_B = \frac{K_0\, 2q}{5\sqrt{5}\, a^2}\left(\vec{i} + 2\vec{j}\right)$$

$$V_D = V_A + V_B + V_C$$

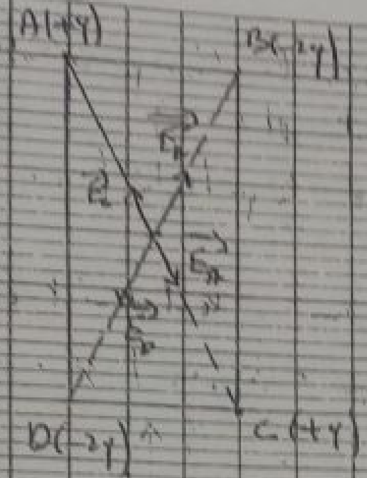
$$= \frac{K_0 q}{2a} + \frac{K_0(-2q)}{d_{B,D}} + \frac{K_0 q}{a}$$

$$V_D = \frac{K_0 q}{2a} + \frac{K_0(-2q)}{a\sqrt{5}} + \frac{K_0 q}{a}$$

2) $\vec{F} = (-2q) \times \vec{E}_D$

$$= (-2q) \times \left[\frac{K_0\, 2q}{5\sqrt{5}a^2}(\vec{i} + 2\vec{j}) + \frac{K_0 q}{4a^2}(-\vec{j}) + \frac{K_0 q}{a^2}(-\vec{i})\right]$$

3)



$E_B = E_D = \dfrac{k_0\, 2q}{\left(\frac{d_{ig}}{2}\right)^2}$; $\vec{E}_D + \vec{E}_B = \vec{0}$

$E_C = E_A = \dfrac{k_0\, q}{\left(\frac{d_{ig}}{2}\right)^2}$; $\vec{E}_C + \vec{E}_A = \vec{0}$

$\vec{E}_O = \vec{E}_B + \vec{E}_D + \vec{E}_C + \vec{E}_A = \vec{0}$

$V_O = \cancel{\dfrac{k_0}{d_{ig}}}\ k_0 \left(\dfrac{q}{\left(\frac{d_{ig}}{2}\right)} - \dfrac{2q}{\frac{d_{ig}}{2}} + \dfrac{q}{\frac{d_{ig}}{2}} - \dfrac{2q}{\frac{d_{ig}}{2}} \right)$

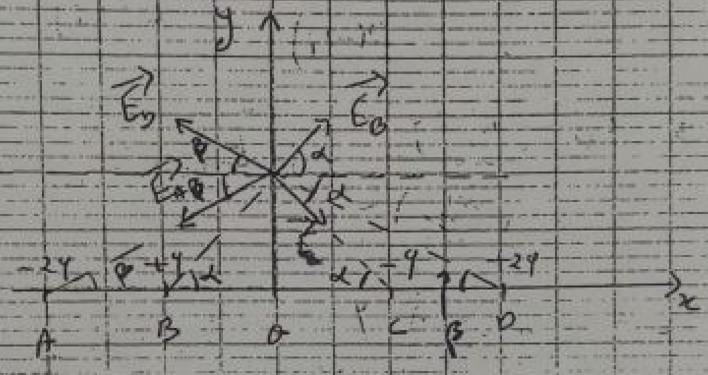
$V_O = \dfrac{k_0\ (-2q)}{\left(\frac{a\sqrt{5}}{2}\right)}$

** ex Ex I (partiel 2014 - 2015)
Quatre charges ponctuelles $-2q$, $+q$, $-q$ et $+2q$ sont distribuées sur l'axe des x aux points d'abscisses respectivement
$A(-2a)$, $B(-a)$, $C(+a)$ et $D(+2a)$, respectivement.

1- Calculer le champ électrostatique résultant au point $M(0,a)$.

2- Calculer le potentiel électrostatique au point $M(0,a)$.

3- En déduire le travail électrique pour déplacer une charge $+q$ de l'∞ au point $M(0,a)$. $(V(\infty)=0)$



$$E_B = \frac{K_0 q}{(\sqrt{a^2+a^2})^2} = \frac{K_0 q}{2a^2}$$

$$E_C = \frac{K_0 q}{2a^2}$$

$$\vec{E}_B + \vec{E}_C = 2 \times E_B \cos\alpha \, \vec{i} = 2 \times \frac{K_0 q}{2a^2} \times \frac{a}{\sqrt{a^2+a^2}} \vec{i}$$

$$\vec{E}_B + \vec{E}_C = \frac{K_0 q}{a^2 \sqrt{2}} \vec{i}$$

$$E_A = E_D = \frac{K_0 2q}{(4a^2+a^2)} = \frac{K_0 2q}{5a^2}$$

$$\vec{E}_A + \vec{E}_D = 2 \times \frac{K_0 2q}{5a^2} \times \cos\beta \, (-\vec{i})$$

$$\vec{E}_B + \vec{E}_D = \frac{K_0\, 4q}{5a^2} \times \frac{(2a)}{\sqrt{4a^2+a^2}} (-\vec{x})$$

$$= \frac{K_0\, 4q}{5a^2} \cdot \frac{2a}{\sqrt{5}\, a} (-\vec{x})$$

$$\vec{E}_B + \vec{E}_D = \frac{K_0\, 8q}{5\sqrt{5}\, a^2} (-\vec{x})$$

$$\vec{E}_A = \left(\frac{K_0 q}{a^2\sqrt{2}} - \frac{K_0\, 8q}{5\sqrt{5}\, a^2} \right) \vec{x}$$

$$\vec{E}_A = \frac{K_0 q}{a^2} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{8}{5\sqrt{5}} \right) \vec{x} = \frac{K_0 q}{a^2} (-8.4 \cdot 10^{-3}) \vec{x}$$

2) $V_A = V_A + V_D + V_B + V_C$

$$= \frac{K_0 2q}{\sqrt{4a^2+a^2}} + \frac{K_0 2q}{\sqrt{4a^2+a^2}} + \frac{K_0 q}{\sqrt{a^2+a^2}} + \frac{K_0 (-q)}{\sqrt{a^2+a^2}}$$

$V_A = 0\ V$

3) $W_{\vec{F}_{el}\, \infty \to A} = + q (V_\infty - V_A) = + q(0 - 0) = 0\ J$

Ex II (partiel 2014 - 2015)

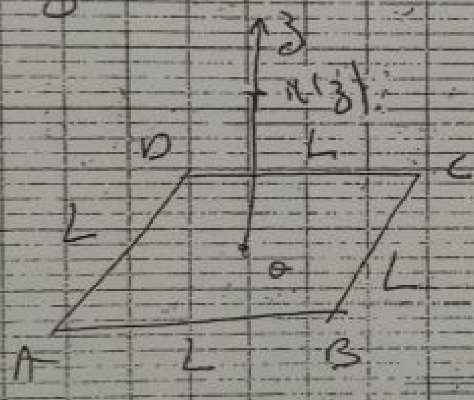
1) Une charge $+q$ est distribuée uniformément suivant un fil non conducteur de longueur finie L.

Démontrer que le champ électrique créé par ce fil en un point P situé sur sa médiatrice à une distance y du fil est donnée par :

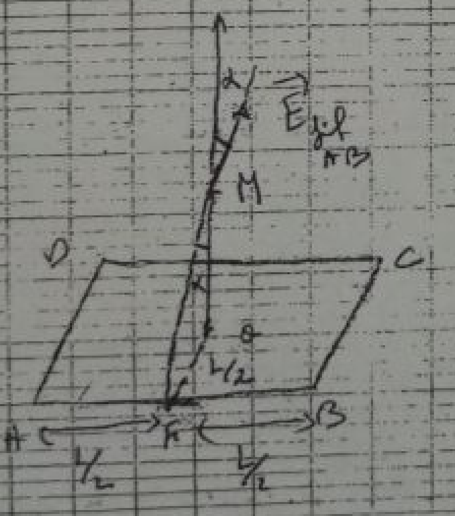
$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{1}{y} \cdot \frac{1}{\sqrt{L^2+4y^2}} \qquad OP = y$$

(Voir T.D.)

2- Dans la figure ci-contre, chaque côté du carré ABCD a une longueur L et porte une charge +q distribuée uniformément. Déterminer le champ électrique résultant au point M(z) de l'axe Oz de ce carré de côté a.



$$\vec{E}_M = \vec{E}_{fil\,AB} + \vec{E}_{fil\,BC} + \vec{E}_{fil\,DC} + \vec{E}_{fil\,DA}$$



$$\vec{E}_{AB} + \vec{E}_{BC} = 2 \cos\alpha \, E_{AB} \, \vec{k}$$

$$= 2 \cos\alpha \times \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{\ldots} \times \frac{1}{\sqrt{\ldots}} \vec{k}$$

$$HK = \sqrt{\frac{l^2}{4} + z^2} \; ; \; \cos\alpha = \frac{z}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + z^2}}$$

$$\vec{E}_{DC} + \vec{E}_{DA} = 2 \cos\alpha \, E_{AB} \, \vec{k}$$

$$\vec{E}_M = 4 \cos\alpha \, E_{AB} \, \vec{k}$$

$$\vec{E}_M = 4 \times \frac{z}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + z^2}} \times \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \times \frac{1}{\sqrt{\frac{l^2}{4} + z^2}} \times \frac{1}{\sqrt{\ldots}} \vec{k}$$