图像处理和分析技术

第二章　图像变换技术

主讲：李子印
中国计量大学

第二章　图像变换技术

问题的提出：

　　我们人类视觉和听觉所感受到的是在空间域和时间域的信号。但是，往往许多问题在频域中讨论时，有其非常方便分析的一面。

2.1 Fourier变换

Fourier变换有两个好处：

1）可以得出信号在各个频率点上的强度。

2）可以将卷积运算化为乘积运算。

2.1 Fourier变换

2.1.1 一维Fourier变换

$f(x)$为连续可积函数，其傅里叶变换定义为：

$$F(u) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) e^{-j2\pi ux} dx$$

其反变换为：

$$f(x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(u) e^{j2\pi ux} du$$

$$F(u) = R(u) + jI(u)$$

2.1 Fourier变换

2.1.1 一维离散Fourier变换

$f(x) \Rightarrow \{f(0),\ f(1),\ f(2),\ \ldots,\ f(N-1)\}$

一维离散傅里叶变换公式为：

$$F(u) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1} f(x) e^{-j\frac{2\pi ux}{N}} \quad u = 0,1,\cdots,N-1$$

逆变换为：

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} F(u) e^{j\frac{2\pi ux}{N}} \quad x = 0,1,\cdots,N-1$$

2.1 Fourier变换

2.1.1 一维离散Fourier变换

一般*f (x)*为实函数，但*F (u)*是虚函数，可写成

$$F(u) = R(u) + jI(u) = |F(u)| \exp^{[j\phi(u)]}$$

- 频谱

$$|F(u)| = \left[R^2(u) + I^2(u)\right]^{1/2}$$

- 相位角

$$\phi(u) = \arctan[I(u)/R(u)]$$

- 功率谱

$$P(u) = |F(u)|^2 = R^2(u) + I^2(u)$$

2.1 Fourier变换

2.1.2 二维Fourier变换

二维傅里叶变换由一维傅里叶变换推广而来：

$$F(u,v)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x,y)\exp[-j2\pi(ux+vy)]\mathrm{d}x\mathrm{d}y$$

逆变换：

$$f(x,y)=\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} F(x,y)\exp[j2\pi(ux+vy)]\mathrm{d}u\mathrm{d}v$$

$$F(u,v)=R(u,v)+jI(u,v)$$

2.1 Fourier变换

2.1.2 二维离散Fourier变换

正变换：

$$F(\mu,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\cdot e^{-j2\pi(ux+vy)/N}$$

$$u,v=0,1,\cdots,N-1$$

反变换：

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{\mu=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}F(\mu,v)\cdot e^{j2\pi(ux+vy)/N}$$

$$x,y=0,1,\cdots,N-1$$

2.1 Fourier变换

2.1.2 二维离散Fourier变换

$$F(u,v) = R(u,v) + jI(u,v)$$

- 频谱

$$|F(u,v)| = \left[R^2(u,v) + I^2(u,v)\right]^{1/2}$$

- 相位角

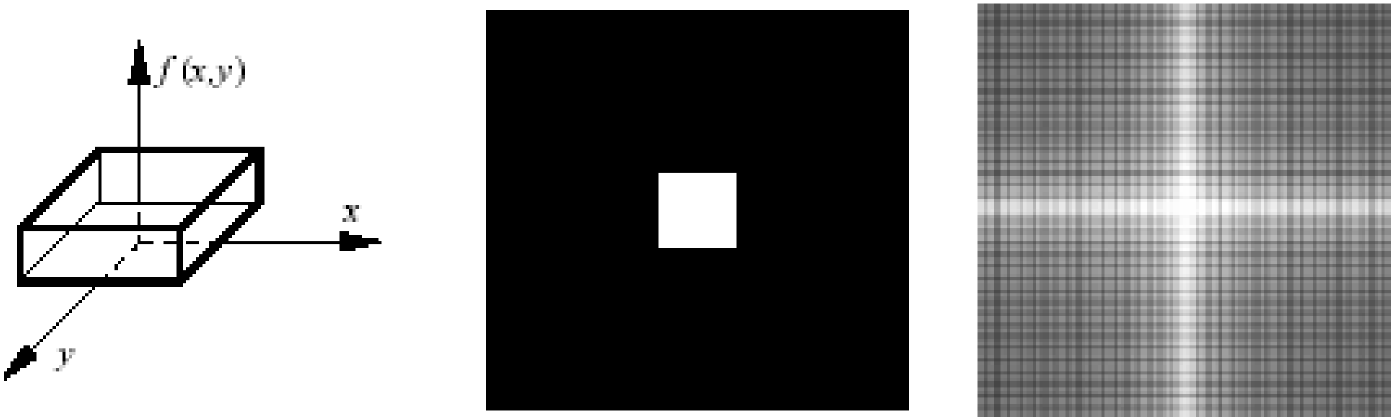
$$\phi(u,v) = \arctan[I(u,v)/R(u,v)]$$

- 功率谱

$$P(u,v) = |F(u,v)|^2 = R^2(u,v) + I^2(u,v)$$

2.1 Fourier变换

2.1.2 二维离散Fourier变换



(a) (b) (c)

图2.1.1 简单2-D图象函数和它的傅里叶频谱显示

2.1 Fourier变换

2.1.2 二维离散Fourier变换

图2.1.2 实际图象和傅里叶频谱

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.1 分离性

$$F(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\exp\left[\frac{-j2\pi ux}{N}\right]\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\exp[\frac{-j2\pi vy}{N}]$$

$$u,v=0,1,\cdots,N-1$$

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{\mu=0}^{N-1}\exp\left[\frac{j2\pi ux}{N}\right]\sum_{v=0}^{N-1}F(\mu,v)\cdot\exp\left[\frac{j2\pi vy}{N}\right]$$

$$x,y=0,1,\cdots,N-1$$

2. 2　二维Fourier变换的性质

2.2.1 分离性

一个2-D傅里叶变换可由两次1-D傅里叶变换来实现：

$$F(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\exp[-\mathrm{j}2\pi(ux+vy)/N]$$

$$u,v=0,1,\cdots,N-1$$

$$F(x,v)=N\left[\frac{1}{N}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\exp[-\mathrm{j}2\pi vy/N]\right]\qquad v=0,1,\cdots,N-1$$

$$F(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}F(x,v)\exp[-\mathrm{j}2\pi ux/N]\qquad u,v=0,1,\cdots,N-1$$

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.2 平移性

$$f(x,y)\exp[\mathrm{j}2\pi(u_0x+v_0y)/N]\Leftrightarrow F(u-u_0,v-v_0)$$

$f(x, y)$与一个指数项相乘就相当于把其变换后的频域中心移动到新的位置。

$$f(x-x_0,y-y_0)\Leftrightarrow F(u,v)\exp[-\mathrm{j}2\pi(ux_0+vy_0)/N]$$

$F(u, v)$与一个指数项相乘就相当于把其反变换后的空域中心移动到新的位置。

对$f(x, y)$的平移不影响其傅里叶变换的幅值

2.2　二维Fourier变换的性质

2.2.3 周期性和共扼对称性

$$F(u,v)=F(u+N,v)=F(u,v+N)=F(u+N,v+N)$$

只需一个周期里的变换就可以将$F(u, v)$在频域里完全确定；或只需任一个周期里的N个值就可以从$F(u, v)$得到 $f(x, y)$。

$$F(u,v)=F^{*}(-u,-v)$$

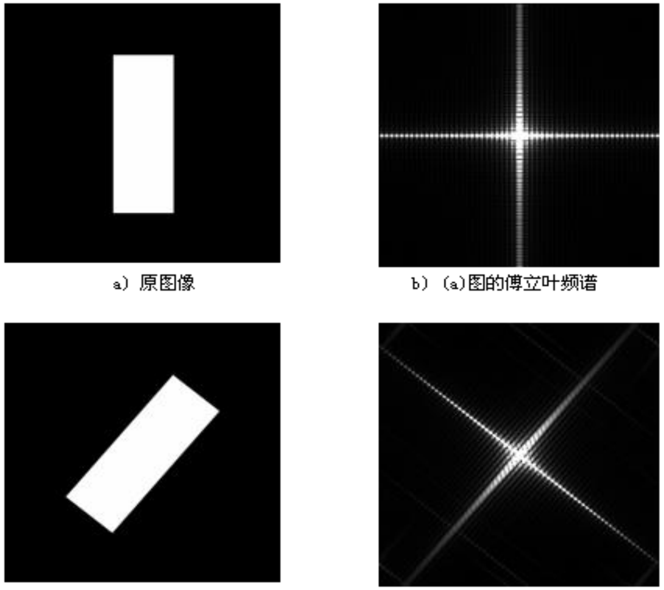
$$|F(u,v)|=|F(-u,-v)|$$

只需一半的变换就可将整个变换完全确定。

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.4 旋转性质

$$f(r,\theta+\theta_0) \Leftrightarrow F(w,\phi+\theta_0)$$



a) 原图像　b) (a)图的傅立叶频谱

c) 对(a)旋转后的图像　d) (c)图的傅立叶频谱

对$f(x,y)$旋转一个角度θ_0对应于将其傅里叶变换$F(u,v)$也旋转同样的角度θ_0；类似地，对$F(u,v)$旋转θ_0也对应于将其傅里叶反变换$f(x,y)$旋转θ_0。

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.5 分配律

$$\mathcal{F}\left\{f_1(x,y)+f_2(x,y)\right\}=\mathcal{F}\left\{f_1(x,y)\right\}+\mathcal{F}\left\{f_2(x,y)\right\}$$

傅里叶变换与反变换对加法满足分配律。

$$\mathcal{F}\left\{f_1(x,y)\cdot f_2(x,y)\right\}\neq\mathcal{F}\left\{f_1(x,y)\right\}\cdot\mathcal{F}\left\{f_2(x,y)\right\}$$

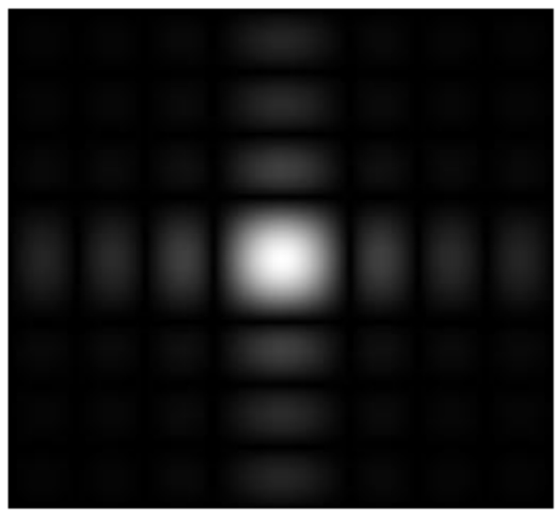
傅里叶变换与反变换对乘法不满足分配律。

2.2 二维Fourier变换的性质

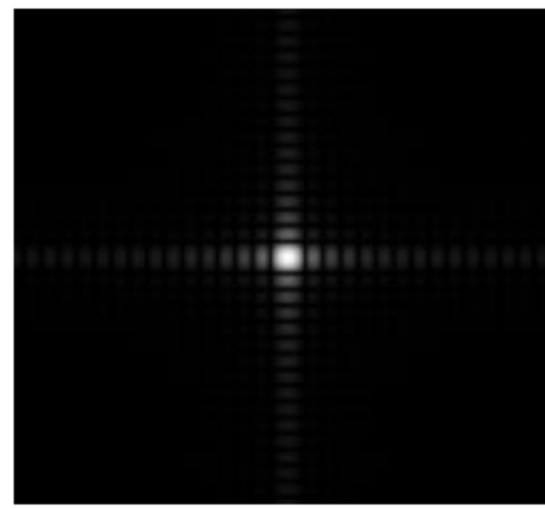
2.2.6 尺度变换

$$af(x,y) \Leftrightarrow aF(u,v)$$

$$f(ax,by) \Leftrightarrow \frac{1}{|ab|}F\left(\frac{u}{a},\frac{v}{b}\right)$$



a) 比例尺度展宽前的频谱



b) 比例尺度展宽后的频谱

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.7 平均值

$$\bar{f}(x,y)=\frac{1}{N^2}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$$

$$F(0,0)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)$$

$$\bar{f}(x,y)=\frac{1}{N}F(0,0)$$

2.2　二维Fourier变换的性质

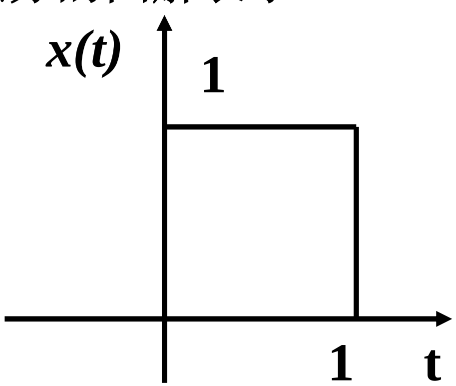
2.2.8 卷积定理

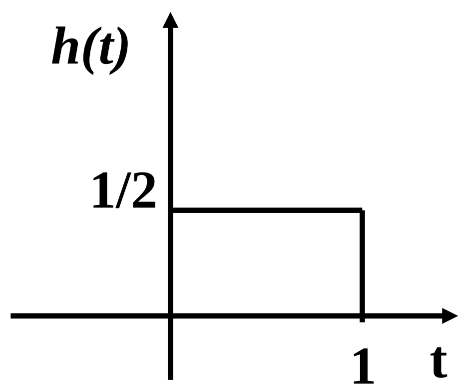
- 卷积积分：如果函数 *y(t)* 满足下列关系式

$$y(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau = x(t) * h(t)$$

则称函数 *y(t)* 为函数 *x(t)* 和 *h(t)* 的卷积

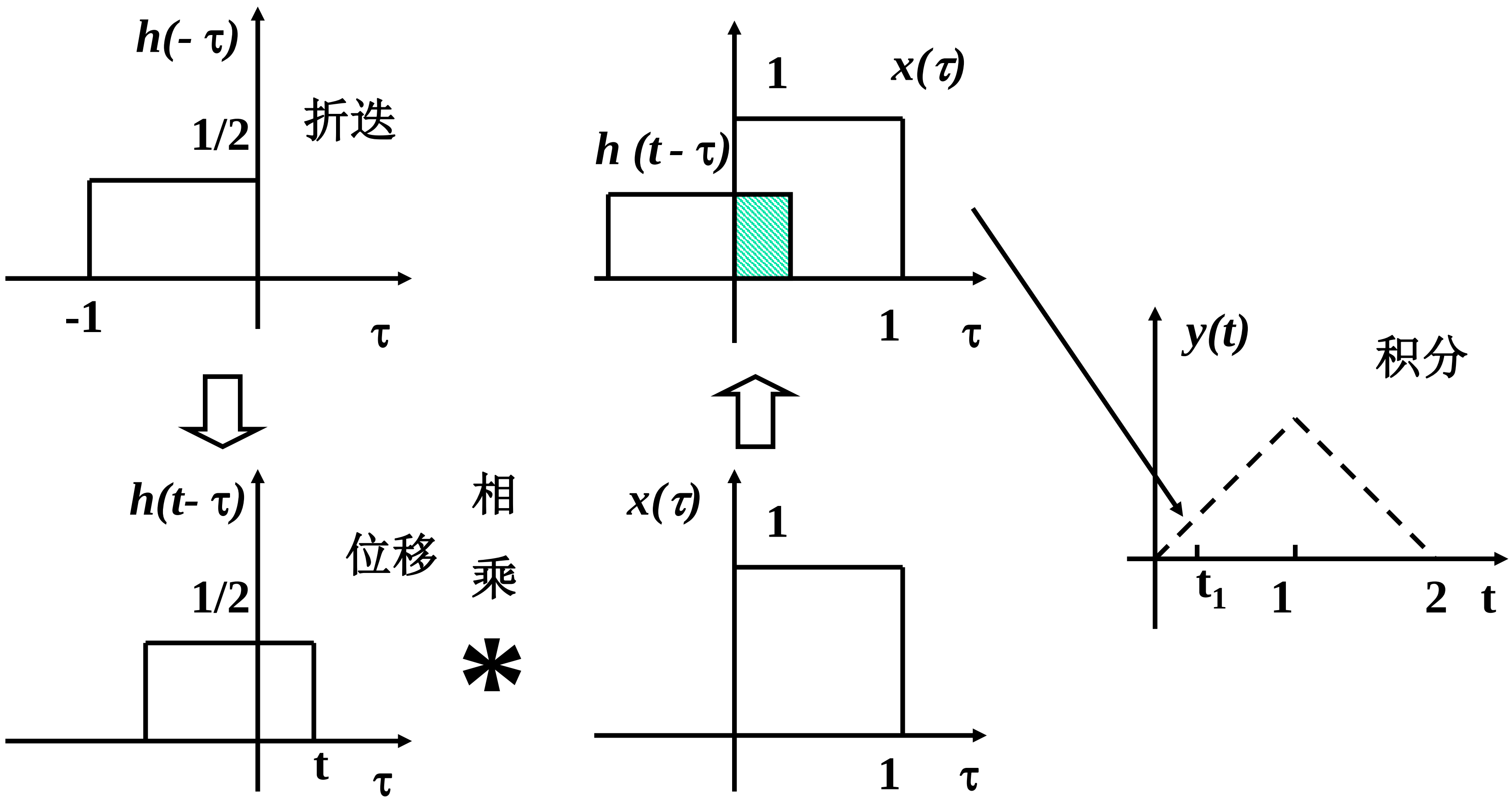
- 卷积积分的图解表示：





2.2 二维Fourier变换的性质

• 卷积积分的图解表示（续）：



2.2 二维Fourier变换的性质

- 卷积积分的步骤：

1 折迭：把 $h(\tau)$ 相对纵轴作出其镜像

2 位移：把 $h(-\tau)$ 移动一个 t 值

3 相乘：将位移后的函数 $h(t-\tau)$ 乘以 $x(\tau)$

4 积分：$h(t-\tau)$ 和 $x(\tau)$ 乘积曲线下的面积即为 t 时刻的卷积值

- 卷积积分的另一种形式：

$$y(t)=\int_{-\infty}^{+\infty}h(t)x(t-\tau)d\tau=x(t)*h(t)$$

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.8 卷积定理

一维连续卷积

$$f(x) * g(x) = \int_{-\infty}^{\infty} f(z) g(x - z) \mathrm{d}z$$

$$f(x) * g(x) \Leftrightarrow F(u) G(u)$$

$$f(x) g(x) \Leftrightarrow F(u) * G(u)$$

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.8 卷积定理

卷积定理推导

$$\int_{-\infty}^{+\infty} y(t)e^{-j2\pi ft}dt = \int_{-\infty}^{+\infty}[\int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)h(t-\tau)d\tau]e^{-j2\pi ft}dt$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)[\int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\tau)e^{-j2\pi ft}dt]d\tau$$

令σ =t-τ

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} x(\tau)[e^{-j2\pi f\tau}\int_{-\infty}^{+\infty} h(\sigma)e^{-j2\pi f\sigma}d\sigma]d\tau$$

$$= H(f)X(f)$$

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.8 卷积定理

一维离散卷积

$$f_e(x) * g_e(x) = \frac{1}{M}\sum_{m=0}^{M-1} f_e(m) g_e(x-m) \qquad x = 0, 1, \cdots, M-1$$

$$f_e(x) = \begin{cases} f(x) & 0 \leqslant x \leqslant A-1 \\ 0 & A \leqslant x \leqslant M-1 \end{cases}$$

$$M \geq A+B-1$$

$$g_e(x) = \begin{cases} g(x) & 0 \leqslant x \leqslant B-1 \\ 0 & B \leqslant x \leqslant M-1 \end{cases}$$

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.8 卷积定理

二维连续卷积

$$f(x,y)*g(x,y)=\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(p,q)g(x-p,y-q)\mathrm{d}p\mathrm{d}q$$

$$f(x,y)*g(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)G(u,v)$$

$$f(x,y)g(x,y)\Leftrightarrow F(u,v)*G(u,v)$$

2.2 二维Fourier变换的性质

2.2.8 卷积定理

二维离散卷积

$$f_e(x,y)=\begin{cases} f(x,y) & 0\leqslant x\leqslant A-1\text{和}0\leqslant y\leqslant B-1 \\ 0 & A\leqslant x\leqslant M-1\text{或}B\leqslant x\leqslant N-1 \end{cases}$$

$$g_e(x,y)=\begin{cases} g(x,y) & 0\leqslant x\leqslant C-1\text{和}0\leqslant y\leqslant D-1 \\ 0 & C\leqslant x\leqslant M-1\text{或}D\leqslant y\leqslant N-1 \end{cases}$$

$$M\geq A+C-1 \qquad N\geq B+D-1$$

2.3 Fourier变换

2.3.3 Fourier变换的应用

1. Fourier变换在图像滤波中的应用

首先，我们来看Fourier变换后的图像，中间部分为低频部分，越靠外边频率越高。

因此，我们可以在Fourier变换图中，选择所需要的高频或是低频滤波。

2.3 快速Fourier变换

2. Fourier变换在图像压缩中的应用

变换系数刚好表现的是各个频率点上的幅值。在小波变换没有提出时，用来进行压缩编码。考虑到高频反映细节、低频反映景物概貌的特性。往往认为可将高频系数置为0，骗过人眼。

2.3　快速Fourier变换

3. Fourier变换在卷积中的应用:

　　对于图像处理算法，如果抽象来看，其实都可以认为是图像信息经过了滤波器的滤波（如：平滑滤波、锐化滤波等 ）。如果滤波器的结构比较复杂时，直接进行时域中的卷积运算是不可思议的。

2.3　快速Fourier变换

$$f(i,j) \longrightarrow \boxed{G(S)} \longrightarrow f_g(i,j)$$

$$f_g = g * f$$

$$F_g(\mu,\upsilon) = G(\mu,\upsilon)\cdot F(\mu,\upsilon)$$

$$f_g = FFT^{-1}(F_g)$$

2.4 沃尔什变换

2.4.1 可分离变换

1-D变换

正变换和正向变换核

$$T(u)=\sum_{x=0}^{N-1} f(x)g(x,u) \qquad u=0,\ 1,\ \cdots,\ N-1$$

反变换和反向变换核

$$f(x)=\sum_{u=0}^{N-1} T(u)h(x,u) \qquad x=0,1,\cdots,N-1$$

2.4 沃尔什变换

2.4.1 可分离变换

2-D变换

正变换和正向变换核

$$T(u,v)=\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)g(x,y,u,v) \qquad u,v=0,1,\cdots,N-1$$

反变换和反向变换核

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}T(u,v)h(x,y,u,v) \qquad x,y=0,1,\cdots,N-1$$

2.4 沃尔什变换

2.4.2 可分离变换的性质

可分离

$$g(x,y,u,v)=g_1(x,u)g_2(y,v)$$

对称

$$g(x,y,u,v)=g_1(x,u)g_1(y,v)$$

2.4　沃尔什变换

2.4.3 可分离变换矩阵表达

$$\mathbf{T} = \mathbf{AFA}'$$

$$\mathbf{BTB}' = \mathbf{BAFA}'\mathbf{B}'$$

$$\mathbf{F} = \mathbf{BTB}'$$

$$\hat{\mathbf{F}} = \mathbf{BAFA}'\mathbf{B}'$$

2.4 沃尔什变换

2.4.4 1-D沃尔什变换

$$N = 2^n$$

正变换和正向变换核

$$W(u) = \frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{b_i(x)\,b_{n-1-i}(u)}$$

反变换和反向变换核

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} W(u)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{b_i(x)\,b_{n-1-i}(u)}$$

2.4 沃尔什变换

u \ x	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	+	+	+	-	-	-	-
2	+	+	-	-	+	+	-	-
3	+	+	-	-	-	-	+	+
4	+	-	+	-	+	-	+	-
5	+	-	+	-	-	+	-	+
6	+	-	-	+	+	-	-	+
7	+	-	-	+	-	+	+	-

2.4　沃尔什变换

➢ **已知4阶沃尔什变换核如右图所示：**
求对序列{1,2,3,4}进行沃尔什变换的结果。

解：可以用矩阵形式来计算：

$$T = FA'$$

$$A = \frac{1}{N}\left[\text{变换核}\right]$$

+	+	+	+
+	+	−	−
+	−	+	−
+	−	−	+

F 为图像矩阵，

A 为对称变换矩阵，

2.4 沃尔什变换

- 已知4阶沃尔什变换核如右图所示：
  求对序列{1,2,3,4}进行沃尔什变换的结果。

$$A=\frac{1}{4}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix},F=\begin{bmatrix}1\ 2\ 3\ 4\end{bmatrix}$$

+	+	+	+
+	+	−	−
+	−	+	−
+	−	−	+

$$T=FA^{'}=\begin{bmatrix}1\ 2\ 3\ 4\end{bmatrix}\times\frac{1}{4}\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{4}\times\begin{bmatrix}10\ \text{-}4\ \text{-}2\ 0\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}2.5\ \text{-}1\ \text{-}0.5\ 0\end{bmatrix}$$

2.4 沃尔什变换

2.4.5 2-D沃尔什变换

正变换和正向变换核

$$W(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{\left[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(v)\right]}$$

反变换和反向变换核

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}W(u,v)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{\left[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(v)\right]}$$

2.4 沃尔什变换

2.4.4 2-D沃尔什变换

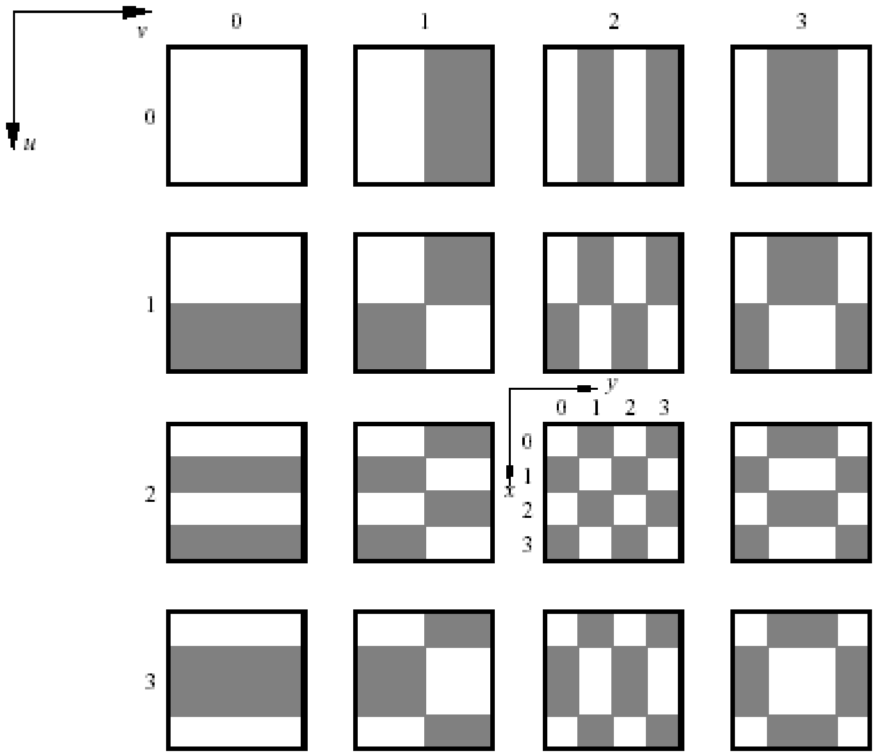


图2.4.1 N=4时沃尔什变换基本函数的图示

2.4 沃尔什变换

- **2-D沃尔什变换的定义为：**

$$W(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{\left[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(y)\right]} \qquad u,v=0,1,\cdots,N-1$$

已知4阶沃尔什变换核右图的上图所示，求取右图的沃尔什变换。

解：由于沃尔什变换是可分离和对称的，
所以可以用矩阵形式来表示该变换：

$$T=AFA'$$

$$A=\frac{1}{\sqrt{N}}\left[\text{变换核}\right]$$

F 为图像矩阵，
A 为对称变换矩阵，

+	+	+	+
+	+	−	−
+	−	+	−
+	−	−	+

1	2	3	4
3	4	2	1
4	3	1	2
2	1	4	3

2.4 沃尔什变换

- **2-D沃尔什变换的定义为：**

$$W(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\prod_{i=0}^{n-1}(-1)^{[b_i(x)b_{n-1-i}(u)+b_i(y)b_{n-1-i}(y)]}\qquad u,v=0,1,\cdots,N-1$$

已知**4**阶沃尔什变换核右图的上图所示，求取右图的沃尔什变换。

$$T=AFA'=\frac{1}{4}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&2&3&4\\3&4&2&1\\4&3&1&2\\2&1&4&3\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix}\qquad A=\frac{1}{\sqrt{4}}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix},F=\begin{bmatrix}1&2&3&4\\3&4&2&1\\4&3&1&2\\2&1&4&3\end{bmatrix}$$

$$=\frac{1}{4}\times\begin{bmatrix}10&10&10&10\\-2&2&0&0\\0&0&-2&2\\-4&-4&4&4\end{bmatrix}\times\begin{bmatrix}1&1&1&1\\1&1&-1&-1\\1&-1&1&-1\\1&-1&-1&1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}10&0&0&0\\0&0&-1&-1\\0&0&-1&1\\0&-4&0&0\end{bmatrix}$$

2.4 沃尔什变换

2.4.4 2-D沃尔什变换

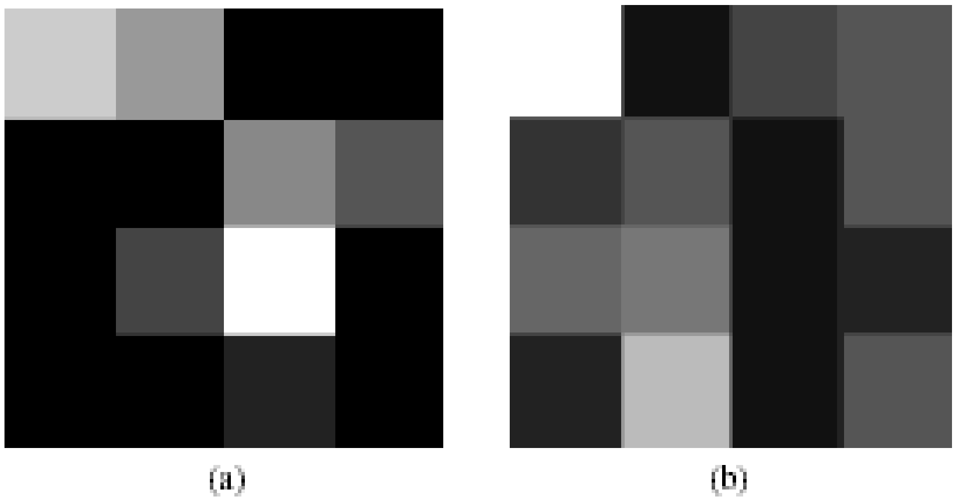


图2.4.2 沃尔什变换示例

2.5　哈达玛变换

2.5.1 1-D哈达玛变换

正变换和正向变换核

$$H(u)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1} f(x)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x)b_i(u)}$$

反变换和反向变换核

$$f(x)=\sum_{u=0}^{N-1} H(u)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1} b_i(x)b_i(u)}$$

2.5　哈达玛变换

2.5.1 1-D哈达玛变换

与沃尔什变换类似，由哈达玛变换核组成的矩阵是一个对称矩阵并且其行和列正交；反变换核和正变换核只差1个常数1/N。

用于正变换的算法也可以用于反变换。

2.5 哈达玛变换

x / u	0	1	2	3	4	5	6	7
0	+	+	+	+	+	+	+	+
1	+	+	+	+	-	-	-	-
2	+	+	-	-	-	-	+	+
3	+	+	-	-	+	+	-	-
4	+	-	-	+	+	-	-	+
5	+	-	-	+	-	+	+	-
6	+	-	+	-	-	+	-	+
7	+	-	+	-	+	-	+	-

3.5 哈达玛变换

2.5.2 2-D哈达玛变换

正变换和正向变换核

$$H(u,v)=\frac{1}{N}\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]}$$

反变换和反向变换核

$$f(x,y)=\frac{1}{N}\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}H(u,v)(-1)^{\sum_{i=0}^{n-1}[b_i(x)b_i(u)+b_i(y)b_i(v)]}$$

2-D哈达玛正变换核和反变换核具有相同形式，且都是可分离的和对称的。

3.5 哈达玛变换

2.5.2 2-D哈达玛变换

- 哈达玛矩阵的迭代

$$\boldsymbol{H}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{H}_{2N} = \begin{bmatrix} \boldsymbol{H}_N & \boldsymbol{H}_N \\ \boldsymbol{H}_N & -\boldsymbol{H}_N \end{bmatrix}$$

$$\boldsymbol{A} = \frac{1}{\sqrt{N}} \boldsymbol{H}_N$$

2. 5　哈达玛变换

2.5.2 2-D哈达玛变换

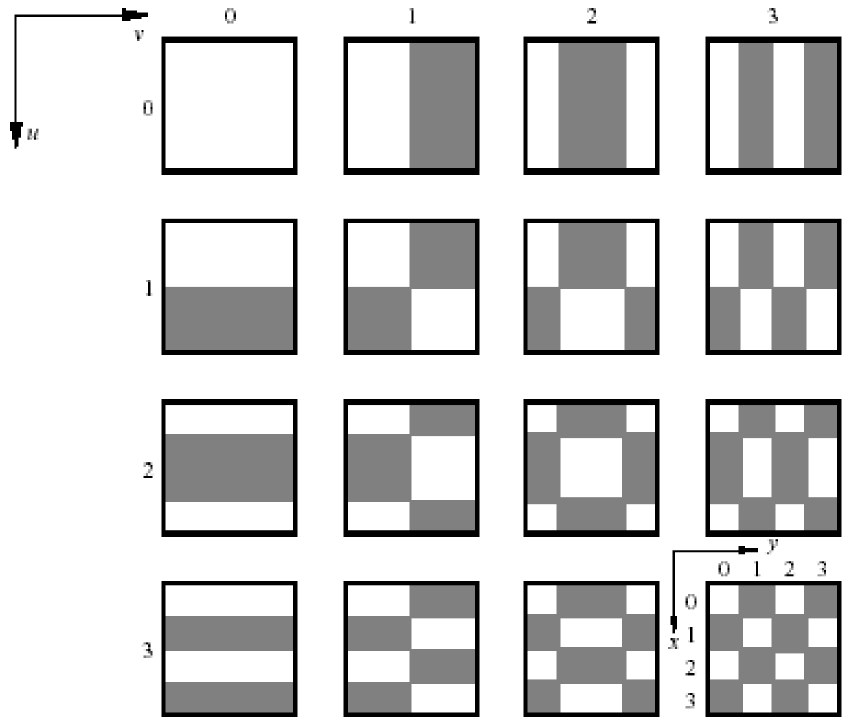


图2.5.1　N=4时经过排序的哈达玛变换基本函数的图示

2.5　哈达玛变换

2.5.2 2-D哈达玛变换

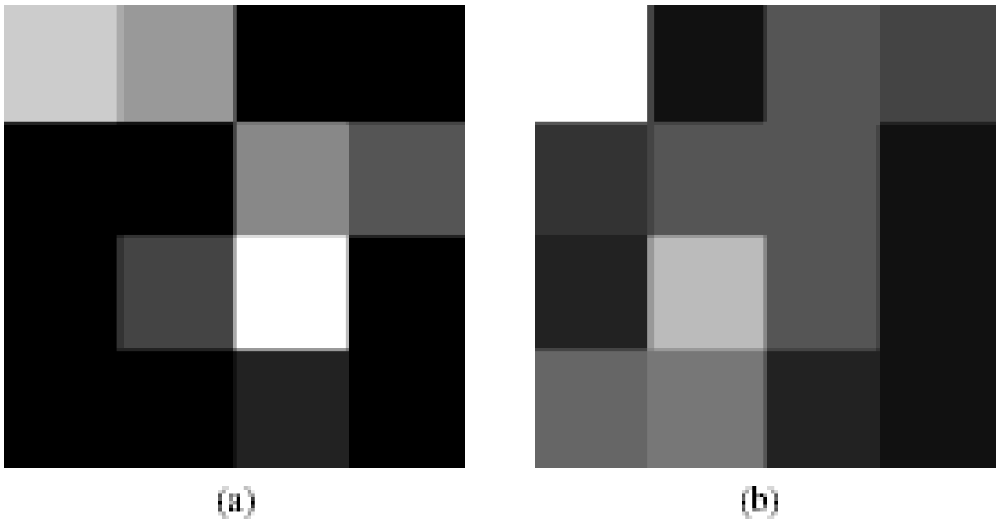


图2.5.2 哈达玛变换示例

2.6 离散余弦变换

问题的提出：

Fourier变换的一个最大的问题是：它的参数都是复数，在数据的描述上相当于实数的两倍。为此，我们希望有一种能够达到相同功能但数据量又不大的变换。

在此期望下，产生了DCT变换。

2.6 离散余弦变换

2.6.1 1-D离散余弦变换

$$C(u) = a(u)\sum_{x=0}^{N-1} f(x)\cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right] \qquad u = 0, 1, \cdots, N-1$$

$$f(x) = \sum_{u=0}^{N-1} a(u)C(u)\cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right] \qquad x = 0, 1, \cdots, N-1$$

$$a(u) = \begin{cases} \sqrt{1/N} & \text{当} \quad u = 0 \\ \sqrt{2/N} & \text{当} \quad u = 1, 2, \cdots, N-1 \end{cases}$$

2.6 离散余弦变换

2.6.2 2-D离散余弦变换

$$C(u,v)=a(u)a(v)\sum_{x=0}^{N-1}\sum_{y=0}^{N-1}f(x,y)\cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right]\cos\left[\frac{(2y+1)v\pi}{2N}\right]$$

$$u,v=0,1,\cdots,N-1$$

$$f(x,y)=\sum_{u=0}^{N-1}\sum_{v=0}^{N-1}a(u)a(v)C(u,v)\cos\left[\frac{(2x+1)u\pi}{2N}\right]\cos\left[\frac{(2y+1)v\pi}{2N}\right]$$

$$x,y=0,1,\cdots,N-1$$

2.6　离散余弦变换

2.6.3 DCT变换的应用

余弦变换实际上是傅里叶变换的实数部分。余弦变换主要用于图像的压缩，如目前的国际压缩标准JPEG、MPEG就用到了DCT变换。具体的做法与DFT 相似。给高频系数大间隔量化，低频部分小间隔量化。

2.6 离散余弦变换

2.6.3 DCT变换的应用

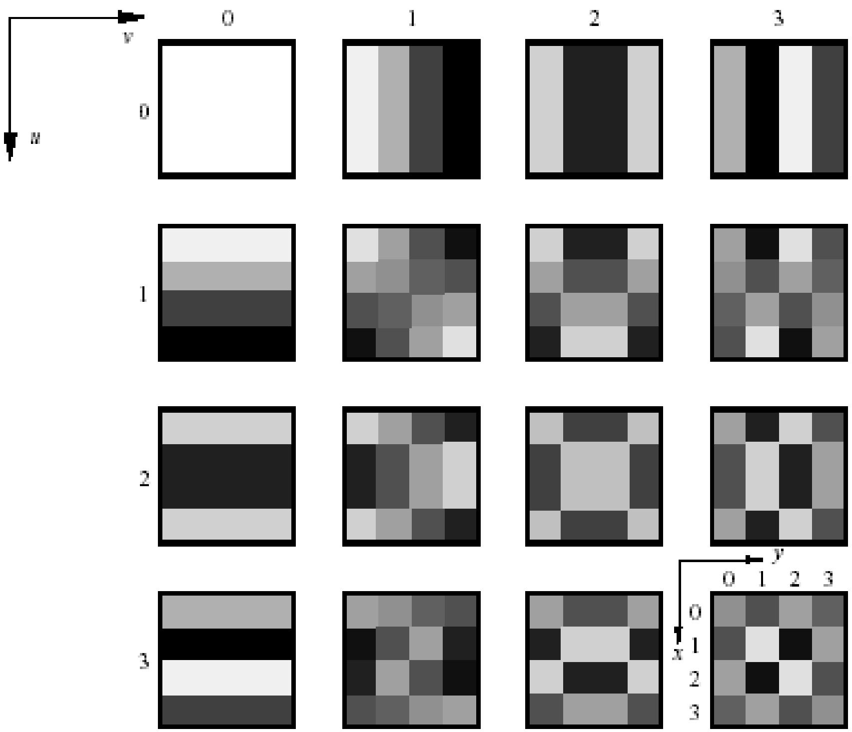
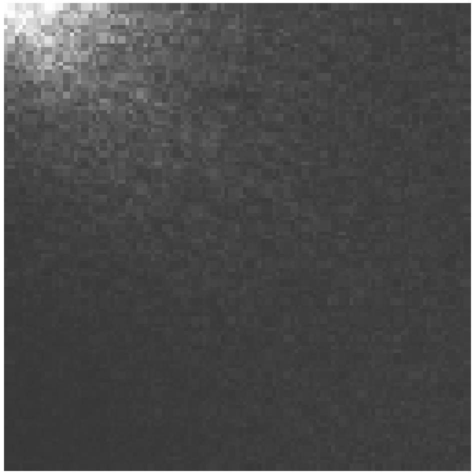


图2.6.1 N=4时经过排序的DCT基本函数的图示

2.6 离散余弦变换

2.6.3 DCT变换的应用

(a)



(b)

图2.6.2 离散余弦变换示例

作 业

2.1.3

2.1.4

2.3.2

2.4　沃尔什变换

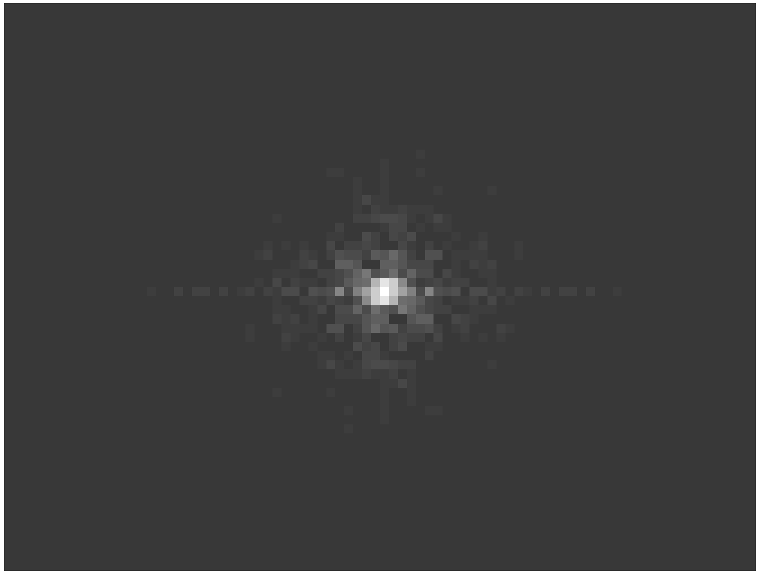
➢**4**阶哈达玛变换的变换核如右图所示，求序列**{1,2,3,4}**
进行哈达玛变换的结果。

+	+	+	+
+	+	−	−
+	−	+	−
+	−	−	+

➢**4**阶哈达玛变换的变换核如右图的上图所示，求右图下图进行哈达玛变换的结果。

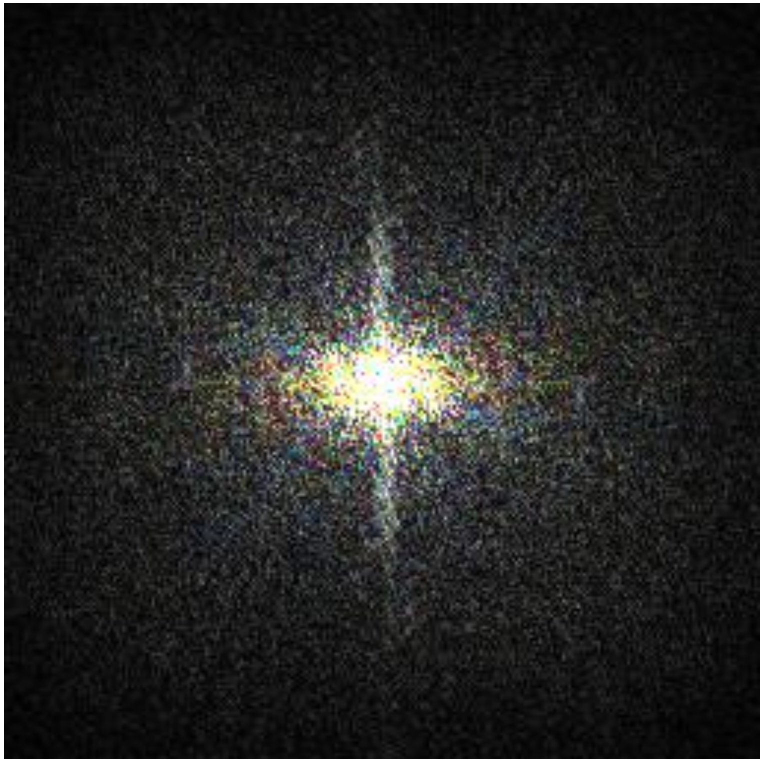
4	4	1	1
2	2	3	3
3	3	4	4
1	1	3	3

Fourier 变换示意图



返回

Fourier变换的频率特性

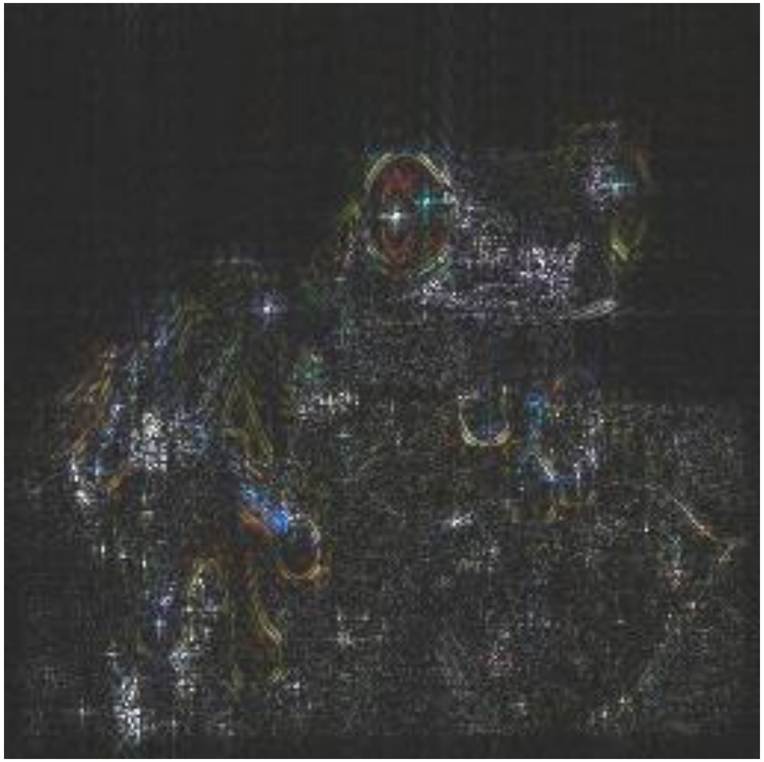


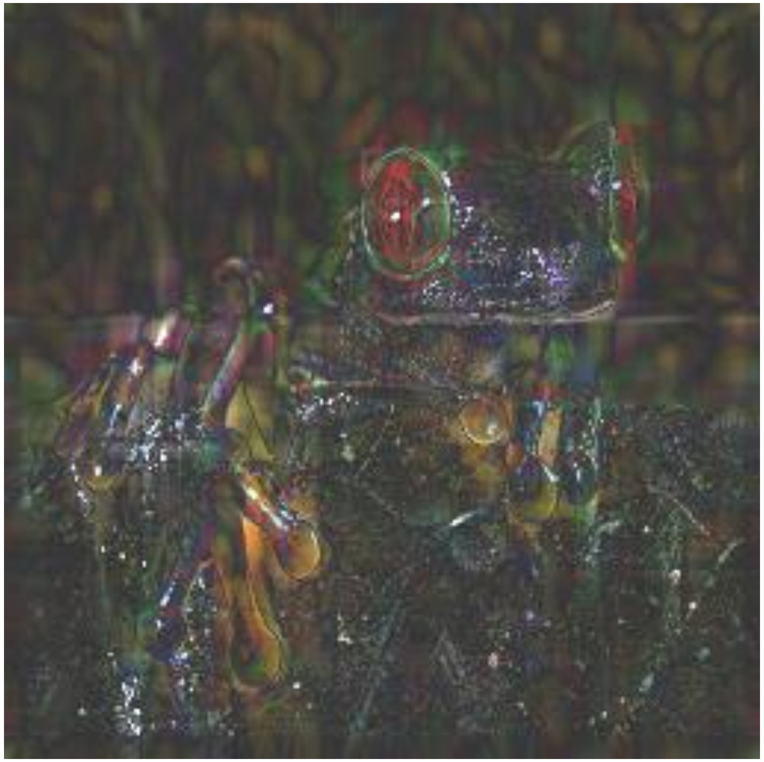
返回

Fourier变换的低通滤波

返回

Fourier变换的高通滤波





返回

Fourier变换的压缩原理

压缩率为：3.3：1

另一幅图像效果

Fourier变换的压缩原理

压缩率为：16.1：1

返回