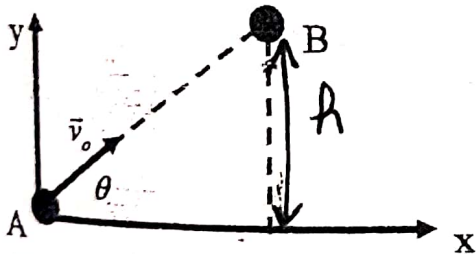


I- On suppose que l'accélération d'une particule est donnée par la relation  $a = K \frac{v^{n+1}}{r^n}$  où K est une constante et n est un entier. Trouver la dimension de K.

II- Un projectile A est lancé à la vitesse  $v_0$  faisant un angle  $\theta$  avec l'axe Ox, vers une cible B de façon qu'il sort du canon au moment où B commence à tomber en chute libre. Trouver le temps t où les deux particules se rencontrent.

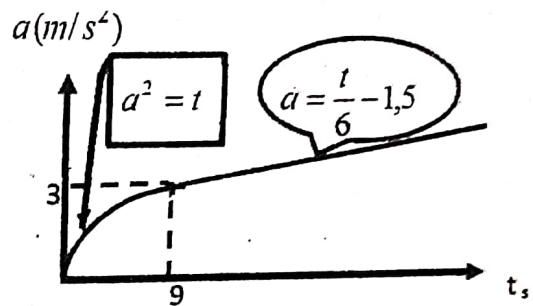


III- Une voiture se déplace à la vitesse  $v = 2t^2$ . Elle passe après 5s de son départ sur une élévation de la route de rayon de courbure  $\rho = 500m$ . Calculer son accélération à ce moment.

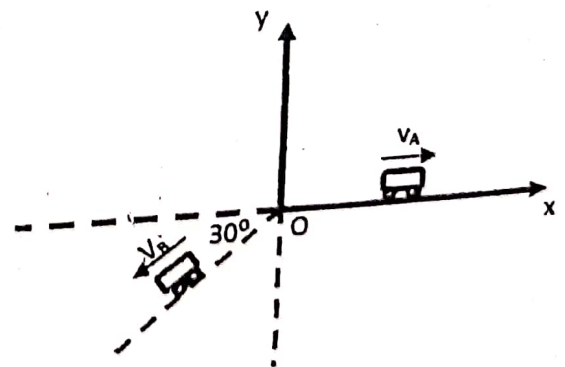


IV- Une particule se déplace sur une trajectoire fermée définie par l'équation  $r = 0,15(1 - \cos \theta)$ . On admet qu'à l'instant où  $\theta = 180^\circ$  sa vitesse est donnée par  $v = 1,2m/s$ . Déterminer à cet instant sa vitesse angulaire  $\omega = \theta'$ .

V- La courbe suivante représente la variation de l'accélération d'un motocycle en fonction du temps. Déterminer le temps nécessaire pour qu'il atteigne la vitesse  $v = 30m/s$ .



VI- Deux voitures A et B sont en mouvement uniforme dans le plan (xOy), telle que  $v_A = 5m/s$  et  $v_B = 8m/s$ . Déterminer la vitesse ( $\vec{v}_{A/B}$ ) de A par rapport à B (module et direction).





Cours : P1100  
Examen : Partiel

محمد الرحمن خوار

Date : 24-11-2017  
Durée : 1h

1- Une particule se déplace sous l'action de la force  $\vec{F} = -k\vec{x}$  où  $k$  est constante. Trouver la dimension de la constante  $k$ .

\*\*\*\*\*

2- La position d'une particule est donnée en coordonnées cartésiennes par le vecteur suivant :

$$\vec{r} = 2\hat{i} + \hat{j} + 4t^2\hat{k}.$$

a- Trouver les deux vecteurs vitesse et accélération à  $t=2s$ .

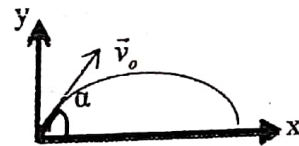
b- Déterminer les coordonnées cylindriques de cette particule.

\*\*\*\*\*

3- Un point M se déplace sur l'axe Ox avec une accélération  $\vec{a} = -kv^2\hat{i}$  où  $k$  est une constante. On donne à  $t=0$ ,  $x_0=10m$  et  $v_0=30m/s$ . Trouver l'expression de sa vitesse. (5)

\*\*\*\*\*

4- Déterminer la vitesse initiale pour que la particule puisse traverser 6m suivant l'axe Ox. On donne  $\alpha=60^\circ$ .



\*\*\*\*\*

5- Les coordonnées polaires d'une particule sont données par :  $r = 2e^{wt}$  et  $\theta = wt$ . (5)

a- Trouver le module de sa vitesse.

b- En déduire la longueur de son abscisse curviligne S après 2sec. On donne  $w = 2rd/s$ .

\*\*\*\*\*

6- Une voiture se déplace sur une route circulaire dans un plan horizontal de rayon  $R=100m$  à la vitesse  $v=2t(m/s)$ . Calculer son accélération après 4s. On donne à  $t=0$ ,  $v_0=0$ . (5)

\*\*\*\*\*

7- La position d'une particule est donnée par le vecteur  $\vec{r} = R(\cos wt)\hat{i} + R(\sin wt)\hat{j} + (ct)\hat{k}$  où  $R$ ,  $w$  et  $c$  sont des constantes. (5)

a- Trouver  $a_n$  et  $a_t$ .

b- Trouver le rayon de courbure de sa trajectoire.

\*\*\*\*\*

8- Une particule M lâchée sans vitesse initiale d'une hauteur  $h$  tombe en effectuant un mouvement rectiligne uniformément accélérée d'accélération  $g$  suivant la verticale  $O_1y_1$ .

a- Déterminer le vecteur position de cette particule par rapport à une voiture qui se déplace à vitesse constante  $\vec{v} = V\hat{i}_1$  sur l'axe  $O_1x_1$ . On rappelle :  $\vec{r}_o = \vec{r}_e + \vec{r}_r$ .

b- En déduire sa trajectoire relative.

\*\*\*\*\*



Cours: Phys1100  
Examen: Partiel

عبد الرحمن حمار

Année: 2016 / 2017  
Durée: 1 heure

1- (10-Points)

- a) Evaluer les dimensions de la pression  $P = \rho g h$  où  $\rho = \frac{m}{V}$ .  
b) Donner l'unité de la pression dans le système international.

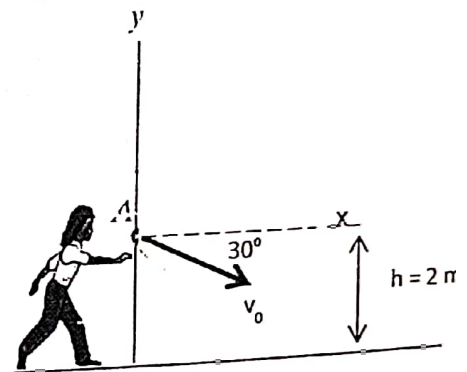
2- (25-Points)

- On considère une particule  $M$  qui se déplace à une vitesse  $v = 5e^{-3x}$ .  
a) Déterminer sa position instantanée. On donne à  $x=0$ ,  $t=0$ . Déduire la vitesse en fonction du temps.  
b) A quel instant l'accélération deviendra-t-elle le quart de sa valeur à l'origine.

3- (25-Points)

Une balle est lancée sous un angle de  $30^\circ$  avec l'horizontal à la vitesse  $v_0 = 8 \text{ m/s}$ .

- a) Calculer sa vitesse et son accélération tangentielle à  $t = 0.25 \text{ s}$ .  
b) Si la balle est lancée à partir du point A de hauteur  $h = 2 \text{ m}$ . Calculer son accélération normale juste au moment où la balle touche le sol. ( $g = 10 \text{ m/s}^2$ ).



4- (15-Points)

- Les coordonnées polaires d'une particule sont donnés par:  $r = t$  et  $\theta = e^{-t}$ .  
a) Trouver les composantes radiale et orthoradiale de son accélération.  
b) Aux quels instants la composante orthoradiale s'annule.

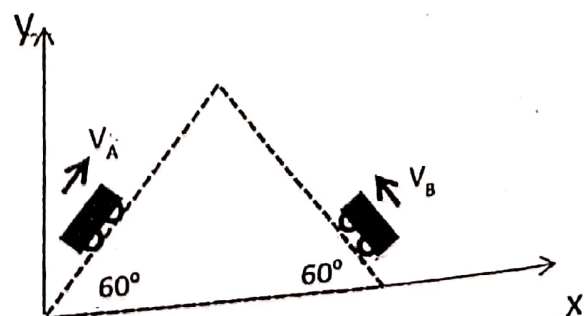
5- (25-Points)

Deux voitures A et B ont un mouvement uniforme à deux dimension, telle que  $v_A = v_B = 10 \text{ m/s}$ .

On donne à  $t = 0$ :  $x_A = y_A = 0$ ;  $x_B = 25 \text{ m}$ ,  $y_B = 0$

Déterminer à  $t = 2 \text{ s}$ :

- a) les vecteurs position  $\vec{r}_A$  et  $\vec{r}_B$ .  
b) Le vecteur position ( $\vec{r}_{A/B}$ ) de la voiture A par rapport à B.  
c) la vitesse ( $\vec{v}_{A/B}$ ) de la voiture A par rapport à B.



Bon Travail



Solution :

1- a)  $F = -\rho g h$

$\rho = \frac{m}{V} = \frac{M}{L^3}$ ,  $F = (ML^{-3})(L^3)(L) = ML^{-1}L^3 = ML^2L^{-1} = ML$

b) Unité en SI est (Nm<sup>2</sup>).

mais  $F = mg \equiv MLT^{-2}$

2-a)  $v = 5e^{-3x} = \frac{dx}{dt} \Rightarrow \int e^{3x} dx = \int 5 dt + c \Rightarrow \frac{1}{3} e^{3x} = 5t + c \Rightarrow x = \frac{1}{3} \ln(15t + 3c)$ , à  $t = 0$ ,  $x = 0$

$x = \frac{1}{3} \ln(15t + 1)$   $v = 5e^{-3x} \Rightarrow \ln(\frac{v}{5}) = -3x = -3 \cdot \frac{1}{3} \ln(15t + 1) = \ln(\frac{1}{15t + 1})$  et  $v = \frac{5}{15t + 1}$

b)  $a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left( \frac{5}{15t + 1} \right) = \frac{-75}{(15t + 1)^2}$  à l'origine  $a = -75 \text{ m/s}^2$

$\frac{-75}{(15t + 1)^2} = \frac{-75}{4} \Rightarrow 15t + 1 = \pm 2 \Rightarrow t = \frac{1}{15}$  ;  $t = \frac{-1}{5}$  à rejeter

$v_x = v_0 \cos \theta_0 = 8 \cos(-30) = 4\sqrt{3} \text{ m/s}$

3- a)  $y = -gt + v_0 \sin \theta_0 = -10t + 8 \sin(-30) = -10t - 4$

$v = \sqrt{48 + (10t + 4)^2} = \sqrt{48 + 100t^2 + 80t + 16} = \sqrt{100t^2 + 80t + 64} \Big|_{t=0.25} = 9.5 \text{ m/s}$

$a_t = \frac{dv}{dt} = \frac{200t + 80}{2\sqrt{100t^2 + 80t + 64}} = \frac{100t + 40}{\sqrt{100t^2 + 80t + 64}} \Big|_{t=0.25} = 6.84 \text{ m/s}^2$

b) La balle touche juste le sol  $\Rightarrow y = 0 \Rightarrow -5t^2 - 4t + 2 = 0 \Rightarrow t = 0.35 \text{ s}$  et

$a_t = \frac{100t + 40}{\sqrt{100t^2 + 80t + 64}} \Big|_{t=0.35} = 7.35 \text{ m/s}^2$  et  $a_n = \sqrt{a^2 - a_t^2} = \sqrt{g^2 - a_t^2} = 6.7 \text{ m/s}^2$

4- a)  $r = t \rightarrow r' = 1 \rightarrow r'' = 0$   $a_r = r - t \rightarrow r'' - r' \theta'^2 = -\theta'^2$

$\theta = e^{-t} \rightarrow \theta' = -e^{-t} \rightarrow \theta'' = e^{-t}$   $a_\theta = r\theta'' + 2r'\theta' = te^{-t} - 2e^{-t} = e^{-t}(t - 2)$

b)  $a_\theta = 0 \Rightarrow e^{-t}(t - 2) = 0 \Rightarrow \begin{cases} t = \infty \\ t = 2 \text{ s} \end{cases}$

5-a)

$\vec{r}_A = x_A \vec{i} + y_A \vec{j} = (v_A t + x_{0A}) \vec{i} + (v_{Ay} t + y_{0A}) \vec{j}$

$\vec{r}_B = x_B \vec{i} + y_B \vec{j} = (v_B \cos 60^\circ) \vec{i} + (v_B \sin 60^\circ) \vec{j} = 5t \vec{i} + 5\sqrt{3}t \vec{j} \Big|_{t=2s} = 10\vec{i} + 17\vec{j} \equiv \begin{cases} r_A = 19.72 \text{ m} \\ \alpha \approx 60^\circ \end{cases}$

b)  $\vec{r}_{A/B} = \vec{r}_A - \vec{r}_B = (10t - 25) \vec{i} \Big|_{t=2s} = -5\vec{i}$   
c)  $v_{A/B} = \dot{\vec{r}}_{A/B} = 10\vec{i}$   
 $\equiv [(-v_B \cos 60^\circ) + 25] \vec{i} + (v_B \sin 60^\circ) \vec{j} = (-5t + 25) \vec{i} + 5\sqrt{3}t \vec{j} = 15\vec{i} + 17\vec{j} \equiv \begin{cases} r_B = 22.67 \text{ m} \\ \alpha \approx 49^\circ \end{cases}$

Exercice 1 :

La viscosité cinématique  $\mu$  d'un liquide est une grandeur physique qui est donnée par la relation suivante :

$$\mu = \frac{P \cdot t}{\rho}$$

Où  $P$  est la pression du liquide,  $t$  est le temps de son écoulement et  $\rho$  est sa masse volumique.

- Trouver l'équation aux dimensions de la pression.
- Trouver l'équation aux dimensions de la viscosité cinématique  $\mu$ .

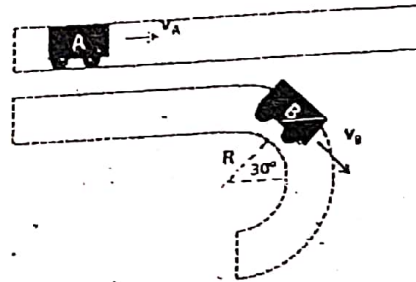
Exercice 2 :

L'accélération d'un point en mouvement sur l'axe  $ox$  est  $a = 6x + 2$ . Pour  $x = 0$ ,  $v_0 = 10 \text{ cm/s}$ . Trouver  $v$  en fonction de  $x$ .

Exercice 3 :

Deux trains A et B roulent sur deux chemins rectilignes parallèles à la même vitesse constante  $V_A = V_B = 100 \text{ km/h}$ . Le train A continue en mouvement rectiligne tandis que le train B tourne un virage assimilé à un arc d'un cercle de rayon  $R = 40 \text{ km}$ .

Calculer les vecteurs vitesse et accélération de B par rapport à A à l'instant montré sur la figure ci-contre.



Exercice 4 :

Un point M décrit un cercle de rayon  $R = 2 \text{ m}$  et l'équation horaire angulaire de son mouvement par rapport à une origine donnée, s'écrit :

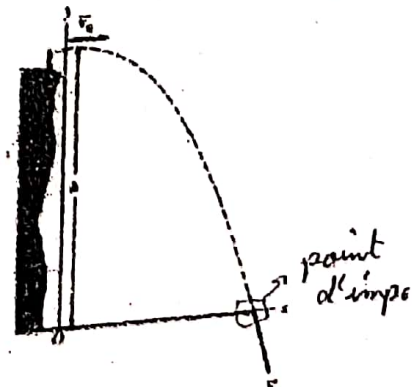
$$\theta = 2t^2 + t$$

- Déterminer la vitesse angulaire de M en fonction du temps. En déduire sa vitesse  $\vec{v}(t)$ .
- Déterminer l'accélération angulaire de M. Quelle est alors la nature du mouvement de M.
- Trouver la valeur de l'accélération tangentielle  $a_t$  de M.
- Déterminer le vecteur accélération  $\vec{a}$  de M à l'instant  $t = 1 \text{ s}$ .

Exercice 5 :

Un garçon se trouvant au bord d'une falaise lance une pierre horizontalement avec une vitesse de  $18 \text{ m/s}$ . La falaise s'élève de  $50 \text{ m}$  au-dessus d'une plage horizontale tel que montre la figure.  $g = 10 \text{ m/s}^2$ .

- Calculer le temps que la pierre prend pour taper la plage.
- Avec quelle vitesse et quel angle d'impact la pierre touche la plage?
- Trouver l'accélération normale au point d'impact.



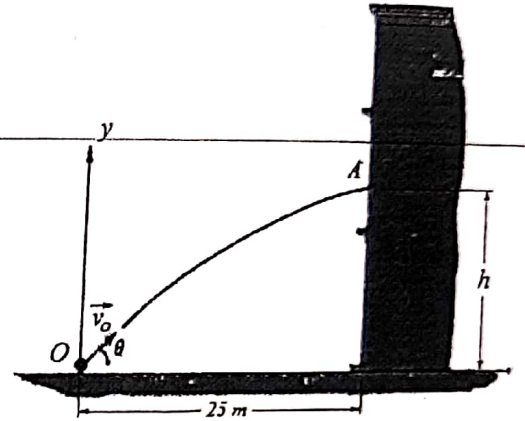
Bon Travail



1. On considère une particule  $M$  qui se déplace sur une droite  $x'Ox$ . En passant par l'origine  $O$  la particule est soumise à une accélération  $\vec{a} = \left(\frac{x^2}{2}\right)\hat{i}$ . Trouver la vitesse pour  $x = 40$  m. On admet qu'à  $t = 0$ ,  $v_0 = 20$  m/s.

2. Une particule est lancée à partir de l'origine avec une vitesse initiale  $v_0$  faisant un angle  $\theta = 60^\circ$  avec l'horizontale. Après  $1.5$  s elle touche un immeuble au point  $A$  de hauteur  $h$ .

- Calculer  $v_0$  si l'immeuble se trouve à la distance  $x = 25$  m par rapport à l'origine.
- Trouver la direction de la vitesse au point  $A$ .

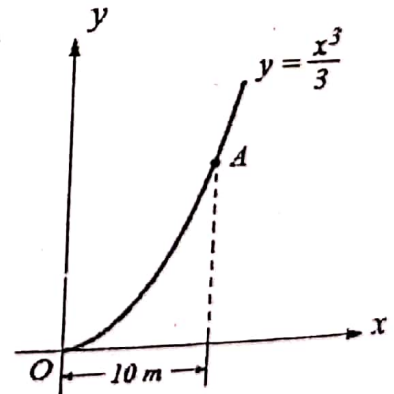


3. Un avion vole dans un plan vertical en suivant une trajectoire définie par les équations paramétriques suivantes :  $r = 5 \cos \theta$  et  $\theta = 3t$ . Calculer les composantes : radiale et orthoradiale de son accélération à l'instant  $t = 1$  s.

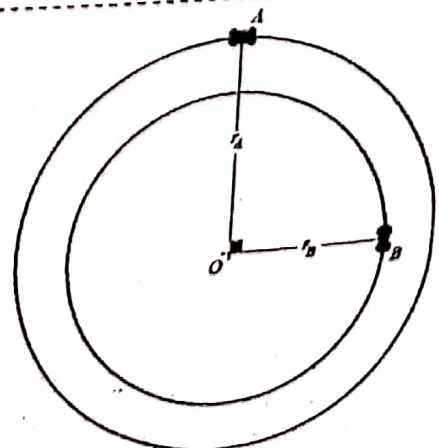
4. Une voiture se déplace dans un plan vertical sur une trajectoire d'équation  $y = \frac{x^3}{60}$ . Elle passe par le point  $A$  d'abscisse  $x_A = 10$  m à la vitesse constante  $10$  m/s.

- Trouver le rayon de courbure de sa trajectoire au point  $A$ .
- Déterminer le vecteur accélération (module et direction).

(On donne :  $\rho = \frac{\left[1 + \left(\frac{dy}{dx}\right)^2\right]^{3/2}}{d^2y/dx^2}$ )



5. Deux voitures  $A$  et  $B$  sont en course sur une piste circulaire selon une vitesse constante. La vitesse de  $A$  est  $v_A = 28$  m/s et celle de  $B$  est  $v_B = 32$  m/s. Le rayon du cercle de la voiture  $A$  est  $r_A = 90$  m mais celui de la voiture  $B$  est  $r_B = 80$  m. Calculer la vitesse et l'accélération de  $B$  par rapport à  $A$  à l'instant où les deux voitures se trouvent dans deux directions perpendiculaires (voir figure).



Ex 1

$$\vec{a} = \left(\frac{x^2}{2}\right)\hat{i} \Rightarrow a dx = v dv \Rightarrow \frac{x^2}{2} dx = v dv \Rightarrow \int_0^x \frac{x^2}{2} dx = \int_{v_0}^v v dv \Rightarrow \frac{x^3}{6} = \frac{1}{2}(v^2 - v_0^2) \Rightarrow v = \sqrt{\frac{x^3}{3} + v_0^2}$$

Pour  $x=40m$  et  $v_0=20m/s$  on trouve :  $v = \sqrt{\frac{40^3}{3} + 20^2} = 147,4m/s$  (10)

Ex 2

a)  $a_x = 0 \Rightarrow v_x = cte = v_0 \cos \theta \Rightarrow x = (v_0 \cos \theta)t \Rightarrow 25 = v_0 \cos 60 \times 1,5 \Rightarrow v_0 = 33,3m/s$

b)  $v_x = 33,3 \times \cos 60 = 33,3 \times 0,5 = 16,65m/s$  et (25)

$$v_y = -gt + v_0 \sin \theta = -10 \times 1,5 + 33,3 \times 0,866 = 13,84m/s$$

$$\tan \theta = \frac{v_y}{v_x} = \frac{13,84}{16,65} = 0,83 \Rightarrow \theta = 39,7^\circ$$

Ex 3

$$r = 5 \cos \theta \Rightarrow \dot{r} = -5 \times 3 \sin 3t \Rightarrow \ddot{r} = -15 \times 3 \cos 3t$$

$$\theta = 3t \Rightarrow \dot{\theta} = 3 \Rightarrow \ddot{\theta} = 0$$

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2)\hat{e}_r + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta})\hat{e}_\theta \rightarrow \begin{cases} \ddot{u}_r = -45 \cos 3 - 5 \cos 3 \times 9 = -90 \cos 3 = 89m/s^2 \\ \ddot{u}_\theta = -2 \times 15 \sin 3 \times 3 = -90 \sin 3 = -12,7m/s^2 \end{cases} \quad (15)$$

Ex 4

$$y = \frac{x^3}{60} \Rightarrow \frac{dy}{dx} = \frac{x^2}{20} \Rightarrow \tan \alpha = \frac{10^2}{20} = 5 \Rightarrow \alpha = 78,7^\circ \quad y = \frac{x^3}{60} \Rightarrow \frac{d^2y}{dx^2} = \frac{x}{10}$$

$$\rho = \left| \frac{1 + (dy/dx)^2}{d^2y/dx^2} \right|^{3/2} = \frac{(1 + 5^2)^{3/2}}{10/10} = 132,6m \quad (25)$$

$$v = cte \Rightarrow a_t = 0 \Rightarrow a = a_n = \frac{v^2}{\rho} = \frac{100}{132,6} = 0,75m/s^2. \text{ La direction est } \beta = 78,7 + 90 = 168,7^\circ.$$

Ex 5

$$\vec{v}_{B/A} = \vec{v}_B - \vec{v}_A = 32\hat{j} - 28\hat{i}$$

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A = (\vec{a}_{Bt} + \vec{a}_{Bn}) - (\vec{a}_{At} + \vec{a}_{An})$$

$$v_A = cte \Rightarrow a_{At} = 0 \Rightarrow a_A = a_{An} = \frac{v_A^2}{r_A} = \frac{28^2}{90} = 8,7m/s^2$$

$$v_B = cte \Rightarrow a_{Bt} = 0 \Rightarrow a_B = a_{Bn} = \frac{v_B^2}{r_B} = \frac{32^2}{80} = 12,8m/s^2 \quad (25)$$

$$\vec{a}_{B/A} = \vec{a}_B - \vec{a}_A = -12,8\hat{i} + 8,7\hat{j}$$