UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

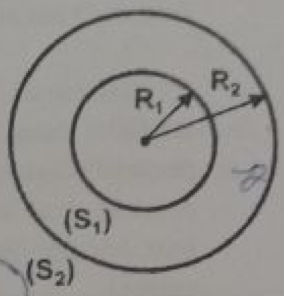
Cours : P1101
Durée : 2 heures

Année : 2018-2019
Examen : Final

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau

Exercice I : *(15 points)*

Une sphère conductrice pleine (S_1) de rayon R_1 porte une charge positive + Q. Elle est concentrique avec une sphère creuse (S_2) dont le rayon intérieur est R_2 ($R_2 > R_1$). Ce système forme un condensateur sphérique. En appliquant le théorème de Gauss, trouver la capacité de ce condensateur.



$$\frac{4\pi\varepsilon_0 R_2 R_1}{R_2 - R_1}$$

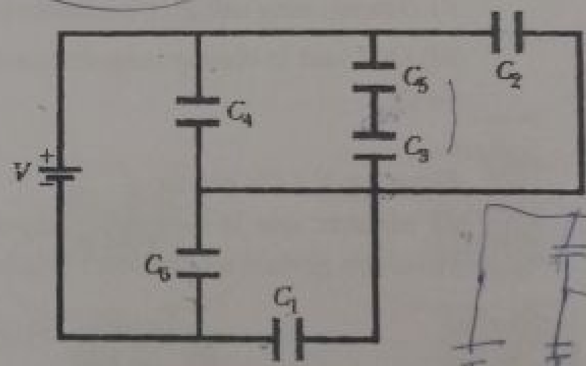
Exercice II : *(20 points)*

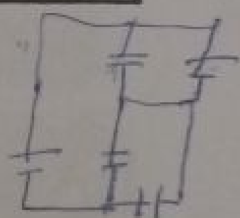
On considère le montage de condensateurs ci-contre : $C_1 = C_6 = 3\ \mu F$, $C_2 = C_4 = 2\ \mu F$, $C_3 = C_5 = 2\ \mu F$ et $V = 20$ V

a) Trouver la capacité équivalente du circuit.

b) Calculer les charges q_1, q_2, q_3, q_4, q_5 et q_6 de chacun des condensateurs.

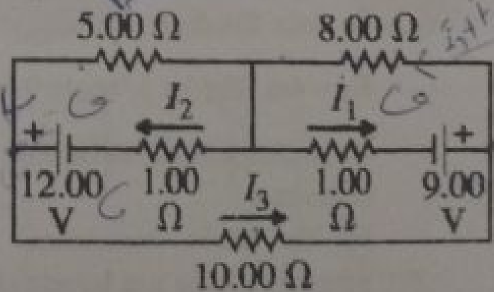
c) Calculer l'énergie emmagasinée dans le circuit.





Exercice III : *(15 points)*

On considère le circuit ci-contre. Déterminer les intensités des courants I_1, I_2 et I_3.



$I_1 - 9 + 8I_1 + 8I_3$

$9I_1 + 8I_3 = 9$

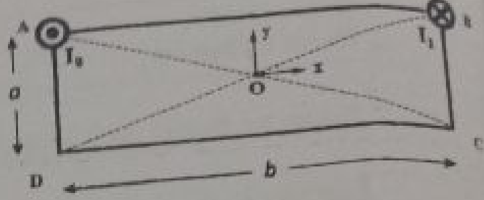
$12 - I_2 + 5I_3 - 5I_2 = 0 \Rightarrow -6I_2 + 5I_3 = -12$

T.S.V.P. la page →

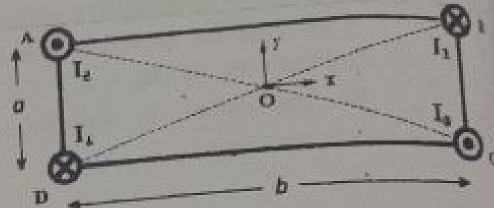
$10I_3 + 9 - I_1 + I_2 - 12 = 0$

Exercice IV : *(30 points)*

A) En utilisant la loi d'Ampère, trouver le champ magnétique créé par un fil conducteur infini parcouru par un courant d'intensité I.



B) Deux fils conducteurs infinis longs sont perpendiculaires au plan du rectangle **ABCD**, de côtés a et b, aux points **A** et **B** (voir figure). Les sens des courants passant dans les fils conducteurs en **A** et **B** sont représentés sur la figure où $\mathbf{I_1 = I_2 = I}$. Déterminer le champ magnétique résultant $\vec{B}12$ (module et direction) créé en **O** par ces deux courants.



C) Maintenant, on a aux sommets **C** et **D** du rectangle **ABCD** deux fils conducteurs infinis qui sont perpendiculaires au plan de la figure. Les deux courants présents dans les fils ont la même valeur $(\mathbf{I_3 = I_4 = I})$, et sont orientés dans des directions opposées (voir figure ci-contre).

i) Tracer le champ magnétique résultant $\vec{B}_{34}$ créé par ces deux conducteurs en **O**.

ii) Donner, sans calcul, l'expression de $\vec{B}_{34}$.

iii) Que vaut le champ magnétique résultant $\vec{B}$ (module et direction) créé par les quatre conducteurs en **O**.

Exercice V : *(20 points)*

A) Montrer que le module du champ magnétique au point **O** créé par un fil circulaire portant un courant I (Fig-a) est égal à :

$$B(O) = \frac{7}{16}\frac{\mu_0 I}{R}$$

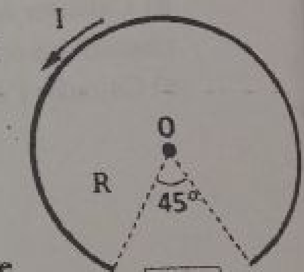


Fig-a

B) Une boucle fermée porte un courant $\mathbf{I_1 = 200\ mA}$. La boucle se compose de deux fils droits radiaux et de deux arcs concentriques de rayons $\mathbf{R_1 = 2m}$ et $\mathbf{R_2 = 4m}$ (Fig-b). L'angle θ est $\frac{\pi}{4}$ **rad**.

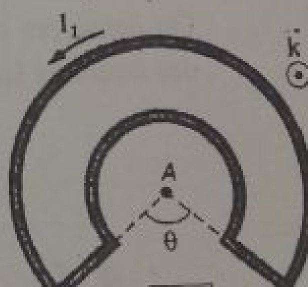


Fig-b

i) Quelles sont le module et la direction du champ magnétique résultant au point **A**.

ii) On place maintenant au centre **A** un fil conducteur infini perpendiculaire à la boucle (Fig-c). Le courant dans le fil est $\mathbf{I_2 = 200\ mA}$ et il est dans le sens positif de l'axe des **z**. Trouver la force de Laplace exercée par le champ magnétique créé par le fil infini sur la boucle.

$\rightarrow \mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\ \mathrm{T.m.A^{-1}}$.

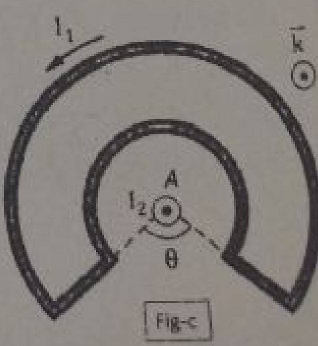


Fig-c

Bon Travail

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 2 heures

عبد الرحمن كواد

Année : 2017-2018
Examen : Final

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau

Exercice I : *(20 points)*
Les deux parties I et II sont indépendantes

Partie I. Un condensateur plan est constitué de deux armatures planes, métalliques et parallèles, d'aire égale à S qui sont séparées par une distance d. Une armature porte une charge $+Q$ et l'autre une charge $-Q$.

a) Trouver la densité surfacique de charges σ de chaque armature.

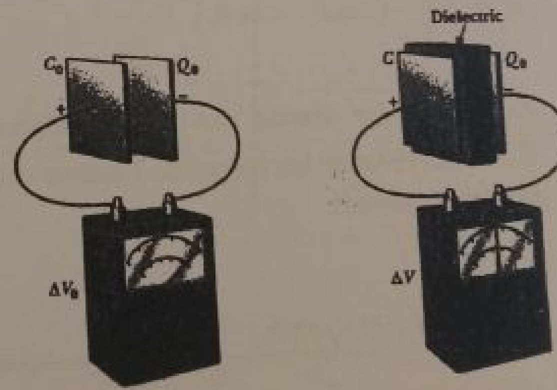
b) Quelle est la condition nécessaire pour que le champ électrique entre les armatures soit uniforme et son module vaut σ/ε_0.

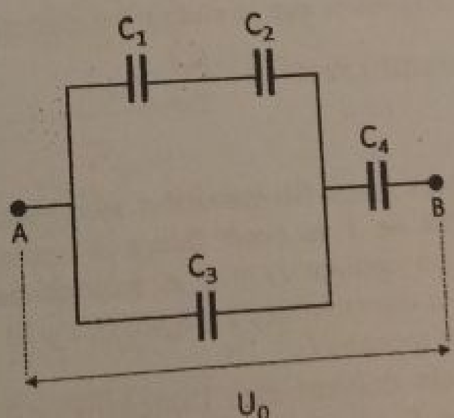
c) Calculer la différence de potentiel électrique entre ses armatures.

d) Déduire la capacité du condensateur.

Partie II. On considère un condensateur plan de capacité C_0, dont les armatures sont séparées par du vide. La différence de potentiel du condensateur est ΔV_0, comme le montre la figure ci-contre. Le voltmètre, appareil servant à mesurer la différence de potentiel, est représenté dans cette figure. Si on insère un diélectrique entre les armatures, le voltmètre indiquera que la tension entre les armatures diminue pour atteindre une valeur ΔV.

Expliquer le phénomène mis en jeu à l'échelle microscopique, qui est à l'origine de ce genre de modification.





Exercice II : *(15 points)*

On considère le montage de condensateurs ci-contre :

$C_1 = 4\ \mu F$, $C_2 = 4\ \mu F$, $C_3 = 2\ \mu F$, $C_4 = 6\ \mu F$ et $U_0 = 15\ V$

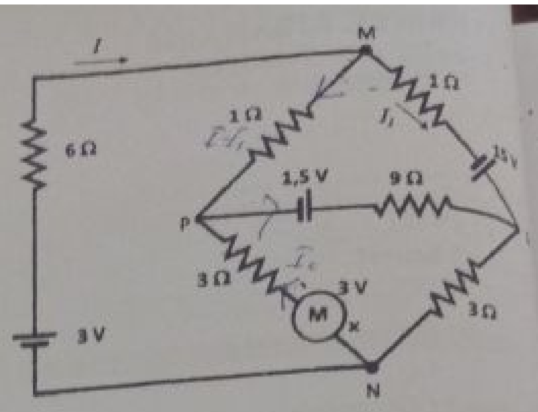
a) Trouver la capacité équivalente du circuit.

b) Calculer les charges q_1, q_2, q_3 et q_4, ainsi que les différences de potentiel V_1, V_2, V_3 et V_4 aux bornes de chacun des condensateurs.

c) Calculer l'énergie emmagasinée dans chaque condensateur.

T.S.V.P. la page →

Exercice III : *(20 points)*



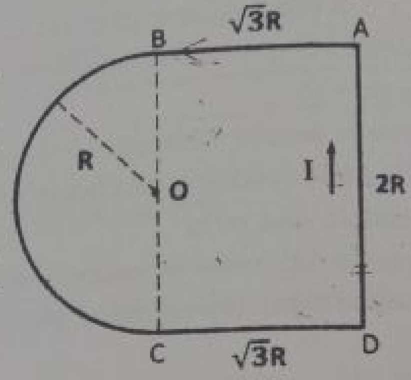
On considère le circuit ci-contre.

a) Déterminer les intensités des courants circulant dans les différentes branches.

b) Calculer les différences de potentiel $(V_N - V_P)$ et $(V_M - V_N)$

Exercice IV : *(20 points)*

Les deux parties A et B sont indépendantes



Partie A- Le circuit ci-contre est formé par les conducteurs $AB = CD = \sqrt{3}\,R$, $AD = 2R$ et d'une demi-spire BC de rayon R et de centre O. L'ensemble est parcouru par un courant I. Déterminer le champ magnétique total créé en O.

Indice. Le champ magnétique créé par un fil de longueur L, parcouru par un courant I, en un point **M** situé à une distance a du fil est donné par :

$$B = \frac{\mu_0\, I}{4\,\pi\, a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$

Partie B- Le circuit est placé maintenant dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B\,\vec{k}$. Trouver les forces de Laplace exercées par ce champ magnétique extérieur sur les ***quatre parties*** du circuit.

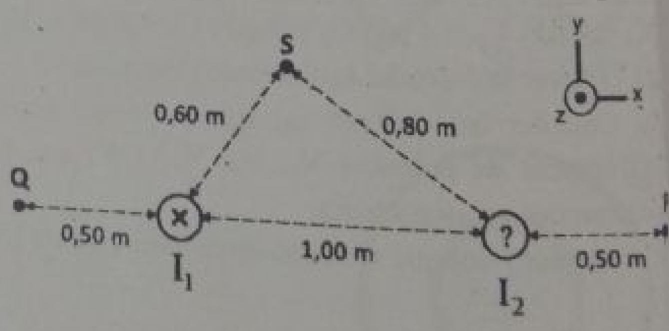
Exercice V : *(25 points)*

A- Démontrer que le champ magnétique créé par un fil conducteur infini parcouru par un courant d'intensité I vaut : $B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$

B- Deux longs fils parallèles sont séparés par une distance de **1 m** (voir figure ci-contre). Le fil 1 porte un courant I_1 = **6 A** rentrant dans la page (dans la direction des z négatifs). Le fil 2 porte un courant inconnu I_2.

a) Quels doivent être l'intensité et le sens du courant I_2 afin que le champ magnétique total au point P soit nul.

b) Déterminer le module et la direction du champ magnétique total : b.1) au point Q, b.2) au point S.



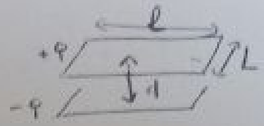
On donne. $\mu_0 = 4\pi\times10^{-7}$ **T.m/A**

Bon Travail

Final 2017-2018

Ex 1

Partie 1 :



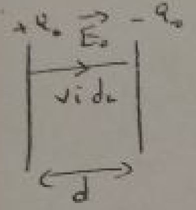
a) $\sigma = \frac{q}{S}$ $(C.m^{-2})$

b) $d << L$ et l

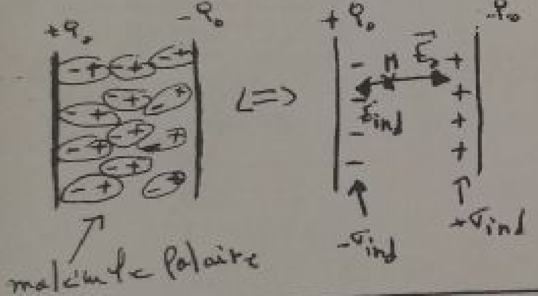
c) $\Delta V = E \times d = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} d$

d) $C = \frac{q}{\Delta V} = \frac{\varepsilon_0 S}{d}$

Partie 2 :



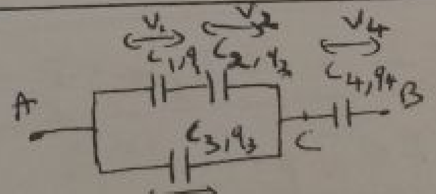
$\Delta V = E_0 d$



$\Delta V = (E_0 - E_{ind}) . d$

$\Delta V < \Delta V_0$

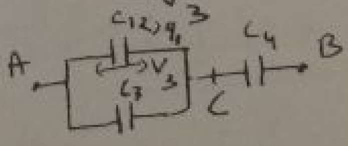
Ex 2



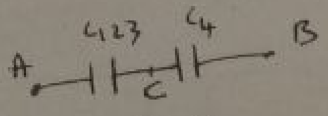
$q_1 = q_2$

a) $C_{12} = \frac{C_1 . C_2}{C_1 + C_2} = 2 \mu F$

$C_{123} = 4 \mu F$

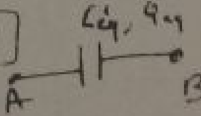


$\boxed{C_{eq}} = \frac{C_{123} . C_{12}}{C_{123} + C_{12}} = \frac{4 \times 2}{6} = \boxed{\frac{4}{3} \mu F}$



b) $q_{eq} = q_4$

$C_{eq} V_0 = q_4 \Rightarrow \boxed{q_4 = 20 \mu C} \rightarrow \boxed{V_4} = \frac{q_4}{C_4} = \boxed{3{,}33 V}$



$\underbrace{V_A - V_C}_{V_3} = \frac{q_4}{C_{123}} \Rightarrow \boxed{V_3 = 5 V} \rightarrow q_3 = C_3 V_3$

$\boxed{q_3 = 10 \mu C}$

$V_3 = \frac{q_1}{C_{12}} \Rightarrow q_1 = 5 \times 2$, $\boxed{q_1 = 10\,\mu C}$ $\rightarrow \boxed{V_1} = \frac{q_1}{C_1} = \boxed{\frac{5}{2} V}$

q_2

$\boxed{V_2} = V_3 - V_1 = \boxed{\frac{5}{2} V}$

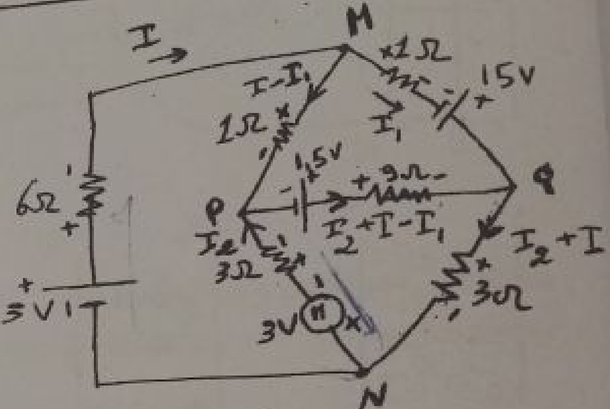
c) $U_{C_1} = \frac{1}{2} q_1 V_1 = \frac{1}{2}(10) \times \frac{5}{2} = 5\,\mu J$

$U_{C_2} = U_{C_1}$

$U_{C_3} = \frac{1}{2} q_3 V_3 = \frac{10 \times 5}{2} = 25\,\mu J$

$U_{C_4} = \frac{1}{2} q_4 V_4 = \frac{1}{2} \cdot 20 \cdot \frac{10}{3} = 33{,}33\,\mu J$

Ex 3



1

Maille NMPN :

$-3 + 6I + (I - I_1) - 3I_2 - 3 = 0$

$\boxed{7I - I_1 - 3I_2 = 6}$

Maille MPQM :

$(I - I_1) - 1{,}5 + 9(I_2 + I - I_1) + 15 - I_1 = 0$

$\boxed{10I - 11I_1 + 9I_2 = -13{,}5}$

Maille PQNP :

$-1{,}5 + 9(I_2 + I - I_1) + 3(I_2 + I) + 3 + 3I_2 = 0$

$\boxed{12I - 9I_1 + 15I_2 = -1{,}5}$

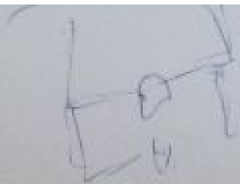
$\boxed{\begin{array}{l} I = \frac{3}{2}\,A \\ I_1 = 3\,A \\ I_2 = \frac{1}{2}\,A \end{array}}$

b) $\boxed{V_N - V_P =} \; 3 + 3I_2 = \boxed{4{,}5\,V}$

$\boxed{V_M - V_N =} (V_M - V_P) + (V_P - V_N)$

$= (I - I_1) \cdot 1 - 4{,}5$

$= \boxed{-6\,V}$



Ex 4

Partie A :

$\vec{B}(O) = \vec{B}_{[AD]} + \vec{B}_{[DC]} + \vec{B}_{CB} + \vec{B}_{[BA]}$

$\rightarrow \boxed{\vec{B}_{[AD]}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(\sqrt{3}R)} \cdot \left(\underbrace{\frac{R}{\sqrt{3R^2+R^2}}}_{\cos\alpha} + \underbrace{\frac{R}{\sqrt{3R^2+R^2}}}_{\cos(\pi-\alpha)} \right) \vec{k}$

$\boxed{= \frac{\mu_0 I}{2\pi R\sqrt{12}} \vec{k}}$

$\rightarrow \boxed{\vec{B}_{[DC]}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos(\pi-\beta)\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi R} \frac{\sqrt{3}R}{\sqrt{3R^2+R^2}} \vec{k}$

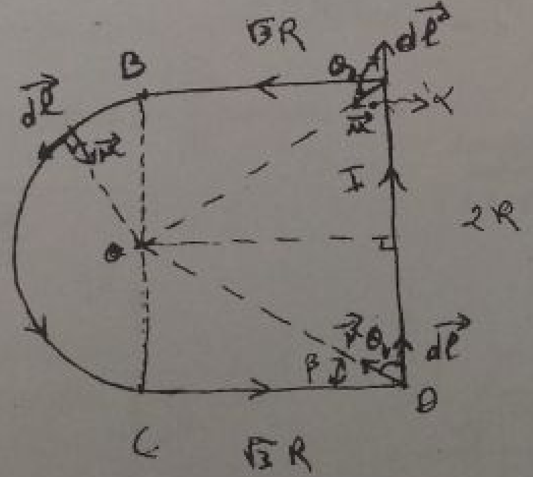
$\boxed{= \frac{\mu_0 I \sqrt{3}}{4\pi R \sqrt{4}} \vec{k}}$

$\rightarrow \boxed{\vec{B}_{CB} =} \int \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \cdot |\vec{u}| \cdot \sin 90°}{R^2} \vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2} \int_{\frac{1}{2}\text{-cercle}} dl \ (\vec{k})$

$= \boxed{\frac{\mu_0 I}{4R} \vec{k}}$

$\rightarrow \boxed{\vec{B}_{[BA]}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\left(\cos\left(\frac{\pi}{2}-\alpha\right) - \cos\frac{\pi}{2}\right)\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\cos\alpha\, \vec{k}$

$\boxed{= \frac{\mu_0 I}{8\pi R} \vec{k}}$

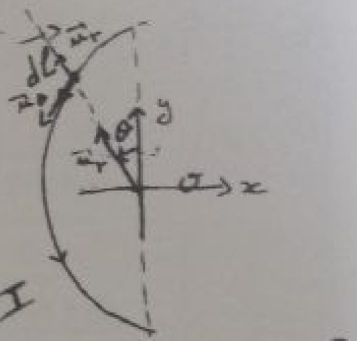


Partie B :

$$\vec F_{[OA]} = I\vec L \wedge \vec B = I\,2RB\,\hat i$$

$$\vec F_{[BA]} = I\sqrt{3}RB\,\hat j$$

$$\vec F_{[CD]} = I\sqrt{3}RB(-\hat j)$$



$$\vec F_3 = \int I\,d\vec l \wedge \vec B = \int I\,dl\,\vec u_\theta \wedge B\hat k$$

$$= IBR\int_0^\pi d\theta\,\boxed{\hat u_r}$$

$$\hat u_r = (-\sin\theta\,\hat i + \cos\theta\,\hat j)$$

$$\vec F_3 = IRB\left[\cos\theta\Big|_0^\pi \hat i + \sin\theta\Big|_0^\pi \hat j\right]$$

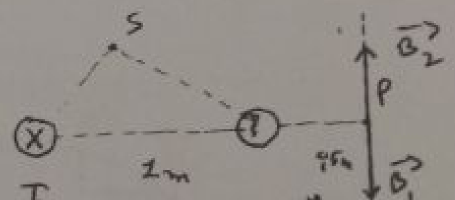
$$\boxed{\vec F_3 = -2IRB\,\hat i}$$

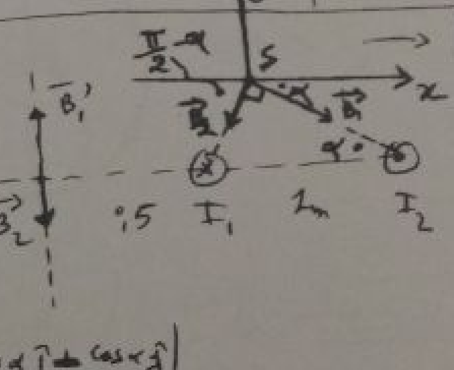
Ex 5

A- Voir cours

B- $\vec B_P = \vec 0$

a) $\Rightarrow$
- $\vec B_2 = B_2\hat j$ (Règle de la main droite) $\Rightarrow$ ⊙ I_2
- $B_1 = B_2$
- $\frac{\mu_0 I_1}{2\pi(1{,}5m)} = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(0{,}5)}$
- $\Rightarrow \boxed{I_2 = 2A}$





$B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(0,}$

$B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(0,}$

b) $\vec B(Q) = \left(\frac{\mu_0 I_1}{2\pi\,0{,}5} - \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(1{,}5)}\right)\hat j = \dots T(\hat j)$

$$\vec B(S) = \vec B_1 + \vec B_2$$

$$= B_1(\cos\alpha\,\hat i - \sin\alpha\,\hat j) + B_2(-\sin\alpha\,\hat i - \cos\alpha\,\hat j)$$

$$= \frac{\mu_0 I_1}{2\pi(0{,}6)}\left(\frac{0{,}8}{1}\hat i - \frac{0{,}6}{1}\hat j\right) + \frac{\mu_0 I_2}{2\pi(0{,}8)}\left(-0{,}6\,\hat i - 0{,}8\,\hat j\right) = \dots (T)$$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

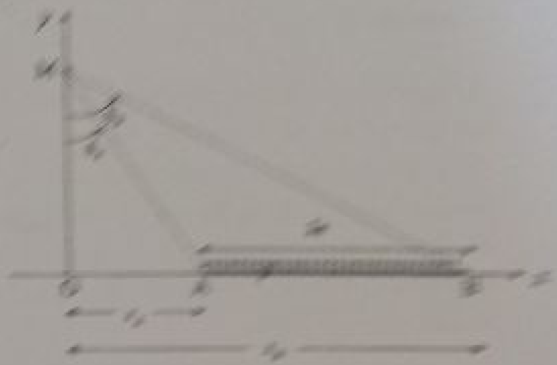
Cours : P1101
Durée : 2 heures

Examen 1ère session

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : (20 points)

1) On considère un fil rectiligne ***AB*** de longueur finie $2a$, portant une densité uniforme linéique de charges $\lambda > 0$ (voir fig). Montrez que le champ électrique créé par le fil au point $M(y)$ vaut :

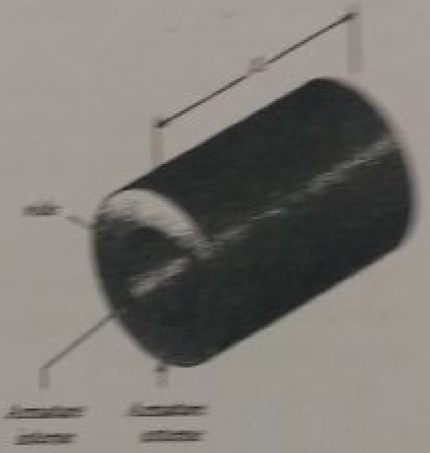


$$\begin{cases} E_y = \dfrac{K\lambda}{y}(\cos\theta_B - \cos\theta_A) = \dfrac{K\lambda}{y}\left(\dfrac{y}{\sqrt{x_B^2+y^2}} - \dfrac{y}{\sqrt{x_A^2+y^2}}\right) \\ E_x = \dfrac{K\lambda}{y}(\sin\theta_B - \sin\theta_A) = \dfrac{K\lambda}{y}\left(\dfrac{x_B}{\sqrt{x_B^2+y^2}} - \dfrac{x_A}{\sqrt{x_A^2+y^2}}\right) \end{cases}$$

2) En déduire le champ en $M(y)$ dans chacun des cas suivants :

- *a)* le point $M(y)$ est sur la médiatrice de AB.
- *b)* le fil a une longueur infinie.

Exercice II : (15 points)

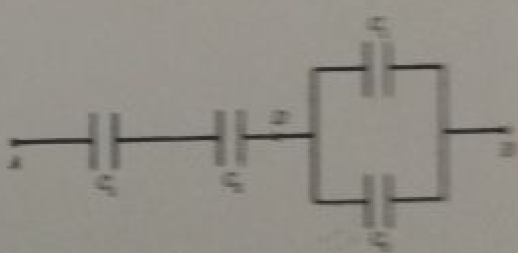


On considère un condensateur cylindrique formé de deux armatures métalliques coaxiales, de rayons a et b (avec $a < b$), et de hauteur L ($L \gg b$), (voir fig). On note $+Q$ la charge de l'armature interne.

1) Déterminer le vecteur champ électrique en un point situé à une distance r ($a < r < b$).

2) Déterminer la différence de potentiel entre les armatures, et en déduire la capacité C.

Exercice III : (15 points)



Soit le groupement de condensateurs ci-contre.

1) Déterminer la capacité C_2 en fonction de C_1 pour que la capacité équivalente C_e entre A et B vaut $C_2/2$.

A.N. : $C_1 = 8\ \mu F$.

2) Une tension $u_{AB} = 500$ V est appliquée entre les points A et B. Calculer les tensions aux bornes de chaque condensateur ainsi que les charges qu'ils portent.

S.V.P tourner la page →

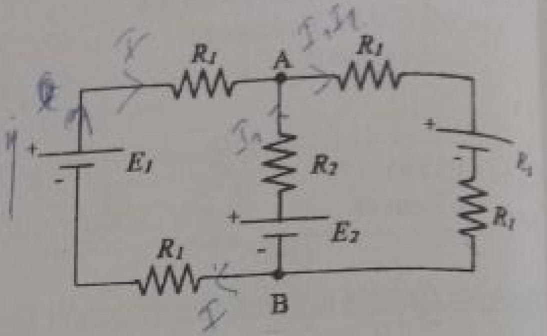
Exercice IV : *(15 points)*

On considère le circuit électrique de la figure ci-contre.

On donne : $E_1 = 2V$, $E_2 = E_3 = 4V$, $R_1 = 1\Omega$ et $R_2 = 2\Omega$.

1) Calculer les courants circulants dans les différentes branches du circuit.

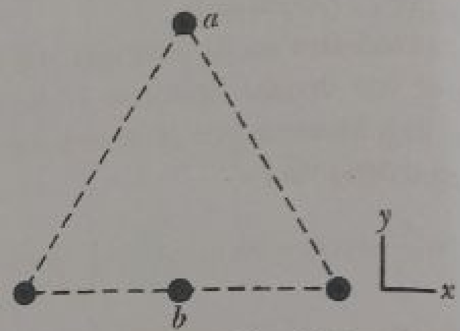
2) Calculer la différence de potentiel aux bornes de la branche AB.



Exercice V : *(20 points)*

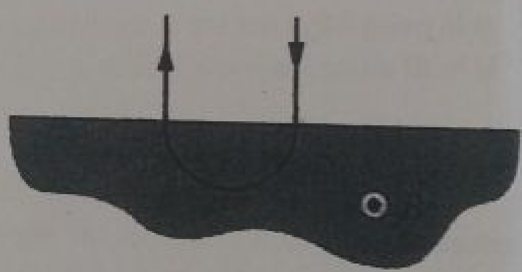
1) Calculer en utilisant la loi d'Ampère le champ magnétique créé par un fil conducteur infini parcouru par un courant d'intensité I.

2) Trois longs fils sont parallèles à l'axe des z, et chacun porte un courant de **10 A** orienté dans la direction des z positifs ($\odot z$). Leurs points d'intersection avec le plan xy forment un triangle équilatéral de **50 cm** de côté (voir fig). Un quatrième fil (fil b) passe au milieu de la base du triangle et est parallèle aux trois autres fils. Si le champ magnétique résultant sur le fil (a) est nul, déterminer : *i)* la valeur et *ii)* la direction (+z ou - z) du courant dans le fil (b).



Exercice VI : *(15 points)*

Une particule chargée entre dans une région où se trouve un champ magnétique uniforme, effectue un demi-cercle, et puis sort de la région (voir fig). La particule est un proton ou un électron. Elle passe **130 ns** dans cette région. ($m_{e^-} = 9.11\times10^{-31}$ kg, $m_p = 1.67\times10^{-27}$ kg)



1) S'agit-il d'un proton ou d'un électron ? Justifiez votre réponse.

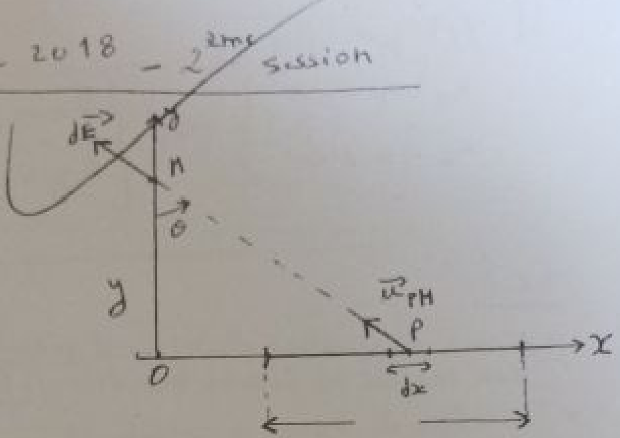
2) Quelle est la valeur du champ magnétique ?

3) Si la particule est envoyée de nouveau à travers le même champ magnétique (le long de la même trajectoire) mais avec une énergie cinétique deux fois plus grande, combien de temps dure son passage dans cette région ?

Bonne Chance

Final 2017 - 2018 - 2ème session

Ex 1



1) soit $\vec{dE}$ le champ créé par un élément de fil de longueur dx autour de P.

$$\vec{dE} = K_0 \frac{\lambda dx}{(PM)^2} \vec{u}_{PM}$$

Dans le triangle PMO, on a :

$$\tan\theta = \frac{x}{y} \Rightarrow \frac{d\theta}{\cos^2\theta} = \frac{dx}{y}$$

et $y = PM \cdot \cos\theta$

$$\Rightarrow \vec{dE} = \frac{K_0 \lambda d\theta}{y} \vec{u}_{PM}$$

$$\vec{dE} \begin{cases} dE_x = -\frac{K\lambda}{y} \sin\theta \, d\theta \Rightarrow E_x = -\frac{K\lambda}{y} \int_{\theta_A}^{\theta_B} \sin\theta \, d\theta \\ dE_y = +\frac{K\lambda}{y} \cos\theta \, d\theta \Rightarrow E_y = +\frac{K\lambda}{y} \int_{\theta_A}^{\theta_B} \cos\theta \, d\theta \end{cases}$$

En posant : $\theta_A = (\vec{MO}, \vec{MA})$, $\theta_B = (\vec{MO}, \vec{MB})$

$$E_x = \frac{K\lambda}{y} (\cos\theta_B - \cos\theta_A) = \frac{K\lambda}{y} \cdot \left(\frac{y}{\sqrt{x_B^2 + y^2}} - \frac{y}{\sqrt{x_A^2 + y^2}} \right)$$

$$E_y = \frac{K\lambda}{y} (\sin\theta_B - \sin\theta_A) = \frac{K\lambda}{y} \cdot \left(\frac{x_B}{\sqrt{x_B^2 + y^2}} - \frac{x_A}{\sqrt{x_A^2 + y^2}} \right)$$

2)

a) M sur la médiatrice de AB :

$$x_A = -x_B \Rightarrow \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \frac{2K\lambda}{y} \cdot \frac{\overset{a}{x_B}}{\sqrt{\underset{a^2}{x_B^2} + y^2}} = \frac{2K\lambda}{y} \cdot \frac{a}{\sqrt{a^2 + y^2}} \end{cases}$$

b) Fil ∞

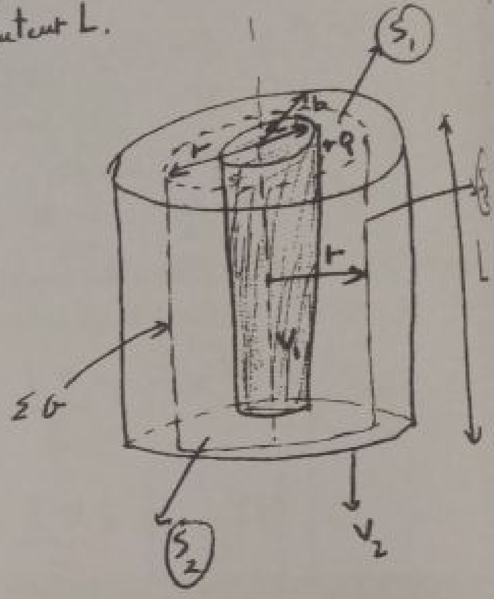
$$\left.\begin{array}{l} x_A \to -\infty \\ x_B \to +\infty \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{cases} E_x = 0 \\ E_y = \dfrac{2K\lambda}{y} \end{cases}$$

Ex 2

1) À cause des symétries électrique et géométrique, le champ $\vec{E}$ est radial et son module ne dépend que de r : $\boxed{\vec{E} = E(r).\vec{u}_r}$

- Surface de Gauss = cylindre de rayon r, et de hauteur L.

$(a < r < b)$



- $\Phi_{\Sigma G} = \oiint_{\Sigma} \vec{E}.\vec{dS}$

$$= \underbrace{\iint_{S_1} \vec{E}.\vec{dS}}_{0\ (\vec{E} \perp \vec{dS})} + \underbrace{\iint_{S_2} \vec{E}.\vec{dS}}_{0\ (\vec{E} \perp \vec{dS})} + \iint_{S_l} \vec{E}.\vec{dS}$$

$$\Phi_{\Sigma G} = \iint_{S_l} \vec{E}.\vec{dS} = \iint_{S_l} E.dS = E.S_l$$

$$\Rightarrow \boxed{\Phi_{\Sigma G} = E.\ 2\pi r.L}$$

- Th. de Gauss :

$$\Phi_{\Sigma G} = \frac{\sum q_{int.\,de\ \Sigma G}}{\varepsilon_0} \Rightarrow E.2\pi r L = \frac{1}{\varepsilon_0} Q$$

$$\Rightarrow \boxed{E = \frac{Q}{2\pi \varepsilon_0 r L}}$$

2) $dV = -\vec{E}.\vec{dl}$

$$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int_a^b E.dr \Rightarrow V_2 - V_1 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{a}{b}\right)$$

$$\boxed{V_1 - V_2 = \frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}.\ln\left(\frac{b}{a}\right)}$$

$$\boxed{C =} \frac{Q}{V_1 - V_2} = \frac{Q}{\frac{Q}{2\pi\varepsilon_0 L}\cdot \ln\left(\frac{b}{a}\right)} = \boxed{\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{b}{a}\right)}}$$

Ex3

1) $$\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{1}{\frac{C_1 \cdot C_2}{C_1 + C_2}}$$

$$\frac{1}{0{,}5C_2} = \frac{1}{C_1 + C_2} + \frac{(C_1 + C_2)}{C_1 \cdot C_2}$$

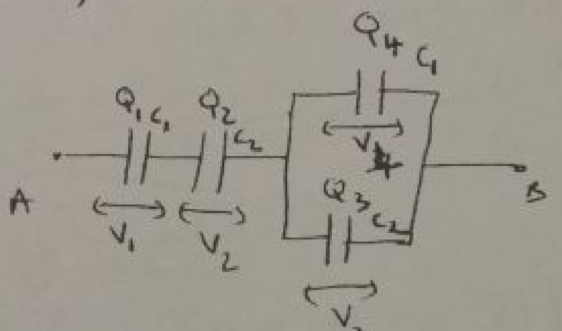
$$\Rightarrow C_2^2 + C_1 C_2 - C_1^2 = 0$$

$\Delta = 5C_1^2$ → seule la racine positive est acceptable :

$$\boxed{C_2 = \frac{-C_1 + C_1 \cdot \sqrt{5}}{2}}$$

A.N. $C_2 = 4{,}94\,\mu F$

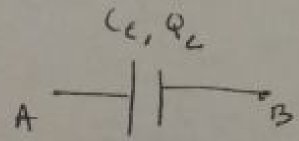
2)



$$V_{AB} = \frac{Q_e}{C_e} \Rightarrow Q_e = 500\,V \times \frac{C_2}{2}$$

$$Q_e = \frac{500}{2} \times 4{,}94$$

$$Q_e = 1235\,\mu C$$



- $\boxed{Q_1 = Q_2} = Q_e = \boxed{1235\,\mu C}$
- $\boxed{V_1} = \frac{Q_1}{C_1} = \frac{1235}{8} = \boxed{154{,}4\,V}$

$\boxed{V_2} = \frac{Q_2}{C_2} = \frac{1235}{4{,}94} = \boxed{250\,V}$

$\boxed{V_3 = V_4} = \frac{Q_e}{C_1 + C_2} = \frac{1235}{12{,}94} = \boxed{95{,}4\,V}$

$\boxed{Q_3} = C_2 \cdot V_3 = 4,94 \times 95,4 = \boxed{471,3\,\mu C}$

$\boxed{Q_4} = C_1 \times V_4 = 8 \times 95,4 = \boxed{763,2\,\mu C}$

Ex4

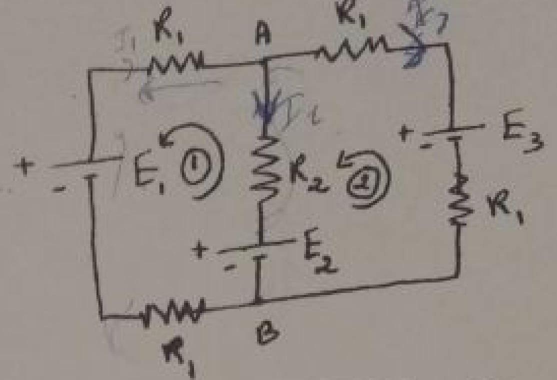
$E_1 = 2V$

$E_2 = 4V$

$E_3 = 4V$

$R_1 = 1\Omega$

$R_2 = 2\Omega$



1) loi des noeuds $\Rightarrow \boxed{I_1 = I_2 + I_3}$ ①

Maille ① $\Rightarrow R_1 I_1 + E_1 + R_1 I_1 - E_2 + R_2 I_2 = 0$

$\Rightarrow 2I_1 + 2I_2 = E_2 - E_1$

$\Rightarrow \boxed{I_1 + I_2 = 1}$ ②

Maille ② $\Rightarrow R_1 I_3 - R_2 I_2 + E_2 + R_1 I_3 - E_3 = 0$

$\Rightarrow 2I_3 - 2I_2 = 0$

$\Rightarrow \boxed{I_3 = I_2}$ ③

① et ③ $\Rightarrow I_1 = 2I_2 \Rightarrow \boxed{I_2 = \frac{I_1}{2}}$ ④

② et ④ $\Rightarrow I_1 + \frac{I_1}{2} = 1 \Rightarrow \boxed{I_1 = \frac{2}{3} A}$

④ $\Rightarrow \boxed{I_2 = I_3 = \frac{1}{3} A}$

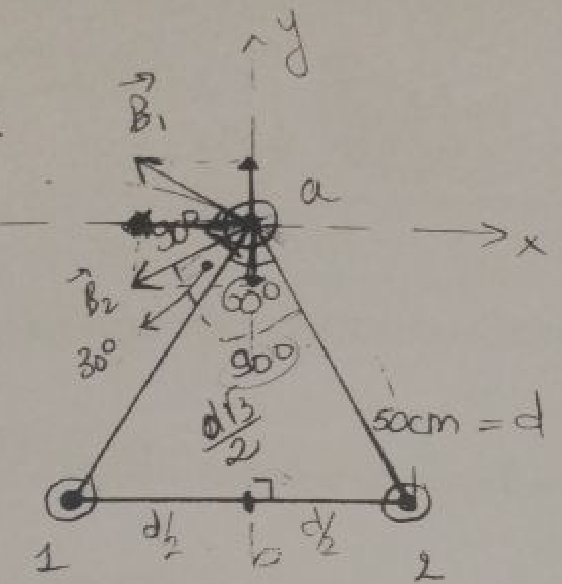
2) $U_{AB} = V_A - V_B = E_2 - R_2 I_2 = 4 - \frac{2}{3} = \frac{10}{3}$ volts

$\Rightarrow \boxed{U_{AB} = \frac{10}{3} V}$

Ex5

1) cours

2)



$I = 10A$

$\vec{B}_a = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}$$

$$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$$

direct° de $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$: règle de la main droite (voir fig)

$\vec{B}_{1y} + \vec{B}_{2y} = \vec{0}$; $\vec{B}_a = 2\vec{B}_{1x} = 2\vec{B}_{2x}$

$$= 2 \times \frac{\mu_0 I}{2\pi d} \times \cos 30° (-\vec{i})$$

$$= 2 \, \frac{4\pi 10^{-7} \, 10}{2\pi \, 50 \, 10^{-2}} \cos 30° (-\vec{i}) \quad \approx \sqrt{3}/2$$

$$= 0.692 \, 10^{-5} \, T$$

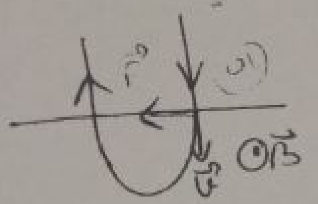
au pt b le courant doit être ds le sens negatif de l'axe des z $\otimes$ $\rightarrow$ $\vec{B}_b(\rightarrow)$ suivant $\vec{i}$ (regle de la main droite)

en plus $B_a = B_b$ pour que la force au pt a soit nulle.

$$B_b = \frac{\mu_0 I_b}{2\pi d \sqrt{3}/2} \Rightarrow I_b = \frac{2\pi d \sqrt{3}/2 \times 0.692 10^{-5}}{4\pi 10^{-7}} \approx 30 A$$

Ex6 :

a) $\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B}$ (01) règle des 3 doigts de la main droite → proton $(q>0)$ (01) (01)



b) $\Delta t = 130\,ns$ demi-cercle $D = \pi R$

$\sum \vec{F} = m\vec{a}$ (01)

$qvB = m\frac{v^2}{R}$ (2) $\Rightarrow \boxed{v = \frac{qBR}{m}}$ (01) $\Rightarrow$

et $v = \frac{D}{\Delta t} = \frac{\pi R}{\Delta t}$ (01) (01)

$\frac{qB\cancel{R}}{m} = \frac{\pi \cancel{R}}{\Delta t} \Rightarrow B = \frac{\pi m}{q\Delta t}$ (01)

$= \frac{\pi \times 1.67\,10^{-27}}{1.6\,10^{-19} \times 130\,10^{-9}}$

$= 0.252\,T$ (01)

c) Δt ne dépend pas de la vitesse (01)

$\Delta t = \frac{\pi m}{qB}$. donc $\bar{u}$ Δt. (01) (01)

UNIV
Fa
Cours
Durée
Toutes
Exerc
A – U
densit
1) Cal
2) En
Le ch
B –
initia
R_3 o
1) Q
2) T
(C_2)
C –
1) T
2) T
Ex
On
co
sui
C_1
Ca
1)
2)
3)
4)

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 2 heures

Année : 2016-2017
Examen : Final

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : *(20 points, 20 mn)*

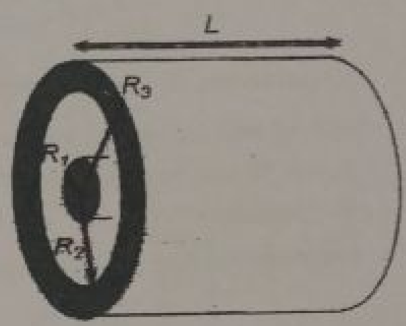
A – Un cylindre conducteur **(C_1)** de rayon **R_1** et de longueur **L** est chargé uniformément avec une densité surfacique σ.

1) Calculer la charge q_1 de ce cylindre.

2) En appliquant le théorème de Gauss, calculer le champ électrique **E(r)** à une distance **r** ($r > R_1$).

Le champ est supposé radial.

B – Ce cylindre (C_1) est coaxial avec un cylindre conducteur (C_2), initialement neutre, de longueur **L** et de rayons intérieur **R_2** et extérieur **R_3** où $R_1 < R_2 < R_3$.



1) Que vaut la charge à l'intérieur de (C_2) pour $R_2 < r < R_3$.

2) Trouver les charges induites sur les faces intérieure et extérieure de (C_2).

C – La surface extérieure de (C_2) est reliée maintenant au sol.

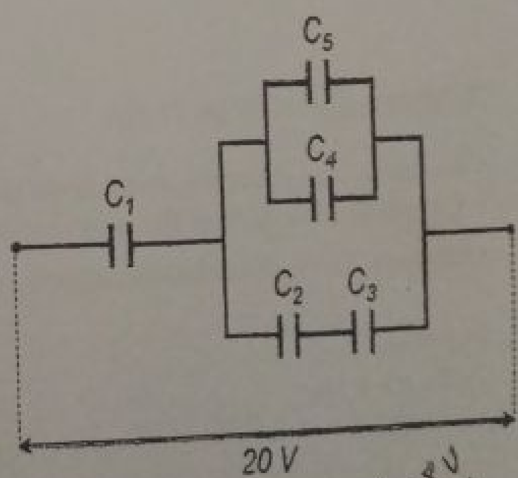
1) Trouver la différence du potentiel entre les deux conducteurs cylindriques.

2) Trouver la capacité de ce condensateur cylindrique.

Exercice II : *(25 points, 25 mn)*

On considère le montage des condensateurs de la figure ci-contre. Les capacités des condensateurs ont les valeurs suivantes :

$C_1 = 5\ \mu F$, $C_2 = 4\ \mu F$, $C_3 = 2\ \mu F$, $C_4 = 3/2\ \mu F$ et $C_5 = 1/2\ \mu F$.



Calculer :

1) la capacité équivalente de ce montage.

2) la charge Q_1 et la tension V_1 du condensateur C_1.

3) la charge et la tension pour chacun des autres condensateurs.

4) les énergies électriques emmagasinées dans chacun des condensateurs.

$V_1 = 8V$
$V_2 = 4V$
$V_3 = 8V$

T.S.V.P. la page →

Exercice III : *(15 points, 20 mn)*

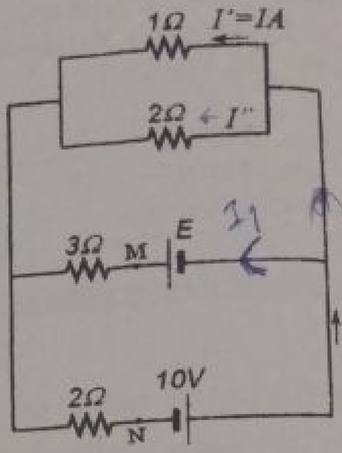
Considérons le circuit de la figure ci-contre.

1) En appliquant la loi des nœuds et la loi de mailles, calculer :

a) Le courant secondaire I'' et le courant principal I.

b) La f.é.m E.

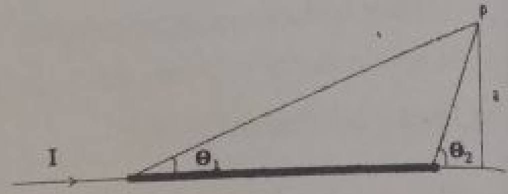
2) Trouver la différence de potentiel $(V_M - V_N)$ entre les points **M** et **N**.



Exercice IV : *(30 points, 40 mn)*

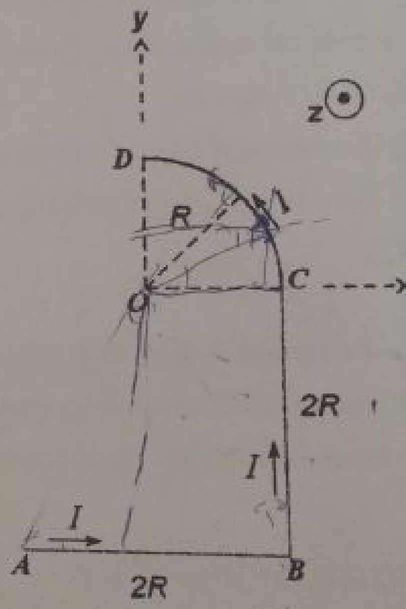
Les deux parties A et B sont indépendantes.

A – Le champ magnétique produit par un fil rectiligne parcouru par un courant **I** au point **P** (figure ci-contre) est donné par : $B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$, ***(sans démonstration)***



Considérons le circuit formé par deux fils conducteurs rectilignes **AB** et **BC**, de même longueur **2R**, et d'un quart de cercle $\widehat{CD}$, de rayon **R** et de centre **O**. Le circuit est parcouru par un courant **I**.
En appliquant la loi de Biot et Savart, déterminer le champ magnétique $\vec{B}_O$ résultant au point **O**.

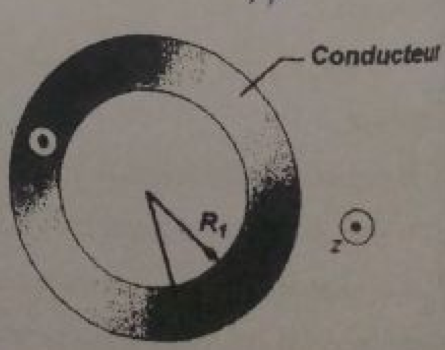
B – Le circuit est placé maintenant dans un champ magnétique extérieur uniforme $\vec{B} = B\vec{k}$. Trouver les forces de Laplace exercées par ce champ magnétique extérieur sur les trois parties du circuit **AB**, **BC** et **CD** qui sont, respectivement, $\vec{F}_{AB}$, $\vec{F}_{BC}$ et $\vec{F}_{CD}$.



Exercice V : *(10 points, 15 mn)*

Un conducteur cylindrique creux de longueur infinie, de rayons intérieur R_1 et extérieur R_2, est traversé par un courant **I** de densité uniforme. Trouver le champ magnétique $\vec{B}$ à une distance **r** si :

1) $r < R_1$
2) $R_1 < r < R_2$
3) $r > R_2$

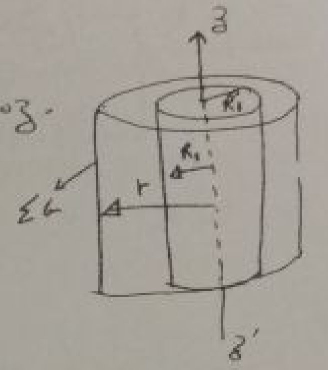


Bonne Chance

Final 2016-2017

Ex 1

A 1) $q_1 = \sigma . S = \sigma . 2\pi R_1 L$



2) . ΣG = cylindre de rayon r $(r > R_1)$, de hauteur L et d'axe z'oz.
: voir cours

$$E . 2\pi r L = \frac{q_1}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0 L} \cdot \frac{q_1}{r}}$$

B 1) $Q = 0$ puisqu'il s'agit d'un milieu conducteur.

2) • ΣG = cylindre de rayon r $(R_2 < r < R_3)$, de hauteur L et d'axe z'oz :

Th. de Gauss :

$$\phi = \underbrace{\int \vec{E} . \vec{ds}}_{S_{latérale}} + \int_{S_1} \vec{E} . \vec{ds} + \int_{S_2} \vec{E} . \vec{ds} = \frac{1}{\varepsilon_0}(q_1 + q_{s_{int}})$$

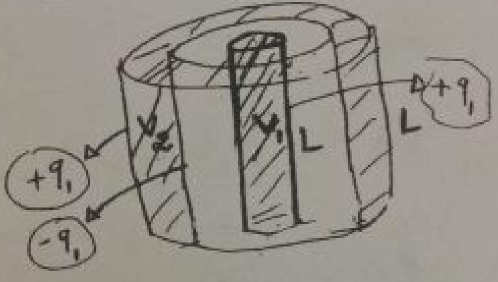
0 car le chp à l'int. d'un conducteur est nul.

$\overset{0}{\vec{E} \perp \vec{ds}}$ $\overset{0}{\vec{E} \perp \vec{ds}}$

$$\boxed{q_{s_{int}} = -q_1}$$

• conservation de la charge :

$$q_{s_{int}} + q_{s_{ext}} = 0 \Rightarrow \boxed{q_{s_{ext}} = q_1}$$



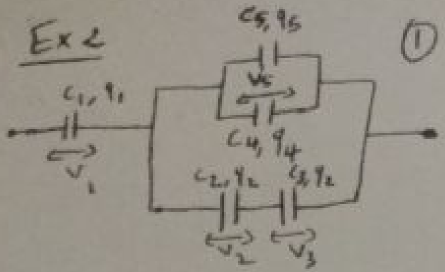
C 1) $$\int_{V_1}^{V_2} dV = -\int \vec{E} . \vec{dr}$$

$$= -\int_{R_1}^{R_2} \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 L} \frac{1}{r} dr$$

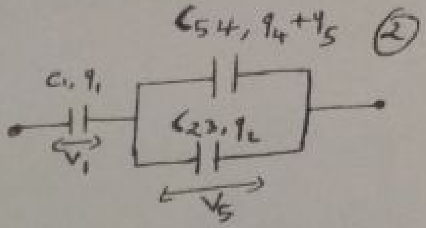
$$V_2 - V_1 = + \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 L} . \ln\left(\frac{R_1}{R_2}\right) \Rightarrow \boxed{V_1 - V_2 = \frac{q_1}{2\pi\varepsilon_0 L} \ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}$$

2) $$\boxed{C = \frac{q}{\Delta V}} = \frac{q_1}{V_1 - V_2} = \boxed{\frac{2\pi\varepsilon_0 L}{\ln\left(\frac{R_2}{R_1}\right)}}$$

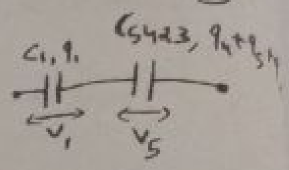
Ex 2



①



②



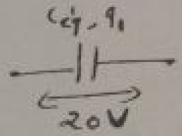
③

$q_3 = q_2$; $V_5 = V_4$

$C_{54} = 2\,\mu F$

$C_{23} = \frac{4}{3}\,\mu F$

$C_{5423} = \frac{10}{3}\,\mu F$



④

1) $\boxed{C_{eq} =} \dfrac{C_1 \times C_{5423}}{C_1 + C_{5423}} = \dfrac{5 \times \frac{10}{3}}{5 + \frac{10}{3}} = \boxed{2\,\mu F}$

2) fig ④ $\boxed{q_1} = C_{eq} \times 20 = 2 \times 20 = \boxed{40\,\mu C}$

fig ①: $\boxed{V_1 =} \dfrac{q_1}{C_1} = \boxed{8V}$

3) fig ②: $\boxed{V_5} = 20V - V_1 \boxed{= 12V}$; fig ①: $\boxed{q_5} = C_5 V_5 \boxed{= 6\,\mu C}$

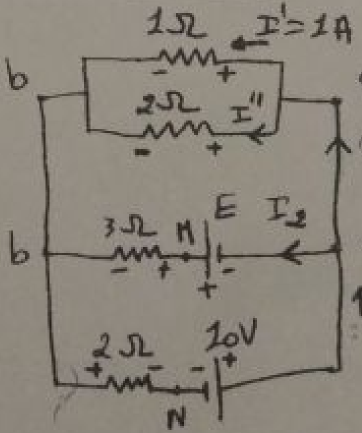
fig ①: $V_4 = V_5 = 12V$; $\boxed{q_4} = C_4 \cdot V_5 \boxed{= 18\,\mu C}$

fig ②: $\boxed{q_2} = C_{23} \times V_5 = \frac{4}{3} \times 12 \boxed{= 16\,\mu C} = \boxed{q_3}$

fig ①: $\boxed{V_2 =} \dfrac{q_2}{C_2} = \boxed{4V}$; $\boxed{V_3} = \dfrac{q_2}{C_3} \boxed{= 8V}$

4) . . .

Ex 3



1) $\left.\begin{aligned} V_a - V_b &= 1\Omega \times I' = 1V \\ &= 2\Omega \times I'' \end{aligned}\right\} I'' = 0{,}5\,A$

Maille baNb:

$2I - 10 + \frac{2}{3} \times I_1 = 0 \Rightarrow \boxed{I = \frac{9}{2}\,A}$

Maille NaMbN:

$2I - 10 - E + 3I_2 = 0$

$2 \cdot \frac{9}{2} - 10 - E + 3 \times 3 = 0 \Rightarrow \boxed{E = 8V}$

Noeud: $I = I_2 + I_1 \Rightarrow \boxed{I_2 = 3A}$

2) $V_M - V_N = (V_M - V_a) + (V_a - V_N) = E + 10 = 18V$

Exercice 4 :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$

18pts

A) (02)

$\vec{B}_{AB}$, $\vec{B}_{BC}$, $\vec{B}_{CD}$ (01) $\odot$ suivant $\vec{k}$ (01)

règle de la main droite

$$\boxed{B_{AB}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi(2R)}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad \cos\theta_1 = \frac{R}{R\sqrt{5}} = \frac{1}{\sqrt{5}}$$

(01) (01) (01)

$\cos\theta_2 = \cos(\pi - \theta_1) = -\cos\theta_1 = -\frac{R}{R\sqrt{5}} = -\frac{1}{\sqrt{5}}$ (01) (01)

06pts

$$= \frac{\mu_0 I}{\cancel{8}\pi R}\left(\frac{\cancel{2}\cancel{R}}{\cancel{R}\sqrt{5}}\right) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{4\pi R}\frac{1}{\sqrt{5}}}.$$

(01)

$$\boxed{B_{BC}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi R}(\cos\theta_1 - \cancel{\cos\theta_2}) \quad \theta_2 = 90^\circ$$

(01) (01)

$$\cos\theta_1 = \frac{2\cancel{R}}{\cancel{R}\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}}.$$

(01)

04pts

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R}\frac{2}{\sqrt{5}} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2\pi R}\frac{1}{\sqrt{5}}}.$$

(01)

$B_{CD} = ?$

$$\boxed{\vec{B}_{CD}} = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} \quad \begin{cases} r = R \\ \vec{dl} \wedge \vec{u} = dl\,\vec{k} \end{cases}$$

(02)

06

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\underbrace{\int dl}_{(\pi R)}(\vec{u}) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{8R}\vec{k}}$$

(1)

B) $\vec{F}_{AB} = \int I\vec{dl}_{AB} \wedge \vec{B}$ règle des 3 doigts de la main droite

(01) (01)

$= IB\int dl_{AB}(-\vec{j}) = IB2R(-\vec{j})$.

(01) (01)

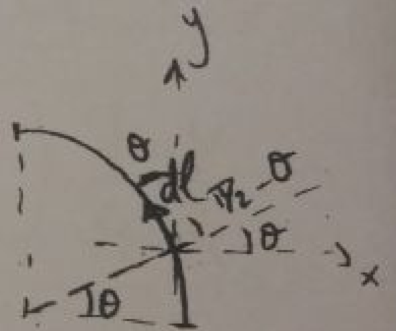
$\vec{F}_{BC} = \int I\vec{dl}_{\vec{BC}} \wedge \vec{B} = IB2R(\vec{i})$.

$\vec{F}_{CD} = \int I\vec{dl}_{CD} \wedge \underset{\vec{k}}{\vec{B}} = IB\int dl\,\vec{u_r} = IB\int \vec{dl}$

où

(01)

$\vec{dl} = dl(\sin\theta(-\vec{i}) + \cos\theta(\vec{j}))$ et $dl = Rd\theta$ (01)



(01)

$\vec{F}_{CD} = IB\int_0^{\pi/2} dl\left[\sin\theta(-\vec{i}) + \cos\theta(\vec{j})\right] \wedge \vec{k}$

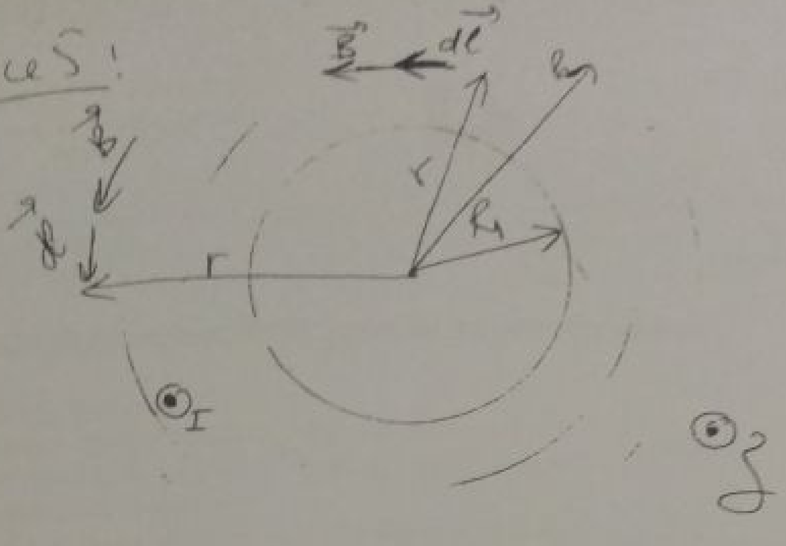
$= IBR\left[\int_0^{\pi/2}\sin\theta d\theta(+\vec{j}) + \int_0^{\pi/2}\cos\theta d\theta(\vec{i})\right] = IRB\left[(\cos\theta\Big|_0^{\pi/2}(\vec{j}) + (\sin\theta\right.$

(01)

$= \boxed{IRB(+\vec{i}+\vec{j})}$ (à 45°)

(01)

Exercice 5 !



$\vec{J} = cst \qquad J = \frac{I}{S}$

4pts

1) $r < R_1$ $\qquad \oint \vec{B}\cdot\vec{dl} \overset{(0.2)}{=} \mu_0 \cancel{\sum I} \overset{(01)}{=} 0$

donc (01) $B = 0$

2) $R_1 < r < R_2$ $\qquad \oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint B\,dl = B\,2\pi r = \mu_0 I'$

2pts

avec $J \overset{(01)}{=} \frac{I}{S} = \frac{I'}{S'} \Rightarrow \frac{I}{\pi(R_2^2-R_1^2)} = \frac{I'}{\pi(r^2-R_1^2)} \Rightarrow$

(01) (01)

$I' = I\left(\frac{r^2-R_1^2}{R_2^2-R_1^2}\right)$

(01)

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \cdot \frac{(r^2-R_1^2)}{(R_2^2-R_1^2)}$

(01)

3) $r > R_2$: $\qquad B\,2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow \boxed{B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}}$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

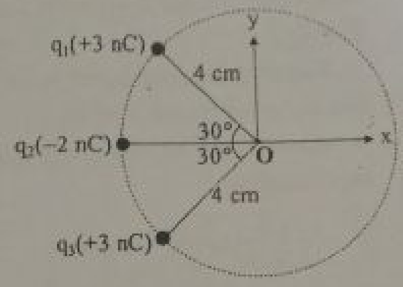
Cours : P1101
Durée : 2 heures

Année : 2016-2017
Examen : 2ème session

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : *(20 points)*

Trois charges ponctuelles q_1, q_2, et q_3 sont placées sur un cercle de rayon 4 cm, tel que $q_1 = +3$ nC, $q_2 = -2$ nC, et $q_3 = +3$ nC (voir figure ci-contre).



1) Trouver le champ électrique et le potentiel électrique au point O créés par les charges q_1, q_2, et q_3.

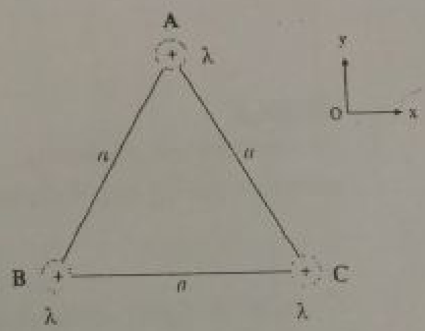
2) Calculer le travail électrique pour déplacer une charge de -5 nC de l'infini au point O (on suppose que le potentiel est nul à l'infini).

3) En quel point doit être placée une charge de -9 nC pour que le champ électrique résultant produit par les quatre charges q_1, q_2, q_3, et -9 nC soit nul au point O?

Exercice II : *(15 points)*

1) En utilisant le théorème de Gauss, déterminez le champ électrique à une distance r d'un fil chargé positivement de longueur infinie dont la densité linéique de charge λ est constante.

2) Trois fils parallèles infiniment longs sont chargés positivement, et portent la même densité linéique de charge λ. La figure ci-contre présente une vue dans un plan perpendiculaire aux trois fils parallèles. Dans ce plan, les fils passent par les sommets d'un triangle équilatéral ABC de côté a.
Déterminer le champ électrique créé par les trois fils chargés au centre de gravité du triangle équilatéral.



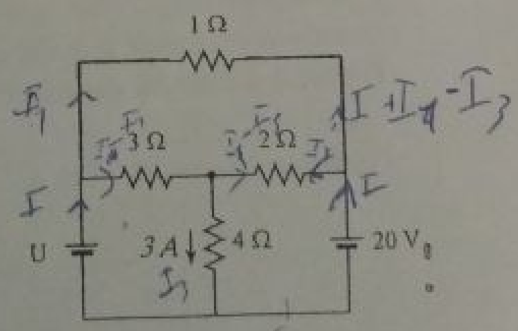
Exercice III : *(20 points)*

On considère le circuit de la figure ci-contre. Déterminer :

1) le courant à travers chacune des autres résistances,

2) la tension U,

3) la puissance délivrée au circuit par le générateur de 20 V.



S.V.P tourner la page →

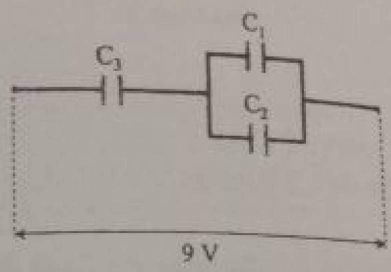
Exercice IV : *(15 points)*

Dans le circuit ci-contre, on donne les capacités suivantes :

C_1=1µF, C_2=1µF, C_3=2µF. Calculer :

1) la capacité équivalente du circuit,

2) la charge dans chaque condensateur.



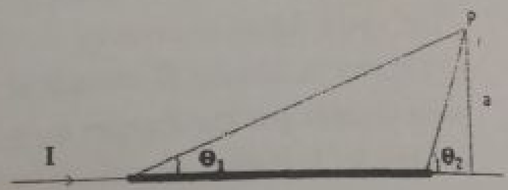
Exercice V : *(30 points)*

Les deux parties I et II sont indépendantes

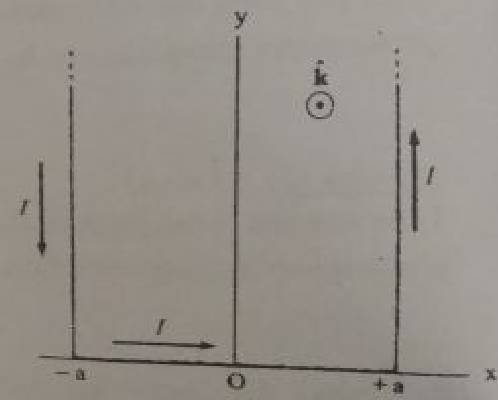
Partie I

1) Montrer, en appliquant la loi de Biot-Savart que le champ magnétique créé en un point P par un fil rectiligne et parcouru par un courant d'intensité I (figure ci-contre) est donné par :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4 \pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2).$$



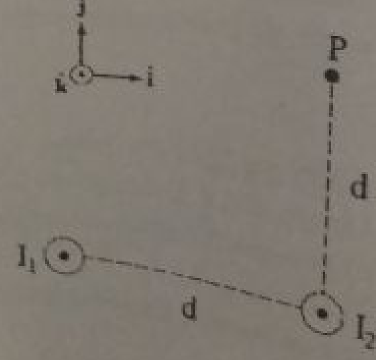
2) Un cadre, parcouru par un courant I, s'étend jusqu'à l'infini comme le montre la figure ci-contre.
Déterminer le vecteur champ magnétique $\overline{\mathbf{B}}$ (module et direction) à l'origine O en fonction de I et a.



Partie II

1) Calculer en utilisant la loi d'Ampère le champ magnétique créé par un fil conducteur infini parcouru par un courant d'intensité I.

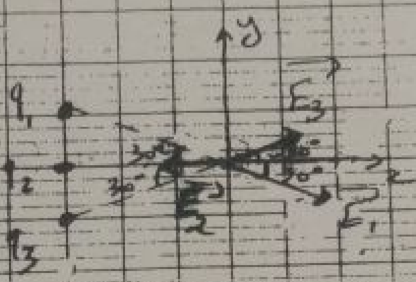
2) Dans la figure ci-contre, on considère deux fils, infiniment longs, parcourus par des courants I_1=3 A et I_2=5 A. Les deux courants sont dirigés dans le sens positif de l'axe des z.
Quels sont le module et la direction du champ magnétique au point P, situé à d=20,0 cm au-dessus du fil parcouru par du courant de 5 A.
On donne : μ_0=4π.10^{-7} T.m.A^{-1}.



Bonne Chance

Final P110 - 2ème session - 2.11.2017

Ex 1



1) $\vec{E_0} = \vec{E_1} + \vec{E_2} + \vec{E_3}$

$= (\vec{E_1} + \vec{E_3}) + \vec{E_2} = (2E_1 \cos 30 \vec{i}) - E_2 \vec{i}$

$E_1 = \frac{K_0 q_1}{(d_1)^2} = \frac{K_0 \, 3 \times 10^{-9}}{(4 \cdot 10^{-2})^2} = 16875 \text{ V/m}$

$E_2 = \frac{K_0 q_2}{(d)^2} = \frac{9 \cdot 10^9 \times 2 \times 10^{-9}}{(0{,}04)^2} = 11250 \text{ V/m}$

$\vec{E_0} = \left(2 \times 16875 \times \frac{\sqrt{3}}{2} - 11250\right) \vec{i}$

$\vec{E_0} = 17978{,}36 \text{ V/m } (\vec{i})$

* $V_0 = V_1 + V_2 + V_3 = \frac{K_0}{(0{,}04)} \times (3 - 2 + 3) \times 10^{-9}$

$V_0 = \frac{9 \times 4}{0{,}04} = 900 \text{ V}$

1

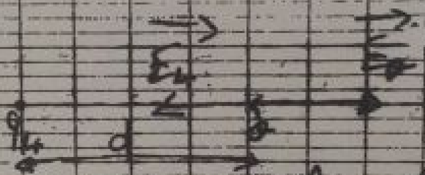
2) $W_{\vec{F}_{\acute{e}lect},\ \infty \to O} = q\,(V_\infty - V_O)$

$$= -5\times10^{-9}\,C\,(0 - 900)$$

$$W_{\vec{F}_{\acute{e}lec}} = 4{,}5\ 10^{-6}\ J$$

3)

Soit $q_4 = -9nC$



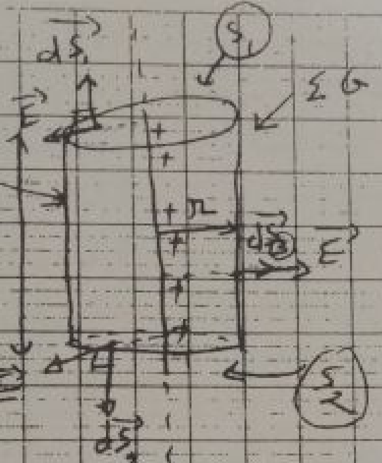
Le champ s'annule en O si la charge q_4 se trouve à gauche de l'origine O sur l'axe des x, et à distance qui vérifie la relation suivante :

$$E_4 = E_0 \Rightarrow \frac{K_0\,|q_4|}{d^2} = 17978{,}36$$

$$d^2 = \frac{9.10^9 \times 9\times10^{-9}}{17978{,}36} \Rightarrow \boxed{d = 6{,}7\ cm}$$

Ex 2

1) À cause des symétries géométrique et électrique, le champ créé en tout point de l'espace est radial, et son module ne dépend que de r : $\vec{E} = E(r)\vec{u}_r$ (01)



coordonnées cylindriques

Surface de Gauss = cylindre de rayon r, de hauteur h, et d'axe le fil chargé.

(01) + (01)

$$\phi_{\Sigma G} = \oint \vec{E}.\vec{dS} = \underbrace{\int_{S_1} \vec{E}.\vec{dS_1} + \int_{S_2} \vec{E}.\vec{dS_2}}_{=0 \text{ car } \vec{E} \perp \vec{dS}} + \int_{S_3} \vec{E}.\vec{dS_3}$$ (01)

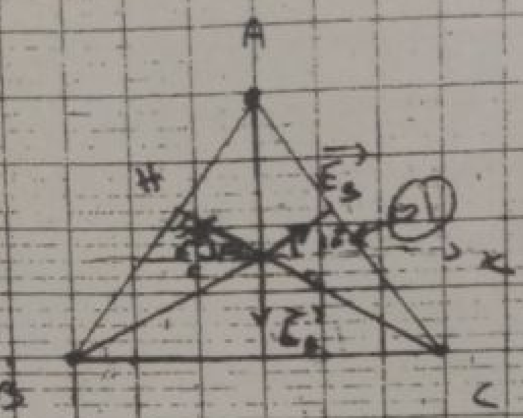
$$\phi_{\Sigma G} = \int_{S_3} \vec{E}.\vec{dS_3} = E \times S_3 = E \times 2\pi r \times h$$ (02)

Th de Gauss : $\phi_{\Sigma G} = \oint \vec{E}.\vec{dS} = \frac{1}{\varepsilon_0} \sum q_{\text{int de } \Sigma G}$

$$E \times 2\pi r \times h = \frac{1}{\varepsilon_0} \lambda h$$ (01)

$$\Rightarrow E = \frac{\lambda}{2\pi \varepsilon_0 r}$$ (01)

2)



(01)

$$E_A = E_B = E_C$$

$$\vec{E}_G = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$$ (01)

$$\vec{E}_B + \vec{E}_C = 2\,E_C \sin 30\,\vec{j}$$ (01)

$$E_C = \frac{d}{4\pi\varepsilon_0 [CG]}$$ (01)

$$[CG] = \frac{2}{3}[CH] \;;\; BC^2 = BH^2 + HC^2$$

$$a^2 = \left(\frac{a}{2}\right)^2 + HC^2$$

$$(HC)^2 = \frac{3}{4}a^2$$

$$HC = \frac{\sqrt{3}}{2}a$$

$$[CG] = \frac{2}{3} \times \frac{\sqrt{3}}{2}a = \frac{a}{\sqrt{3}} = \frac{a\sqrt{3}}{3}$$ (01)

$$E_C = \frac{d}{4\pi\varepsilon_0 \frac{a}{\sqrt{3}}} \Rightarrow E_C = \frac{d\sqrt{3}}{4\pi\varepsilon_0 a}$$

(01)

$$\vec{E}_A = E_C(-\vec{j})$$

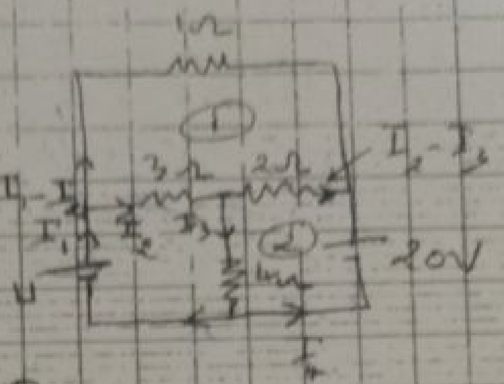
$$\vec{E}_G = E_C\left(2 \times \frac{1}{2} - 1\right) = \vec{0}$$ (01)

Ex 3

$I_3 = 3\,A$

maille ①:

$3 I_2 + 2(I_2 - I_3) - (I_1 - I_2) = 0$



$6 I_2 - 2 I_3 - I_1 = 0$

maille ②: $-20 - 2(I_2 - I_3) + 4 I_3 = 0$

$-2 I_2 + 6 I_3 = 20$

$2 I_2 = 6 I_3 - 20 = 6 \times 3 - 20$

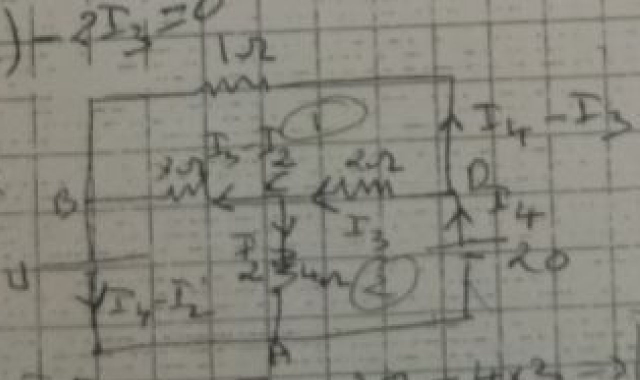
$\Rightarrow \boxed{I_2 = -1\,A}$

$I_1 = 6 I_2 - 2 I_3 = -6 - 2 \times 3 \Rightarrow \boxed{I_1 = -12\,A}$

$I_2 = 3\,A$

maille ①:

$I_4 - I_3 - 3(I_3 - I_2) - 2 I_3 = 0$



$I_4 - 6 I_3 = -3 I_2$

$I_4 + 3 I_2 = 18$

maille ②:

$-20 + 2 I_3 + 4 I_2 = 0 \Rightarrow 2 I_3 = 20 - 4 \times 3 \Rightarrow \boxed{I_3 = 4\,A}$

$I_4 = -3 \times 3 + 6 \times 4 \Rightarrow \boxed{I_4 = 15\,A}$

⑤

$I_4 - I_3 = 11 A$ (Branche BD)

$I_3 - I_2 = 4 - 3 = 1 A$ (Branche BC)

$I_4 - I_2 = 12 A$ (Branche BA)

2) $U = V_B - V_A = (V_B - V_C) \underset{\text{plus}}{+} (V_C - V_A)$

$U = -3(I_3 - I_2) + 4 \times I_2$

$= -3 \times 1 + 4 \times 3A \Rightarrow \boxed{U = 9V}$

3) $P(\underset{20V}{\text{générateur}}) = 20 \times I_4$

$= 20 \times 15 = 300$ watts

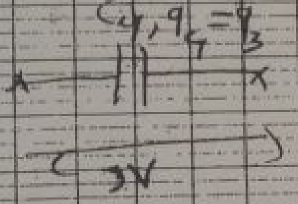
La batterie U joue ici le rôle d'un récepteur !!!

Ex 4

1) $C_{12} = C_1 + C_2 = 2\,\mu F$

$$\frac{1}{C_{eq}} = \frac{1}{C_3} + \frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \Rightarrow \boxed{C_{eq} = 1\,\mu F}$$

2)



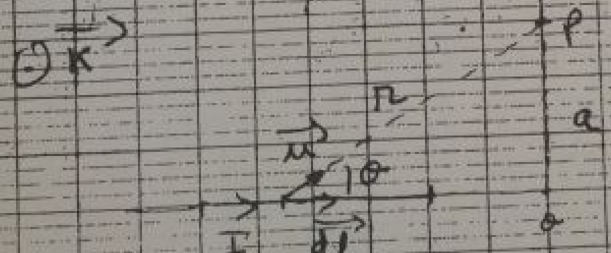
$$C_{eq} = \frac{q_3}{9V} \Rightarrow \boxed{q_3 = 9\,\mu C}$$

$$q_{123} = q_3 = q_1 + q_2 = 2q_1 \Rightarrow \boxed{q_1 = q_2 = \frac{9}{2}\,\mu C}$$

Ex 5

Partie I

1)



$$d\vec{B}(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{dl} \wedge \vec{u}}{r^2} = \frac{\mu_0 I}{4\pi r^2} \|\vec{dl}\| \|\vec{u}\| \sin\theta \, \vec{K}$$

Puisque tous les éléments de courant $I\vec{dl}$ se situent dans le plan de la page, ils produisent tous un champ magnétique sortant de la page au point P. D'où $\vec{B}(P) = B(P)\,\vec{K}$

$$dB(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl \sin\theta}{r^2}$$

$$dl = dx$$

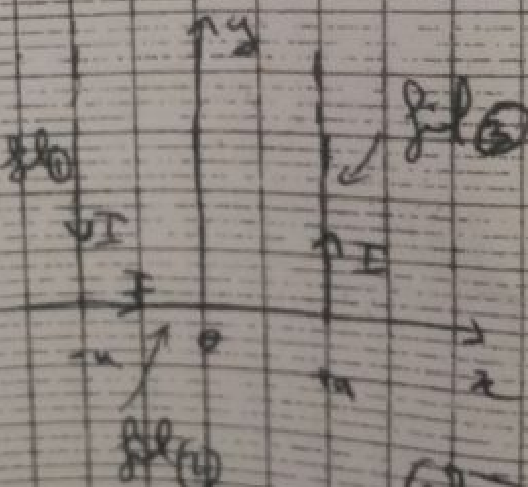
$$\sin\theta = \frac{a}{r}$$

$$\tan\theta = \frac{a}{-x} \Rightarrow \frac{dx}{d\theta} = \frac{a}{\sin^2\theta} \Rightarrow dx = \frac{a}{\sin^2\theta} d\theta$$

$$B(P) = \int dB = \int_{\theta_1}^{\theta_2} \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \sin\theta \, d\theta$$

$$B(P) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} (\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad \text{C.Q.F.D}$$

2)



$$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} + \vec{B_3}$$

$\vec{B_1}$ ⊙

$\vec{B_2} = \vec{0}$; $\vec{dl}$ et $\vec{u}$ sont colinéaires

$\vec{B_3} \to$ ⊙ $\vec{k}$

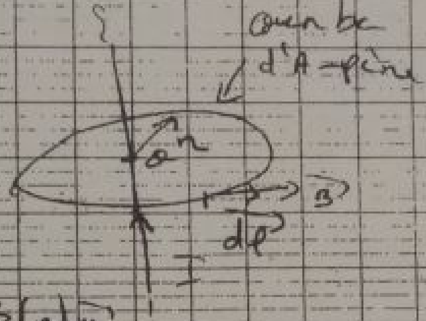
$$\vec{B_1} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\cos 0 - \cos\frac{\pi}{2}\right) \vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \vec{k}$$

$$\vec{B_3} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \left(\cos\frac{\pi}{2} - \cos\pi\right) \vec{k} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a} \vec{k}$$

$$\vec{B}_o = 2\,\frac{\mu_0 I}{4\pi a}\,\vec{k} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\,\vec{k}$$

Partie ②

1) $\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \sum I_{\text{enlacée par la courbe d'Ampère}}$

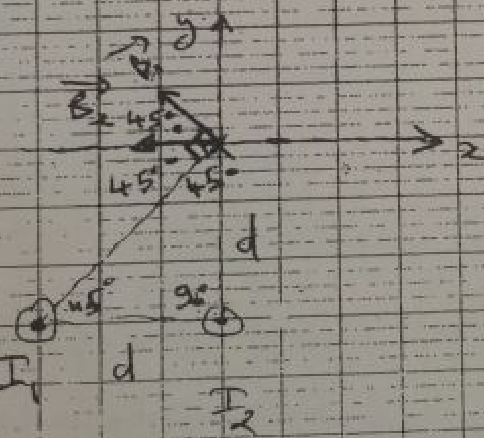


Par raison de symétries : $\vec{B} = B(r)\,\vec{u}_\theta$

$$\oint \vec{B}\cdot\vec{dl} = \oint \overset{cte}{B}\, dl = B \times 2\pi r = \mu_0 I$$

$$\Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

2)



$$\vec{B}_2 = -\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}\,\vec{i}$$

$$\vec{B}_1 = B_1\left(-\cos 45\,\vec{i} + \sin 45\,\vec{j}\right)$$

$$= \frac{\mu_0 I_2}{2\pi\sqrt{d^2+d^2}} \times \frac{\sqrt{2}}{2}\left(-\vec{i}+\vec{j}\right)$$

$$\vec{B}_P = \left(-\frac{\mu_0 I_1}{2\pi d} - \frac{\mu_0 I_2 \times \sqrt{2}}{2\pi \sqrt{2d^2} \times 2} \right) \vec{i}$$

$$+ \frac{\mu_0 I_2}{2\pi \sqrt{2d^2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} \vec{j}$$

$$\vec{B}_P = 4\cancel{\pi} \times 10^{-7} \left(\frac{-3}{2\cancel{\pi} \times 0{,}2} - \frac{5 \times \cancel{\sqrt{2}}}{4\cancel{\pi} \cancel{\sqrt{2}} \times 0{,}2} \right) \vec{i}$$

$$+ 4\cancel{\pi} \times 10^{-7} \left(\frac{5 \times \cancel{\sqrt{2}}}{4\cancel{\pi} \cancel{\sqrt{2}} \times 0{,}2} \right) \vec{j}$$

$$= 4 \times 10^{-7} \left[-7{,}5 - 6{,}25 \right] \vec{i}$$

$$+ 4 \times 10^{-7} (6{,}25) \vec{j}$$

$$\boxed{\vec{B}_P = 4 \times 10^{-7} \left(-13{,}75 \vec{i} + 6{,}25 \vec{j} \right) \text{Tesla}}$$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

عبد الرحمن عواد

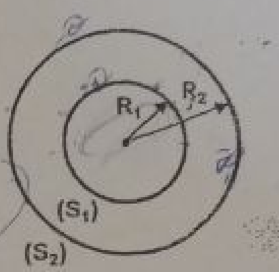
Cours : P1101
Durée : 2 heures

Année : 2015-2016
Examen : Final

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I : (15 points, ~ 15 mn)

$q = \sigma S$



Une sphère conductrice pleine (S_1) de rayon R_1 porte une charge de densité surfacique σ_1.

1) En appliquant le théorème de Gauss, calculer le champ électrique à une distance r ($r > R_1$). $E\,4\pi r^2 = \frac{\sigma_1 4\pi R^2}{\varepsilon_0} \Rightarrow E = \frac{\sigma_1 R^2}{\varepsilon_0 r^2}$

2) Cette sphère est maintenant concentrique avec une sphère creuse (S_2) initialement neutre dont le rayon intérieur est R_2 ($R_2 > R_1$). Ce système forme un condensateur sphérique. Calculer par influence électrostatique la charge portée par la surface intérieure de (S_2).

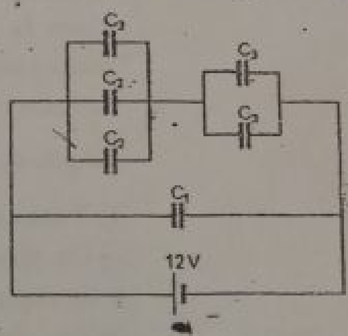
3) Trouver la différence de potentiel entre les deux armatures.

4) Trouver la capacité de ce condensateur.

$-\int E\,dr : \frac{\sigma_1 R^2}{\varepsilon_0}\left(\frac{1}{R}\right)_{R_1}^{R_2}$

$C = \frac{Q}{V_1 - V_2}$

Exercice II : (15 points, ~15 mn)



On considère le montage des condensateurs de la figure ci-contre.

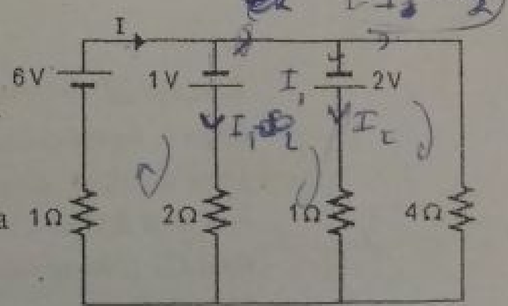
Les capacités des condensateurs ont les valeurs suivantes :

$C_1 = 1\ \mu F$, $C_2 = 2\ \mu F$ et $C_3 = 3\ \mu F$.

1) Trouver la capacité équivalente de ce montage.

2) Trouver la charge et la tension pour chaque condensateur.

Exercice III : (20 points, ~ 25 mn)



On considère le circuit dans la figure ci-contre.

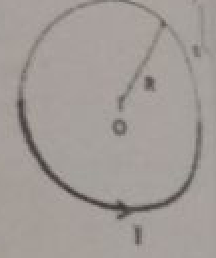
1) Calculer le courant dans chaque branche en utilisant la loi des nœuds et la loi de mailles.

2) Trouver la différence de potentiel aux bornes de la résistance de 4 Ω.

TSVP →

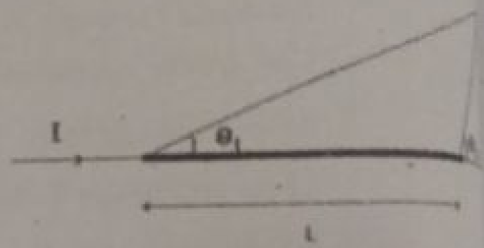
Exercice IV : (25 points, ~ 35 mn)

A- Une demie-spire de rayon **R** et de centre **O** est parcourue par un courant d'intensité I. Calculer le champ magnétique créé au centre **O**.



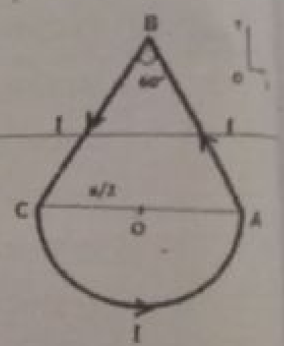
B- Montrer que le champ magnétique produit par un fil rectiligne parcouru par un courant **I** au point **P** (figure ci-contre) est donné par :

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2)$$



C- Le circuit ci-contre est formé par une demie-spire **CA** de rayon $\frac{a}{2}$, de centre **O**, et par deux conducteurs rectilignes **AB** et **BC**, de longueur a chacun, formant un angle de 60°. L'ensemble est parcouru par un courant I.

Déterminer le vecteur champ magnétique créé en **O**.

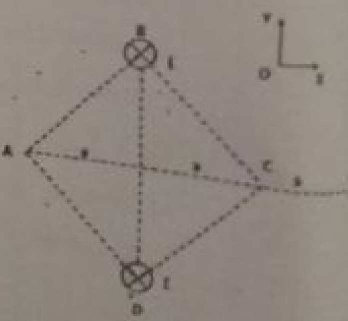


Exercice V : (10 points, ~ 15 mn)

Dans la figure ci-contre, on considère deux fils, infiniment longs, parcourus par le même courant **I** et sont placés aux sommets **B** et **D** d'un carré **ABCD**. Les deux courants sont dirigés dans le sens négatif de l'axe des **z** $(-\vec{k})$.

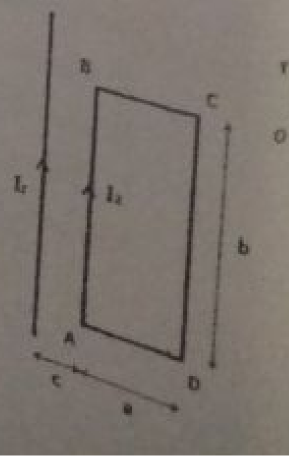
1) Trouver le champ magnétique résultant $\vec{B}$ au sommet A.

2) On place un fil infiniment long en un point **E** à une distance **a** du sommet **C** et perpendiculaire au plan de la figure. Quels doivent être l'intensité et le sens du courant **I'** qui parcourt ce fil afin que le champ résultant au point **A** soit nul.



Exercice VI : (15 points, ~ 15 mn)

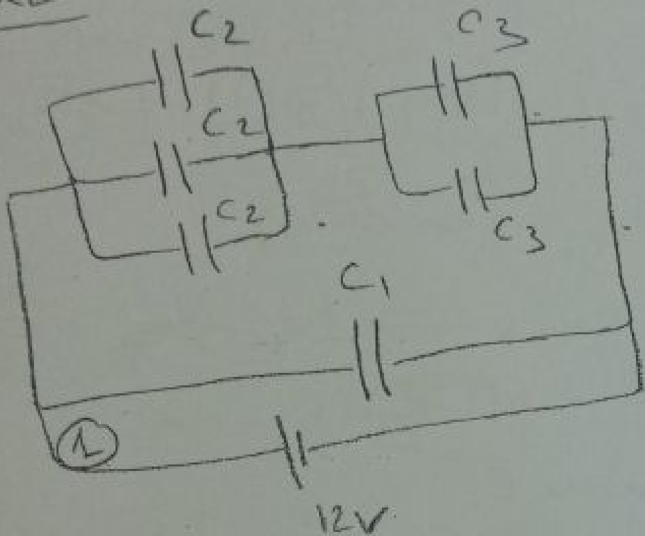
Dans la figure ci-contre, le courant passant dans le fil infini est I_1, et celui circulant dans le cadre rectangulaire est I_2. Le cadre a une longueur *b* et une largeur **a**. Son côté gauche **AB** est à une distance c du fil. Déterminer la force de Laplace appliquée sur chaque côté de ce cadre.

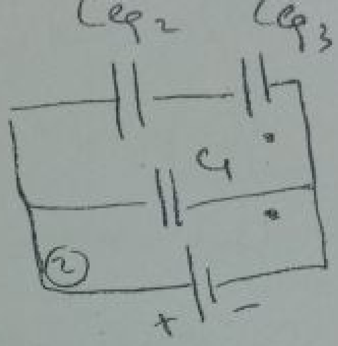


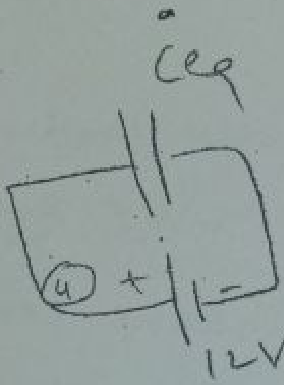
Solution Final P1101 2015-2016 (

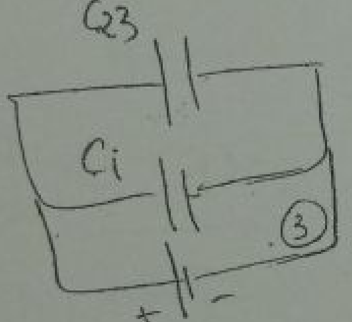
ex1 (Cours)

ex2 :









-) Les 3 condensateurs de capacité C_2 sont montés en dérivation : $C_{eq_2} = C_2 + C_2 + C_2 = 3C_2 = 3 \times 2 = 6\,\mu$

Les 2 condensateurs de capacité C_3 sont montés en dérivation : $C_{eq_3} = C_3 + C_3 = 2C_3 = 2 \times 3 = 6\,\mu F$.

C_{eq_2} et C_{eq_3} sont en serie : $\frac{1}{C_{23}} = \frac{1}{C_{eq_2}} + \frac{1}{C_{eq_3}} \Rightarrow C_{23} = \frac{6 \times 6}{6+6} = 3\,\mu$

C_{23} et C_1 sont montés en // : $C_{eq} = C_1 + C_{23}$ ②
$= 1 + 3 = 4\ \mu F$

2) $Q_{eq} = C_{eq} V = 4 \times 12 = 48\ \mu C.$

$Q_{eq} = Q_1 + Q_{23}$ (en //) $\Big\} \Rightarrow Q_{23} = 48 - 12 = 36\ \mu C$

$\boxed{Q_1} = C_1 V = 1 \times 12 = \boxed{12\ \mu C}$ et $\boxed{V_1} = V = \boxed{12\,V}$

$Q_{23} = Q_{eq_2} = Q_{eq_3}$ (en série)

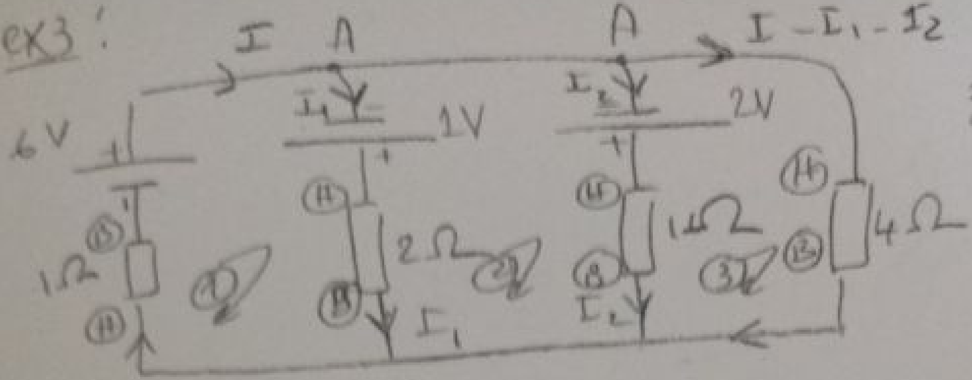
De plus $C_{eq_2} = C_{eq_3} \Rightarrow V_{eq_2} = V_{eq_3} = \frac{12}{2} = 6\,V$
$= V_2 = V_3$

$\boxed{V = \frac{Q}{C}}$

pour chaque condensateur C_2 :
$Q_2 = C_2 V_2 = 2 \times 6 = 12\ \mu C.$ avec $V_2 = 6\,V$ $\begin{cases} \text{Vérifi} \\ 3Q_2 = Q_{23} \\ 3 \times 12 = 36\ \mu C \end{cases}$

pour chaque condensateur C_3 :
$Q_3 = C_3 V_3 = 3 \times 6 = 18\ \mu C$ avec $V_3 = 6\,V.$ $\begin{cases} 2Q_3 = Q_{23} \\ 2 \times 18 = 36\ \mu C \end{cases}$

ex3 :



3 inconnues I, I_1 et I

maille ① $-1+2I_1+I-6=0$

$I+2I_1=7$ ①

maille ② $-2+I_2-2I_1+1=0$

$-2I_1+I_2=1$ ②

maille ③ $4(I-I_1-I_2)-I_2+2=0$

$4I-4I_1-5I_2=-2$ ③

① → $\boxed{I=7-2I_1}$ ds ③

$4(7-2I_1)-4I_1-5I_2=-2$

$-12I_1-5I_2=-30 \Rightarrow \boxed{12I_1+5I_2=30}$

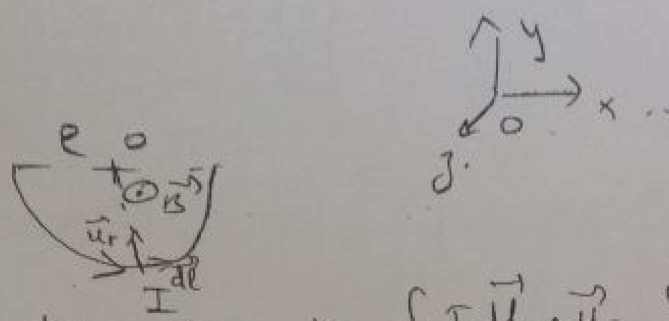
$5\times② - ④ \to -22I_1=-25 \Rightarrow \boxed{I_1=\frac{25}{22}}$

② → $I_2=1+2I_1=1+\frac{\cancel{50}^{25}}{\cancel{22}_{11}}=\frac{36}{11}$

et $I=7-2\cdot\frac{25}{\cancel{22}_{11}}=\frac{52}{11}$

ex4 :

A_



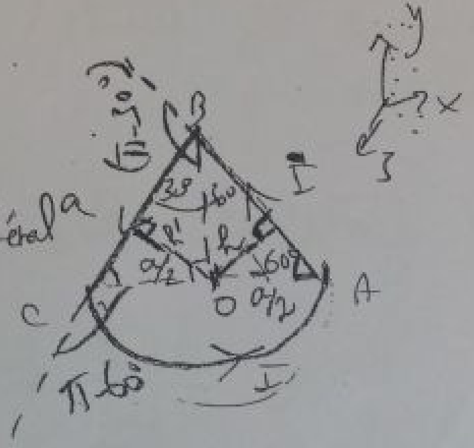
Loi de Biot et Savart : $B = \frac{\mu_0}{4\pi}\int \frac{I\,\vec{dl} \wedge \vec{u}_r}{r^2}$ loi des trois doigts de la main droite ⊙

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi}\int \frac{dl}{r^2} \quad \text{où } r = R = \text{cte}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int dl \quad \text{et} \int_{\text{demi-spire}} dl = \frac{2\pi R}{2} = \pi R$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\pi R = \boxed{\frac{\mu_0 I}{4R}} \quad \text{suivant } \vec{k}$$

3_ Cours



– $AC = a \rightarrow ABC$ tr équilatéral

$$\vec{B}_O = \vec{B}_{AB} + \vec{B}_{BC} + \vec{B}_{CA}$$

$$\vec{B}_{CA} = \frac{\mu_0 I}{4R}\vec{k} \quad \boxed{\odot \vec{B}_{CA}} \quad \text{(partie A)}$$

$$= \frac{\mu_0 I}{4\,a/2} = \boxed{\frac{\mu_0 I}{2a}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi a}(\cos\theta_1 - \cos\theta_2) \quad \text{(partie B)}$$

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi h}\left(\cos 60° - \cos(\pi - 30°)\right) \quad \text{avec} \quad 60° = \frac{h}{a/2}$$

(tr. rectangle voir fig)

$$B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{4\pi \frac{a\sqrt{3}}{4}}\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}\right) = \boxed{\frac{\mu_0 I}{4\pi a\sqrt{3}}\frac{(1+\sqrt{3})}{2}} \Rightarrow h = \frac{a\sqrt{3}}{4} \;\boxed{= h'}$$

direction $\odot \vec{k}$

ou $\boxed{B_{AB} = \frac{\mu_0 I}{8\pi a\sqrt{3}}(2{,}73)}$

Trois doigts de la main droite

$$B_{BC} = \frac{\mu_0 I}{4\pi a\sqrt{3}}\left(\cos 30° - \overbrace{\cos(\pi - 60°)}^{\cos 60°}\right) = \frac{\mu_0 I}{4\pi a\sqrt{3}}\left(\frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}\right)$$

$$= B_{AB}$$

$\vec{B}_{BC}$ $\odot \vec{k}$ idem

m sens $\vec{B}_0 = B_0 \vec{k}$

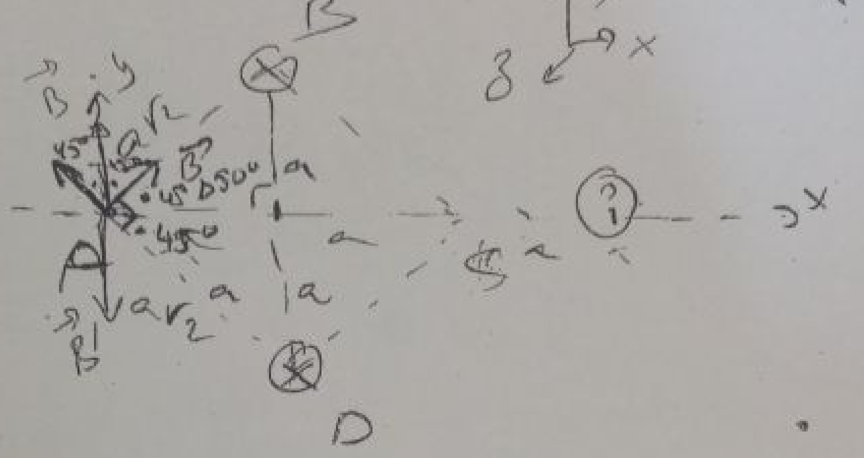
$$B_0 = \frac{\mu_0 I}{2a} + \cancel{2}\, \frac{\mu_0 I}{\cancel{8}_{4}\pi a\sqrt{3}}(2.73) = \frac{\mu_0 I}{2a}\left(1 + \frac{2.73}{4\pi\sqrt{3}}\right)$$

$$= \boxed{1{,}13\, \frac{\mu_0 I}{2a}}$$

$\vec{B}_0 \odot \vec{k}$

exS :

6



a) $\vec{B}_A = \vec{B}_B + \vec{B}_D$

$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$ le B du à un fil ∞ parcouru par un courant à une distance R

$B_B = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}}$ $B_D = \frac{\mu_0 I}{2\pi a\sqrt{2}}$ pour le sens e la direc voir fig

$\underbrace{\qquad\qquad}_{B_B = B_D}$

$\vec{B} = \vec{B}_A = \vec{B}_B + \vec{B}_D = 2B\cos 45\vec{j} = 2B\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j}$

$= \cancel{2}\cdot\frac{\mu_0 I}{2\pi a\cancel{\sqrt{2}}}\frac{\cancel{\sqrt{2}}}{\cancel{2}}\vec{j} = \frac{\mu_0 I}{2\pi a}\vec{j}$

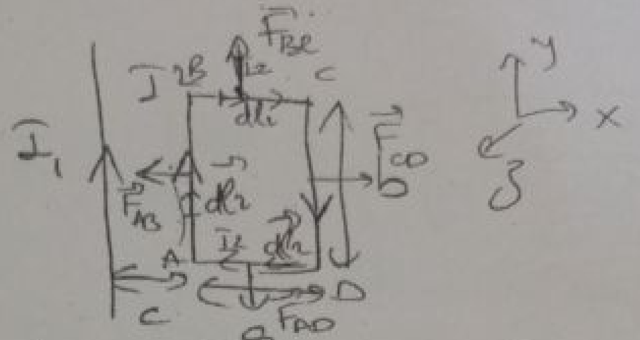
b) $\vec{B}'_A = -\vec{B}_A$ ou $\vec{B}' = -\vec{B} = -\frac{\mu_0 I}{2\pi a}\vec{j}$

le courant vers l'est ⊙ I règle de la main droite

$$B' = \frac{\cancel{\mu_0} I'}{\cancel{2\pi}(3a)} = \frac{\cancel{\mu_0} I}{\cancel{2\pi} a} \Rightarrow \boxed{I' = 3I}$$

7

Ex 6 ! (8)



le $\vec{B}_1$ du à I est ⊗ ⊗ ⊗ $\vec{B}_1$

suivant $(-\vec{k})$: règle de la main droit

$\times \vec{F} = \int I \vec{dl} \wedge \vec{B}$

$$\vec{F}_{AB} = \int I_2 \underset{(\vec{j})}{\vec{dl}_2} \wedge \underset{(-\vec{k})}{\vec{B}_1} = I_2 B_1 \int dl_2 \, (-\vec{i})$$

Règle de 3 droits de la main droit

$$= I_2 B_1 b \, (-\vec{i}) \quad \text{ou } B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi c}$$

ou $(-\vec{i})$ $\vec{k}$ $\vec{j}$ $(-\vec{k})$

$$\vec{F}_{AB} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi c} b \, (-\vec{i})$$

$$\vec{F}_{CD} = \int I_2 \underset{(-\vec{j})}{\vec{dl}_2} \wedge \underset{(-\vec{k})}{\vec{B}_1} = I_2 B_1 b \, (\vec{i}) \text{ avec } B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi (c+a)}$$

$$= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi (c+a)} b \, (\vec{i})$$

$$\vec{F}_{BC} = \int I_2 \underset{(\vec{i})}{\vec{dl}_2} \wedge \underset{(-\vec{k})}{\vec{B}_1} = I_2 \int B_1 dl_2 \, (-\vec{j}) \qquad B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi l}$$

ou l varie c à $(c+a)$

$$\vec{F}_{BC} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_c^{c+a} \frac{dl}{l} \, (-\vec{j}) = \boxed{\frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln\left(\frac{c+a}{c}\right) (-\vec{j})}$$

9

$$\vec{F}_{DA} = \int I_2 \underset{(-\vec{k})}{\vec{dl}_2} \wedge \underset{(-\vec{i})}{\vec{B}} = I_2 \int \vec{dl}_2 \wedge \vec{B}_1$$

pareil $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi l}$ $\quad l : (c+a) \rightarrow c$

$$\vec{F}_{DA} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \int_{c+a}^{c} \frac{dl}{l} (-\vec{j}) = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi} \ln$$