

# 图像处理和分析技术



---

## 第三章 图像增强技术

主讲：李子印  
中国计量大学



## 第三章 图像增强技术

---

通过对图像的加工，获得视觉效果更“好”的图像的技术。主要采用灰度映射、直方图均衡化、空域滤波和频域滤波等技术



## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.1 基本原理

➤ 在频域，变换系数反映了图像的某些特征。

频谱的低频分量对应于图像的平滑区域，而外界叠加噪声和图像的轮廓等对应于频谱中频率较高的部分。

➤ 频域图像增强的基本原理都是让图像在变换域某个范围内的分量受到抑制而让其他分量不受影响通过，从而改变输出图的频率分布，达到增强的目的。



## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.1 基本原理

- 卷积理论是频域技术的基础
- 设函数 $f(x, y)$ 与 $h(x, y)$ 的卷积结果是 $g(x, y)$ , 即 $g(x, y) = h(x, y) * f(x, y)$ , 那么根据卷积定理在频域有:

$$G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$$

其中 $G(u, v)$ ,  $H(u, v)$ ,  $F(u, v)$ 分别是 $g(x, y)$ ,  $h(x, y)$ ,  $f(x, y)$ 的傅里叶变换。用线性系统理论的话来说,  $H(u, v)$ 是转移函数



## 3. 6 频域低通滤波

### 3.6.1 基本原理

➤在具体增强应用中， $f(x, y)$ 是给定的（所以 $F(u, v)$ 可利用变换得到），需要确定的是 $H(u, v)$ ，这样具有所需特性的 $g(x, y)$ 就可由算出 $G(u, v)$ 而得到：

$$g(x, y) = F^{-1}\{H(u, v)F(u, v)\}$$

- 步骤：
- (1) 转换到频域
  - (2) 在频域增强
  - (3) 转换回空域



## 3. 6 频域低通滤波

### 3.6.1 基本原理

#### 低通滤波器

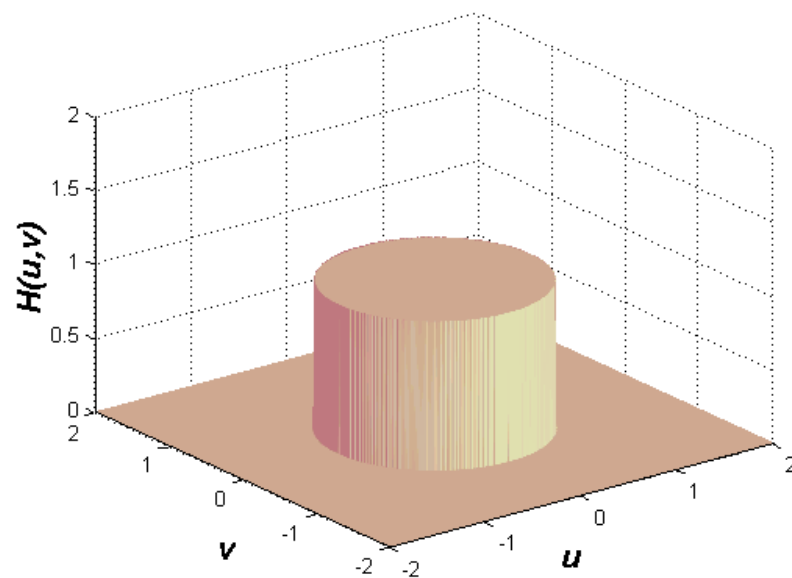
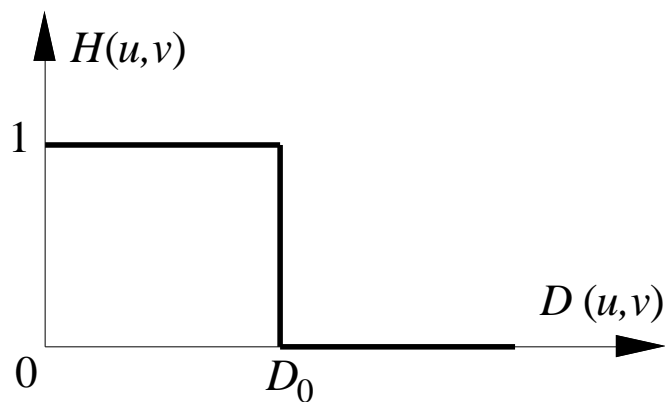
- 图象中的边缘和噪声都对应图象傅里叶变换中的高频部分，所以如要在频域中消弱其影响就要设法减弱这部分频率的分量；
- 根据频域增强技术的原理，需要选择一个合适的 $H(u, v)$ 以得到消弱 $F(u, v)$ 高频分量的 $G(u, v)$

以下讨论对 $F(u, v)$ 的实部和虚部影响完全相同的滤波转移函数。具有这种特性的滤波器称为零相移滤波器

## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.2 理想低通滤波器

理想是指小于 $D_0$ 的频率可以完全不受影响地通过滤波器，而大于 $D_0$ 的频率则完全通不过





## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.2 理想低通滤波器

$H(u, v)$ : 转移 / 滤波函数

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{如 } D(u, v) \leq D_0 \\ 0 & \text{如 } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

$D_0$ : 截断频率（非负整数）

$D(u, v)$  是从点  $(u, v)$  到频率平面原点的距离

$$D(u, v) = (u^2 + v^2)^{1/2}$$

理想低通滤波器是不能用实际的电子器件实现的。

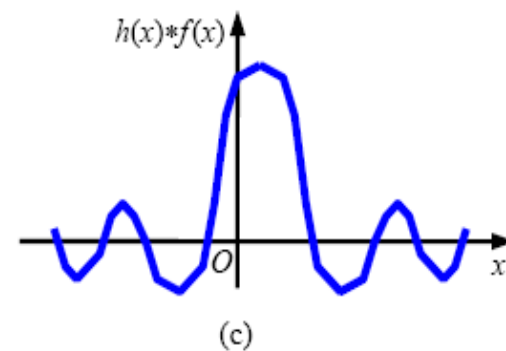
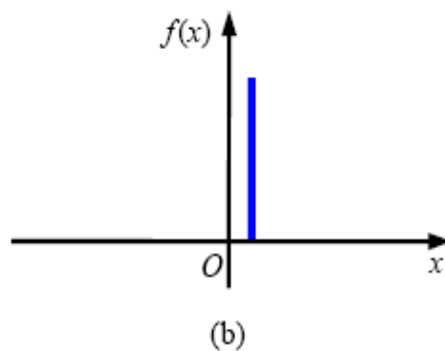
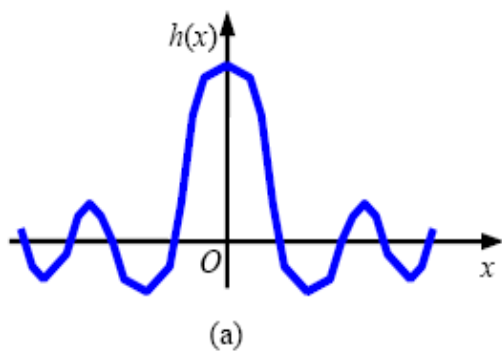


## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.2 理想低通滤波器

理想低通滤波的输出图像会比较模糊并产生“振铃”现象。

。

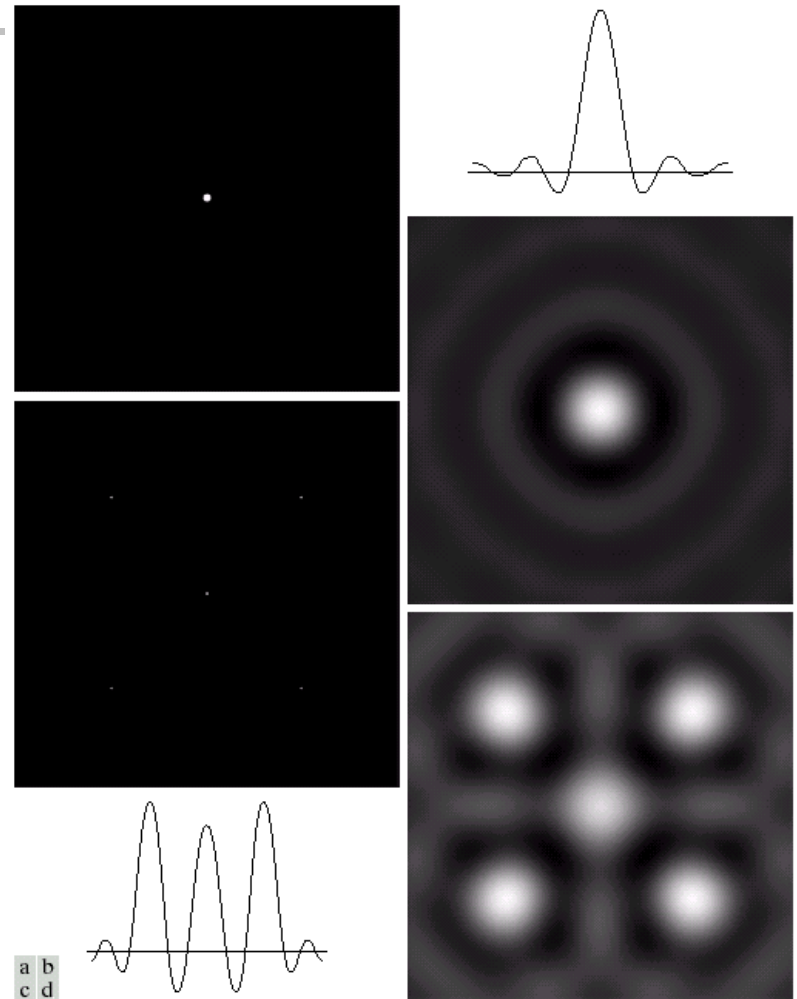


## 3. 6

# 频域低通滤波

### 3.6.2 理想低通滤波器

理想低通滤波器的振铃效应



**FIGURE 4.13** (a) A frequency-domain ILPF of radius 5. (b) Corresponding spatial filter (note the ringing). (c) Five impulses in the spatial domain, simulating the values of five pixels. (d) Convolution of (b) and (c) in the spatial domain.



## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.2 理想低通滤波器

#### 理想低通滤波器的模糊

- 理想低通滤波所产生的“振铃”现象在2-D图象上表现为一系列同心圆环
- 圆环半径反比于截断频率

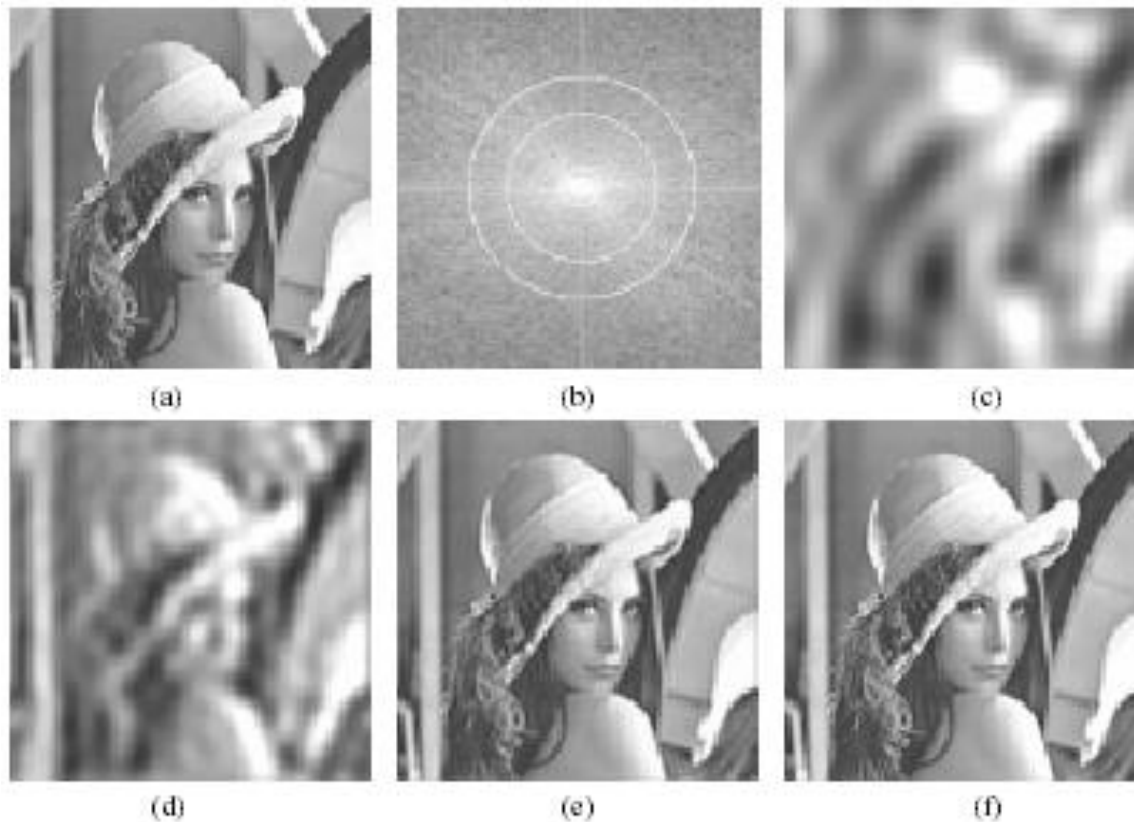
#### 理想低通滤波产生模糊效应

$B$ : 能量百分比,  $R$ : 圆周半径,  $P(u, v)$ : 功率谱

$$B = 100\% \times \left[ \sum_{u \in R} \sum_{v \in R} P(u, v) \middle/ \sum_{u=0}^{N-1} \sum_{v=0}^{N-1} P(u, v) \right]$$

## 3.6 频域低通滤波

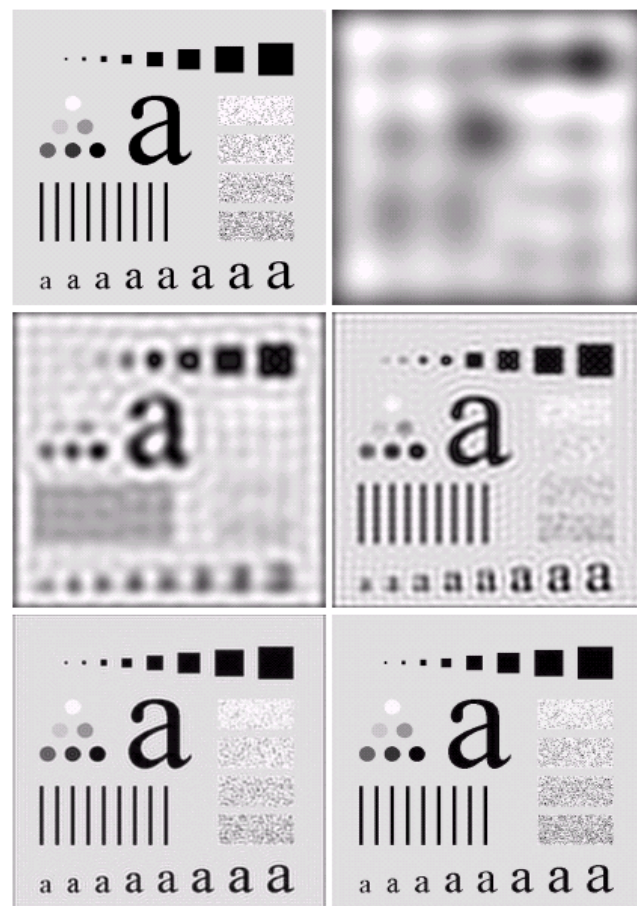
### 3.6.2 理想低通滤波器



## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.2 理想低通滤波器

理想低通滤波器的模糊



**FIGURE 4.12** (a) Original image. (b)–(f) Results of ideal lowpass filtering with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). The power removed by these filters was 8, 5.4, 3.6, 2, and 0.5% of the total, respectively.



## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.3 巴特沃斯低通滤波器

- 物理上可实现（理想低通滤波器在数学上定义得很清楚，在计算机模拟中也可实现，但在截断频率处直上直下的理想低通滤波器是不能用实际的电子器件实现的）
- 减少振铃效应，高低频率间的过渡比较光滑
- 阶为 $n$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$

## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.3 巴特沃斯低通滤波器

截断频率

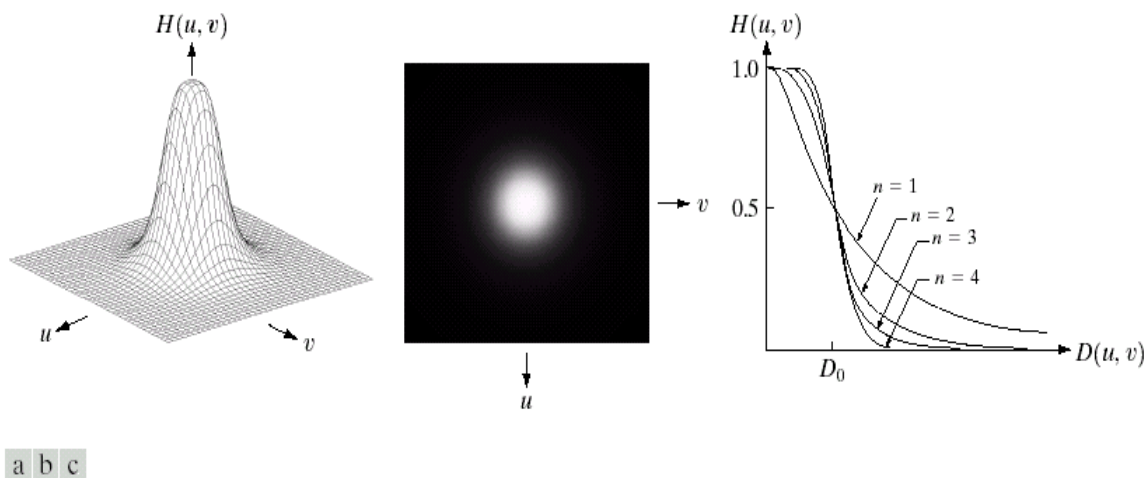
使 $H$ 降到最大值

某个百分比的频率

在 $D(u, v) = D_0$ 时

- $H(u, v) = 1/2$
- $H(u, v) = 1/2^{1/2}$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D(u, v) / D_0]^{2n}}$$



**FIGURE 4.14** (a) Perspective plot of a Butterworth lowpass filter transfer function. (b) Filter displayed as an image. (c) Filter radial cross sections of orders 1 through 4.

## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.3 巴特沃斯低通滤波器

➤ 图象由于量化不足产生虚假轮廓时常可用低通滤波进行平滑以改进图象质量

效果比较（相同截断频率）：



(a)



(b)

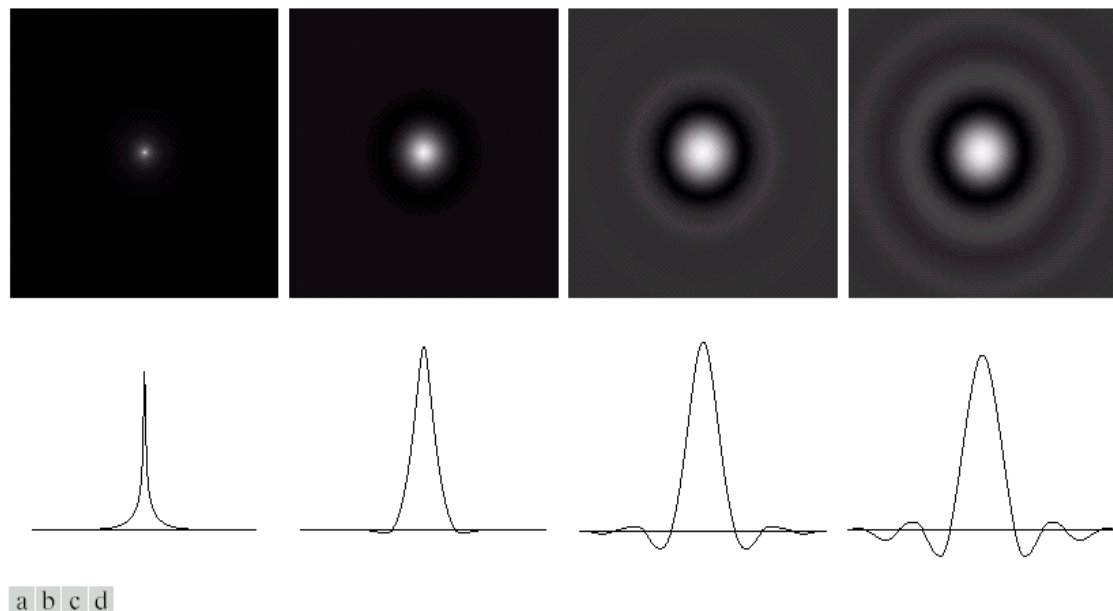


(c)



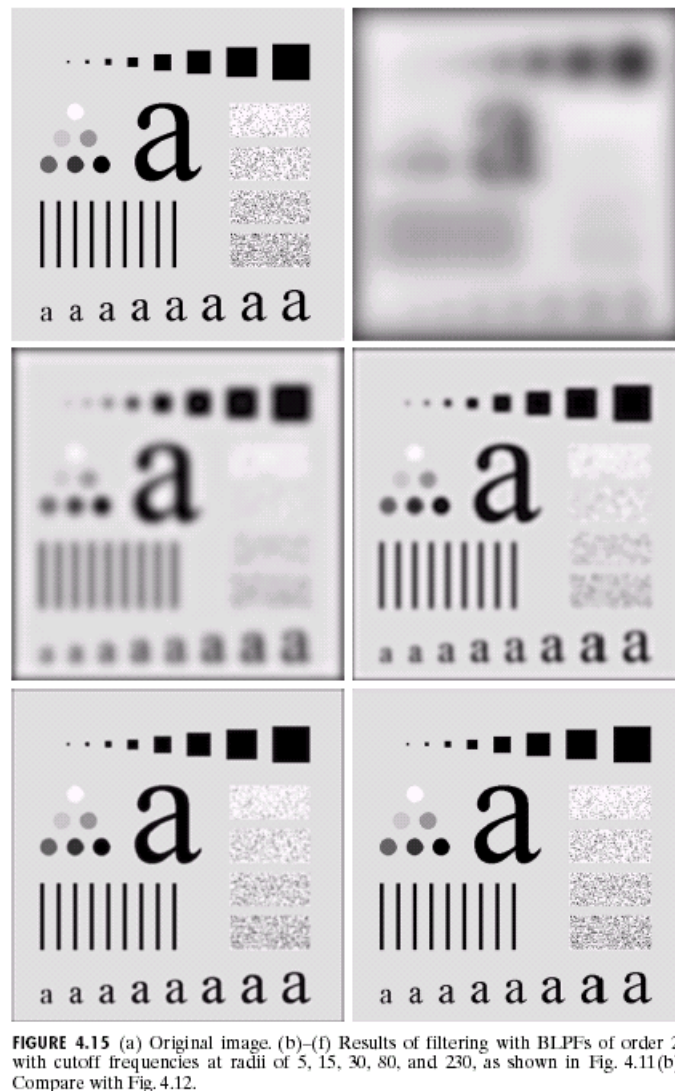
## 3.6 频域低通滤波

### 3.6.3 巴特沃斯低通滤波器



**FIGURE 4.16** (a)–(d) Spatial representation of BLPFs of order 1, 2, 5, and 20, and corresponding gray-level profiles through the center of the filters (all filters have a cutoff frequency of 5). Note that ringing increases as a function of filter order.

## Butterworth滤波器的振铃效应

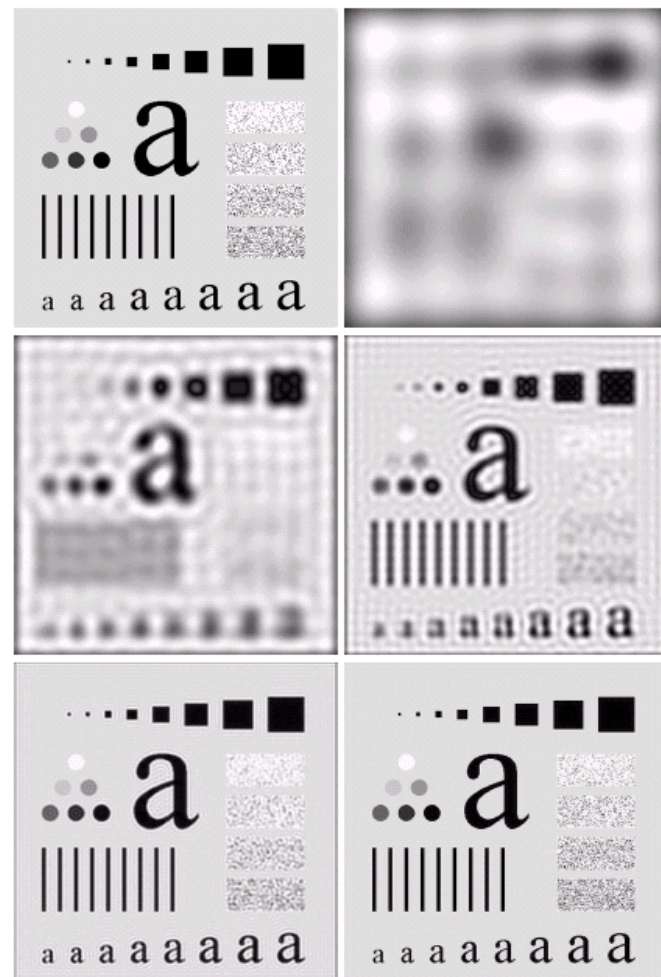


**FIGURE 4.15** (a) Original image. (b)–(f) Results of filtering with BLPFs of order 2, with cutoff frequencies at radii of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). Compare with Fig. 4.12.

## 3. 6 频域低通滤波

### 3.6.3 巴特沃斯低通滤波器

理想低通滤波器的模糊



**FIGURE 4.12** (a) Original image. (b)–(f) Results of ideal lowpass filtering with cutoff frequencies set at radii values of 5, 15, 30, 80, and 230, as shown in Fig. 4.11(b). The power removed by these filters was 8, 5.4, 3.6, 2, and 0.5% of the total, respectively.



## 3.7 频域高通滤波

---

### 3.7.1 基本原理

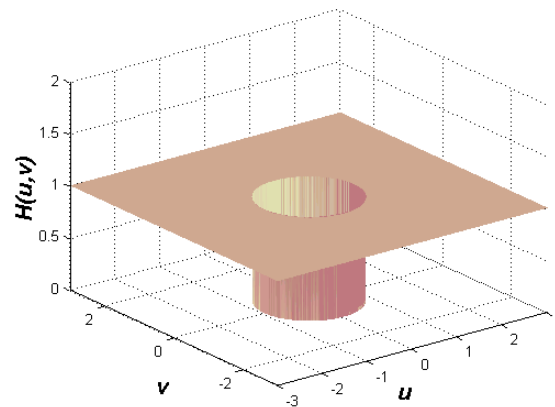
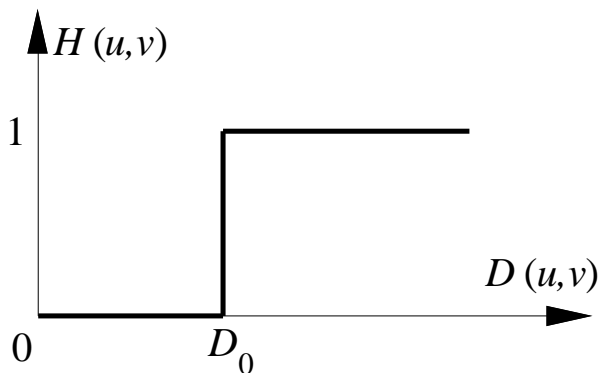
- $G(u,v) = F(u,v) \times H(u,v)$ ;
- $F(u,v)$  是需要锐化图像的傅立叶变换形式;
- 目标是选取一个过滤器变换函数  $H(u,v)$ ，通过它减少  $F(u,v)$  的低频部分来得到  $G(u,v)$ ;
- 运用傅立叶逆变换得到锐化后的图像。

## 3.7 频域高通滤波

### 3.7.2 理想高通滤波器

- 形状与低通滤波器的形状正好相反
- 这种理想高通滤波器也不能用实际的电子器件实现。

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{如 } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{如 } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$



## 3.7 频域高通滤波

### 3.7.3 巴特沃斯高通滤波器

➤ 形状与巴特沃斯低通滤波器的形状正好相反

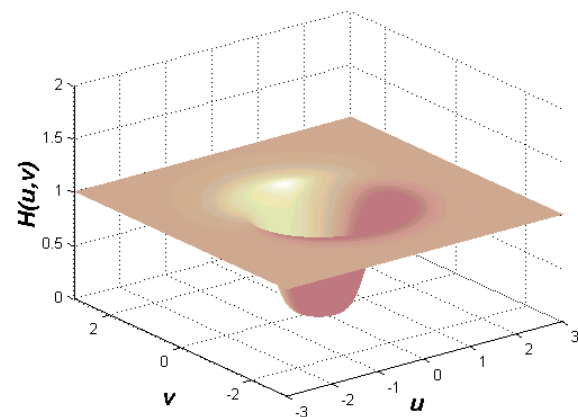
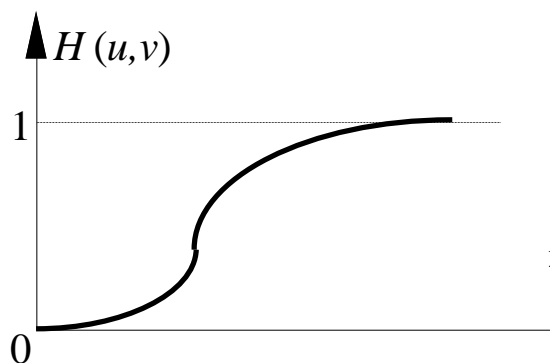
➤ 截断频率

使 $H$ 值上升到最大值

某个百分比的频率

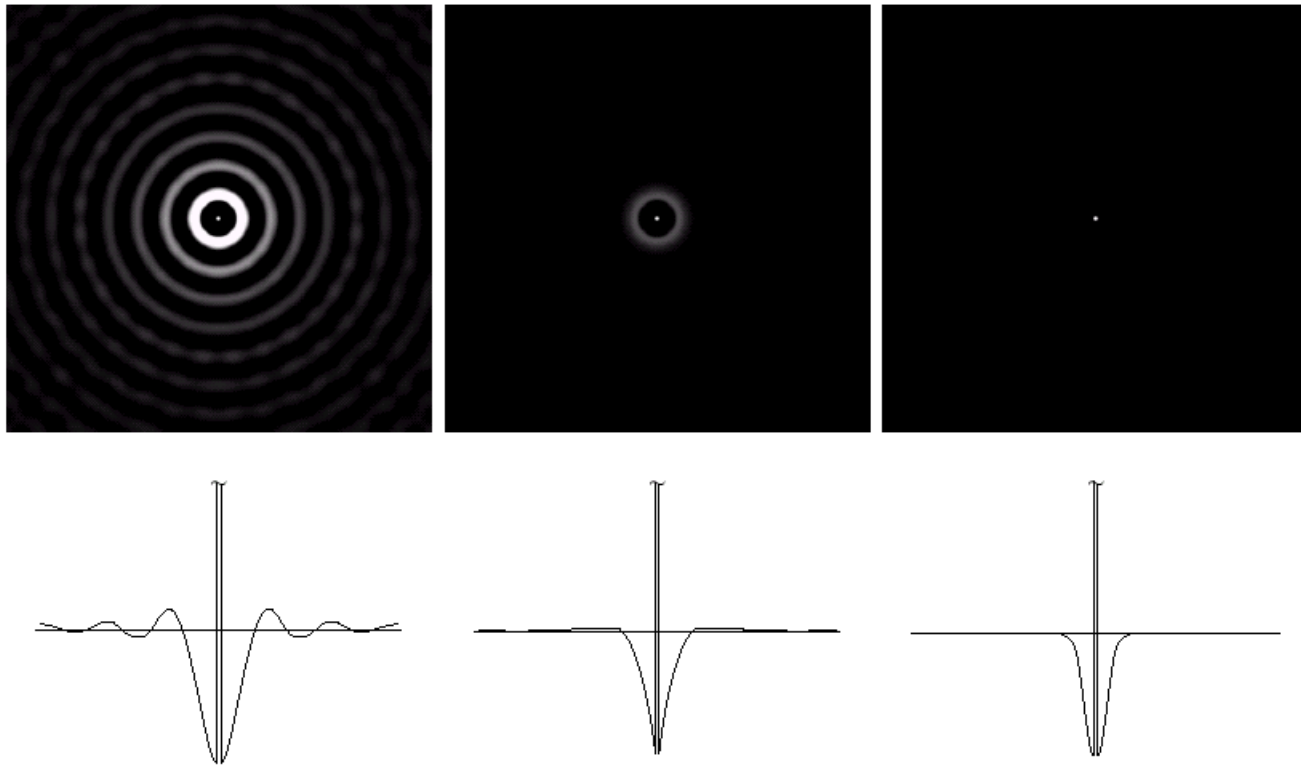
- $H(u, v) = 1/2$
- $H(u, v) = 1/2^{1/2}$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + [D_0/D(u, v)]^{2n}}$$



## 3.7 频域高通滤波

### 3.7.3 巴特沃斯高通滤波器



a b c

**FIGURE 4.23** Spatial representations of typical (a) ideal, (b) Butterworth, and (c) Gaussian frequency domain highpass filters, and corresponding gray-level profiles.



## 3.7 频域高通滤波

---

### 3.7.4 高频增强滤波器

傅里叶变换： $G(u, v) = H(u, v)F(u, v)$

高频增强转移函数： $H_e(u, v) = k \times H(u, v) + c$

高频增强输出图的傅里叶变换：

$$G_e(u, v) = k \times G(u, v) + c \times F(u, v)$$

反变换回去：

$$g_e(x, y) = k \times g(x, y) + c \times f(x, y)$$

## 3.7 频域高通滤波

### 3.7.4 高频增强滤波器



(a)



(b)



(c)





## 3.7 频域高通滤波

### 3.7.5 高频增强滤波器

用原始图减去低通图得到高通滤波器的效果  
把原始图乘以一个放大系数 $A$ 再减去低通图就可构成高频增强（high-boost）滤波器。

$$G_{\text{HB}}(u, v) = A \times F(u, v) - F_{\text{L}}(u, v) = (A - 1)F(u, v) + F_{\text{H}}(u, v)$$

高通滤波器：  $A = 1$

高频增强滤波器： ?

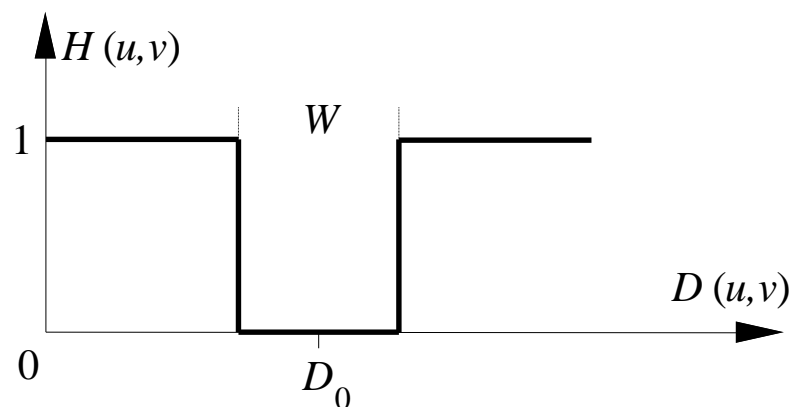
## 3.8 频域带通和带阻滤波

### 3.8.1 带阻滤波器

阻止一定频率范围

(允许其它频率范围)

$$D(u, v) = \left[ (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 \right]^{1/2}$$



$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{如 } D(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{如 } D(u, v) > D_0 \end{cases}$$

## 3.8 频域带通和带阻滤波

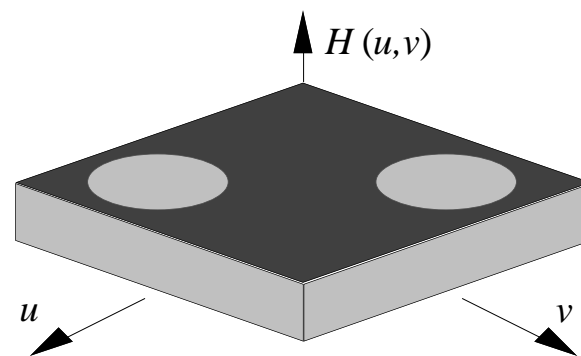
### 3.8.1 带阻滤波器

傅里叶变换的对称性 ——> 两两工作

$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{如 } D_1(u, v) \leq D_0 \text{ 或 } D_2(u, v) \leq D_0 \\ 1 & \text{其它} \end{cases}$$

$$D_1(u, v) = \left[ (u - u_0)^2 + (v - v_0)^2 \right]^{1/2}$$

$$D_2(u, v) = \left[ (u + u_0)^2 + (v + v_0)^2 \right]^{1/2}$$

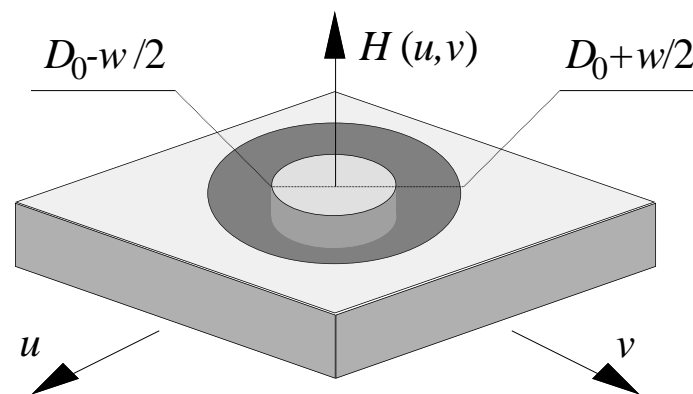


## 3.8 频域带通和带阻滤波

### 3.8.2 放射对称的带阻滤波器

$$H(u, v) = \begin{cases} 1 & \text{如 } D(u, v) < D_0 - W/2 \\ 0 & \text{如 } D_0 - W/2 \leq D(u, v) \leq D_0 + W/2 \\ 1 & \text{如 } D(u, v) > D_0 + W/2 \end{cases}$$

$$H(u, v) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{D(u, v)W}{D^2(u, v) - D_0^2} \right]^{2n}}$$



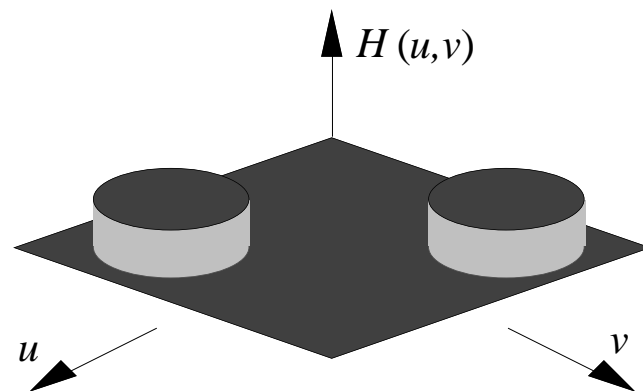
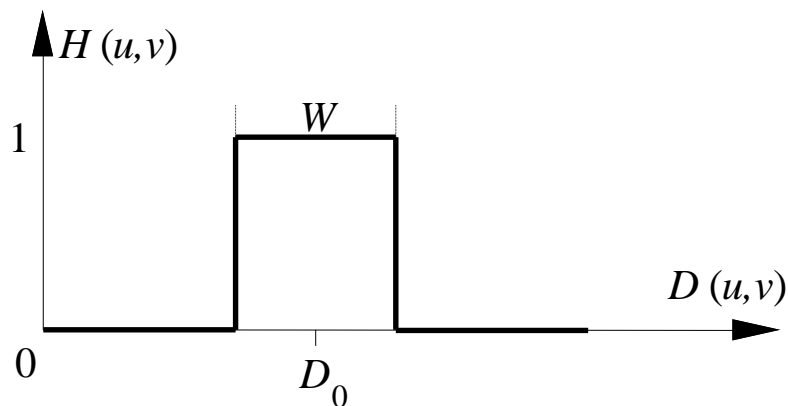
## 3.8 频域带通和带阻滤波

### 3.8.3 带通滤波器

与带阻滤波器互补

允许一定频率范围（阻止其它频率范围）

$$H_P(u, v) = -[H_R(u, v) - 1] = 1 - H_R(u, v)$$

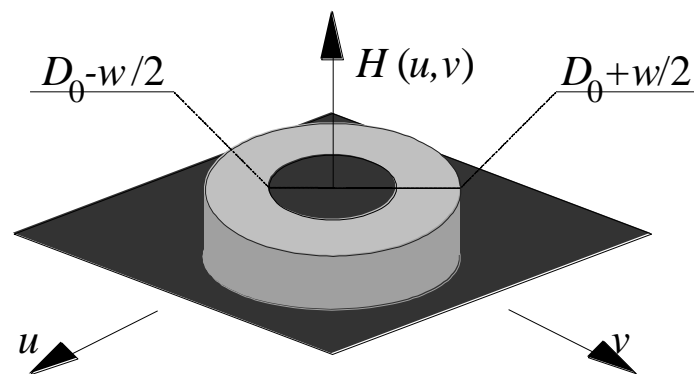


## 3.8 频域带通和带阻滤波

### 3.8.4 放射对称的带通滤波器

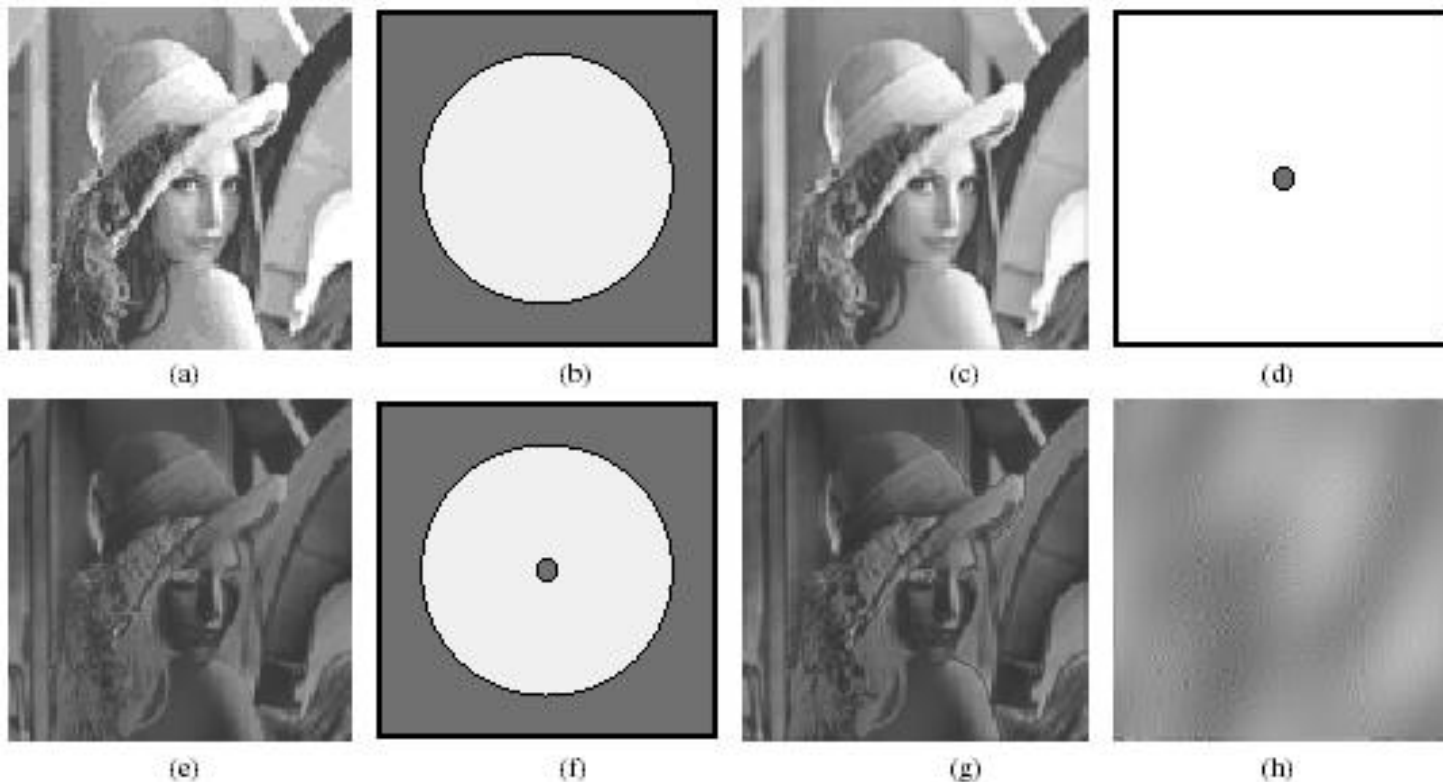
$$H(u, v) = \begin{cases} 0 & \text{如 } D(u, v) < D_0 - W/2 \\ 1 & \text{如 } D_0 - W/2 \leq D(u, v) \leq D_0 + W/2 \\ 0 & \text{如 } D(u, v) > D_0 + W/2 \end{cases}$$

$$H(u, v) = \frac{1}{\left[ \frac{D^2(u, v) - D_0^2}{D(u, v)W} \right]^{2n} - 1}$$



## 3.8 频域带通和带阻滤波

### 3.8.4 放射对称的带通滤波器





## 3.9 频域技术与空域技术

---

空间滤波器的工作原理可借助频域进行分析

- 空间平滑滤波器

消除或减弱图象中灰度值具有较大较快变化部分的影响，这些部分对应频域中的高频分量，所以可用频域低通滤波来实现

- 空间锐化滤波器

消除或减弱图象中灰度值缓慢变化的部分，这些部分对应频域中的低频分量，所以可用频域高通滤波来实现

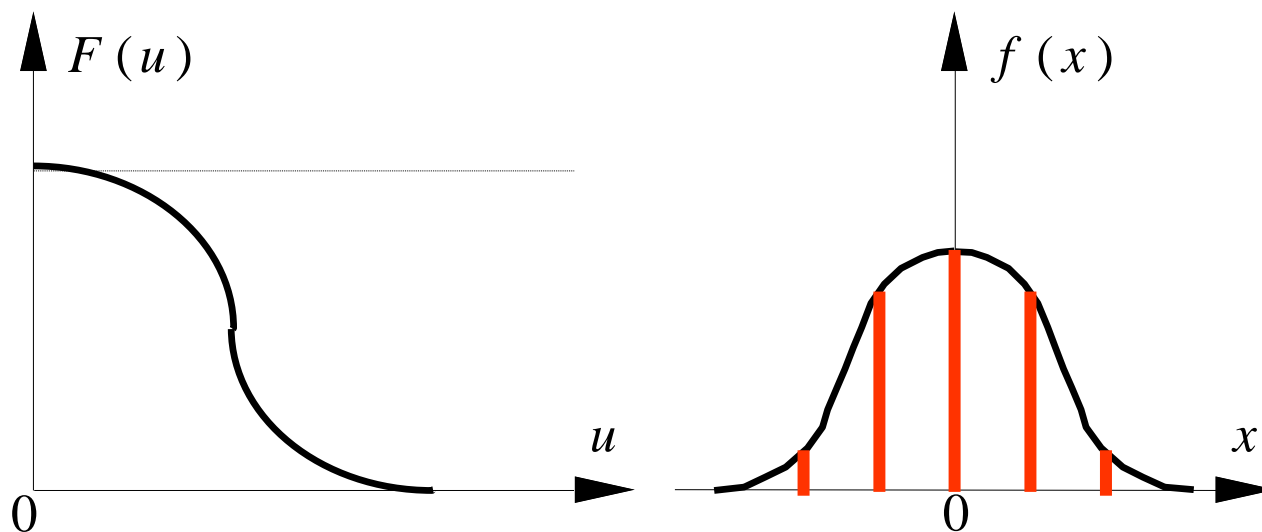


## 3.9 频域技术与空域技术

空域中的平滑滤波器在频域里对应低通滤波器

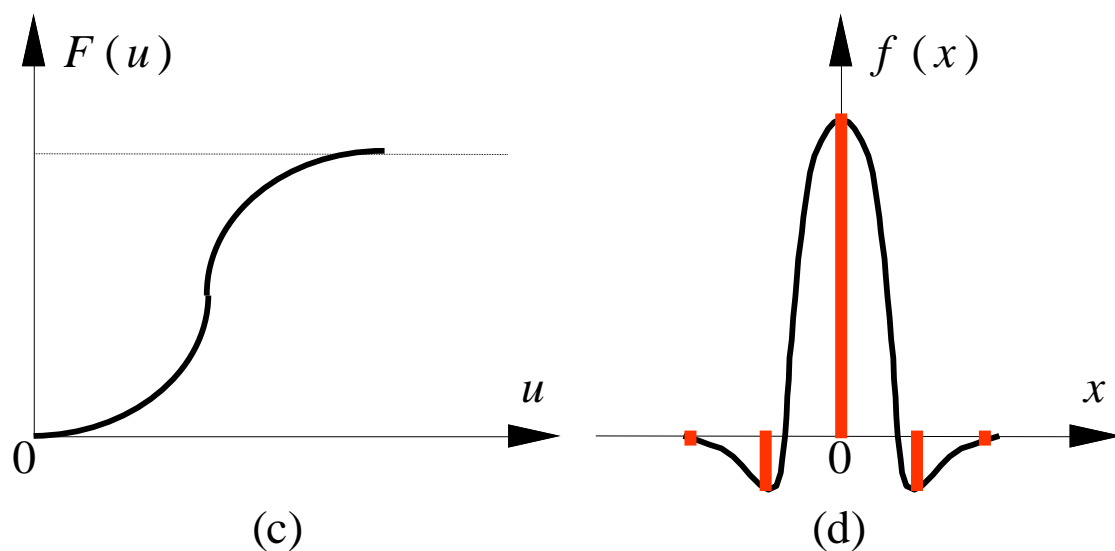
频域越宽，空域越窄，平滑作用越弱

频域越窄，空域越宽，模糊作用越强



## 3.9 频域技术与空域技术

空域中的锐化滤波器在频域里对应高通滤波器  
频域/空域的宽窄有什么关系和含义？



{ 图6.6.2 }



# 作业

---

3.2.2

3.3.2

3.4.1

3.5.4