UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : Phys 101
Durée : 1 heure

Année : 2012-2013
Examen : Partiel

Exercice I : *(25 points)*

Deux petites sphères identiques de masse $m = 2\,g$ chacune, sont suspendues à deux fils légers isolants de même longueur $L = 1\,m$ dans une région où règne un champ électrostatique uniforme $\vec{E}$ (figure I).

Sachant que les sphères ont des charges opposées $-6.10^{-8}\,C$ et $+6.10^{-8}\,C$, trouver l'intensité de $\vec{E}$ pour que la position indiquée sur la figure soit une position d'équilibre.

On donne : $g = 10 m/s^2$, $\alpha = 10°$ et $\theta = 5°$.

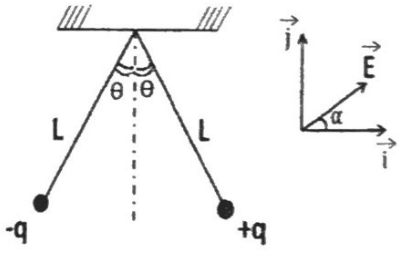


Figure I

Exercice II : *(50 points)*

1) Montrer que le potentiel créé en un point M de l'axe d'un disque, de rayon R, chargé surfaciquement de densité de charge uniforme σ (figure II-1) est donné par :

$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2 + z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

2) En déduire le champ électrostatique créé en M.

3) On place deux disques, de même rayon R, portant des charges de signes opposés comme le montre la figure II-2.

En déduire le potentiel électrostatique aux points A, B et C.

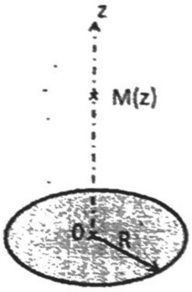


Figure II-1

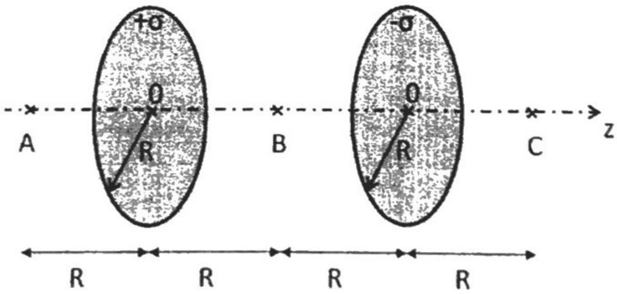


Figure II-2

Exercice III : *(25 points)*

Un cylindre creux non conducteur, de longueur infinie, porte une distribution volumique de charge, uniforme, de densité ρ. Ce cylindre possède un rayon interne et externe a et b respectivement comme le montre la figure III.

En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrostatique $\vec{E}$ en tout point de l'espace.

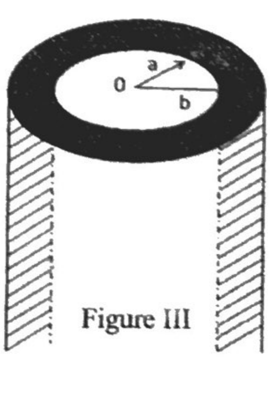


Figure III

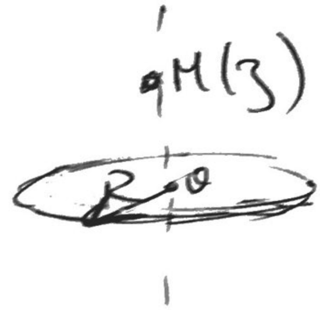
Bon Travail

Solution partiel 2012 – 2013 ①

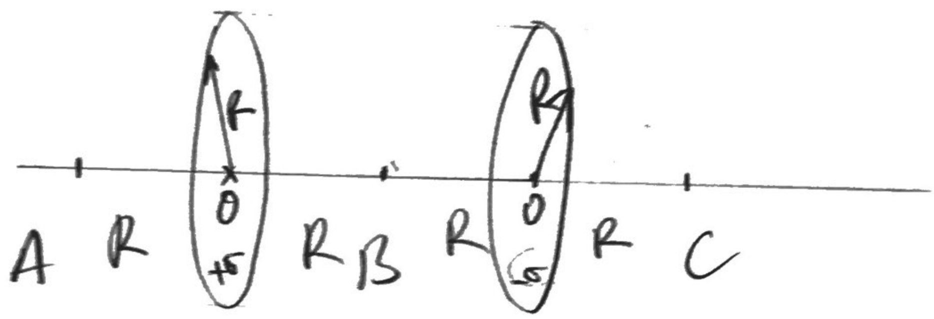
Ex I TD

Ex II 1/ et 2/ TD

$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$



3)



$V_A = ?$ $V_B = ?$ $V_C = ?$

$$\boxed{V_A} = V_{+\sigma} + V_{-\sigma} = \frac{+\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) +$$

$$\left(-\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\right)\left(\sqrt{R^2+9R^2} - \sqrt{9R^2}\right)$$

$$= \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{2} - 1 - \sqrt{10} + 3\right) = \boxed{0.25\,\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}}$$

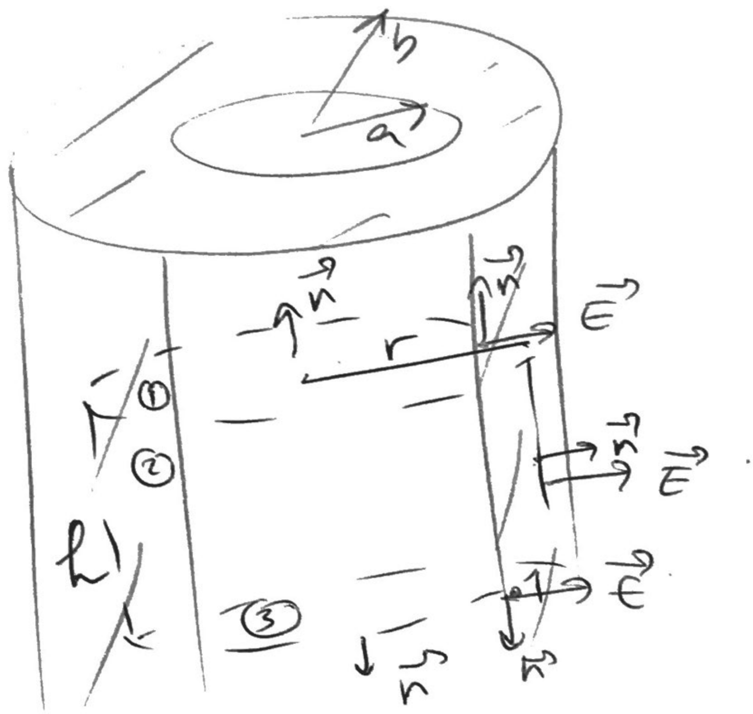
$$\boxed{V_B} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2} - \sqrt{R^2}\right) = \boxed{0}$$

$$c = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+9R^2}-\sqrt{9R^2}\right) - \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{R^2+R^2}-\sqrt{R^2}\right) \quad (2)$$

$$\boxed{V_C} = \frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{10}-3-\sqrt{2}+1\right) = \boxed{-0{,}25\,\frac{\sigma R}{2\varepsilon_0}}$$

Ex III :

ρ



$$\Phi_{\Sigma_0} = \frac{Q_{\text{int à } \Sigma_0}}{\varepsilon_0}$$

$r < a$

$\vec{E} = \vec{0}$ pas de charge.

$a < r < b$ $\quad \oiint \vec{E}.\vec{ds} = \dfrac{Q_{\text{int à } \Sigma_G}}{\varepsilon_0}$

$$* \oiint \vec{E}.\vec{ds} = \cancel{\int_{S_1}\vec{E}.\vec{dS_1}} + \int_{S_2}\vec{E}.\vec{dS_2} + \cancel{\int_{S_3}\vec{E}.\vec{dS_3}} = \int_{S_2}\vec{E}.\vec{dS_2}$$

$$= E\,2\pi r\,h$$

$$\frac{Q_{int} \text{ à } \mathcal{E}_0}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho . (\pi r^2 h - \pi a^2 h)}{\varepsilon_0}$$ ③

$$= \frac{\rho \pi h (r^2 - a^2)}{\varepsilon_0}$$

$$E 2\pi r h = \frac{\rho \pi h (r^2 - a^2)}{\varepsilon_0}$$

$$\boxed{E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r} (r^2 - a^2)}$$

$r > b$ $$E \cancel{2} \cancel{\pi} r \cancel{h} = \frac{\rho . V}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \cancel{\pi} b^2 \cancel{h} - \cancel{\pi} a^2 \cancel{h}}{\varepsilon_0}$$

$$E = \frac{\rho}{2\varepsilon_0 r} (b^2 - a^2)$$

$$\underbrace{\vec{E} = E(r)\vec{u}_r}_{\text{due à la symétrie.}}$$

LEBANESE UNIVERSITY
Faculty of Sciences
Section 3

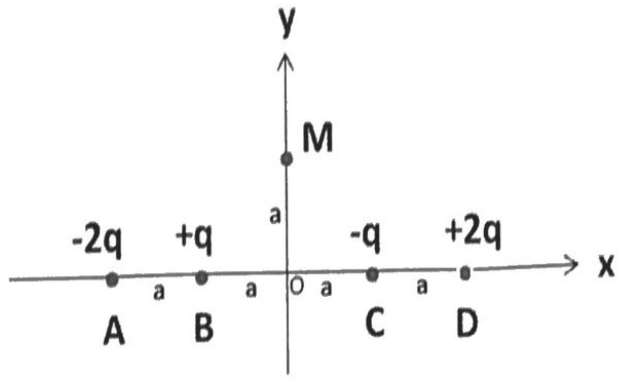
الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Course : Phys 101
Duration : 1 hour

Year : 2014-2015
Exam : Midterm

Problem I : *(30 Marks, 20 min.)*

Four point charges ***-2q***, ***+q***, ***-2q***, and ***+2q*** are located on the x-axis at points ***A (-2a)***, ***B (-a)***, ***C (+a)*** and ***D (2a)***, respectively.



1- Calculate the resultant electric field at point ***M (0, a)***.

2- Calculate the electric potential at point ***M (0, a)***.

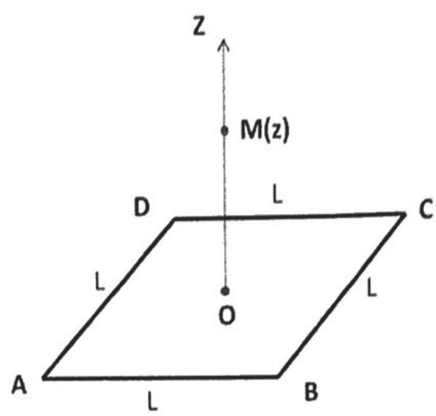
3- Deduce the electric work done to bring the charge ***+Q*** from a point at infinity to point ***M(0, a)***. Take **V (∞) = 0.**

Problem II : *(35 Marks, 20 min.)*

1- A charge ***+q*** is uniformly distributed on a non conducting wire of length ***L***. Show that the electric field created by this wire at a point **P** located at the perpendicular bisector is given by :

$$E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y}\frac{1}{(L^2+4y^2)^{1/2}}$$

2- In the figure shown to the right, the square ***ABCD*** has a side of length ***L***. A charge ***+q*** is distributed uniformly on each side. Deduce the resultant electric field at point ***M (z)*** of the axis ***(Oz)*** of this square of center ***O***.

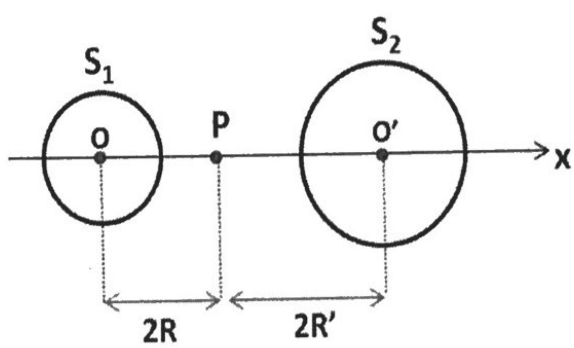


Problem III : *(35 Marks, 20 min.)*

1- Using Gauss's Law, find the electric field E, created in each point of the space (***r < R***, ***r = R*** and ***r > R***), by a sphere of radius ***R*** uniformly charged of volume charge density $\rho = cst. > 0$.

2- Deduce the electric potential created by this sphere in each point of the space.

3- We take two spheres S_1 and S_2 of radii ***R*** and ***R'*** and of uniform volume charge density $\rho > 0$ and $\rho' < 0$, respectively. The two spheres are placed as shown in the figure to the right.

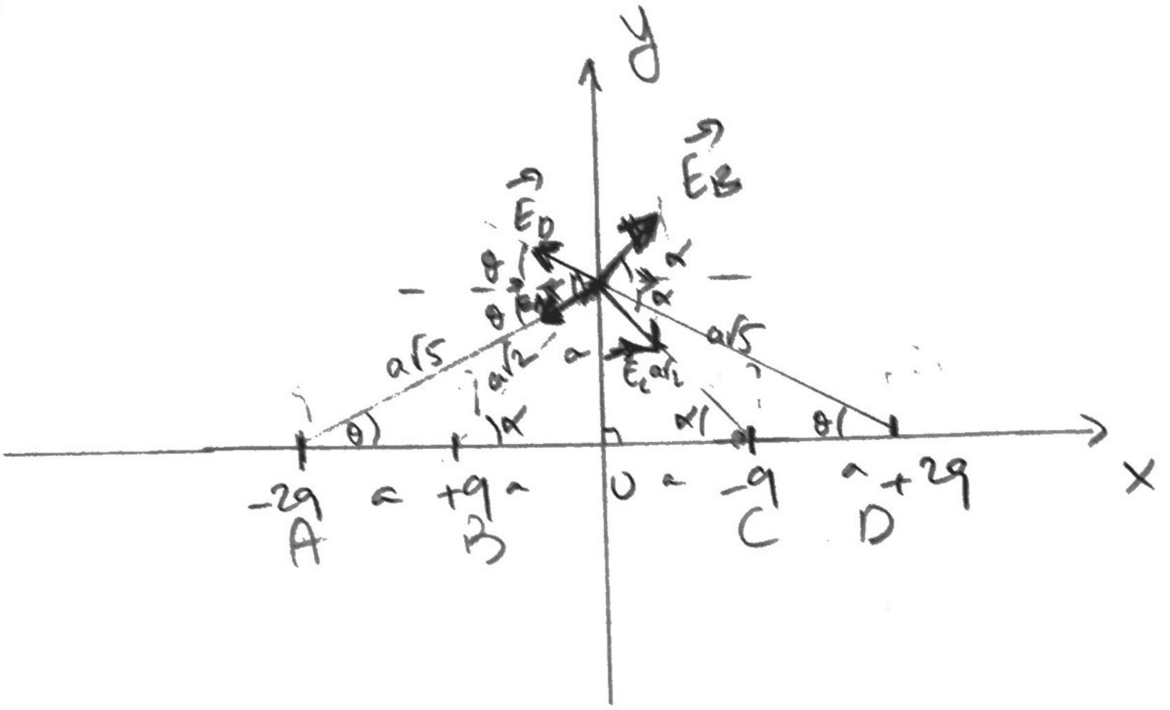


Calculate the electric field $\vec{E}$ created at point ***P***.

Good Work.

Solution partiel 2014/2015

exercice I



1) $|\vec{E}_B| = |\vec{E}_C| = k_0 \dfrac{q}{d^2}$ avec $d = a\sqrt{2}$

$$= k_0 \frac{q}{2a^2} = 0.5 \frac{kq}{a^2}$$

$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_D| = k_0 \dfrac{2q}{5a^2}$ $d' = a\sqrt{5}$

$$= 0.4 \frac{k_0 q}{a^2}$$

$\left\{ \begin{array}{l} \text{MBC tr. isocèle} \\ \text{MAD '' ''} \end{array} \right\}$ $\cos\alpha = \dfrac{a}{a\sqrt{2}} = \dfrac{1}{\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \dfrac{\sqrt{2}}{2} \Rightarrow \alpha = 45°$.

{MOB tr. rect. isocèle $\alpha = 45°$}.

$\cos\theta = \dfrac{2a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5}$. $(\theta = 26.6°)$. $\sin\theta = \dfrac{a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5}$

peut remarquer que les composante verticales s'annulent et le horizontale s'additionnent ②

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$$

$$= +E_A \cos\theta(-\vec{i}) + \cancel{E_A \sin\theta(-\vec{j})} + E_B \cos\alpha(\vec{i}) + \cancel{E_B \sin\alpha(\vec{j})}$$

$$+ E_C \cos\alpha(\vec{i}) + \cancel{E_C \sin\alpha(-\vec{j})} + E_D \cos\theta(-\vec{i}) +$$

$$\cancel{E_D \sin\theta(\vec{j})}$$

$$= 2E_A \cos\theta(-\vec{i}) + 2E_B \cos\alpha(\vec{i})$$

$$= 2\left(k_0 \frac{2q}{5a^2}\right)\frac{2\sqrt{5}}{5}(-\vec{i}) + \cancel{2}\left(\frac{k_0 q}{\cancel{2}a^2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i})$$

$$= \frac{k_0 q}{a^2}\left(-\overset{0{,}715}{\frac{8\sqrt{5}}{25}} + \overset{0{,}707}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)(+\vec{i}) = 8{,}4\times10^{-3}\frac{k_0 q}{a^2}(-\vec{i})$$

2) $V_M = V_A + V_B + V_C + V_D$.

$$= k_0 \frac{-2q}{d'} + k_0 \frac{q}{d} + k_0 \frac{-q}{d} + k_0 \frac{+2q}{d'}$$

$$= 0$$

3) $W = -Q\Delta V = -Q(V_f - V_i) = -Q(\overset{0}{V_M} - \overset{0}{V(\infty)})$ so

peut remarquer que les composante verticale s'annulent et le horizontale s'additionnent (2)

$$\vec{E}_M = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D$$

$$= + E_A \cos\theta(-\vec{i}) + \cancel{E_A \sin\theta(-\vec{j})} + E_B \cos\alpha(\vec{i}) + \cancel{E_B \sin\alpha(\vec{j})}$$

$$+ E_C \cos\alpha(\vec{i}) + \cancel{E_C \sin\alpha(-\vec{j})} + E_D \cos\theta(-\vec{i}) +$$

$$\cancel{E_D \sin\theta(\vec{j})}$$

$$= 2E_A \cos\theta(-\vec{i}) + 2E_B \cos\alpha(\vec{i})$$

$$= 2\left(k_0 \frac{2q}{5a^2}\right)\frac{2\sqrt{5}}{5}(-\vec{i}) + \cancel{2}\left(\frac{k_0 q}{\cancel{2}a^2}\right)\frac{\sqrt{2}}{2}(\vec{i})$$

$$= \frac{k_0 q}{a^2}\left(-\overset{0{,}715}{\frac{8\sqrt{5}}{25}} + \overset{0{,}707}{\frac{\sqrt{2}}{2}}\right)(+\vec{i}) = 8{,}44\,10^{-3}\frac{k_0 q}{a^2}(-\vec{i})$$

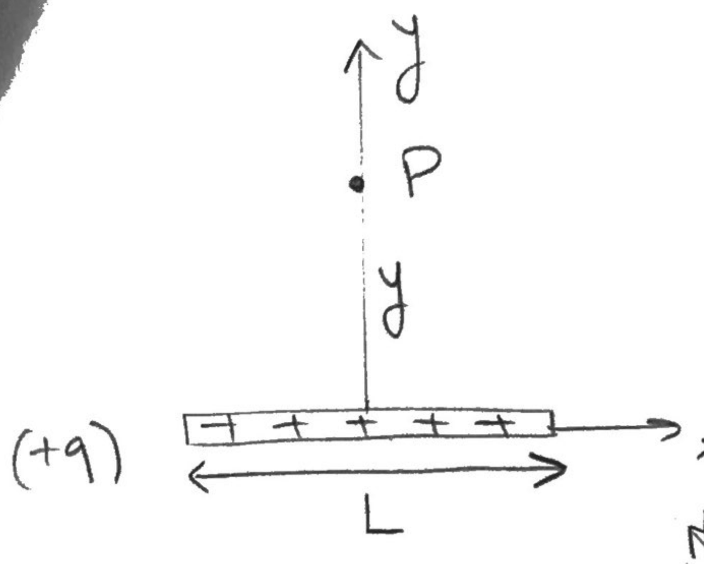
2) $V_M = V_A + V_B + V_C + V_D.$

$$= k_0 \frac{-2q}{d'} + k_0 \frac{q}{d} + k_0 \frac{-q}{d} + k_0 \frac{+2q}{d'}$$

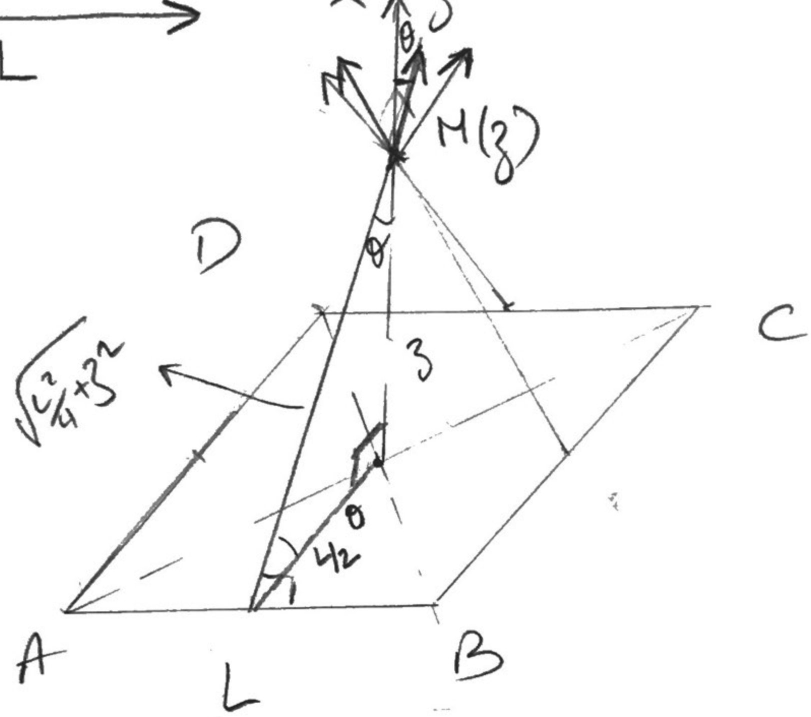
$$= 0$$

3) $W = -Q\,\Delta V = -Q(V_f - V_i) = -Q(\overset{0}{V_M} - \overset{0}{V(\infty)})$ so.

1_ TD $\longrightarrow$ $E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y}\frac{1}{(L^2+4y^2)^{1/2}}$



2)



Due à la symétrie du pb, les composantes suivant l'axe z s'additionnent et les autres s'annulent

$$\vec{E}_M = 4E\cos\theta\,(\vec{k}) = 4E\frac{z}{\sqrt{L^2/4+z^2}}\,(\vec{k}).$$

où $E = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{L^2/4+z^2}}\cdot\frac{1}{\left(L^2+4\left(\frac{L^2}{4}+z^2\right)\right)^{1/2}} = \frac{q}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{L^2/4+z^2}}\cdot\frac{1}{(2L^2+4z^2)^{1/2}}$

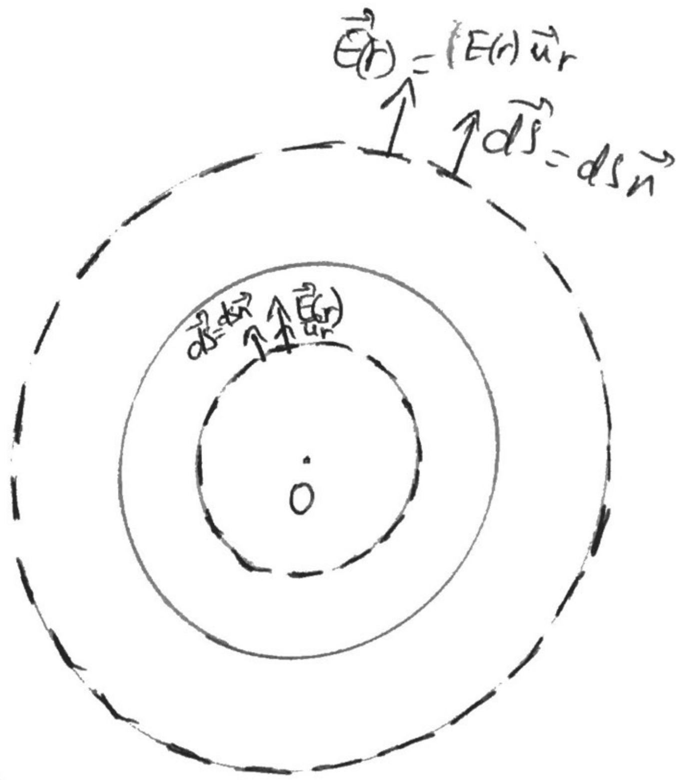
$$\vec{E}_M = 4 \cdot \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \frac{1}{\sqrt{L^2/4+z^2}} \cdot \frac{1}{(2L^2+4z^2)^{1/2}} \cdot \frac{z}{\sqrt{L^2/4+z^2}} \, \vec{k}$$

$$= 4 \; \frac{q}{2\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(L^2/4+z^2\right)} \frac{1}{(2L^2+4z^2)^{1/2}} \, \vec{k}$$

$$= \cancel{4} \; \frac{q}{\cancel{2}\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(L^2/4+z^2\right)} \frac{1}{\cancel{2}} \frac{1}{\left(L^2/2+z^2\right)^{1/2}} \, \vec{k}$$

$$= \frac{q}{\pi\varepsilon_0} \frac{z}{\left(L^2/4+z^2\right)\left(L^2/2+z^2\right)^{1/2}} \, \vec{k}$$

Exercice III :



1 - Vue la symétrie du pb :

$$\oiint_{\Sigma_G} \vec{E} \cdot \vec{dS} = \frac{Q_{int\ à\ \Sigma_G}}{\varepsilon_0}$$

* $$\oiint_{\Sigma_G} E(r)\vec{u}_r\, dS\vec{n} = \oiint_{\Sigma_G} E(r)\, dS = E(r) 4\pi r^2$$

* $\underline{r < R}$: $$\frac{Q_{int\ à\ \Sigma_G}}{\varepsilon_0} = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi r^3}{\varepsilon_0} = \frac{\rho V}{\varepsilon_0}$$

$$E(r) \cancel{4\pi r^2} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \frac{\cancel{4}}{3}\pi r^{\cancel{3}} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}}$$

puis cas particulier

* $r = R$ $$E(r) 4\pi R^2 = \frac{\rho \frac{4}{3}\pi R^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho R}{3\varepsilon_0}}$$

* $r > R$ $$E(r) \cancel{4\pi} r^2 = \rho \frac{\cancel{4/3\pi} R^3}{\varepsilon_0} \Rightarrow \boxed{E(r) = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r^2}}$$

le E est continu pour une ~~distribution~~ sphérique

5

$dV = -\vec{E}\cdot\vec{dr}$

$\int dV = -\int \vec{E}\cdot\vec{dr}$

<u>$r > R$</u> $\quad dV = -\vec{E}\cdot\vec{dr}$

$$\int dV = -\int \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\frac{dr}{r^2} \Rightarrow V_3 = -\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0}\left(-\frac{1}{r}\right) + cte_3$$

$$V_3 = +\frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r} + cte_3$$

$V(\infty) = 0 \Rightarrow \quad V_3(\infty) = 0 + cte_3 = 0 \Rightarrow cte_3 = 0$

$$\boxed{V_3 = \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 r}}$$

<u>par continuité</u>

pour <u>$r = R$</u> $\quad V_2(r=R) = V(r=R)$

$$\boxed{V_2} = \frac{\rho R^{\cancel{3}}}{3\varepsilon_0 \cancel{R}} = \boxed{\frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0}}$$

pour <u>$r < R$</u> $\quad \int dV = -\int \frac{\rho r}{3\varepsilon_0}dr \Rightarrow V_1 = -\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + cte_1$

$$V_2(r=R) = V_1(r=R) \Rightarrow \frac{\rho R^2}{3\varepsilon_0} = -\frac{\rho R^2}{6\varepsilon_0} + cte_1 \Rightarrow \boxed{cte_1 = \cancel{\frac{3\rho R^2}{6\varepsilon_0}} = \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{V_1(r)} = -\frac{\rho r^2}{6\varepsilon_0} + \frac{\rho R^2}{2\varepsilon_0} = \boxed{\frac{\rho}{2\varepsilon_0}\left(-\frac{r^2}{3} + R^2\right)}$$

$$\vec{E}_P = \vec{E}_\rho + \vec{E}_{\rho'} \qquad (r \overset{S_1}{>} R \text{ et } r \overset{S_2}{>} R') \qquad 6$$

$$= \frac{\rho R^3}{3\varepsilon_0 (2R)^2}\vec{i} + \frac{|\rho'| R'^3}{3\varepsilon_0 (2R')^2}\vec{i}$$

$$= \left(\frac{\rho R + |\rho'| R'}{12\varepsilon_0}\right)\vec{i}\,.$$

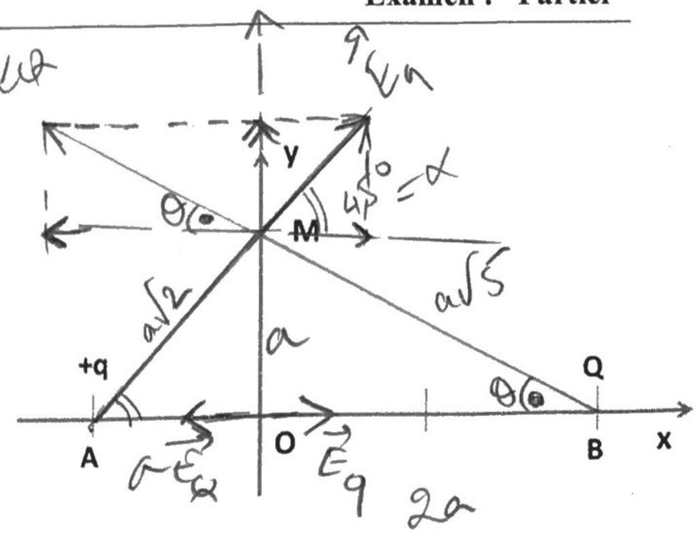
UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Cours : P1101
Durée : 1 heure

Année : 2015-2016
Examen : Partiel

Exercice I : *(35points, ~ 25 mn)*



Une charge ponctuelle positive **+q** est placée au point **A(-a, 0)**. On place une deuxième charge inconnue **Q** au point **B(2a, 0)**.

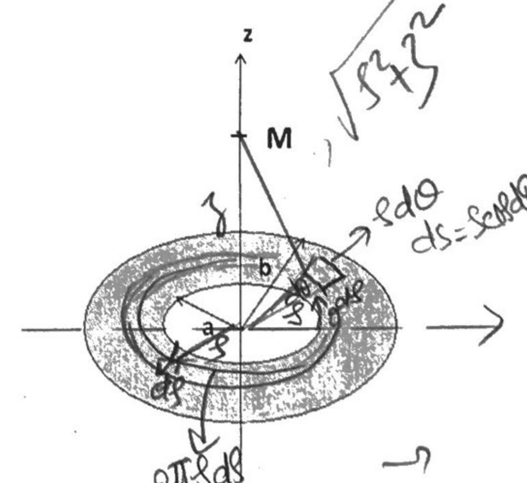
1- Trouver **Q** pour que le champ électrostatique résultant au point **O(0,0)** soit nul.

2- Trouver le potentiel électrostatique au point **O (0,0)** dû aux deux charges **q** et **Q**.

3- Trouver le champ électrostatique résultant et le potentiel électrique au point **M(0, a)** dû aux deux charges **q** et **Q**.

4- En déduire le travail électrique pour déplacer une charge **+Q₁** de l'infini au point **M(0, a)**. **(V(∞) = 0)**.

Exercice II : *(30 points, ~ 20 mn)*

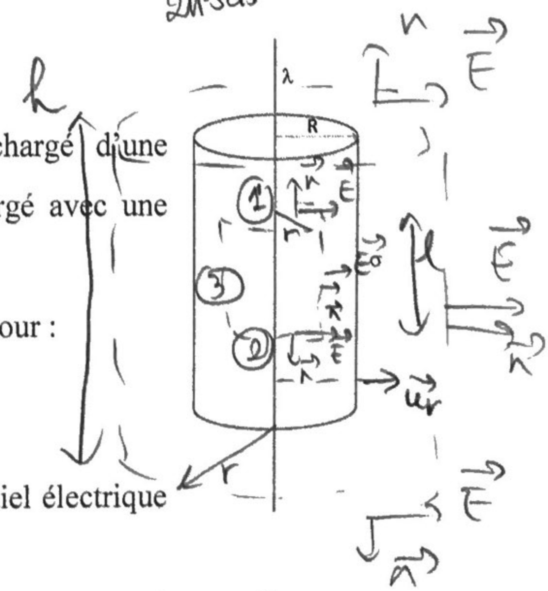


1 - Considérons un disque creux de rayon intérieur **a** et de rayon extérieur **b** ayant une distribution surfacique uniforme de charge σ. Montrer que le potentiel en un point M de son axe est donné par :

$$V(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{a^2+z^2}\right]$$

2 – Déduire le champ électrique en ce point.

Exercice III : *(35 points, ~ 15 mn)*



On considère un cylindre **infini** de rayon **R** uniformément chargé d'une distribution **surfacique** positive σ. Un fil **infini** linéairement chargé avec une densité uniforme et positive λ est confondu avec l'axe du cylindre.

1- En appliquant le théorème de Gauss, trouver le champ électrique pour :

a- r < R

b- r > R

2- Soit V_0 le potentiel à la surface du cylindre, en déduire le potentiel électrique pour r < R.

Bonne Chance

LEBANESE UNIVERSITY
Faculty of Sciences
Section 3

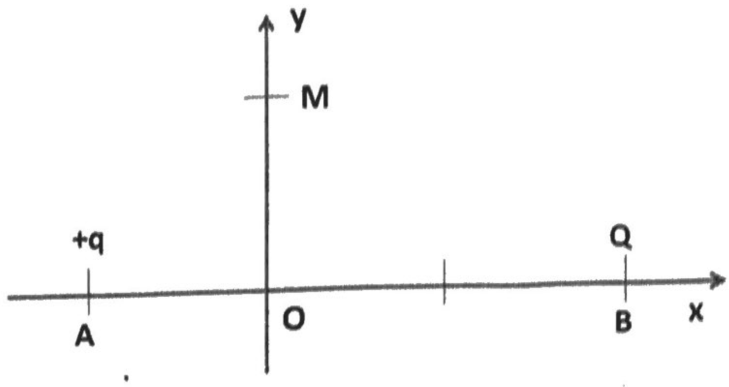
الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

Course : P1101
Duration : 1 hour

Year : 2015-2016
Exam : Midterm

Exercise I : *(35points, ~ 25 mn)*

A positive point charge **+q** is located at point **A(-a, 0)**. We place an unknown second charge **Q** at point **B(2a, 0)**.



1- Find **Q** in order to have the resultant electric field at point **O(0, 0)** equals to zero.

2- Find the electric potential at point **O(0, 0)** due to the two charges **q** and **Q**.

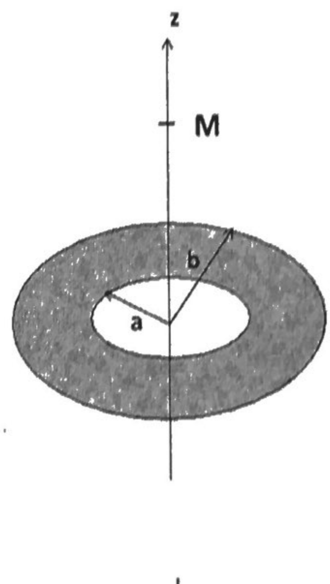
3- Find the resultant electric field and the electric potential at point **M(0, a)** due to the two charges **q** and **Q**.

4- Deduce the electric work done to bring the charge **+Q_1** from infinity to the point **M(0, a)**.

($V(\infty) = 0$).

Exercise II : *(30 points, ~ 20 mn)*

1 – We consider a holed disc of interior radius **a** and exterior radius **b** and having a uniform surface charge density **σ**. Show that the potential at point M of the axis is given by:

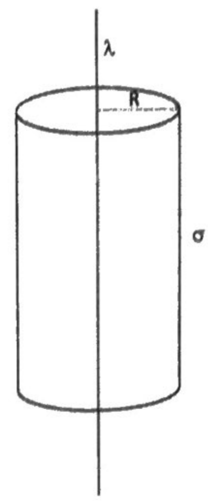


$$V(M) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{a^2+z^2}\right]$$

2 – Deduce the electric field at this point.

Exercise III : *(35 points, ~ 15 mn)*

We consider an **infinite** cylinder of radius **R** having a uniform **surface** positive charge density **σ**. An **infinite** wire having a uniform linear positive charge density **λ** is confounded with the central axis of the cylinder.



1- Using Gauss's law, find the electric field for:

a- r < R

b- r > R

2- Let V_0 be the potential at the cylinder surface, deduce the electric potential for r < R.

Good Luck

Ex 1 :

1) (11) $\vec{E}_0 = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_q + \vec{E}_Q = \vec{0} \Rightarrow \vec{E}_q = -\vec{E}_Q$ (01) (01)

et $|\vec{E}_q| = |\vec{E}_Q|$

formule (02) (3,0) (01)

$$\begin{cases} \text{avec } \vec{E}_q = K_0 \dfrac{q}{a^2} \vec{i} \quad (01) \\ \text{alors } \vec{E}_Q = E_Q(-\vec{i}) \quad (01) \end{cases}$$

(01)

$$\vec{E}_Q = \underbrace{\cancel{K_0} \frac{Q}{(2\cancel{a})^2} (-\vec{i})}\ = (-)\ \vec{E}_q = \underbrace{-\cancel{K_0} \frac{q}{\cancel{a^2}} (\vec{i})} \quad (01)$$

$$\frac{Q}{4} = q \Rightarrow \boxed{Q = 4q} \quad (01)$$

2) (06)

$$V_0 = V_q + V_Q = K_0 \frac{q}{a} + K_0 \frac{4q}{2a} = \boxed{\frac{3K_0 q}{a}}$$

formule (02) (01) (01) (01) (01)

3) (14)

$$\vec{E}_M = \vec{E}_q + \vec{E}_Q$$

$$E_q = K_0 \frac{q}{2a^2} \ (01) \quad ; \quad E_Q = K_0 \frac{4q}{5a^2} \ (01)$$

$$\begin{cases} E_q = 0.5 \dfrac{K_0 q}{a^2} \\ \alpha = 45^\circ \end{cases} \quad ; \quad \begin{cases} E_Q = 0.8 K_0 \dfrac{q}{a^2} \\ \cos\theta = \dfrac{2a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{2}{\sqrt{5}} = \dfrac{2\sqrt{5}}{5} \\ \sin\theta = \dfrac{a}{a\sqrt{5}} = \dfrac{1}{\sqrt{5}} = \dfrac{\sqrt{5}}{5} \end{cases}$$

$$\vec{E}_M = E_q \cos\alpha \, \vec{i} + E_q \sin\alpha \, \vec{j} + E_Q \cos\theta (-\vec{i}) + E_Q \sin\theta (\vec{j})$$

(01) (01) (01) (2) (01)

$$= \frac{K_0 q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{i} + \frac{K_0 q}{2a^2}\frac{\sqrt{2}}{2}\vec{j} + K_0 \frac{4q}{5a^2}\frac{2\sqrt{5}}{5}(-\vec{i}) + K_0 \frac{4q}{5a^2}\frac{\sqrt{5}}{5}(\vec{j}) = \frac{K_0 q}{a^2}\left[\left(\frac{\sqrt{2}}{4} - \frac{8\sqrt{5}}{25}\right)\vec{i} + \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{4\sqrt{5}}{25}\right)\vec{j}\right]$$

(01) (01) (01) (01)

$$\vec{E}_M = \frac{K_0 q}{a^2}\left[-0{,}4\,\vec{i} + 0{,}7\,\vec{j}\right]$$

(02)

$$V_M = V_q + V_Q = K_0 \frac{q}{a\sqrt{2}} + K_0 \frac{4q}{a\sqrt{5}}$$

(01) (01)

$$= \frac{K_0 q}{a}\left(\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{4}{\sqrt{5}}\right) = 2.5 \frac{K_0 q}{a}$$

(01)

(4) 4) $W = -Q_1 \Delta V = -Q_1 (V_f - V_i)$ (02)

$$= -Q_1 (V_M - \cancel{V_\infty}^{\,0}) = -Q_1 V_M = -2.5 \frac{K_0 q Q_1}{a}$$

(01) (01)

$$V_M = \iint k_0 \frac{dq}{r} \quad \text{où } r = \sqrt{\rho^2 + z^2}$$

$$dq = \sigma\, ds$$
$$= \sigma \rho\, d\rho\, d\theta \ (\text{voir fig})$$

$$= k_0 \iint \frac{\sigma \rho\, d\rho\, d\theta}{\sqrt{\rho^2 + z^2}}$$

$$= k_0 \sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_a^b \frac{\rho\, d\rho}{\sqrt{\rho^2+z^2}} = k_0 \sigma \int_0^{2\pi} d\theta \int_a^b \frac{1}{2} \frac{d(\rho^2+z^2)}{\sqrt{\rho^2+z^2}}$$

$$= k_0 \sigma \left[\theta\right]_0^{2\pi} \left[\frac{1}{\cancel{2}} \frac{(\rho^2+z^2)^{-1/2+1}}{\cancel{-1/2+1}}\right]_a^b$$

$$= 2 k_0 \pi \sigma \left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right)$$

$$= \cancel{2} \frac{1}{\cancel{4\pi}\varepsilon_0} \cancel{\pi} \sigma \left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right) = \boxed{\frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right]}$$

2) $\vec{E} = -\overrightarrow{\text{grad}}(V) = -\left(\frac{\partial V}{\partial x}\vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y}\vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z}\vec{k}\right)$

$V(z)$ alors $\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0$ et $\vec{E} = -\frac{dV}{dz}\vec{k}$

$$\vec{E} = -\frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \frac{d}{dz}\left(\sqrt{z^2+b^2} - \sqrt{z^2+a^2}\right)\vec{k} = -\frac{\sigma}{\cancel{2}\varepsilon_0}\left(\frac{1}{2}(z^2+b^2)^{-1/2} \cancel{2}z - \frac{1}{2}(z^2+a^2)^{-1/2} \cancel{2}z\right) = \boxed{\frac{\sigma z}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{\sqrt{z^2+a^2}} - \frac{1}{\sqrt{z^2+b^2}}\right]}.$$

Cours : Phys 101
Durée : 1 heure

Année : 2013-2014
Examen : Partiel

Exercice I : *(25 points, 15 mn)*

Six charges ponctuelles sont distribuées sur les sommets d'un hexagone de coté a et de centre O (figure I).

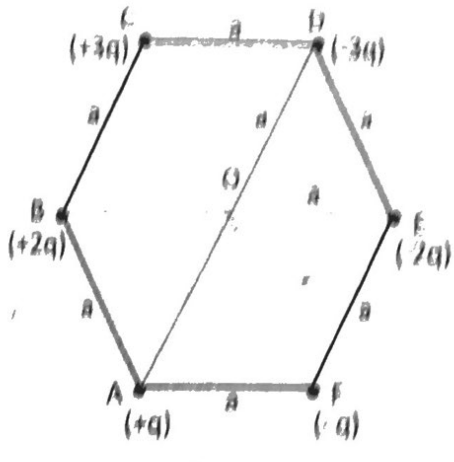
1) Trouver :

a) le potentiel électrostatique V en O.

b) le champ électrostatique E en O.

c) la force électrostatique exercée sur une charge ponctuelle $(-Q)$ placée au centre O.

2) Donner une nouvelle distribution de ces 6 charges afin d'obtenir en O un champ nul.



(figure I)

Exercice II : *(50 points, 30 mn)*

1) Montrer que le potentiel électrostatique créé en un point M de l'axe oz d'un anneau, de rayon a, chargé linéiquement de densité de charge uniforme λ (figure II-1) est donné par :

$$V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2 + z^2}}$$

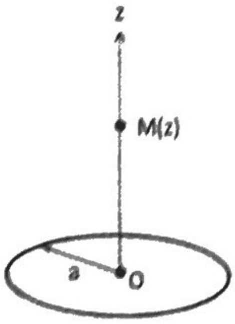
En déduire le champ électrostatique créé en un point M.

2) Montrer que le potentiel électrostatique créé en un point M de l'axe oz d'un disque, de rayon b, chargé surfaciquement de densité de charge uniforme σ (figure II-2) est donné par :

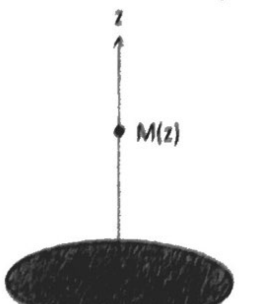
$$V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \left(\sqrt{b^2 + z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

En déduire le champ électrostatique créé au point M.

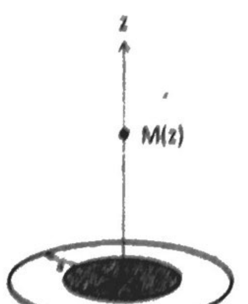
3) On place le disque de centre O, de rayon **b** et de densité σ à l'intérieur de l'anneau de même centre O, de rayon **a** et de densité λ telque **a = 2b** (figure II-3). Quelle doit être la relation entre λ et σ pour que le <u>potentiel électrostatique</u> résultant en O soit nul.



(figure II-1)



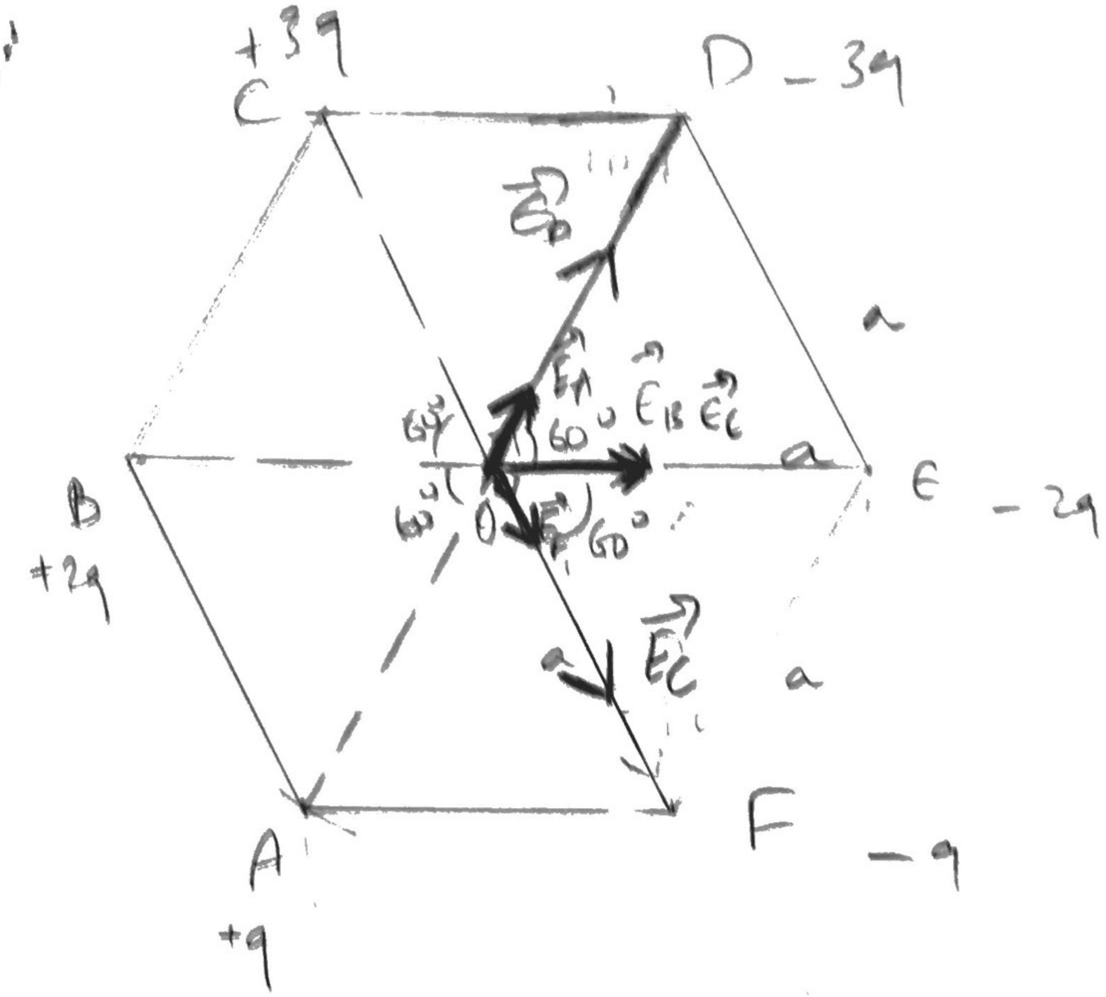
(figure II-2)



(figure II-3)

Solution partiel 2013 - 2014 ①

Ex 1 :



1) a) $V_O = V_A + V_B + V_C + V_D + V_E + V_F$

$= k_0 \frac{q}{a} + k_0 \frac{2q}{a} + k_0 \frac{3q}{a} + k_0 \frac{(-3q)}{a} + k_0 \frac{(-2q)}{a} + \frac{k_0(-q)}{a} = 0$

b) $\vec{E}_O = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C + \vec{E}_D + \vec{E}_E + \vec{E}_F$

$|\vec{E}_A| = |\vec{E}_F| = k_0 \frac{q}{a^2}$; $|\vec{E}_B| = |\vec{E}_E| = k_0 \frac{2q}{a^2}$

$|\vec{E}_C| = |\vec{E}_D| = k_0 \frac{3q}{a^2}$;

$$\vec{E}_0 = E_A \cos 60° \vec{i} + \cancel{E_A \sin 60° \vec{j}} + E_B \vec{i} + E_E \vec{\lambda} +$$

$$E_C \cos 60° \vec{i} + \cancel{E_C \sin 60° (-\vec{j})} + E_D \cos 60° \vec{i} +$$

$$\cancel{E_D \sin 60° \vec{j}} + E_F \cos 60° \vec{i} + \cancel{E_F \sin 60° (-\vec{j})}$$

$$= 2 E_A \overbrace{\cos 60°}^{1/2} \vec{i} + 2 E_C \overbrace{\cos 60°}^{1/2} \vec{i} + 2 E_B \vec{i}$$

$$= (E_A + E_C + 2E_B)\vec{i} = \left(k_0 \frac{q}{a^2} + k_0 \frac{3q}{a^2} + 2 \frac{k_0 q}{a^2}\right) \vec{i}$$

$$\boxed{\vec{E}_0 = \frac{8 k_0 q}{a^2} \vec{i}}$$

c) $\vec{F}_E = -Q \vec{E}_0 = -Q \frac{8 k_0 q}{a^2} \vec{i} = -\frac{8 k_0 q Q}{a^2} \vec{i}$

2) possible.

II

1) $V(z) \stackrel{?}{=} \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}}$ $\left(V = \int dV = \int k_0 \frac{dq}{r} \right)$

en TD : $V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$V = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{\lambda 2\pi R}{\sqrt{R^2+z^2}}$

$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{R}{\sqrt{R^2+z^2}}$

cercle de rayon $R = a$

$V(z) = \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}}$

en déduire $\vec{E} \rightarrow \vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$

$\vec{E} = -\left(\frac{\partial V}{\partial x} \vec{i} + \frac{\partial V}{\partial y} \vec{j} + \frac{\partial V}{\partial z} \vec{k} \right)$ comme $V(z)$ alors $\frac{\partial V}{\partial x} = \frac{\partial V}{\partial y} = 0$.

$\vec{E} = -\frac{dV}{dz} \vec{k} \Rightarrow \vec{E} = -\frac{d}{dz} \left(\frac{\lambda}{2\varepsilon_0} \frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}} \right) \vec{k}$

$\vec{E} = -\frac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \left((-\tfrac{1}{2}) (a^2+z^2)^{-1/2-1} 2z \right) \vec{k} \Rightarrow \boxed{\vec{E} = \frac{\lambda a}{2\varepsilon_0} \frac{z}{(a^2+z^2)^{3/2}} \vec{k}}$

$$\frac{\lambda}{2\cancel{\varepsilon_0}} \frac{2b}{\sqrt{4b^2+z^2}} = -\frac{\sigma}{\cancel{2\varepsilon_0}}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$$

$$\lambda = -\frac{\sigma}{2b}\sqrt{4b^2+z^2}\left(\sqrt{b^2+z^2} - z\right) \quad (z>0)$$

$$\boxed{\lambda = f(\sigma)}$$

au pt O pour $z=0$.

$$\lambda = -\frac{\sigma}{2b}(2b)(b) = -\sigma b$$

plus rapide
ou

$$V_O = V_{cercle\,O} + V_{disq\,O} \quad (z=0)$$

$$= \frac{\lambda}{2\varepsilon_0} + \frac{\sigma b}{2\varepsilon_0} = 0 \Rightarrow$$

$$\frac{\lambda}{2\cancel{\varepsilon_0}} = -\frac{\sigma b}{\cancel{2\varepsilon_0}} \Rightarrow \boxed{\lambda = -\sigma b}.$$

$$\boxed{\lambda = -\frac{a}{2}\sigma}$$

Ex IV (TD)

24

2) TD disque de charge + $V(z) = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right)$

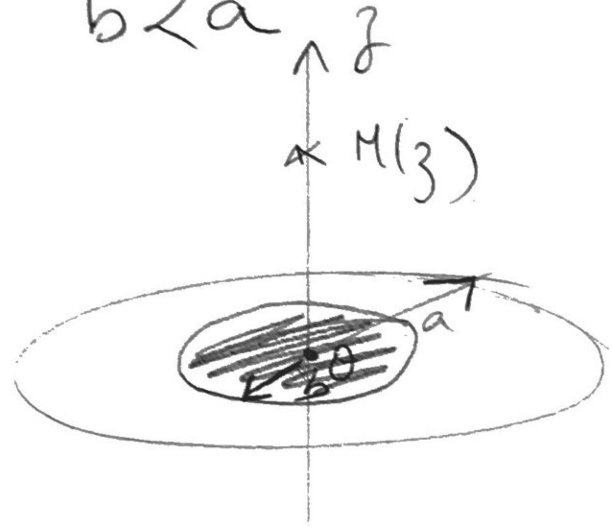
$= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - |z|\right)$ avec $|z| = \pm z$

$\vec{E} = -\overrightarrow{grad}(V)$ (TD)

$\vec{E} = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[\pm 1 - \frac{z}{\sqrt{z^2+b^2}}\right]\vec{k}$ Disque de rayon b

3) $a = 2b$ $b < a$

$b = a/2$



$\left(V_{cercle} + V_{disque}\right) = 0 \Rightarrow$ au pt O pour $z=0$.

méthode longue

$\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{a}{\sqrt{a^2+z^2}} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right) = 0.$

$\frac{\lambda}{2\varepsilon_0}\frac{2b}{\sqrt{4b^2+z^2}} + \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left(\sqrt{b^2+z^2} - \sqrt{z^2}\right) = 0.$

UNIVERSITÉ LIBANAISE
Faculté des Sciences
Section 3

الجامعة اللبنانية
كلية العلوم
الفرع الثالث

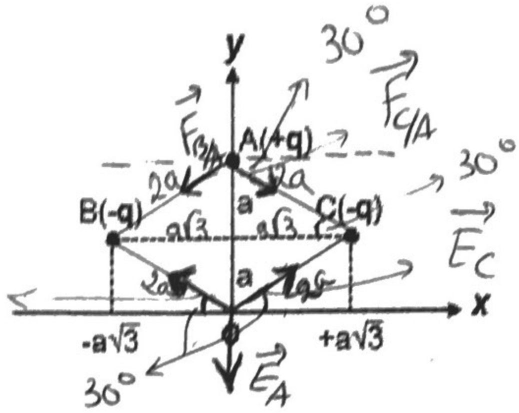
Cours : P1101
Durée : 1 heure

Année : 2016 -2017
Examen : Partiel

Toutes les figures doivent être dessinées sur le propre de nouveau.

Exercice I **:** *(40 points, ~ 20 mn)*

Trois charges ponctuelles sont placées dans le plan (*xoy*) aux points : **A (0, 2a)**, **B ($-a\sqrt{3}$, a)** et **C ($a\sqrt{3}$, a)** comme le montre la figure ci-contre. On suppose que le potentiel à l'infini est nul.



1- Calculer la force résultante $\vec{F}$ exercée sur la charge (+q).

2- Déterminer le champ électrique $\vec{E}$ créé au point **O (0,0)** en fonction de **a** et **q**.

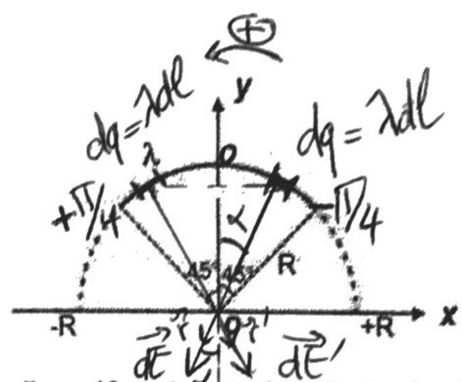
3- Calculer le potentiel électrostatique au point **O (0,0)** en fonction de **a** et **q.**

4- En déduire le travail électrique pour déplacer une charge **(-2q)** de l'infini au point **O (0,0).**

5- Déterminer la force exercée sur la charge **(-2q)** qui est placée au point O.

Exercice II **:** *(30 points, ~ 20 mn)*

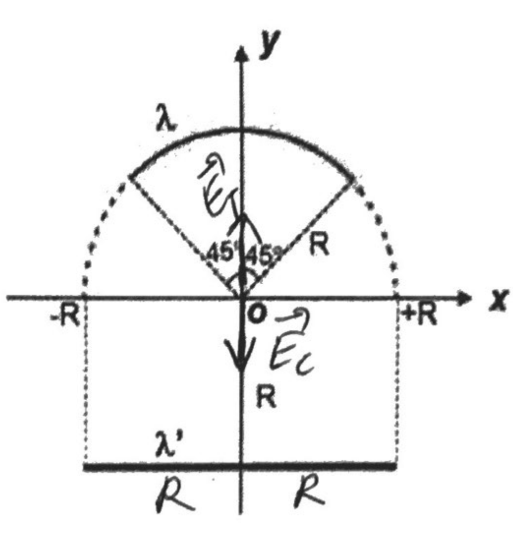
1- On considère un quart de cerceau de centre **O** et de rayon **R,** chargé uniformément d'une densité linéique positive λ (voir figure ci-contre). Trouver le champ électrique $\overrightarrow{E_C}$ créé par ce cerceau au point **O.**



2- Le champ électrique E_T créé par une tige de longueur **L,** uniformément chargée de densité linéique positive **λ',** en un point **P** situé sur sa médiatrice à une distance **y** du fil est donné par :

$$E_T = \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y\,(L^2+4y^2)^{1/2}}$$

On considère la figure ci-contre (quart de cerceau + tige). Trouver la relation entre λ et λ' pour que le champ électrique créé au point **O** soit nul.



TSVP →

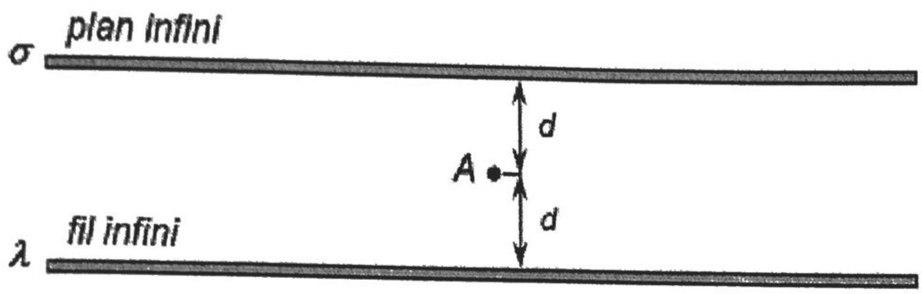
Exercice III : *(30 points, ~ 20 mn)*

A- En utilisant le théorème de Gauss, calculer :

1- Le champ électrique $\overrightarrow{E_1}(r)$ d'un fil infini chargé positivement dont la densité linéique de charge λ est constante.

2- Le champ électrique $\overrightarrow{E_2}$ attribuable à un plan infini chargé positivement ayant une densité surfacique de charge σ uniforme.

B- On considère la figure en bas (plan infini + fil infini). Trouver la relation entre λ et σ pour que le champ électrique créé au point **A** soit nul.



Bonne Chance

Solution Partiel 2016/2017 P1101 (1)

Ex 1 :

a) $\vec{F}_A = \vec{F}_{B/A} + \vec{F}_{C/A}$.

$$F_{B/A} = |\vec{F}_{B/A}| = K_0 \frac{|q_A||q_B|}{d^2} = K_0 \frac{q^2}{4a^2}$$
$$F_{C/A} = |\vec{F}_{C/A}| = K_0 \frac{|q_C||q_A|}{d^2} = K_0 \frac{q^2}{4a^2}$$
$$\Rightarrow F_{B/A} = F_{C/A}.$$

avec $\sin\alpha = \frac{a}{2a} = \frac{1}{2} \Rightarrow \alpha = 30°$

$$\vec{F}_A = \cancel{-F_{B/A}\cos 30°\vec{i}} - F_{B/A}\sin 30°\vec{j} + \cancel{F_{C/A}\cos 30\vec{i}} - F_{C/A}\sin 30°\vec{j}$$
$$= -2F_{B/A}\sin 30°\vec{j} = -\cancel{2}\times K_0\frac{q^2}{4a^2}\frac{1}{\cancel{2}}\vec{j}$$
$$= \frac{K_0 q^2}{4a^2}(-\vec{j}).$$

2) $\vec{E}_O = \vec{E}_A + \vec{E}_B + \vec{E}_C$.

$E_A = K_0 \frac{q}{4a^2}$ $\quad E_B = K_0 \frac{q}{4a^2}$ $\quad E_C = K_0 \frac{q}{4a^2}$

$$\vec{E}_O = -\frac{K_0 q}{4a^2}\vec{j} + \left(\frac{K_0 q}{4a^2}\left(\cancel{\sin 30°(-\vec{i})} + \cos(30°)\vec{j}\right)\right) + \left(\frac{K_0 q}{4a^2}\left(\cancel{\sin 30(\vec{i})} + \cos(30°)\vec{j}\right)\right)$$

$$\vec{E}_O = -\frac{k_0 q}{4a^2}\vec{j} + \frac{k_0 q}{4a^2}\overbrace{\left(\frac{1}{2}+\frac{1}{2}\right)}^{1}\vec{j} = \vec{0}$$

3) $$V_O = V_A + V_B + V_C$$

$$= k_0\frac{q}{2a} + \frac{k_0(-q)}{2a} + k_0\frac{(-q)}{2a} = -\frac{k_0 q}{2a}$$

4) $$W = -Q\Delta V \qquad Q = -2q$$

$$\Delta V = V_f - V_i = V_O - \cancel{V_\infty}^{\,0} = V_O = -\frac{k_0 q}{2a}$$

$$W = -(-2q)\left(-\frac{k_0 q}{2a}\right) = -\frac{k_0 q^2}{a}$$

5) $$\vec{F} = Q\vec{E}_O = -2q\cancel{\vec{E}_O}^{\,0} = \vec{0}$$

(2)

Ex 2 :

a) $\vec{E} = \int d\vec{E} = \int K_0 \frac{dq}{r^2}\vec{r}$

$dq = \lambda dl$ et $r = R$

$d\vec{E} = K_0 \frac{dq}{r^2}\vec{r}$ et $d\vec{E}' = K_0 \frac{dq}{r^2}\vec{r}'$

Vue la symétrie géométrique et électrique du pb, les composante suivant x s'annulent et celles suivant $(-y)$ s'additionnent.

$$\vec{dE} = \vec{dE_y} = dE\cos\alpha(-\vec{j})$$

$$\vec{E} = \int dE\cos\alpha(-\vec{j}) = \int K_0\frac{dq}{R^2}\cos\alpha(-\vec{j})$$

$$= \int K_0 \frac{\lambda dl}{R^2}\cos\alpha(-\vec{j}) \quad \text{et } dl = R d\alpha$$

$$= \frac{K_0\lambda \cancel{R}}{R^{\cancel{2}}}\int_{-\pi/4}^{\pi/4}\cos\alpha\, d\alpha\,(-\vec{j}) = \frac{K_0\lambda}{R}\left[\sin\alpha\right]_{-\pi/4}^{\pi/4}(-\vec{j})$$

$$= \frac{K_0\lambda}{R}\left[\frac{\sqrt{2}}{2} - \left(-\frac{\sqrt{2}}{2}\right)\right](-\vec{j}) = \frac{K_0\lambda}{R}\sqrt{2}\,(-\vec{j})$$

b) $E_T = \frac{\lambda' L}{2\pi\varepsilon_0}\frac{1}{y(L^2+4y^2)^{1/2}}$

$$\vec{E}_0 = \vec{E}_T + \vec{E}_c = \vec{0}$$

pour $\begin{cases} y = R \text{ (pour l'ep... de la tige)} \\ \text{et } L = 2R \end{cases}$

$$\vec{E}_T = -\vec{E}_c$$

$$E_T = E_c \Rightarrow$$

$$\frac{\lambda' \cancel{2}R}{\cancel{2\pi\varepsilon_0}} \frac{1}{\cancel{R}(4R^2+4R^2)^{1/2}} = \frac{1}{\cancel{4\pi\varepsilon_0}} \frac{\lambda\sqrt{2}}{\cancel{R}}$$

$$\lambda' = \frac{\lambda\sqrt{2}}{4} \times \frac{\cancel{R}\sqrt{8}}{\cancel{R}} = \lambda$$

$$\boxed{\lambda' = \lambda}$$

x3 !

A) 1) $E_{fil\,\infty} = \dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}$ (TD)

2) $E_{plan\,\infty} = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$ (TD).

B) $\vec{E}_A = \vec{0}$

$$\left.\begin{aligned} E_{fil\,\infty}(r=d) &= \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 d} \\ E_{plan\,\infty} &= \frac{\sigma}{2\varepsilon_0} \end{aligned}\right\} \Rightarrow \frac{\lambda}{\cancel{2}\pi\cancel{\varepsilon_0} d} = \frac{\sigma}{\cancel{2}\cancel{\varepsilon_0}}$$

$$\boxed{\sigma = \frac{\lambda}{\pi d}}$$