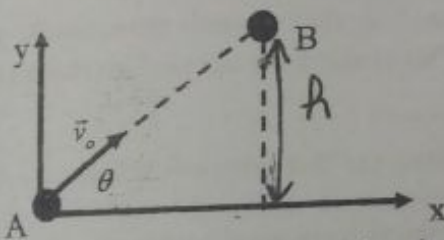
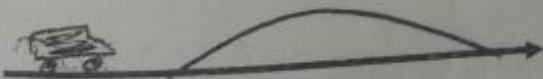


- I- On suppose que l'accélération d'une particule est donnée par la relation  $a = K \frac{v^{n+1}}{r^n}$  où  $K$  est une constante et  $n$  est un entier. Trouver la dimension de  $K$ .

- II- Un projectile A est lancé à la vitesse  $v_0$  faisant un angle  $\theta$  avec l'axe Ox, vers une cible B de façon qu'il sort du canon au moment où B commence à tomber en chute libre. Trouver le temps  $t$  où les deux particules se rencontrent.

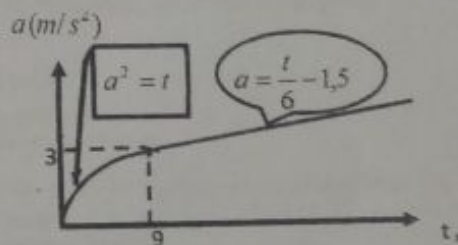


- III- Une voiture se déplace à la vitesse  $v = 2t^2$ . Elle passe après 5s de son départ sur une élévation de la route de rayon de courbure  $\rho = 500m$ . Calculer son accélération à ce moment.

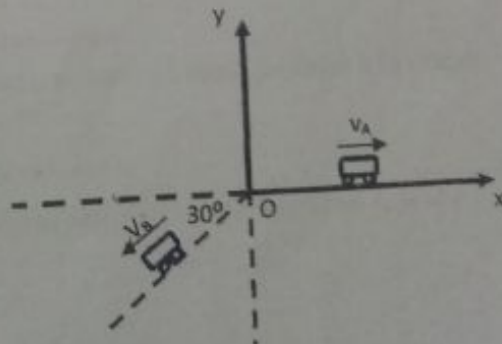


- IV- Une particule se déplace sur une trajectoire fermée définie par l'équation  $r = 0,15(1 - \cos \theta)$ . On admet qu'à l'instant où  $\theta = 180^\circ$  sa vitesse est donnée par  $v = 1,2m/s$ . Déterminer à cet instant sa vitesse angulaire  $\omega = \theta'$ .

- V- La courbe suivante représente la variation de l'accélération d'un motorcycle en fonction du temps. Déterminer le temps nécessaire pour qu'il atteigne la vitesse  $v = 30m/s$ .



- VI- Deux voitures A et B sont en mouvement uniforme dans le plan (xOy), telle que  $v_A = 5m/s$  et  $v_B = 8m/s$ . Déterminer la vitesse ( $\vec{v}_{A/B}$ ) de A par rapport à B (module et direction).





Cours : P1100  
Examen : Partiel

محمد الرحمن خوار

Date : 24-11-2017  
Durée : 1h

1- Une particule se déplace sous l'action de la force  $\vec{F} = -k\vec{x}$  où  $k$  est constante. Trouver la dimension de la constante  $k$ .

\*\*\*\*\*

2- La position d'une particule est donnée en coordonnées cartésiennes par le vecteur suivant :

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4t^2\hat{k}$$

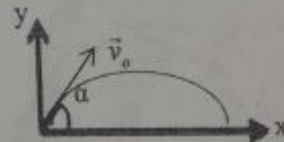
- Trouver les deux vecteurs vitesse et accélération à  $t=2s$ .
- Déterminer les coordonnées cylindriques de cette particule.

\*\*\*\*\*

3- Un point M se déplace sur l'axe Ox avec une accélération  $\vec{a} = -kv^2\hat{i}$  où  $k$  est une constante. On donne à  $t=0$ ,  $x_0=10m$  et  $v_0=30m/s$ . Trouver l'expression de sa vitesse.

\*\*\*\*\*

4- Déterminer la vitesse initiale pour que la particule puisse traverser 6m suivant l'axe Ox. On donne  $\alpha=60^\circ$ .



\*\*\*\*\*

5- Les coordonnées polaires d'une particule sont données par :  $r = 2e^{wt}$  et  $\theta = wt$ .

- Trouver le module de sa vitesse.
- En déduire la longueur de son abscisse curviligne S après 2sec. On donne  $w = 2rd/s$ .

\*\*\*\*\*

6- Une voiture se déplace sur une route circulaire dans un plan horizontal de rayon  $R=100m$  à la vitesse  $v=20(m/s)$ . Calculer son accélération après 4s. On donne à  $t=0$ ,  $v_0=0$ .

\*\*\*\*\*

7- La position d'une particule est donnée par le vecteur  $\vec{r} = R(\cos wt)\hat{i} + R(\sin wt)\hat{j} + (ct)\hat{k}$  où  $R$ ,  $w$  et  $c$  sont des constantes.

- Trouver  $a_n$  et  $a_t$ .
- Trouver le rayon de courbure de sa trajectoire.

\*\*\*\*\*

8- Une particule M lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur  $h$  tombe en effectuant un mouvement rectiligne uniformément accélérée d'accélération  $g$  suivant la verticale  $O_1y_1$ .

- Déterminer le vecteur position de cette particule par rapport à une voiture qui se déplace à vitesse constante  $\vec{v} = V\hat{i}_1$  sur l'axe  $O_1x_1$ . On rappelle :  $\vec{r}_a = \vec{r}_e + \vec{r}_r$ .
- En déduire sa trajectoire relative.

\*\*\*\*\*





1- (10-Points)

- Evaluer les dimensions de la pression  $P = \rho g h$  où  $\rho = \frac{m}{V}$ .
- Donner l'unité de la pression dans le système international.

2- (25-Points)

On considère une particule  $M$  qui se déplace à une vitesse  $v = 5e^{-3x}$ .

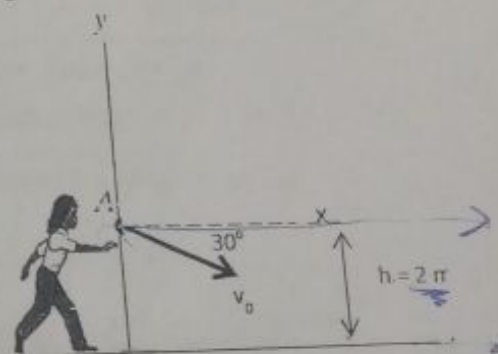
- Déterminer sa position instantanée. On donne à  $x=0$ ,  $t=0$ . Déduire la vitesse en fonction du temps.
- A quel instant l'accélération deviendra-t-elle le quart de sa valeur à l'origine.

3- (25-Points)

Une balle est lancée sous un angle de  $30^\circ$  avec l'horizontal à la vitesse

$$v_0 = 8 \text{ m/s}.$$

- Calculer sa vitesse et son accélération tangentielle à  $t = 0.25 \text{ s}$ .
- Si la balle est lancée à partir du point A de hauteur  $h = 2 \text{ m}$ . Calculer son accélération normale juste au moment où la balle touche le sol. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



4- (15-Points)

Les coordonnées polaires d'une particule sont donnés par:  $r = t$  et  $\theta = e^{-t}$ .

- Trouver les composantes radiale et orthoradiale de son accélération.
- Aux quels instants la composante orthoradiale s'annule.

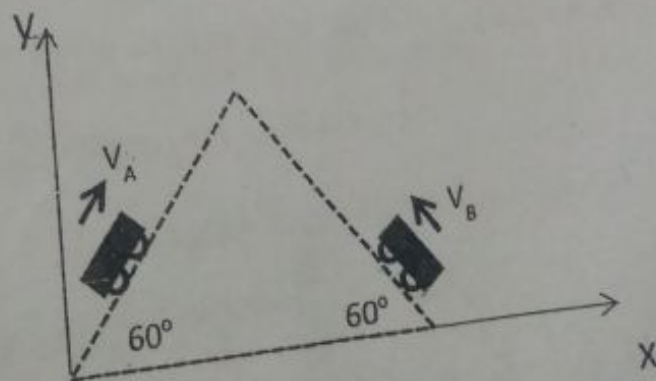
5- (25-Points)

Deux voitures A et B ont un mouvement uniforme à deux dimension, telle que  $v_A = v_B = 10 \text{ m/s}$ .

On donne à  $t = 0$ :  $x_A = y_A = 0$ ;  $x_B = 25 \text{ m}$ ,  $y_B = 0$

Déterminer à  $t = 2 \text{ s}$ :

- les vecteurs position  $\vec{r}_A$  et  $\vec{r}_B$ .
- Le vecteur position ( $\vec{r}_{A/B}$ ) de la voiture A par rapport à B.
- la vitesse ( $\vec{v}_{A/B}$ ) de la voiture A par rapport à B.



$$M T L^{-1} L T^{-1} L =$$

Solution :

1- a)

$$P = \rho g h$$

$$\rho = \frac{m}{V} = M L^{-3}, P = (M L^{-3})(L T^{-2})(L) = M L T^{-2}$$

$$\text{et } P = (F)(L^{-2})$$

$$\text{mais } F = mg = M L T^{-2}$$

b) Unité en SI est (N/m<sup>2</sup>)

$$2-a) v = 5e^{-3x} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int e^{3x} dx = \int 5 dt + c \Rightarrow \frac{1}{3} e^{3x} = 5t + c \Rightarrow x = \frac{1}{3} \ln(15t + 3c), \text{ à } t=0, x=0$$

$$x = \frac{1}{3} \ln(15t + 1) \quad v = 5e^{-3x} \Rightarrow \ln\left(\frac{v}{5}\right) = -3x = -3 \cdot \frac{1}{3} \ln(15t + 1) = \ln\left(\frac{1}{15t + 1}\right) \quad \text{et } v = \frac{5}{15t + 1}$$

$$b) a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{5}{15t + 1} \right) = \frac{-75}{(15t + 1)^2} \quad \text{à l'origine } a = -75 \text{ m/s}^2$$

$$\frac{-75}{(15t + 1)^2} = \frac{-75}{4} \Rightarrow 15t + 1 = \pm 2 \Rightarrow t = \frac{1}{15} \quad ; t = \frac{-1}{5} \quad \text{à rejeter}$$

$$3-a) v_x = v_0 \cos \theta_0 = 8 \cos(-30) = 4\sqrt{3} \text{ m/s}$$

$$v_y = -gt + v_0 \sin \theta_0 = -10t + 8 \sin(-30) = -10t - 4$$

$$v = \sqrt{48 + (10t + 4)^2} = \sqrt{48 + 100t^2 + 80t + 16} = \sqrt{100t^2 + 80t + 64} \Big|_{t=0.25} = 9.5 \text{ m/s}$$

$$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{200t + 80}{2\sqrt{100t^2 + 80t + 64}} = \frac{100t + 40}{\sqrt{100t^2 + 80t + 64}} \Big|_{t=0.25} = 6.84 \text{ m/s}^2$$

$$b) \text{ La balle touche juste le sol } \Rightarrow y = 0 \Rightarrow -5t^2 - 4t + 2 = 0 \Rightarrow t = 0.35 \text{ s et}$$

$$a_t = \frac{100t + 40}{\sqrt{100t^2 + 80t + 64}} \Big|_{t=0.35} = 7.35 \text{ m/s}^2 \text{ et } a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{g^2 - a_t^2} = 6.7 \text{ m/s}^2$$

$$4-a) r = t \rightarrow r' = 1 \rightarrow r'' = 0$$

$$a_r = r'' = 0 \rightarrow r'' - r' \theta'^2 = -e^{-2t}$$

$$\theta = e^{-t} \rightarrow \theta' = -e^{-t} \rightarrow \theta'' = e^{-t}$$

$$a_\theta = r\theta'' + 2r'\theta' = te^{-t} - 2e^{-t} = e^{-t}(t - 2)$$

$$b) a_\theta = 0 \Rightarrow e^{-t}(t - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \infty \\ t = 2 \text{ s} \end{cases}$$

5-a)

$$\vec{r}_A = x_A \vec{i} + y_A \vec{j} = (v_{Ax} t + x_{0A}) \vec{i} + (v_{Ay} t + y_{0A}) \vec{j}$$

$$= (v_A \cos 60) t \vec{i} + (v_A \sin 60) t \vec{j} = 5t \vec{i} + 5\sqrt{3} t \vec{j} \Big|_{t=2s} = 10 \vec{i} + 17 \vec{j} \equiv \begin{cases} r_A = 19.72 \text{ m} \\ \alpha \approx 60^\circ \end{cases}$$

$$\vec{r}_B = x_B \vec{i} + y_B \vec{j} = (v_{Bx} t + x_{0B}) \vec{i} + (v_{By} t + y_{0B}) \vec{j}$$

$$= [(-v_B \cos 60) t + 25] \vec{i} + (v_B \sin 60) t \vec{j} = (-5t + 25) \vec{i} + 5\sqrt{3} t \vec{j} = 15 \vec{i} + 17 \vec{j} \equiv \begin{cases} r_B = 22.67 \text{ m} \\ \alpha \approx 49^\circ \end{cases}$$

$$b) \vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = (10t - 25) \vec{i} \Big|_{t=2s} = -5 \vec{i}$$

$$c) v_{A/B} = \dot{\vec{r}}_{A/B} = 10 \vec{i}$$



Exercice 1 :

La viscosité cinématique  $\mu$  d'un liquide est une grandeur physique qui est donnée par la relation suivante :

$$\mu = \frac{P \cdot t}{\rho}$$

Où  $P$  est la pression du liquide,  $t$  est le temps de son écoulement et  $\rho$  est sa masse volumique.

- Trouver l'équation aux dimensions de la pression.
- Trouver l'équation aux dimensions de la viscosité cinématique  $\mu$ .

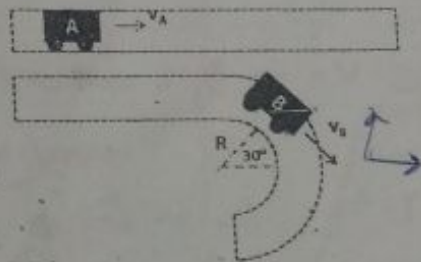
Exercice 2 :

L'accélération d'un point en mouvement sur l'axe  $ox$  est  $a = 6x + 2$ . Pour  $x = 0$ ,  $v_0 = 10 \text{ cm/s}$ . Trouver  $v$  en fonction de  $x$ .

Exercice 3 :

Deux trains A et B roulent sur deux chemins rectilignes parallèles à la même vitesse constante  $V_A = V_B = 100 \text{ km/h}$ . Le train A continue en mouvement rectiligne tandis que le train B tourne un virage assimilé à un arc d'un cercle de rayon  $R = 40 \text{ km}$ .

Calculer les vecteurs vitesse et accélération de B par rapport à A à l'instant montré sur la figure ci-contre.



Exercice 4 :

Un point M décrit un cercle de rayon  $R = 2 \text{ m}$  et l'équation horaire angulaire de son mouvement par rapport à une origine donnée, s'écrit :

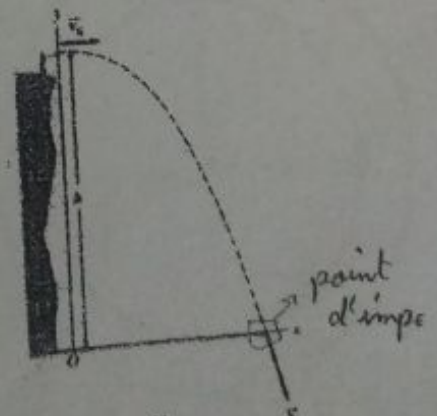
$$\theta = 2t^2 + t$$

- Déterminer la vitesse angulaire de M en fonction du temps. En déduire sa vitesse  $\vec{v}(t)$ .
- Déterminer l'accélération angulaire de M. Quelle est alors la nature du mouvement de M.
- Trouver la valeur de l'accélération tangentielle  $a_t$  de M.
- Déterminer le vecteur accélération  $\vec{a}$  de M à l'instant  $t = 1 \text{ s}$ .

Exercice 5 :

Un garçon se trouvant au bord d'une falaise lance une pierre horizontalement avec une vitesse de  $18 \text{ m/s}$ . La falaise s'élève de  $50 \text{ m}$  au-dessus d'une plage horizontale tel que montre la figure.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Calculer le temps que la pierre prend pour taper la plage.
- Avec quelle vitesse et quel angle d'impact la pierre touche la plage?
- Trouver l'accélération normale au point d'impact.



Bon Travail

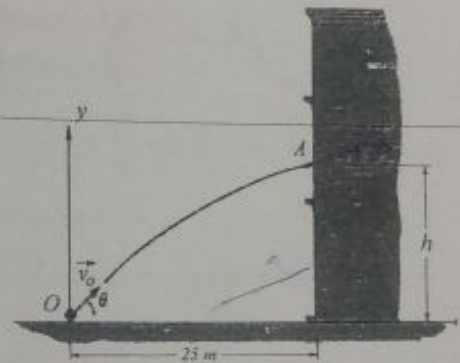




1. On considère une particule  $M$  qui se déplace sur une droite  $x'Ox$ . En passant par l'origine  $O$  la particule est soumise à une accélération  $\vec{a} = \left(\frac{x^2}{2}\right)\vec{i}$ . Trouver la vitesse pour  $x = 40$  m. On admet qu'à  $t = 0$ ,  $v_0 = 20$  m/s.

2. Une particule est lancée à partir de l'origine avec une vitesse initiale  $v_0$  faisant un angle  $\theta = 60^\circ$  avec l'horizontale. Après  $1.5$  s elle touche un immeuble au point  $A$  de hauteur  $h$ .

- Calculer  $v_0$  si l'immeuble se trouve à la distance  $x = 25$  m par rapport à l'origine.
- Trouver la direction de la vitesse au point  $A$ .

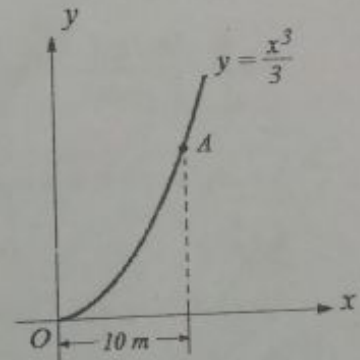


3. Un avion vole dans un plan vertical en suivant une trajectoire définie par les équations paramétriques suivantes :  $r = 5 \cos \theta$  et  $\theta = 3t$ . Calculer les composantes : radiale et orthoradiale de son accélération à l'instant  $t = 1$  s.

4. Une voiture se déplace dans un plan vertical sur une trajectoire d'équation  $y = \frac{x^3}{60}$ . Elle passe par le point  $A$  d'abscisse  $x_A = 10$  m à la vitesse constante  $10$  m/s.

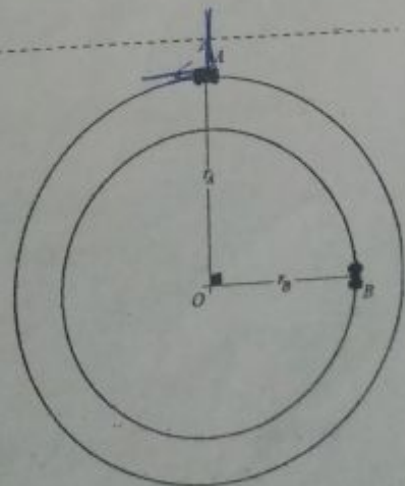
- Trouver le rayon de courbure de sa trajectoire au point  $A$ .
- Déterminer le vecteur accélération (module et direction).

(On donne :  $\rho = \frac{[1 + (dy/dx)^2]^{3/2}}{d^2y/dx^2}$ )



5. Deux voitures  $A$  et  $B$  sont en course sur une piste circulaire selon une vitesse constante. La vitesse de  $A$  est  $v_A = 28$  m/s et celle de  $B$  est  $v_B = 32$  m/s. Le rayon du cercle de la voiture  $A$  est  $r_A = 90$  m mais celui de la voiture  $B$  est  $r_B = 80$  m.

Calculer la vitesse et l'accélération de  $B$  par rapport à  $A$  à l'instant où les deux voitures se trouvent dans deux directions perpendiculaires (voir figure).



Ex 1

$$a = \left(\frac{x^3}{2}\right)' \Rightarrow a dx = v dv \Rightarrow \frac{x^3}{2} dx = v dv \Rightarrow \int_0^x \frac{x^3}{2} dx = \int_0^v v dv \Rightarrow \frac{x^4}{8} = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{x^4}{4} + v_0^2}$$

Pour  $x=40\text{m}$  et  $v_0=20\text{m/s}$  on trouve :  $v = \sqrt{\frac{40^4}{4} + 20^2} = 147,4\text{m/s}$  (10)

Ex 2

a)  $a_r = 0 \Rightarrow v_r = \text{cte} = v_0 \cos \theta \Rightarrow x = (v_0 \cos \theta) t \Rightarrow 25 = v_0 \cos 60 \times 1,5 \Rightarrow v_0 = 33,3\text{m/s}$

b)  $v_x = 33,3 \times \cos 60 = 33,3 \times 0,5 = 16,65\text{m/s}$  et  
 $v_y = -gt + v_0 \sin \theta = -10 \times 1,5 + 33,3 \times 0,866 = 13,84\text{m/s}$  (25)

$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{13,84}{16,65} = 0,83 \Rightarrow \theta = 39,7^\circ$

Ex 3

$r = 5 \cos \theta \Rightarrow \dot{r} = -5 \times 3 \times \sin 3t \Rightarrow \dot{r} = -15 \times 3 \cos 3t$   
 $\theta = 3t \Rightarrow \dot{\theta} = 3 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$

$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\vec{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\vec{e}_\theta \rightarrow \begin{cases} \ddot{a}_r = -45 \cos 3 - 5 \cos 3 \times 9 = -90 \cos 3 = 89\text{m/s}^2 \\ \ddot{a}_\theta = -2 \times 15 \sin 3 \times 3 = -90 \sin 3 = -12,7\text{m/s}^2 \end{cases}$  (15)

Ex 4

$y = \frac{x^3}{60} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{20} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{10^2}{20} = 5 \Rightarrow \alpha = 78,7^\circ$   $y = \frac{x^3}{60} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{10}$

$\rho = \frac{\left|1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right|^{3/2}}{d^2y/dx^2} = \frac{(1+5^2)^{3/2}}{10/10} = 132,6\text{m}$  (25)

$v = \text{cte} \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow a = a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{100}{132,6} = 0,75\text{m/s}^2$ . La direction est  $\beta = 78,7 + 90 = 168,7^\circ$ .

Ex 5

$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 32\vec{j} - 28\vec{i}$   $\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A = (\vec{a}_{Bt} + \vec{a}_{Bn}) - (\vec{a}_{At} + \vec{a}_{An})$

$v_A = \text{cte} \Rightarrow a_{At} = 0 \Rightarrow a_A = a_{An} = \frac{v_A^2}{r_A} = \frac{28^2}{90} = 8,7\text{m/s}^2$

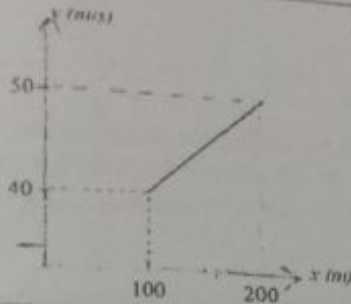
$v_B = \text{cte} \Rightarrow a_{Bt} = 0 \Rightarrow a_B = a_{Bn} = \frac{v_B^2}{r_B} = \frac{32^2}{80} = 12,8\text{m/s}^2$  (25)

$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A = -12,8\vec{i} + 8,7\vec{j}$



Problème 1

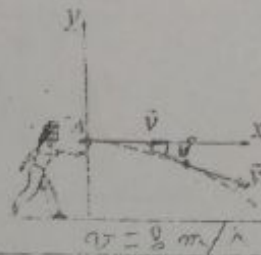
La droite suivante présente la variation de la vitesse en fonction de la position. Calculer l'accélération au point  $x = 150m$ .



Problème 2

Une balle est éjectée horizontalement à la vitesse  $v = 8m/s$ .

Calculer sa vitesse et son accélération tangentielle à  $t = 0.25s$ .



Problème 3

Quelle est l'équation de la spirale illustrée à la figure ci-contre en coordonnées polaires ?



Problème 4

Calculer la vitesse de la voiture B relativement à la voiture A à l'instant montré dans la figure ci-contre.

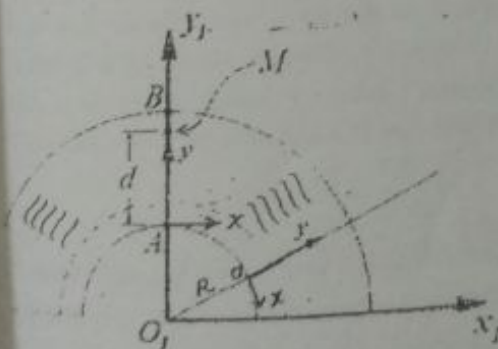
On donne :  
 $a_A = 48km/h^2$ ,  
 $v_B = 32km/h$ , et  $\theta = 30^\circ$



$$\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$$

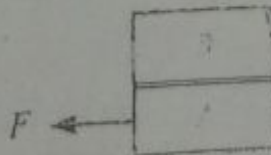
Problème 5

Dans une rivière coule à la vitesse angulaire  $\omega = 2r^2$  en tout un courant circulaire de centre  $O_1$ . Un garçon veut traverser la distance AB. Il nage à la vitesse  $V$  par rapport au ruisseau. Donner l'expression de son accélération absolue (calcul) à la position donnée où  $AM = d$ .



Problème 6

Chaque bloc a une masse m et le coefficient de frottement de toutes les surfaces est  $\mu$ . Si une force  $F$  déplace le bloc A, déterminer son accélération.





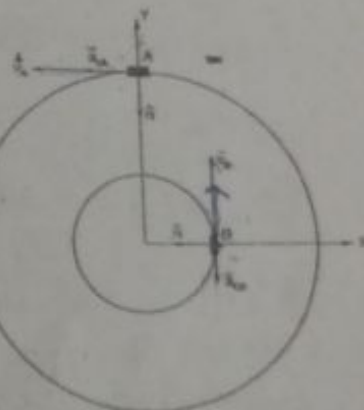


1. L'accélération d'une fusée lancée verticalement est donnée par l'équation  $a = (6 + 0,02z)$  où  $z$  est mesurée en  $m$ . Déterminer sa vitesse à l'altitude  $z = 2 \text{ km}$ . On donne à  $t = 0$ ,  $z = 0$  et  $v_z = 0$ .



2. La position d'une particule en coordonnées cartésiennes est définie par le vecteur  $\vec{r} = \hat{i} + 4t^2 \hat{j} + t \hat{k}$ .

a- Calculer la valeur de son accélération tangentielle à  $t = 1 \text{ s}$ .  
b- Quelle est la forme de sa trajectoire ?



3. Deux voitures A et B se déplacent sur la même large route circulaire mais sur deux cercles de rayons différents :

Voiture A :  $r_A = 90 \text{ m}$ ,  $v_A = 27 \text{ m/s}$ ,  $a_A = 4,5 \text{ m/s}^2$ .

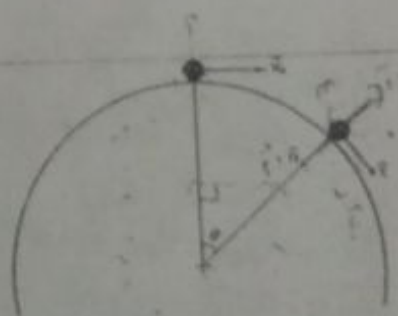
Voiture B :  $r_B = 75 \text{ m}$ ,  $v_B = 31,5 \text{ m/s}$ ,  $a_B = 7,5 \text{ m/s}^2$ .

Calculer l'accélération de A par rapport à B lorsque l'angle entre les deux rayons est  $\theta = 90^\circ$ .

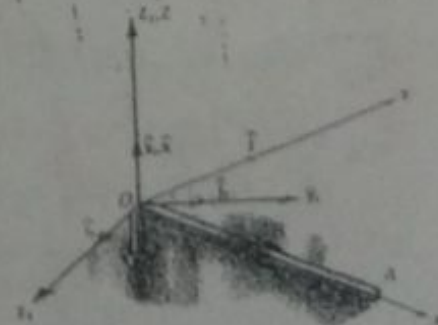
4. Une particule M est lancée à partir de l'origine avec une vitesse initiale  $v_x = 5 \text{ m/s}$ . En se déplaçant sur l'axe Ox elle se trouve soumise à une force de frottement  $\vec{F} = -b\vec{v}$ .

a- Calculer l'expression de sa vitesse instantanée.  
b- Que se passe-t-il si  $t \rightarrow \infty$  ?

5. Une particule de masse  $m$  est lancée du sommet d'une sphère de rayon  $R$  à la vitesse initiale  $v_0 = 1,5 \text{ m/s}$ . Elle se déplace sans frottement sur la sphère. Calculer l'intensité de la réaction  $N$  à l'instant où  $\theta = 41,4^\circ$  et  $v = 2,74 \text{ m/s}$ . Que peut-on déduire ?

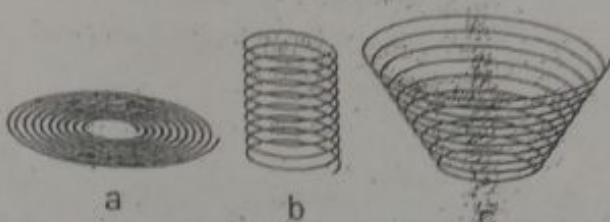


6. Soit une tige OA tourne avec une accélération angulaire  $\vec{\alpha} = 2t \hat{k}$ , dans un plan horizontal. Un anneau B peut glisser sans frottement le long de cette tige avec une accélération  $\vec{a} = 2t \hat{i}$ . Calculer l'accélération de Coriolis de l'anneau en supposant qu'à  $t = 0$ ,  $\omega_z = 0$  et  $v_x = 0$ .

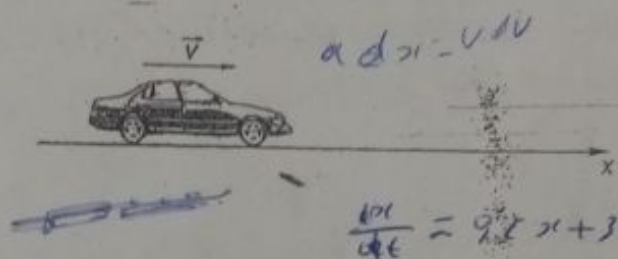




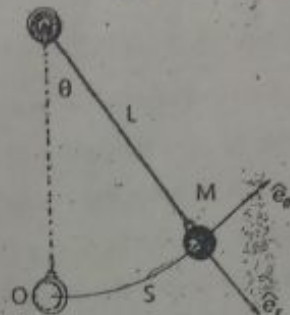
1- Un point se déplace le long d'une courbe dont les équations paramétriques sont :  $x = t \sin \omega t$ ,  $y = t \cos \omega t$ ,  $z = t$ . Choisissez parmi les courbes suivantes la trajectoire de cette particule.



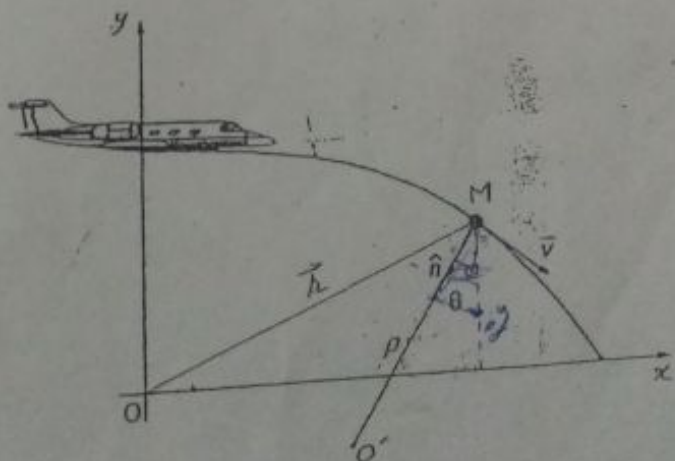
2- Une voiture se déplace le long d'une route rectiligne à la vitesse  $v = 0.2x + 3$  où  $x$  est sa position instantanée. Calculer son accélération au point  $x = 60m$  et le temps nécessaire pour traverser cette distance.



3- Le mouvement pendulaire de faible amplitude d'une masse  $M$  suspendue par un fil de longueur  $L$  est donné par l'arc  $\widehat{OM} = s = A \sin \omega_0 t$  où  $s$  est l'abscisse curviligne. Déterminer la composante ortho-radiale de la vitesse de  $M$ .



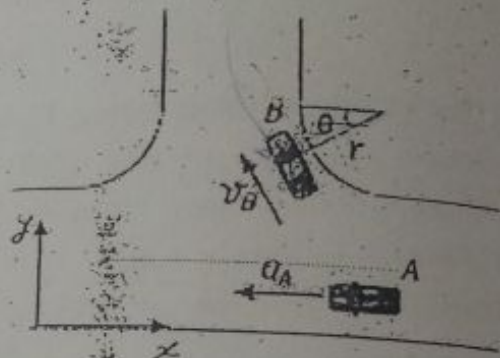
4- Un avion vole à la vitesse  $\vec{v}_0$  horizontale lâche une bombe  $M$ . On admet qu'à l'instant indiqué sur la figure la vitesse de la bombe est  $v = 160m/s$ . Trouver à cet instant la longueur du rayon de courbure de la trajectoire. On donne  $\theta = 50^\circ$ ,  $g = 10m/s^2$ .



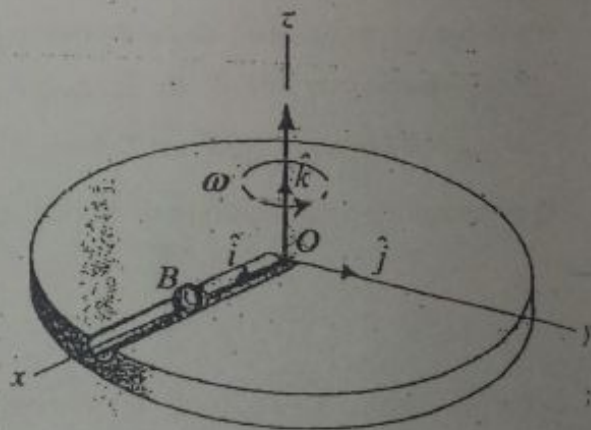
5- Un homme jette une balle à une hauteur  $10\text{ m}$  au dessus de la route avec une vitesse initiale  $v_0 = 10\text{ m/s}$  et  $\theta = 30^\circ$ . Un chariot roule sans vitesse initiale comme l'indique la figure ci-contre. Déterminer l'accélération du chariot pour que la balle tombe à l'intérieur du chariot. On donne  $g = 10\text{ m/s}^2$ .



6- Calculer l'accélération de la voiture B relativement à la voiture A à l'instant montré dans la figure ci-contre. On donne:  $a_A = 48\text{ km/h}^2$ ,  $v_B = 32\text{ km/h}$ ,  $a_{Bt} = 1280\text{ km/h}^2$ ,  $r = 0.5\text{ km}$  et  $\theta = 30^\circ$ .



7- Un disque (D) de centre O et de rayon R tourne autour de l'axe Oz à la vitesse angulaire  $\omega = 2t^2$ . Une balle M part du centre O sans vitesse initiale et se déplace le long du rayon R avec une accélération relative constante, a. Calculer l'accélération d'entraînement de la particule M dans le repère  $(\hat{i}, \hat{j}, \hat{k})$  lié au disque.





30-11-2010

$$1/ \begin{aligned} x &= t \sin \omega t & y &= t \cos \omega t & z &= t \\ \sin \omega t &= \frac{x}{t} & \cos \omega t &= \frac{y}{t} & z &= t \\ \frac{x^2}{t^2} + \frac{y^2}{t^2} &= 1 \Rightarrow x^2 + y^2 &= t^2 \\ z &= t \end{aligned}$$

trajetoria "C"

$$2/ v = 0,2x + 3$$

$$a dx = v dv \Rightarrow a = v \frac{dv}{dx}$$

$$a = (0,2x + 3) \times 0,2 = 0,4 + 0,6$$

$$a = 3 \text{ m/s}^2$$

$$v = \frac{dx}{dt} = 0,2x + 3 \Rightarrow \int \frac{dx}{0,2x + 3} = \int dt$$

$$t = \frac{1}{0,2} \ln \left( \frac{0,2x + 3}{3} \right) = 8,05 \text{ s}$$

$$1/ \vec{v}_\theta = R \dot{\theta} = L \dot{\theta}$$

$$s = R \theta \Rightarrow \theta = \frac{s}{L} = \frac{A \sin \omega_0 t}{L}$$

$$\dot{\theta} = \frac{A \omega_0 \cos \omega_0 t}{L}$$

$$v_\theta = A \omega_0 \cos \omega_0 t$$

$$4/ a_n = \frac{v^2}{\rho} \Rightarrow \rho = \frac{v^2}{a_n}$$

$$a_n = g \cos \theta = 10 \times \cos 50 = 6,43 \text{ m/s}^2$$

$$\rho = \frac{(160)^2}{6,43} = 3981 \text{ m}$$

$$5/ \begin{aligned} y &= \frac{1}{2} g t^2 + (v_{0y} \sin \theta) t & x &= v_{0x} \cos \theta t \\ y &= -10 = -\frac{1}{2} 10 t^2 + (10 \sin 30) t & x &= \frac{1}{2} a t^2 \\ -5 t^2 + 5 t + 10 &= 0 \Rightarrow t = 2 \text{ s} \\ x &= x \Rightarrow \frac{a}{2} (2^2) = 10 \cos 30 \Rightarrow a = 8,66 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$6/ \begin{aligned} \vec{a}_B &= \vec{a}_A + \vec{a}_{B/A} \\ \vec{a}_{B/A} &= \vec{a}_B - \vec{a}_A = \vec{a}_{Bt} + \vec{a}_{Bn} - \vec{a}_A \\ \vec{a}_{B/A} &= a_{Bt} \hat{t} + a_{Bn} \hat{n} - \vec{a}_A \hat{i} \\ \hat{t} &= -\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j} \\ \hat{n} &= \cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j} \\ \vec{a}_{B/A} &= a_{Bt} (-\sin \theta \hat{i} + \cos \theta \hat{j}) + a_{Bn} (\cos \theta \hat{i} + \sin \theta \hat{j}) - (a_A \hat{i}) \\ \vec{a}_{B/A} &= (-a_{Bt} \sin \theta + a_{Bn} \cos \theta + a_A) \hat{i} + (a_{Bt} \cos \theta + a_{Bn} \sin \theta) \hat{j} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} a_{B/A} \hat{i} &= -1280 \times \sin 30 + \frac{(32)^2}{9,5} \cos 10 + 48 = 181,6 \\ a_{B/A} \hat{j} &= 1280 \times \cos 30 + \frac{(32)^2}{9,5} \sin 10 = 2134,5 \\ a_{B/A} &= \sqrt{181,6^2 + 2134,5^2} = 2158 \text{ m/s}^2 \end{aligned}$$

$$7/ \begin{aligned} \vec{a}_e &= \vec{a}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}_{OM} + \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}_{OM}) \\ &= 0 + 4 \hat{k} \times \frac{1}{2} a t^2 \hat{i} + \omega \hat{k} \times t \hat{k} \\ \vec{a}_e &= 2 a t^2 \hat{j} - 2 a t \hat{i} \end{aligned}$$



1- La position d'une particule sur l'axe  $x'ox$  est donnée par  $x=4v$  où  $v$  est sa vitesse. Déterminer l'expression de sa position instantanée  $x(t)$  si elle part du point  $x_0=1m$  à  $t=0$ .

\*\*\*\*\*

2- Les équations paramétrique d'une particule sont données par :  $x=A\cos\omega t$ ,  $y=A\sin\omega t$  et  $z=3t^3+3$ . Trouver la composante orthoradiale de sa vitesse en coordonnées cylindriques.

\*\*\*\*\*

3- On suppose que la position instantanée d'une particule dans l'espace est donnée par le vecteur  $\vec{r} = 2e^{2t}\hat{i} + 2e^{2t}\hat{j} + 2e^{2t}\hat{k}$ . Trouver les composantes d'un vecteur unitaire tangente à sa trajectoire.

\*\*\*\*\*

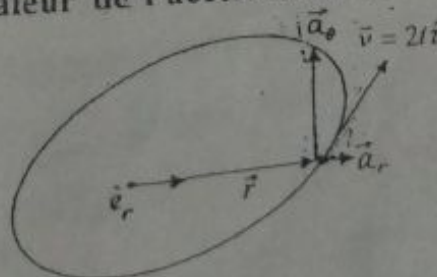
4-  $(2t)$  représente le taux de variation de la vitesse d'une particule sur sa trajectoire. Déterminer la valeur de son accélération normale à  $t=2s$  si le rayon de courbure de la trajectoire à cet instant est  $4m$ . On donne  $v_0=0$  à  $t=0$ .

\*\*\*\*\*

5- Trouver l'équivalence entre les unités de l'énergie entre les deux systèmes SI (joule) et cgs (erg).

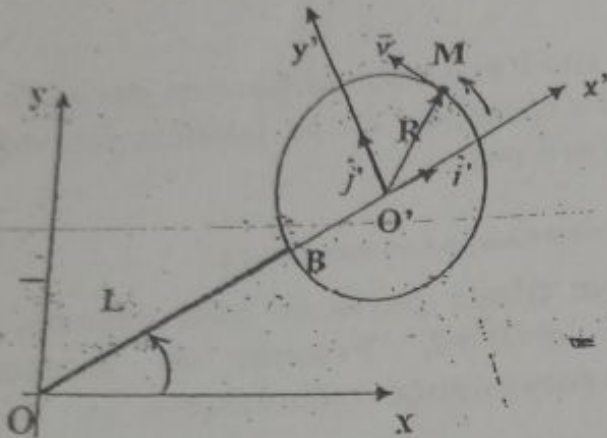
\*\*\*\*\*

6- La figure ci-contre montre les différentes grandeurs cinématique d'une particule. Trouver la valeur de l'accélération normale. On donne  $a_r = 2m/s^2$ ,  $a_\theta = 2m/s^2$ .



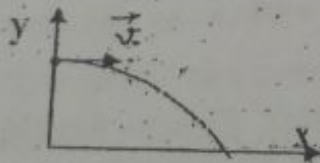


- 7- Une tige  $OB$  de longueur  $L$  tourne autour de l'axe  $Oz$  à la vitesse angulaire  $\omega_1 = 2\text{ rad/s}$ . On fixe sur son extrémité  $B$  un anneau de rayon  $R = 1\text{ m}$ . Une particule  $M$  roule sur l'anneau à la vitesse angulaire  $\omega_2 = 2\text{ rad/s}$ . Calculer la vitesse d'entraînement de  $M$  en fonction des vecteurs unitaires  $(\vec{i}', \vec{j}')$ .



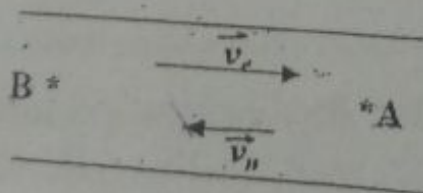
\*\*\*\*\*

- 8- Une balle de tennis servie horizontalement à  $2,4\text{ m}$  au-dessus du sol. Sa vitesse initiale est  $30\text{ m/s}$ . Où retombera-t-elle ?



\*\*\*\*\*

- 9- Un nageur se déplace contre le courant d'une rivière à la vitesse  $v_n = 4\text{ m/s}$ . Il lui faut combien de temps pour traverser la distance  $AB$  si la vitesse de l'eau est  $v_e = 6\text{ m/s}$ .



\*\*\*\*\*



Phys100 - 2009-2010  
partiel

$$x = 4v \Rightarrow x = 4 \frac{dx}{dt} \Rightarrow dt = \frac{4 dx}{x}$$

$$\int dt = \int 4 \frac{dx}{x} \Rightarrow t = 4 \ln x + C$$

$$\text{à } t=0, x=1 \Rightarrow C = -4 \ln 1 = 0$$

$$\vec{v} = \dot{\rho} \hat{e}_\rho + \rho \dot{\theta} \hat{e}_\theta \Rightarrow \vec{v}_0 = \rho \dot{\theta}$$

$$\rho \sqrt{\dot{x}^2 + \dot{y}^2} = \sqrt{A^2 \cos^2 \omega t + A^2 \sin^2 \omega t} = A$$

$$\dot{\theta} \rho = \frac{y}{x} = \frac{\sin \omega t}{\cos \omega t} = \tan \omega t \Rightarrow \theta = \omega t$$

$$v_0 = A \omega$$

$$\vec{c} = \frac{\vec{v}}{v} = \frac{4e^{2t} \hat{i} + 4e^{2t} \hat{j} + 4e^{2t} \hat{k}}{\sqrt{16e^{4t} + 16e^{4t} + 16e^{4t}}}$$

$$\hat{c} = \frac{\hat{i} + \hat{j} + \hat{k}}{\sqrt{3}}$$

$$a_t = 2t \Rightarrow v_t = \int a_t dt = t^2 + \frac{v_0^2}{2}$$

$$a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{t^4}{r} = \frac{2^4}{4} = 4 \text{ m/s}^2$$

$$S/ W = F \cdot d \Rightarrow \text{Eq. aux dimensions}$$

$$[W] = [F][L] = [M][L^2][T^{-2}]$$

$$\frac{\text{Joule}}{\text{erg}} = \frac{\text{kg}}{\text{g}} \frac{\text{m}^2}{\text{cm}^2} \frac{\text{s}^{-2}}{\text{s}^{-2}} = \frac{1000}{1} \frac{(100)^2}{1} = 10^7$$

$$1 \text{ Joule} = 10^7 \text{ erg}$$

$$a_n^2 = a^2 - a_t^2 = (a_r^2 + a_\theta^2) - a_t^2$$

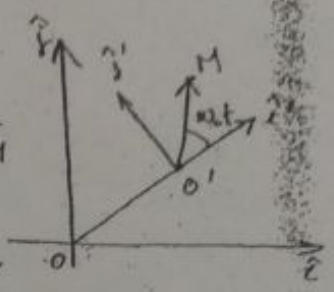
$$a_n^2 = (2^2 + 2^2) - 2^2 = 4 \Rightarrow a_n = 2 \text{ m/s}^2$$

$$7/ \vec{\omega}_1 = 2t \hat{k}'$$

$$\vec{\omega}_2 = 2 \hat{k}'$$

$$\vec{v}_c = \vec{v}_0 + \vec{\omega}_1 \wedge \vec{O'H}$$

$$\vec{v}_0 = \vec{\omega}_2 \wedge \vec{O'O'}$$

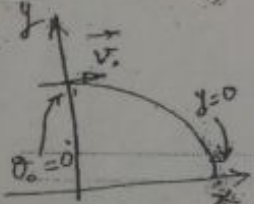
$$= 2t \hat{k}' \wedge L \hat{i}'$$


$$\vec{O'H} = R \cos \omega_2 t \hat{i}' + R \sin \omega_2 t \hat{j}'$$

$$\vec{v}_c = 2t L \hat{j}' + 2t R [\cos \omega_2 t \hat{i}' + \sin \omega_2 t \hat{j}']$$

$$\vec{v}_c = (2t R \sin 2t) \hat{i}' + 2t (L + R \cos 2t) \hat{j}'$$

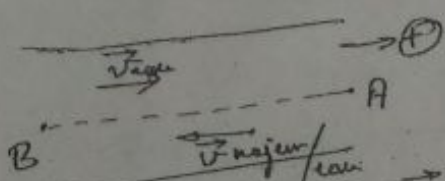
$$8/ y = -\frac{1}{2} g t^2 + (v_0 \sin \theta_0) t$$

$$x = (v_0 \cos \theta_0) t$$


pour  $\theta_0 = 0$

$$y = -\frac{1}{2} g t^2 + v_0 t + y_0 \text{ et } x = v_0 t$$

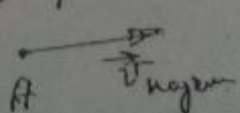
$$\text{si } y = 0 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,7 \text{ s} \Rightarrow x = 30 \times 0,7 = 21 \text{ m}$$

$$9/ \vec{v}_{\text{nojeu}} \rightarrow \oplus$$


$$\vec{v}_a = \vec{v}_c + \vec{v}_r \Rightarrow \vec{v}_{\text{nojeu}} = \vec{v}_{\text{can}} + \vec{v}_{\text{nojeu/can}}$$

$$v_{\text{nojeu}} = v_{\text{can}} - v_{\text{nojeu/can}} = 6 - 4 = 2 \text{ m/s}$$

$v_{\text{nojeu}} > 0 \Rightarrow$  le nojeu se déplace dans le sens positif. Il ne peut pas atteindre le point  $\Rightarrow t \rightarrow \infty$



I - Considérons une particule qui se déplace sur une trajectoire rectiligne. Après deux seconds de son départ sa vitesse et son accélération deviennent reliés par la relation  $v = \frac{4}{a}$

a- Déterminer l'expression de sa vitesse instantanée. On donne  $v=6\text{m/s}$  à  $t=2\text{s}$ .

b- En déduire la valeur de son accélération après 3s.

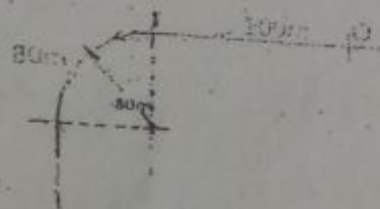
II- Une particule se déplace sur une trajectoire parabolique définie par l'équation  $y = 0.5x^2$ . On admet qu'elle part de l'origine sans vitesse initiale et que la composante de sa vitesse suivant l'axe  $Ox$  est donnée par l'équation  $v_x = 5t$

a- Déterminer le vecteur vitesse de cette particule.

b- Déterminer ses coordonnées polaires après 2s.

c- Calculer le rayon de courbure de la trajectoire à cet instant.

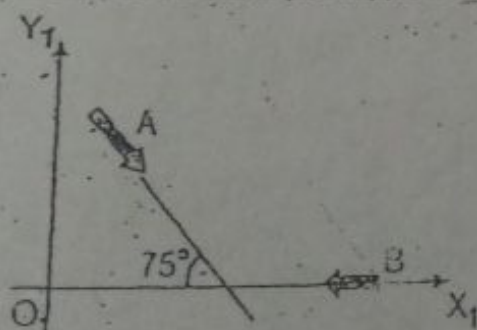
III- Un auto A part du point O sans vitesse initiale en suivant la trajectoire représentée sur la figure ci-contre. Il traverse 100m en ligne droite puis un arc de 80m sur un cercle de rayon 80m. Si le taux de variation de sa vitesse est donnée par  $0.02t$  déterminer les modules de sa vitesse et de son accélération après avoir traversé la distance 180m.



IV- Deux avions A et B volent à la même altitude. Le mouvement de A est rectiligne uniforme à vitesse  $v_A=600\text{km/h}$ , tandis que celui de B est uniformément accéléré avec une accélération  $a=50\text{m/h}^2$ . On suppose que l'angle entre les directions des deux mouvements est  $\alpha=75^\circ$ .

a- Déterminer la vitesse de l'avion B après 2 heures par rapport au repère  $O, X_1, Y_1$ . On donne sa vitesse initiale  $v_0=100\text{km/h}$ .

b- Déterminer la vitesse et l'accélération de l'avion B par rapport à l'avion A. Que peut-on conclure?





1/ a/  $v = \frac{4}{2} \Rightarrow v = \frac{4}{\frac{dv}{dt}} \Rightarrow v dv = 4 dt \Rightarrow \int v dv$   
 $\Rightarrow \frac{1}{2} v^2 = 4t + C$  à  $t = 2s, v = 6 m/s \Rightarrow \frac{36}{2} = 8 + C \Rightarrow C$

$\frac{1}{2} v^2 = 4t + 10 \Rightarrow v^2 = 8t + 20 \Rightarrow \boxed{v = \sqrt{8t + 20}}$

b/ A  $t = 3s, v = \sqrt{8 \times 3 + 20} = \sqrt{24 + 20} = \sqrt{44}$

$v = 6,63 m/s$

$a = \frac{4}{v} = \frac{4}{6,63} = 0,6 m/s^2$

لا تتركوا الناس يعرفوا أنك تعلم

1/ a/  $y = 0,5x^2$   
 $v_x = 5t \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{5t^2}{2} \Rightarrow x = 2,5t^2 \Rightarrow y = 0,5(2,5t^2)^2 \\ y = 3,125t^4 \Rightarrow v_y = 12,5t^3 \end{cases}$

$\vec{v} = 5t \hat{i} + 12,5t^3 \hat{j}$

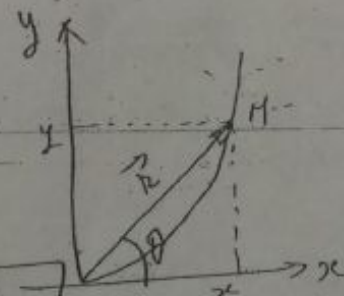
b/  $r = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(2,5t^2)^2 + (3,125t^4)^2}$

à  $t = 2s, r = \sqrt{(2,5 \times 2^2)^2 + (3,125 \times 2^4)^2} = \boxed{51m}$

$\tan \theta = \frac{y}{x} = \frac{3,125t^4}{2,5t^2} = 1,25t^2 \Rightarrow \tan \theta = 1,25 \times 2^2 = 5 \Rightarrow \boxed{\theta = 78,7^\circ}$

c/  $\rho = \left| \frac{1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2}{\frac{dy}{dx}} \right|^{3/2} = \left| \frac{(1 + x^2)^{3/2}}{1} \right| = \frac{(1 + (2,5t^2)^2)^{3/2}}{1}$

$\frac{dy}{dx} = x, \frac{d^2y}{dx^2} = 1 \Rightarrow (1 + (2,5 \times 2^2)^2)^{3/2} = 1015m$





$$a_t = 902t \Rightarrow v = \int a_t dt = \frac{902}{2} t^2 + c \Rightarrow c = 0$$

$$\int v dt = \int 901 t^2 dt = \frac{901}{3} t^3 + c \Rightarrow \Delta = 90033 t^3$$

$$\Delta = 180 \text{ m on } a \quad 180 = 90033 t^3 \Rightarrow t = \sqrt[3]{\frac{180}{90033}}$$

$$t = 37,798 \text{ s}$$

At instant :  $v = 901 t^2 = 901 \times (38)^2 \approx 14,3 \text{ m/s}$

$$a_t = 902 t = 6,756 \text{ m/s}^2$$

$$a_n = \frac{v^2}{R} = \frac{(14,44)^2}{80} = 2,55 \text{ m/s}^2$$

$$a = \sqrt{a_n^2 + a_t^2} = 2,66 \text{ m/s}^2$$

IV) a/  $a_B = 50 \text{ km/h} \Rightarrow v_B = \int a_B dt = a_B t + v_{0B}$

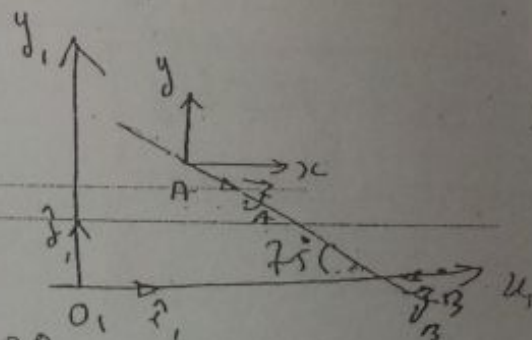
$\dot{a} t = 0, v_{0B} = 100 \text{ km/h} \Rightarrow v_{0B} = 100 \text{ km/h} \Rightarrow v_B = 50t + 100$

$\dot{a} t = 2h \Rightarrow v_B = 200 \text{ km/h}$

b/  $\vec{v}_B = \vec{v}_A + \vec{v}_{B/A}$

$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A$

$$\vec{v}_{B/A} = -(50t + 100) \hat{i}_1 - (600 \cos 75) \hat{j}_1 + (600 \sin 75) \hat{j}_1$$



At  $t = 2h$   $\vec{v}_{B/A} = -355,3 \hat{i} + 579,6 \hat{j} \Rightarrow \begin{cases} v_{B/A} = 679,8 \text{ km/h} \\ \theta = 58,5^\circ \end{cases}$

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A$$

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B$$

$$v_A = a_t \Rightarrow \vec{a}_A = \vec{0}$$

même accélération  
système de repères Galiléen.

Note : traiter 5 exercices parmi les 6 ci-dessous

1. Une particule est lancée sans vitesse initiale à partir de l'origine  $O$  d'un axe linéaire. Son accélération est donnée par  $\vec{a} = 2x^3 \hat{i}$  où  $x$  est mesurée en mètre. Déterminer sa vitesse au point  $B$  qui se trouve à  $x=200m$  loin de  $O$ .

✓

2. Si  $x = 1 - t$  et  $y = \frac{1}{2}t^2$  les coordonnées cartésiennes d'une particule à l'instant  $t$ , déterminer son abscisse curviligne après 4 secondes. On donne :  $\int \sqrt{1+t^2} dt = \frac{1}{2} \left[ t + \sqrt{1+t^2} + \ln |t + \sqrt{1+t^2}| \right]$ .

3. Une voiture part du repos et se déplace sur une route circulaire de rayon  $R=200m$ . La variation de sa vitesse en fonction du temps est donnée par  $(0, 2t)$ . Déterminer l'amplitude de son accélération à  $t=5, 7s$ .

4. Les coordonnées polaires d'une particule sont données par  $r = \frac{1}{3}t^3$  and  $\theta = \frac{1}{2}t^2$ . Déterminer la composante radiale de son accélération.

5. Un homme H1 voyage par bateau dans une rivière entre deux points  $A$  et  $B$ . La vitesse du bateau par rapport à l'eau est  $10km/h$  et la vitesse de l'eau est  $4km/h$ . Un autre homme H2 fait à bicyclette le même voyage à la vitesse  $10km/h$ .

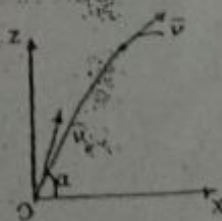
Les deux hommes partent du point  $A$  simultanément et font le trajet allé-retour ( $A-B-A$ ). Lequel revient le premier au point  $A$ . On donne la distance  $AB=15km$ .



constante positive. On donne  $g=10m/s^2$ .

b- Montrer que la vitesse suivant l'axe  $Ox$  est donnée par

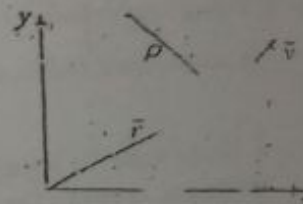
$v_x = (v_0 \cos \alpha) e^{-\frac{g}{v_0} t}$  où  $v_0$  est la vitesse initiale et  $\alpha$  est sa direction par rapport à l'axe  $Ox$ .



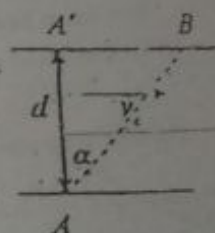
I- Une voiture se déplace dans un plan horizontal de sorte que sa position est donnée par le vecteur  $\vec{r} = 2t^2\vec{i} + t^3\vec{j}$ . Calculer son accélération tangentielle après 2s de son départ.

II- Un avion vole dans un plan vertical en suivant une trajectoire définie par les équations paramétriques suivantes :  $r = 5 \cos \theta$ , et  $\theta = 30t^2$ . Calculer la composante orthoradiale de sa vitesse à l'instant  $t = 1s$  ( $r$  est exprimé en m et  $\theta$  en radian).

III- A un instant donnée la vitesse et l'accélération d'un train sont données par :  $v = 20m/s$ ,  $a = 8m/s^2$  et l'angle entre les deux vecteur est  $(\vec{v}, \vec{a}) = 60^\circ$ . Calculer la valeur du rayon de courbure de sa trajectoire à cet instant.



IV- Un bateau se déplace à la vitesse  $v_b = 7m/s$  par rapport à l'eau d'une rivière de largeur  $d = 15m$ . L'eau de la rivière coule à la vitesse  $v_e = 2m/s$ . Pour aller de A vers B le capitaine oriente le bateau dans l'eau dans une direction  $AA'$  perpendiculaire au bord. Calculer l'angle  $\alpha$  qui détermine la direction suivi par le bateau.



V- Un homme tire une caisse de 50kg avec une force  $F = 400N$  faisant un angle  $\alpha = 30^\circ$  avec l'horizontal. Si le coefficient de frottement cinétique est  $\mu_k = 0.2$ , l'accélération de la caisse est :

On donne  $g = 10m/s^2$ .

