



université libanaise  
Faculté des sciences 1

# Exemples d'examens

## première année Semestre -1-

P1100

# MISPCE

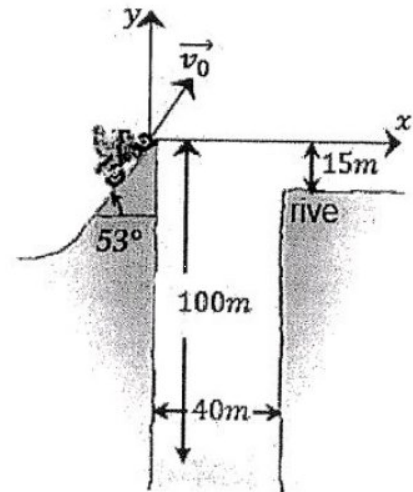
مجلس طلاب الفرع

2022

(Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Problème 1 (10 Points)

Un étudiant en physique aimerait franchir une rivière à moto, voir la figure ci-contre. La rampe de décollage était inclinée à  $53^\circ$  avec l'horizontale, la rivière est large de 40 m et la rive la plus éloignée était 15 m plus basse que le sommet de la rampe. La rivière elle-même était à 100 m sous ce sommet. Vous pouvez ignorer la résistance de l'air.



- Quel doit être le module de sa vitesse initiale  $\vec{v}_0$  au sommet de la rampe pour arriver juste au bord de la rive opposée et quel est le temps nécessaire de ce vol de moto?
- Si sa vitesse initiale était juste la moitié de la valeur trouvée dans la partie précédente (a) (c.à.d.  $v_0/2$ ), où va-t-il atterrir et avec quelle vitesse (en notation vectorielle) ?

### Problème 2 (8 Points)

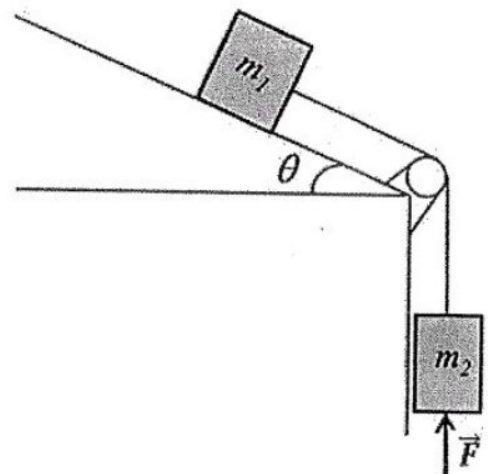
Après avoir volé pendant 15 minutes dans un vent soufflant à  $42 \text{ km/h}$  à un angle de  $20^\circ$  Sud par rapport à l'Est, le pilote se trouve au-dessus d'une ville située à  $55 \text{ km}$  au nord du point de départ.

- Ecrire en notation vectorielle les trois vecteurs vitesses :  $\vec{v}_{vs}$  (vent par rapport au sol),  $\vec{v}_{as}$  (avion par rapport au sol) et  $\vec{v}_{av}$  (avion par rapport au vent).
- Dessiner ces trois vecteurs ( $\vec{v}_{vs}$ ,  $\vec{v}_{as}$  et  $\vec{v}_{av}$ ) dans le plan  $(x, y)$  en utilisant les axes  $x$  et  $y$  positifs respectivement dans les directions Est et Nord.

### Problème 3 (12 Points)

Un bloc de masse  $m_1 = 1,5 \text{ kg}$  est placé sur un plan incliné d'angle  $\theta = 30^\circ$ . Ce bloc est attaché à un second bloc de masse  $m_2 = 2 \text{ kg}$  par une corde inextensible, de masse négligeable, passant à travers une poulie sans masse et sans frottement (voir la figure ci-contre).

Le bloc  $m_2$  est poussé vers le haut par une force verticale  $\vec{F}$  ( $F = 16 \text{ N}$ ), voir figure, (la corde reste tendue même après l'application de cette force). Le plan incliné est rugueux, de coefficients de frottement statique  $\mu_s$  (à déterminer dans la partie (b)) et cinétique  $\mu_c = 0,3$ .



- Tracer le diagramme de forces sur chaque bloc.
- Trouvez la valeur minimale de  $\mu_s$  afin de maintenir le système ( $m_1$ ,  $m_2$  et la poulie) immobile.
- Dans cette partie, on supprime la force  $\vec{F}$ . Utilisez le théorème de l'énergie cinétique pour trouver la vitesse des blocs ( $m_1$  et  $m_2$ ) après que le bloc  $m_2$  descende, du repos, d'une distance  $d = 1 \text{ m}$ .



# Solution Examen 2019-2020 P1100

Exercise 1  
(10 points)

a)  $y = \frac{-g x^2}{2 V_0^2 \cos^2 \theta_0} + \tan \theta_0 x$  (1 pt)

$x = 40 \text{ m}$   
 $y = -15 \text{ m}$   
 $\theta_0 = 53^\circ$  }  $\Rightarrow V_0 = 18 \text{ m/s}$  (2 pt)

or  $x = V_0 \cos \theta_0 t \Rightarrow t = 3,69 \text{ sec}$  (2 pt)

b)  $y = -\frac{1}{2} g t^2 + \frac{V_0 \sin \theta_0}{2} t$  (1 pt)

$y = -100 \text{ m}$   
 $V_0 = 18 \text{ m/s}$   
 $\theta_0 = 53^\circ$  }  $\Rightarrow t = 5,25$  (1 pt)

$x = \frac{V_0 \cos \theta_0}{2} t \Rightarrow x = 28,4 \text{ m}$  (1 pt)

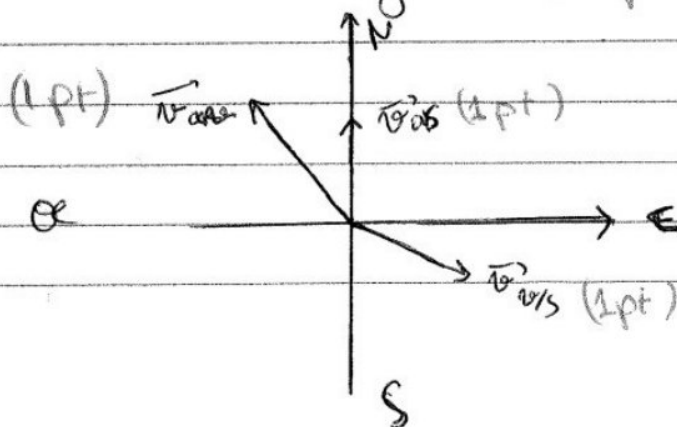
$V_x = \frac{V_0 \cos \theta_0}{2} = 5,42 \text{ m/s}$   $V_y = -g t + \frac{V_0 \sin \theta_0}{2} = -45,31 \text{ m/s}$  (1 pt)

Exercise 2  
(9 pts)

a)  $\vec{v}_{an} = \frac{35}{0,25} \vec{j}' = 220 \vec{j}' \text{ (Km/h)}$  1 pt

$\vec{v}_{n/s} = 42 (\cos 20^\circ \vec{i}' - \sin 20^\circ \vec{j}') = 39 \vec{i}' - 14 \vec{j}' \text{ (Km/h)}$  2 pts

b)  $\vec{v}'_{an/s} = \vec{v}'_{an} - \vec{v}'_{n/s}$   
 $= 220 \vec{j}' - (39 \vec{i}' - 14 \vec{j}')$   
 $= 39 \vec{i}' + 23 \vec{j}' \text{ (Km/h)}$  2 pts



Exercice 3  
(12 pts)

b) Système  $m_1$  :  $\vec{T} + m_1 \vec{g} + \vec{N} + \vec{f}_s = 0$  (1/2 pt)

(eq 1) projection sur  $\rightarrow$  :  $T + m_1 g \sin \theta - f_s = 0$  (1/2 pt)

(eq 2) projection sur  $\uparrow$  :  $N - m_1 g \cos \theta = 0$  (1/2 pt)

Système  $m_2$  :  $\vec{T} + m_2 \vec{g} + \vec{F} = 0$  (1/2 pt)

(eq 3)  $T - m_2 g + F = 0$  (1/2 pt)

③ dans 1

$$m_2 g - F + m_2 g \sin \theta - f_s = 0 \quad 1/2 \text{ pt}$$

$$m_2 g - F + m_1 g \sin \theta = f_s \quad 1/2 \text{ pt}$$

$$\text{or } f_s \leq \mu_s N = \mu_s m_1 g \cos \theta \text{ (d'après eq 2)} \quad 1 \text{ pt}$$

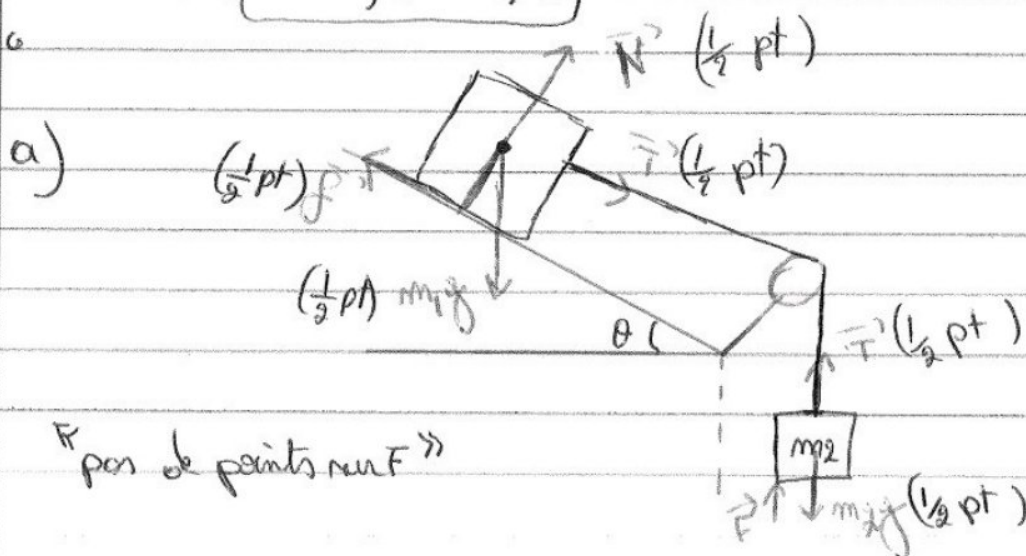
$$\Rightarrow \mu_s \geq 0,885 (1 \text{ pt}) \text{ donc } \mu_{s \min} = 0,885 (1/2 \text{ pt})$$

c) Système  $m_1 + m_2$  • Theorème de l'énergie

$$E_{\text{cf}} - E_{\text{ci}} = W(m_1 \vec{g}) + W(m_2 \vec{g}) + W(\vec{f}_s) \quad 1 \text{ pt}$$

$$\frac{1}{2} (m_1 + m_2) V^2 - 0 = m_1 g \sin \theta + m_2 g + \mu_c m_1 g \cos \theta \quad 1 \text{ pt}$$

$$\Rightarrow \boxed{V = 3,67 \text{ m/s}}$$



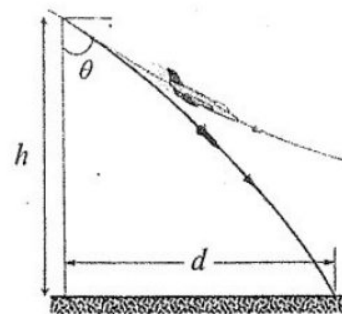


(Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Problème I (8 Points)**

La figure adjacente montre un avion volant à un angle  $\theta = 53^\circ$  avec la verticale lorsque le pilote lance un projectile d'une hauteur  $h = 730 \text{ m}$ . Le projectile touche le sol après un temps  $t = 5 \text{ s}$  de son lancement.

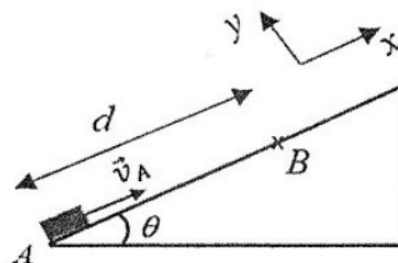
- Quelle est le module de la vitesse de l'avion  $v_0$  au moment de lancement ? (c.à.d. celui de la vitesse initiale du projectile).
- Quelle est la distance horizontale  $d$  parcourue par le projectile?
- Quelles étaient les composantes horizontale et verticale de la vitesse du projectile juste avant qu'il touche le sol ?



**Problème II (8 Points)**

Un petit bloc est lancé du point A avec une vitesse initiale  $v_A = 20 \text{ m/s}$ , le long d'un plan incliné d'un angle  $\theta = 30^\circ$  avec l'horizontale, (figure ci-contre). Entre les surfaces du bloc et du plan incliné, le coefficient de frottement cinétique est  $\mu_c = 0,3$  et le coefficient de frottement statique est  $\mu_s = 0,5$ .

- Tracer le bilan des forces agissant sur le bloc.
- Utiliser la loi de Newton pour déterminer l'accélération  $\vec{a}$  du bloc (en fonction des vecteurs unitaires).
- Trouver le déplacement maximum  $d$  atteint par ce bloc (point B).
- Le bloc glisse-t-il vers le bas après avoir atteint le point B ?



**Problème III (6 Points)**

Un avion vole vers l'Ouest avec une vitesse par rapport au vent  $v_{A/V} = 220 \text{ Km/h}$ . Après une demi-heure (0,5 h) de vol, le pilote d'avion se trouve au-dessus d'une ville située à 120 Km à l'Ouest et à 20 Km au sud du point de départ du vol.

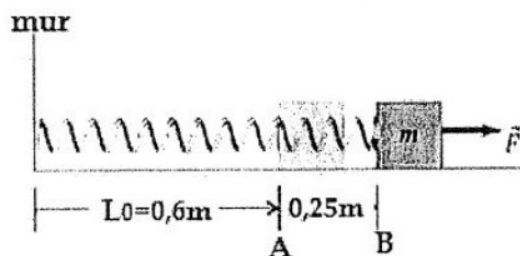
- Trouver les composantes de la vitesse d'avion par rapport à la terre ( $\vec{v}_{A/T}$ ).
- Trouver le module et la direction de la vitesse du vent par rapport à la terre ( $\vec{v}_{V/T}$ ).

(Choisir le système des coordonnées dont l'axe des x vers l'Est et l'axe des y vers le Nord)

**Problème IV (8 Points)**

Un bloc de masse  $m = 0,5 \text{ kg}$  est attaché à l'extrémité libre A d'un ressort ( $x_A = 0 \text{ m}$ ) de masse négligeable, de longueur initiale  $L_0 = 0,6 \text{ m}$  et de constante de raideur  $K = 40 \text{ N/m}$ . Ce bloc est, initialement, au repos sur une table horizontale sans frottement. On le tire vers la droite avec une force constante  $F = 20 \text{ N}$  (voir figure). Utiliser le théorème d'énergie cinétique pour résoudre ce problème.

- Quelle est la vitesse du bloc quand son bord atteint le point B, où  $x_B = 0,25 \text{ m}$  ?
- On relâche le bloc au point B ( $F = 0$ ), alors le bloc se déplace vers la gauche. Trouver la distance entre son bord et le mur quand le bloc sera momentanément immobile.



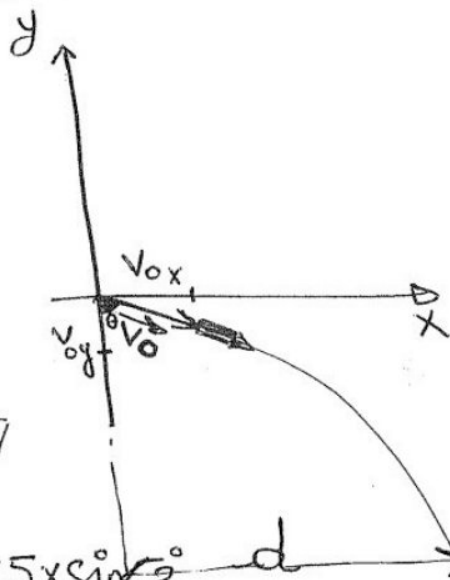
pb I a)  $V_{oy} = -V_0 \cos \theta$  et  $V_{ox} = V_0 \sin \theta$   
 ①  $y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_{oy}t + y_0 = -\frac{1}{2}gt^2 - V_0 \cos \theta t$

on a:  $y = -h = -730 \text{ m}$ . et  $t = 5 \text{ s}$  et  $\theta = 53^\circ$   
 $-730 = -\frac{1}{2} \times 10 \times (5)^2 - V_0 \cos 53^\circ \times 5 \Rightarrow$

$V_0 = \frac{-730 + 125}{-5 \times \cos 53^\circ} \Rightarrow V_0 = 201,1 \text{ m/s}$  ①

b)  $d = ?$   $x = V_{ox}t + x_0 = V_0 \sin \theta t = 201,1 \times 5 \times \sin 53^\circ$   
 $\Rightarrow$  ①  $x = d = 803 \text{ m}$  c'est la distance horizontale parcourue par le projectile.

c)  $V_x = V_{ox} = V_0 \cos(\frac{\pi}{2} - \theta) = V_0 \sin \theta = 201,1 \times \sin 53^\circ = 160,6 \text{ m/s}$  ①  
 $V_y = -gt + V_{oy} = -gt - V_0 \cos \theta = -10(5) - 201,1 \cos 53^\circ = -17 \text{ m/s}$  ①  
 $\Rightarrow V = (160,6 \text{ m/s}; -17 \text{ m/s})$



pb II  $V_A = 20 \text{ m/s}$

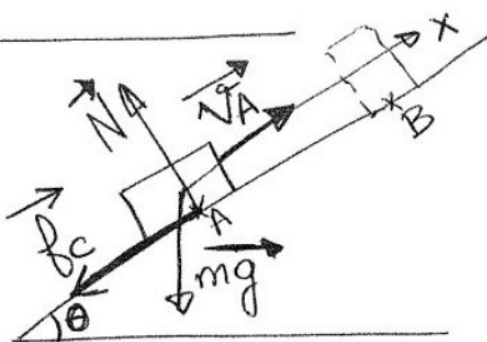
a)  $\vec{N} + \vec{mg} + \vec{f_c} = m\vec{a}$

projsur ox:  $-mg \sin \theta - f_c = m a_x$  ①

$\Rightarrow a_x = \frac{-mg \sin \theta}{m} - \frac{f_c}{m}$  mais  $f_c = \mu_c N = \mu_c \cdot mg \cos \theta$  ②

$\Rightarrow a_x = -g \sin \theta - \mu_c \cdot g \cos \theta = -10 \sin 30^\circ - 0,3 \times 10 \cos 30^\circ = -7,6 \text{ m/s}^2$  ③

$\Rightarrow \vec{a} = -7,6 \vec{i}$  Rq:  $a_x$  et  $v_x$  ont de signes opposés  $\Rightarrow$  Mvt déceléré



b) d: max. déplacement  $\Rightarrow V_B = 0 \Rightarrow V_B^2 - V_A^2 = 2a \cdot d$

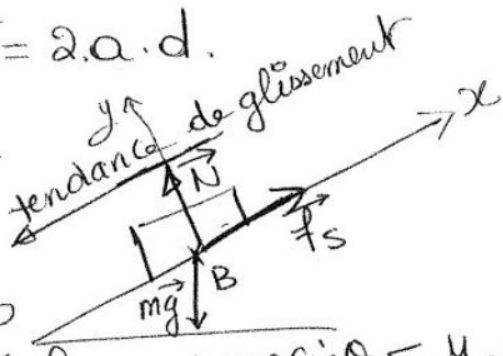
$\Rightarrow d = \frac{-V_A^2}{2a} = \frac{-(20)^2}{2(-7,6)} = 26,3 \text{ m}$

c) au pt B:  $V_B = 0 \Rightarrow \sum \vec{F}_{\text{ext}} = 0$

$\vec{mg} + \vec{N} + \vec{f_s} = \vec{0} \Rightarrow$  projsur fx:  $f_s - mg \sin \theta = 0$

$f_s = mg \sin \theta$  le bloc ne glisse pas si  $f_s \leq f_{s\text{max}} \Rightarrow mg \sin \theta \leq \mu_s \cdot N$

$\Rightarrow mg \sin \theta \leq \mu_s \cdot mg \cos \theta \Rightarrow \sin 30^\circ \leq 0,5 \cos 30^\circ$  faux  $\Rightarrow$  Le bloc glisse vers le







(Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Problème 1 (6 Points)**

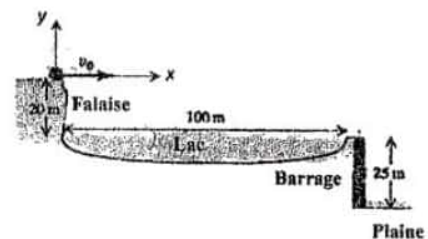
Dans l'aéroport, un tapis roulant de 35 m de long se déplace à une vitesse  $v_{t/s} = 1 \text{ m/s}$  par rapport au sol. Une dame prend ce tapis à partir de l'une de ses extrémités et marche par rapport à lui avec une vitesse  $v_{d/t} = 1,5 \text{ m/s}$ . Combien de temps faut-il à la dame pour atteindre l'extrémité opposée du tapis si elle marche:

- Dans le même sens que le tapis roulant?
- Dans le sens opposé que le tapis roulant?

**Problème 2 (8 Points)**

Une roche se déplace horizontalement en haut d'une falaise verticale qui se trouve à 20 m au-dessus de la surface d'un lac (voir figure ci-contre). A 100 m du pied de la falaise se trouve un barrage vertical de hauteur 25 m et en bas de ce barrage il y a une plaine.

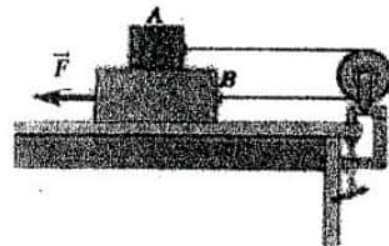
- Quel doit être le module de la vitesse  $v_0$  de la roche juste au moment où elle quitte la falaise pour qu'elle touche le sommet du barrage?
- A quelle distance du pied du barrage la roche atteint-elle la plaine si le module de la vitesse initiale  $v_0$  devient 60 m/s?



**Problème 3 (8 Points)**

Un bloc A de poids 1,4 N est placé au-dessus d'un bloc B de poids 4,2 N. Le coefficient de frottement cinétique  $\mu_c$  entre les surfaces A-B et B-table est de 0,3. Les blocs A et B sont reliés par une corde légère, flexible et inextensible, qui passe autour d'une poulie fixe, sans masse et sans frottement (voir figure ci-contre).

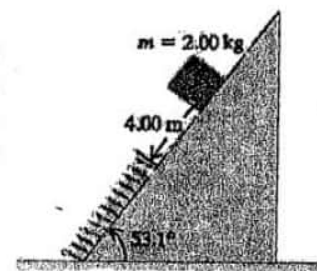
- Tracer le diagramme des forces de chaque bloc.
- Trouver le module de la force horizontale  $\vec{F}$  nécessaire pour faire glisser le bloc B vers la gauche à une vitesse constante.



**Problème 4 (8 Points)**

Un bloc de masse  $m = 2 \text{ kg}$  est placé sur un plan incliné d'un angle  $53,1^\circ$ , et il est libéré à une distance  $L = 4 \text{ m}$  de l'extrémité libre d'un ressort sans masse et de constante de raideur  $k = 120 \text{ N/m}$ . Le ressort est attaché au bas du plan incliné comme l'indique la figure ci-contre. Le coefficient du frottement cinétique entre le bloc et le plan incliné est  $\mu_c = 0,2$ .

- Quelle est la vitesse du bloc juste avant qu'il atteigne le ressort ?
- Quelle est la compression maximale du ressort ?



Bon travail



(Take  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

### Problem 1 (6 Points)

A moving sidewalk in airport terminal building moves at a speed with respect to the ground  $v_{sg} = 1 \text{ m/s}$  and is 35 m long. A woman steps on at one end and she walks with a speed of  $v_{ws} = 1.5 \text{ m/s}$  relative to the moving sidewalk. How much time is needed to reach the opposite end if she walks:

- In the same direction of the motion of the sidewalk?
- In the opposite direction of the motion of the sidewalk?

### Solution

**IDENTIFY:** Relative velocity problem. The time to walk the length of the moving sidewalk is the length divided by the velocity of the woman relative to the ground.

**SET UP:** Let W stand for the woman, G for the ground, and S for the sidewalk. Take the positive direction to be the direction in which the sidewalk is moving.

The velocities are  $v_{W/G}$  (woman relative to the ground),  $v_{W/S}$  (woman relative to the sidewalk), and  $v_{S/G}$  (sidewalk relative to the ground).

Eq.(3.33) becomes  $v_{W/G} = v_{W/S} + v_{S/G}$ .

The time to reach the other end is given by  $t = \frac{\text{distance traveled relative to ground}}{v_{W/G}}$

**EXECUTE:** (a)  $v_{S/G} = 1.0 \text{ m/s}$

$$v_{W/S} = +1.5 \text{ m/s}$$

$$v_{W/G} = v_{W/S} + v_{S/G} = 1.5 \text{ m/s} + 1.0 \text{ m/s} = 2.5 \text{ m/s}.$$

$$t = \frac{35.0 \text{ m}}{v_{W/G}} = \frac{35.0 \text{ m}}{2.5 \text{ m/s}} = 14 \text{ s}.$$

(b)  $v_{S/G} = 1.0 \text{ m/s}$

$$v_{W/S} = -1.5 \text{ m/s}$$

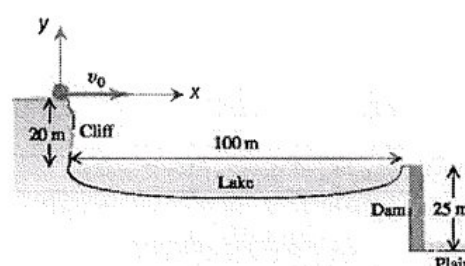
$v_{W/G} = v_{W/S} + v_{S/G} = -1.5 \text{ m/s} + 1.0 \text{ m/s} = -0.5 \text{ m/s}$ . (Since  $v_{W/G}$  now is negative, she must get on the moving sidewalk at the opposite end from in part (a).)

$$t = \frac{-35.0 \text{ m}}{v_{W/G}} = \frac{-35.0 \text{ m}}{-0.5 \text{ m/s}} = 70 \text{ s}.$$

### Problem 2 (8 Points)

A rock is moving horizontally at the top of a vertical cliff that is 20 m above the surface of a lake, as shown in the figure. The top of the vertical face of a dam is located of 100 m from the foot of the cliff, with the top the dam level. A level plain is 25 m below the top of the dam.

- What must be the **minimum** speed  $v_0$  of the rock just as it leaves the cliff so it will travel to the plain without striking the dam?
- How far from the foot of the dam does the rock hit the plain if the initial speed  $v_0$  becomes 60 m/s?



### Solution

**IDENTIFY:** The boulder moves in projectile motion.

**SET UP:** Take  $+y$  downward.  $v_{0x} = v_0$ ,  $v_{0y} = 0$ ,  $a_x = 0$ ,  $a_y = +9.80 \text{ m/s}^2$ .

**EXECUTE:** (a) Use the vertical motion to find the time for the boulder to reach the level of the lake:

$$y - y_0 = v_{0y}t + \frac{1}{2}a_y t^2 \text{ with } y - y_0 = +20 \text{ m gives } t = \sqrt{\frac{2(y - y_0)}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(20 \text{ m})}{9.80 \text{ m/s}^2}} = 2.02 \text{ s. The rock must travel}$$

$$\text{horizontally } 100 \text{ m during this time. } x - x_0 = v_{0x}t + \frac{1}{2}a_x t^2 \text{ gives } v_0 = v_{0x} = \frac{x - x_0}{t} = \frac{100 \text{ m}}{2.02 \text{ s}} = 49.5 \text{ m/s}$$

(b) In going from the edge of the cliff to the plain, the boulder travels downward a distance of  $y - y_0 = 45 \text{ m}$ .

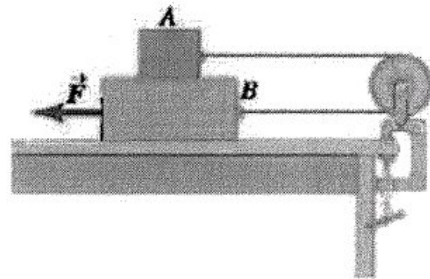
$$t = \sqrt{\frac{2(y - y_0)}{a_y}} = \sqrt{\frac{2(45 \text{ m})}{9.80 \text{ m/s}^2}} = 3.03 \text{ s and } x - x_0 = v_{0x}t = (49.5 \text{ m/s})(3.03 \text{ s}) = 150 \text{ m. The rock lands}$$

$150 \text{ m} - 100 \text{ m} = 50 \text{ m}$  beyond the foot of the dam.

### Problem 3 (8 Points)

A block A of weight  $1.4 \text{ N}$  is placed on the top of a block B of weight  $4.2 \text{ N}$ . The coefficient of kinetic friction  $\mu_k$  between the surfaces A-B and B-table is  $0.3$ . The blocks A and B are connected by a light, flexible cord passing around a fixed, massless and frictionless pulley.

- Sketch the force diagram of each block.
- Find the magnitude of the horizontal force  $\vec{F}$  necessary to drag block B to the left at constant speed.



### Solution

**IDENTIFY:** Apply  $\sum \vec{F} = m\vec{a}$  to each block. Forces between the blocks are related by Newton's 3rd law. The target variable is the force  $F$ . Block B is pulled to the left at constant speed, so block A moves to the right at constant speed and  $a = 0$  for each block.

**SET UP:** The free-body diagram for block A is given in Figure 5.83a.  $n_{BA}$  is the normal force that B exerts on A.

$f_{BA} = \mu_k n_{BA}$  is the kinetic friction force that B exerts on A. Block A moves to the right relative to B, and  $f_{BA}$  opposes this motion, so  $f_{BA}$  is to the left.



Note also that  $F$  acts just on  $B$ , not on  $A$ .

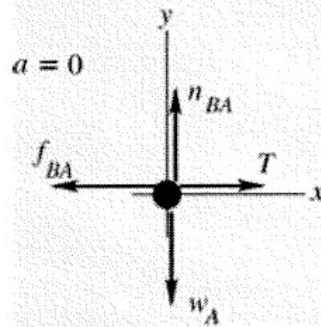


Figure 5.83a

**EXECUTE:**

$$\sum F_y = ma_y$$

$$n_{BA} - w_A = 0$$

$$n_{BA} = 1.40 \text{ N}$$

$$f_{BA} = \mu_k n_{BA} = (0.30)(1.40 \text{ N}) = 0.420 \text{ N}$$

$$\sum F_x = ma_x$$

$$T - f_{BA} = 0$$

$$T = f_{BA} = 0.420 \text{ N}$$

**SET UP:** The free-body diagram for block  $B$  is given in Figure 5.83b.

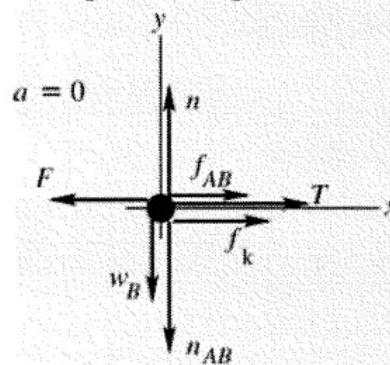


Figure 5.83b

**EXECUTE:**  $n_{AB}$  is the normal force that block  $A$  exerts on block  $B$ . By Newton's third law  $n_{AB}$  and  $n_{BA}$  are equal in magnitude and opposite in direction, so  $n_{AB} = 1.40 \text{ N}$ .  $f_{AB}$  is the kinetic friction force that  $A$  exerts on  $B$ . Block  $B$  moves to the left relative to  $A$  and  $f_{AB}$  opposes this motion, so  $f_{AB}$  is to the right.

$$f_{AB} = \mu_k n_{AB} = (0.30)(1.40 \text{ N}) = 0.420 \text{ N}$$

$n$  and  $f_k$  are the normal and friction force exerted by the floor on block  $B$ ;  $f_k = \mu_k n$ . Note that block  $B$  moves to the left relative to the floor and  $f_k$  opposes this motion, so  $f_k$  is to the right.

$$\sum F_y = ma_y$$

$$n - w_B - n_{AB} = 0$$

$$n = w_B + n_{AB} = 4.20 \text{ N} + 1.40 \text{ N} = 5.60 \text{ N}$$

Then  $f_k = \mu_k n = (0.30)(5.60 \text{ N}) = 1.68 \text{ N}$ .

$$\sum F_x = ma_x$$

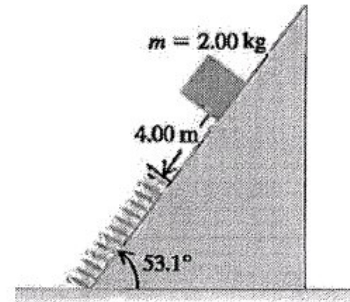
$$f_{AB} + T + f_k - F = 0$$

$$F = T + f_{AB} + f_k = 0.420 \text{ N} + 0.420 \text{ N} + 1.68 \text{ N} = 2.52 \text{ N}$$

#### **Problem 4 (8 Points)**

A package of mass  $m = 2 \text{ kg}$  is placed on an inclined plane of  $53.1^\circ$  and then released at a distance  $L = 4 \text{ m}$  from the top of a massless spring of force constant  $k = 120 \text{ N/m}$ . The spring is attached at the bottom of the inclined plane as shown in the figure. The coefficient of kinetic friction between the package and the incline is  $\mu_k = 0.2$ .

- What is the speed of the package just before it reaches the spring?
- What is the maximum compression of the spring?



### Solution

**IDENTIFY:** Apply Eq.(7.14) to the motion of the package.  $W_{\text{other}} = W_{f_k}$ , the work done by the kinetic friction force.

**SET UP:**  $f_k = \mu_k n = \mu_k mg \cos \theta$ , with  $\theta = 53.1^\circ$ . Let  $L = 4.00 \text{ m}$ , the distance the package moves before reaching the spring and let  $d$  be the maximum compression of the spring. Let point 1 be the initial position of the package, point 2 be just as it contacts the spring, point 3 be at the maximum compression of the spring, and point 4 be the final position of the package after it rebounds.

**EXECUTE:** (a)  $K_1 = 0$ ,  $U_2 = 0$ ,  $W_{\text{other}} = -f_k L = -\mu_k L \cos \theta$ .  $U_1 = mgL \sin \theta$ .  $K_2 = \frac{1}{2}mv^2$ , where  $v$  is the speed before the block hits the spring. Eq.(7.14) applied to points 1 and 2, with  $y_2 = 0$ , gives  $U_1 + W_{\text{other}} = K_2$ . Solving for  $v$ ,

$$v = \sqrt{2gL(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)} = \sqrt{2(9.80 \text{ m/s}^2)(4.00 \text{ m})(\sin 53.1^\circ - (0.20)\cos 53.1^\circ)} = 7.30 \text{ m/s}.$$

(b) Apply Eq.(7.14) to points 1 and 3. Let  $y_3 = 0$ .  $K_1 = K_3 = 0$ .  $U_1 = mg(L + d) \sin \theta$ .  $U_2 = \frac{1}{2}kd^2$ .

$W_{\text{other}} = -f_k(L + d)$ . Eq.(7.14) gives  $mg(L + d) \sin \theta - \mu_k mg \cos \theta(L + d) = \frac{1}{2}kd^2$ . This can be written as

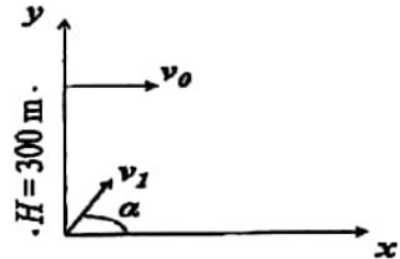
$d^2 \frac{k}{2mg(\sin \theta - \mu_k \cos \theta)} - d - L = 0$ . The factor multiplying  $d^2$  is  $4.504 \text{ m}^{-1}$ , and use of the quadratic formula gives  $d = 1.06 \text{ m}$ .



(Prendre  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Problème I (8 Points)**

Une bombe est lancée d'une hauteur  $H=300\text{m}$  avec une vitesse  $v_0 = 60 \text{ m/s}$  horizontalement. Un missile est envoyé pour intercepter et détruire cette bombe. La vitesse du missile est  $v_1$  et l'angle du tir est  $\alpha$  ( $\cos \alpha = 4/5$  et  $\sin \alpha = 3/5$ ).



- Déterminer le module de la vitesse  $\bar{v}_1$  pour que le missile intercepte la bombe.
- Quel est le temps nécessaire, après leur lancement, pour que le missile intercepte la bombe ?
- Déterminer les coordonnées  $(x, y)$  du point d'interception.

**Problème II (6 Points)**

Un avion léger atteint une vitesse dans l'air  $\vec{v}_{\text{avion/air}}$  de  $500 \text{ Km/h}$ . le pilote se déplace vers une destination située à  $800 \text{ Km}$  au Nord, il découvre que l'avion doit être dirigé de  $70^\circ$  Nord par rapport à l'Est pour arriver à sa destination. Alors l'avion arrive à sa destination dans 2 heures. (Astuce : vous pouvez choisir l'axe des  $x$  le long de la direction Est et l'axe des  $y$  le long de la direction Nord).

- Quels sont le module et l'orientation de la vitesse de l'avion par rapport à la terre  $\vec{v}_{\text{avion/terre}}$  ?
- Quels sont le module et l'orientation de la vitesse de l'air  $\vec{v}_{\text{air/terre}}$  ?

**Problème III (10 Points)**

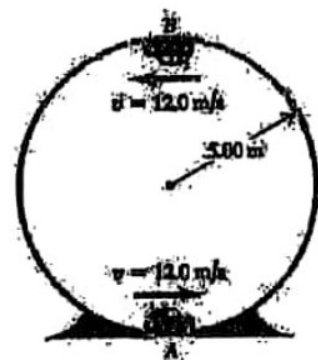
Pour éviter le glissement d'un bloc vers le bas d'un plan incliné, un étudiant A pousse le bloc dans une direction parallèle au plan incliné de sorte que le bloc reste en équilibre. Dans une situation identique, un autre étudiant B pousse le bloc avec une force horizontale. Soient  $m$  la masse du bloc,  $\mu_s$  le coefficient de frottement statique entre le bloc et le plan incliné et  $\theta$  l'angle d'inclinaison du plan.



- Tracer le diagramme des forces agissant sur le bloc dans chaque situation.
- Déterminer les modules des forces  $\vec{F}_A$  et  $\vec{F}_B$ .
- Prenons  $m = 2 \text{ kg}$ ,  $\theta = 25^\circ$  et  $\mu_s = 0,16$ , déterminer lequel de deux étudiants (A ou B) a effectué un effort plus facile.

**Problème IV (6 Points)**

Une voiture télécommandée de masse  $1,6 \text{ Kg}$  se déplace à une vitesse constante  $v = 12 \text{ m/s}$  en décrivant un mouvement circulaire vertical à l'intérieur d'un cylindre métallique creux de rayon  $R = 5 \text{ m}$  (voir figure). Quelle est le module de la force normale exercée par la paroi du cylindre sur la voiture au:



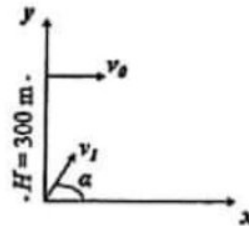
- Point A (au fond du cercle vertical) ?
- Point B (au sommet du cercle vertical) ?

(Take  $g = 10 \text{ m/s}^2$ )

**Problem 1 (8 Points)**

A bomb is launched horizontally from a height  $H = 300 \text{ m}$  with an initial speed  $v_0 = 60 \text{ m/s}$ . At the same time, a missile is launched (in the same vertical plane) in order to intercept this bomb and explode it in air. The speed of the missile is  $v_1$  and its angle of launching is  $\alpha$ , such that:  $\cos \alpha = 4/5$  and  $\sin \alpha = 3/5$ . The initial positions of the bomb and the missile are shown in the figure.

- Determine the speed  $v_1$  with which the missile can reach the bomb.
- At what time after launching them, the bomb and the missile do they intercept?
- What are the coordinates  $(x, y)$  of the point of interception?



**Solution:**

We shall find first the coordinates of the two projectiles separately:

Bomb:  $\theta_0 = 0$ , so  $x_B = v_0 t$ ,  $y_B = -1/2 g t^2 + H$

Missile:  $\theta_0 = \alpha$ , so  $x_M = v_1 \cos \alpha t$ ,  $y_M = -1/2 g t^2 + v_1 \sin \alpha t$

At the point of interception:  $x_B = x_M$  and  $y_B = y_M$

- From  $x_B = x_M$ ,  $v_0 t = v_1 \cos \alpha t$ , so  $v_1 = v_0 / (\cos \alpha) = (5/4) * 60 = 75 \text{ m/s}$ .
- From  $y_B = y_M$ ,  $-1/2 g t^2 + H = -1/2 g t^2 + v_1 \sin \alpha t$ , so  $t = H / (v_1 \sin \alpha) = 300 / (3/5 * 75) = 6.67 \text{ s}$ .
- $x_B = x_M = v_0 t = 60 * 6.67 = 400 \text{ m}$ .  $y_B = y_M = -1/2 g t^2 + H = -1/2 * 9.8 * (6.67)^2 + 300 = 77.6 \text{ m}$ .



**Problem 2 (6 Points)**

A light plane attains a wind-speed (i.e. the speed of the plane relative to the wind is  $v_{pw}$ ) of 500 km/h. The pilot sets out for a destination 800 km due north but discovers that the plane must be headed  $70^\circ$  north of east in order to get to his destination. The plane arrives in 2 hours. (Hint: You may choose the x-axis along the east direction and the y-axis along the north direction)

- What is the magnitude and direction of the velocity of the plane with respect to ground ( $v_{pg}$ )?
- What are the magnitude and direction of the wind velocity ( $v_{wg}$ )?

**Solution:**

- The destination is  $\vec{D} = 800 \text{ km } \hat{j}$  where we orient axes so that  $+y$  points north and  $+x$  points east. This takes two hours, so the (constant) velocity of the plane (relative to the ground) is  $\vec{v}_{pg} = (800/2 \text{ km/h}) \hat{j} = (400 \text{ km/h}) \hat{j}$ . Therefore,  $v_{pg} = 400 \text{ km/h}$  and  $\theta_{pg} = 90^\circ$ .
- This must be the vector sum of the plane's velocity with respect to the air which has  $(x,y)$  components  $(500\cos 70^\circ, 500\sin 70^\circ)$  and the velocity of the air (*wind*) relative to the ground. Thus,

$$\vec{v}_{pg} = \vec{v}_{pw} + \vec{v}_{wg}$$

$$(400 \text{ km/h}) \hat{j} = (500 \text{ km/h}) \cos 70^\circ \hat{i} + (500 \text{ km/h}) \sin 70^\circ \hat{j} + \vec{v}_{wg}$$

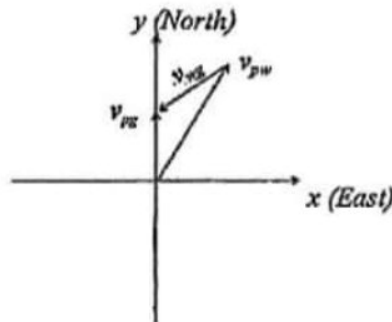
which yields

$$\vec{v}_{wg} = (-171 \text{ km/h}) \hat{i} - (70.0 \text{ km/h}) \hat{j}.$$

The magnitude of  $\vec{v}_{wg}$  is  $|\vec{v}_{wg}| = \sqrt{(-171 \text{ km/h})^2 + (-70 \text{ km/h})^2} = 185 \text{ km/h}$ .

The direction of  $\vec{v}_{wg}$  is

$$\theta_{wg} = \tan^{-1} \left( \frac{-70}{-171} \right) = (180 + 22.3)^\circ = 202.3^\circ \text{ or } 22.3^\circ \text{ south of west.}$$



### Problem 3 (10 Points)

To prevent a box from sliding down an inclined plane, student A pushes on the box in the direction parallel to the incline, just hard enough to hold the box stationary. In an identical situation student B pushes on the box horizontally. Regard as known the mass  $m$  of the box, the coefficient of static friction  $\mu_s$  between box and incline, and the inclination angle  $\theta$ .



- Sketch the force diagram in each situation.
- Determine the magnitudes of the forces  $F_A$  and  $F_B$ .
- Now take  $m = 2 \text{ kg}$ ,  $\theta = 25^\circ$  and  $\mu_s = 0.16$  and determine which student has the easier job (A or B).

#### Solution:

(a) Situation A

$$\begin{aligned}\sum F_x = ma_x: & F_A + \mu_s n - mg \sin \theta = 0 \\ \sum F_y = ma_y: & n - mg \cos \theta = 0\end{aligned}$$

Eliminate  $n = mg \cos \theta$  to solve for

$$F_A = mg(\sin \theta - \mu_s \cos \theta)$$

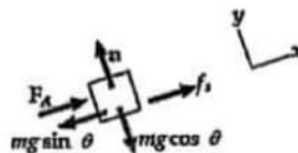


FIG. P5.53(a)

(b) Situation B

$$\begin{aligned}\sum F_x = ma_x: & F_B \cos \theta + \mu_s n - mg \sin \theta = 0 \\ \sum F_y = ma_y: & -F_B \sin \theta + n - mg \cos \theta = 0\end{aligned}$$

Substitute  $n = mg \cos \theta + F_B \sin \theta$  to find

$$F_B \cos \theta + \mu_s mg \cos \theta + \mu_s F_B \sin \theta - mg \sin \theta = 0$$

$$F_B = \frac{mg(\sin \theta - \mu_s \cos \theta)}{\cos \theta + \mu_s \sin \theta}$$

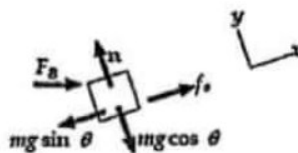


FIG. P5.53(b)

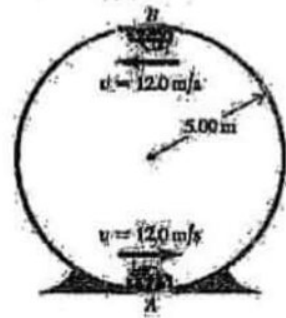
$$\begin{aligned}(c) \quad F_A &= 2 \cdot 10 \cdot (\sin 25^\circ - 0.16 \cos 25^\circ) = 5.55 \text{ N} \\ F_B &= \frac{2 \cdot 10 \cdot 0.278}{\cos 25^\circ + 0.16 \sin 25^\circ} = 5.70 \text{ N}\end{aligned}$$

Student **A** need exert less force.

**Problem 4 (6 Points)**

A small remote-control car with mass  $1.6 \text{ kg}$  moves at a constant speed of  $v = 12 \text{ m/s}$  in a vertical circle inside a hollow metal cylinder that has a radius of  $R = 5 \text{ m}$ , as shown in the figure. What is the magnitude of the normal force exerted on the car by the walls of the cylinder at:

- a) Point A (at the bottom of the vertical circle)?
- b) Point B (at the top of the vertical circle)?



**Solution:**

Take the positive y-axis upward:

- a)  $N_A - mg = mv^2/R$ , so  $N_A = m(g + v^2/R) = 62 \text{ N}$ .
- b)  $-N_B - mg = -mv^2/R$ , so  $N_B = m(v^2/R - g) = 30 \text{ N}$ .

We conclude that if the speed of the car changes  $N_A$  is always greater than the weight  $mg$  but  $N_B$  could be positive (the car stays in contact with the cylinder and pushes upward), zero (the car is about to fall down) and negative (the car falls down).