

أولاً: تمارين على نظرية القرارات:

تمرين (١): لديك جدول العائد لبدائل مصنع زجاج تحت حالات الطبيعة (الطلب) المختلفة، فإذا كانت إدارة المصنع متفائلة بنسبة ٣٠٪ وفي ضوء البيانات التالية:

البدائل	حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم
التوسع في المصنع		٥٥	٣٠	٣٠	(١٠)
بناء مصنع جديد		٧٥	٤٠	٣٥	(١٥)
الإستيراد		٣٥	٢٠	١٥	١٠

وفي ضوء أن احتمال حالات الطلب ستكون ٤٠٪، ٣٠٪، ٢٠٪، ١٠٪ على التوالي؛ فإن:

(١) إتخاذ القرار وفقاً لطريقة القيمة المتوقعة سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

(٢) إتخاذ القرار وفقاً لطريقة الأكثر احتمالاً سيكون:

(أ) ٤٧,٥	(ب) ٦٣	(ج) ٣٦
----------	--------	--------

(٢) إتخاذ القرار وفقاً لطريقة الأكثر احتمالاً سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

الحل

ملحوظة هامة: الأرقام في الجدول مخطوطة بين أقواس (١٠) و (١٥) دي معناها ١٠- و ١٥- ممكن تيجي في التمرين بالشكل ده أو بالشكل ده.

(أ) الحل باستخدام طريقة القيمة المتوقعة: في ضوء أن احتمال حالات الطلب كانت ٤٠٪، ٣٠٪، ٢٠٪، ١٠٪ على التوالي؛

خذ بالك: طبقاً لأسلوب القيمة المتوقعة فإنه يتم حساب القيمة المتوقعة لكل بديل من البدائل، ثم يتم اختيار البديل صاحب أكبر قيمة متوقعة، ويتم حساب القيمة المتوقعة كما يلي:

القيمة المتوقعة = مجموعة حاصل ضرب (العوائد المتوقعة عند حالة الطبيعة × احتمال الحدث)

- القيمة المتوقعة في حالة التوسع في المصنع = $(٥٥ \times ٤٠\%) + (٣٠ \times ٣٠\%) + (٣٠ \times ٢٠\%) + (١٠ \times ١٠\%) = ٣٦$
- القيمة المتوقعة في حالة بناء مصنع جديد = $(٧٥ \times ٤٠\%) + (٤٠ \times ٣٠\%) + (٣٥ \times ٢٠\%) + (١٥ \times ١٠\%) = ٤٧,٥$ ✓
- القيمة المتوقعة في حالة الإستيراد = $(٣٥ \times ٤٠\%) + (٢٠ \times ٣٠\%) + (١٥ \times ٢٠\%) + (١٠ \times ١٠\%) = ٢٤$

∴ التمرين أرباح يتم اختيار أكبر قيمة متوقعة.

∴ القرار: يتم اختيار البديل الخاص ببناء مصنع جديد (البديل الثاني) لأنه يحقق أعلى قيمة متوقعة ومقدارها ٤٧,٥ مليون.

(ب) الحل باستخدام طريقة الأكثر احتمالاً: في ضوء أن احتمال حالات الطلب كانت ٤٠٪، ٣٠٪، ٢٠٪، ١٠٪ على التوالي؛

حالة الطبيعة الأكثر احتمالاً



البدائل	حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم
التوسع في المصنع		٥٥	٣٠	٣٠	١٠-
بناء مصنع جديد		٧٥	٤٠	٣٥	١٥-
الإستيراد		٣٥	٢٠	١٥	١٠

القرار المناسب

وطبقاً للبيانات المعطاة نجد أن:

- حالة الطبيعة الأكثر احتمالاً هي حالة الطلب المرتفع ٤٠٪.
- وأعلى عائد متوقع في حالة الطلب المرتفع = ٧٥ مليون وهو بديل بناء مصنع جديد.

∴ القرار: باستخدام طريقة الأكثر احتمالاً يكون القرار المناسب هو بناء مصنع جديد (البديل الثاني).

تمرين (٢): لديك جدول العائد لبدائل مصنع زجاج تحت حالات الطبيعة (الطلب) المختلفة، فإذا كانت إدارة المصنع متفائلة بنسبة ٣٠٪ وفي ضوء البيانات التالية:

البدائل	حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم
التوسع في المصنع		٥٥	٣٠	٣٠	١٠-
بناء مصنع جديد		٧٥	٤٠	٣٥	١٥-
الإستيراد		٣٥	٢٠	١٥	١٠

وفي ضوء أن احتمال حالات الطلب ستكون ٤٠% ، ٣٠% ، ٢٠% ، ١٠% على التوالي؛ فإن:

(١) البديل المناسب وفقاً لقاعدة لا بلاس سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

(٢) متوسط العوائد للبديل الأول (التوسع في المصنع):

(أ) ٢٦,٢٥	(ب) ٣٣,٧٥	(ج) ٢٠	(د) لا شيء مما سبق
-----------	-----------	--------	--------------------

(٣) متوسط العوائد للبديل الثاني (بناء مصنع):

(أ) ٢٦,٢٥	(ب) ٣٣,٧٥	(ج) ٢٠	(د) لا شيء مما سبق
-----------	-----------	--------	--------------------

(٤) متوسط العوائد للبديل الثالث (الإستيراد):

(أ) ٢٦,٢٥	(ب) ٣٣,٧٥	(ج) ٢٠	(د) لا شيء مما سبق
-----------	-----------	--------	--------------------

(٥) البديل المناسب وفقاً لقاعدة أقصى الأقصى سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

(٦) العائد المحقق وفقاً لقاعدة أقصى الأقصى هو:

(أ) ٥٥	(ب) ٧٥	(ج) ٣٥	(د) ١٠
--------	--------	--------	--------

(٧) البديل المناسب وفقاً لقاعدة أقصى الأدنى سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

(٨) وفقاً للنموذج المتشائم فإن أقصى أدنى عائد (أقل عائد) هو:

(أ) ٥٥	(ب) ٧٥	(ج) ٣٥	(د) ١٠
--------	--------	--------	--------

(٩) البديل المناسب وفقاً لقاعدة هورويز سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

(١٠) أعلى قيمة متوقعة وفقاً لقاعدة (هورويز) Hurweiz هي:

(أ) ١٦	(ب) ٢١,٥	(ج) ١٢	(د) ١٧,٥
--------	----------	--------	----------

(١١) البديل المناسب وفقاً لقاعدة الأسف سيكون:

(أ) التوسع في المصنع	(ب) الإستيراد	(ج) بناء مصنع جديد
----------------------	---------------	--------------------

(١٢) وفقاً لمعيار سافاج (Savage) فإن أقصى أسف يساوي:

(أ) ١٥	(ب) ٢٠	(ج) ٢٥	(د) ١٠
--------	--------	--------	--------

الحل

الطريقة الأولى: قاعدة أو نموذج لا بلاس La place:

المتوسط الحسابي لعوائد أي بديل

=

مجموع عوائد البديل

عددها

- البديل الأول: التوسع في المصنع = $\frac{(١٠-) + ٣٠ + ٣٠ + ٥٥}{٤}$ = ٢٦,٢٥ مليون • البديل الثاني: بناء مصنع = $\frac{(١٥-) + ٣٥ + ٤٠ + ٧٥}{٤}$ = ٣٣,٧٥ مليون ✓
- البديل الثالث: الإستيراد = $\frac{١٠ + ١٥ + ٢٠ + ٣٥}{٤}$ = ٢٠ مليون

القرار: ∴ وفقاً لقاعدة لا بلاس يتم اتخاذ قرار ببناء مصنع جديد.

الطريقة الثانية: قاعدة أقصى الأقصى: (النموذج المتفائل)

يتم تحديد العائد الأكبر لكل بديل:

حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم	الأقصى (أكبر عائد)
التوسع في المصنع	٥٥	٣٠	٣٠	١٠-	٥٥
بناء مصنع جديد	٧٥	٤٠	٣٥	١٥-	٧٥ أقصى الأقصى
الإستيراد	٣٥	٢٠	١٥	١٠	٣٥

القرار: ∴ وفقاً لقاعدة أقصى الأقصى يتم اتخاذ قرار ببناء مصنع جديد.

ملحق أسئلة بابل تنبئ الأساليب الكمية الفرقة الثالثة (إدارة ٢٠٢١)

الطريقة الثالثة: قاعدة أقصى الأدنى: (النموذج المتشائم) يتم تحديد العائد الأقل لكل بديل:

حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم	الأدنى (أقل عائد)
التوسع في المصنع	٥٥	٣٠	٣٠	١٠-	١٠-
بناء مصنع جديد	٧٥	٤٠	٣٥	١٥-	١٥-
الإستيراد	٣٥	٢٠	١٥	١٠	١٠ أقصى الأدنى

القرار : ∴ وفقاً لقاعدة أقصى الأدنى يتم اتخاذ قرار الإستيراد حيث أنه يحقق أفضل عائد عند أسوء حالة.

الطريقة الرابعة: قاعدة (هوريوز) Hurweiz:

(أرقام عمود الأقصى × احتمال التفاؤل) + (أرقام عمود الأدنى × احتمال التشاؤم)

خد بالك: احتمال التفاؤل = ٣٠٪. احتمال التشاؤم = ١٠٠٪ - ٣٠٪ = ٧٠٪.

وبالتطبيق على التمرين:

حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم	الأقصى (أكبر عائد)	الأدنى (أقل عائد)	القيمة المتوقعة
التوسع في المصنع	٥٥	٣٠	٣٠	١٠-	٥٥	١٠-	(٥٥ × ٣٠٪) + (١٠- × ٧٠٪) = ٩,٥
بناء مصنع جديد	٧٥	٤٠	٣٥	١٥-	٧٥	١٥-	(٧٥ × ٣٠٪) + (١٥- × ٧٠٪) = ١٢
الإستيراد	٣٥	٢٠	١٥	١٠	٣٥	١٠	(٣٥ × ٣٠٪) + (١٠ × ٧٠٪) = ١٧,٥ ✓

القرار : ∴ وفقاً لطريقة (قاعدة) Hurweiz يتم اتخاذ قرار بالتوسع في المصنع الحالي.

الطريقة الخامسة: قاعدة أدنى أقصى أسف (قاعدة الأسف) (معيار سافاج) Savage:

• وفقاً لهذه الطريقة:

(١) يتم اختيار أكبر قيمة في كل عمود.

(٢) يتم طرح جميع قيم هذا العمود منها (وتسمى هذه الخطوة حساب الأسف).

(٣) يتم اختيار أكبر قيمة من كل صف في عمود (ويسمى أقصى أسف). (٤) يتم اختيار أدنى أسف (أقل قيمة).

حالات الطبيعة	طلب مرتفع	طلب معتدل	طلب منخفض	طلب منعدم	الأسف في حالة الطلب المرتفع	الأسف في حالة الطلب المعتدل	الأسف في حالة الطلب المنخفض	الأسف في حالة الطلب المنعدم	أقصى أسف (أكبر رقم في كل صف)
التوسع في المصنع	٥٥	٣٠	٣٠	١٠-	(٥٥ - ٧٥) = ٢٠	(٣٠ - ٤٠) = ١٠	(٣٥ - ٣٥) = ٥	(١٠ - ١٠-) = ٢٠	٢٠ ✓
بناء مصنع جديد	٧٥	٤٠	٣٥	١٥-	(٧٥ - ٧٥) = صفر	(٤٠ - ٤٠) = صفر	(٣٥ - ٣٥) = صفر	(١٠ - ١٥-) = ٢٥	٢٥
الإستيراد	٣٥	٢٠	١٥	١٠	(٣٥ - ٧٥) = ٤٠	(٢٠ - ٤٠) = ٢٠	(١٥ - ٣٥) = ٢٠	(١٠ - ١٠) = صفر	٤٠

القرار : ∴ وفقاً لطريقة (قاعدة) أدنى أقصى أسف يتم اتخاذ قرار بالتوسع في المصنع الحالي.

نظري: نظرية القرارات

اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المتاحة:

(١) تصنف القرارات حسب الغرض منها إلى قرارات

(أ) تشغيلية	(ب) إستراتيجية	(ج) تكتيكية	(د) كل ما سبق
-------------	----------------	-------------	---------------

(٢) إن القرارات التي تتعامل مع المشاكل الخاصة بشراء المواد الأولية، والمشاكل المرتبطة بدفع الأجور هي بمثابة أمثلة للقرارات

(أ) المبرمجة	(ب) غير المبرمجة	(ج) الإستراتيجية	(د) لا شيء مما سبق
--------------	------------------	------------------	--------------------

(٣) تتم عملية اتخاذ القرارات اعتماداً على شخصية متخذ القرار نفسه، ومن ثم فإن القرارات تختلف باختلاف الشخصيات ومدة خبرتها في مجال صنع القرارات في حالة

(أ) عدم التأكد	(ب) المخاطرة	(ج) التأكد	(د) ب، ج
----------------	--------------	------------	----------

(٤) إن الاحتمالات التي تتحدد بناء على القوانين ونظريات الاحتمالات هي الاحتمالات

(أ) المشروطة	(ب) الموضوعية	(ج) الذاتية	(د) البسيطة
--------------	---------------	-------------	-------------

(٥) إن الاحتمالات التي تعتمد على الحكم الشخصي والخبرة الشخصية هي الاحتمالات

(أ) المشروطة	(ب) الموضوعية	(ج) الذاتية	(د) لا شيء مما سبق
--------------	---------------	-------------	--------------------

٦) إن الاحتمالات التي يتوقف حدوثها على حدوث حدث أو مجموعة من الأحداث معلوم احتمال وقوعها مسبقاً هي الاحتمالات

المشروطة	(ب) الموضوعية	(ج) الذاتية	(د) لا شيء مما سبق
----------	---------------	-------------	--------------------

٧) يمكن اتخاذ القرار في حالة المخاطرة بالعديد من الطرق ليس من بينها

(أ) أسلوب شجرة القرارات	(ب) طريقة الأكثر احتمالاً	(ج) قاعدة هوريوز	(د) أسلوب القيمة المتوقعة
-------------------------	---------------------------	------------------	---------------------------

حدد مدى صحة أو خطأ العبارات التالية:

م	العبارة	الإجابة
١	يمكن النظر للمنظمة على أنها نظام لاتخاذ القرار.	✓
٢	توجد علاقة طردية بين مستوى تعقد عملية اتخاذ القرار وبين مستويات الهرم الإداري.	✓
٣	تزداد قدرة المدير على اتخاذ القرار بانخفاض عدد البدائل المتاحة أمامه.	×
٤	إن القرارات التي تتعلق بالمنظمة ككل وعلاقتها بالبيئة المحيطة بها هي قرارات تكتيكية.	×
٥	حالة التأكد يكون فيها متخذ القرار قادر على تحديد البدائل ونتائج كل بديل.	✓
٦	القرارات التكتيكية هي القرارات الخاصة باستخدام الموارد البشرية وإعداد الخطط والموازنات.	✓
٧	القرارات المبرمجة هي التي تتعامل مع مشكلة متكررة وتكون إجراءات اتخاذ القرار معدة مسبقاً.	✓
٨	حالة المخاطرة يكون متخذ القرار على علم بالظروف والمتغيرات التي يمكن أن تحدث خلال الفترة الزمنية التي يغطيها القرار ولكنه لا يعلم الحالة المتوقعة حدوثها ، وإنما يكون لديه احتمالات حدوث كل حالة.	✓
٩	حالة عدم التأكد ترجع إلى وجود أكثر من حالة من حالات الطبيعة ويكون من الصعب على متخذ القرار تقدير احتمال حدوث كل منها.	✓
١٠	تعتمد طريقة لابلاس على افتراض احتمالات متساوية بسبب عدم وجود معلومات عن احتمال حدوث حالات الطبيعة.	✓
١١	حالة عدم التأكد يكون فيها متخذ القرار قادر على تحديد البدائل ونتائج كل بديل.	×
١٢	القرارات التشغيلية هي القرارات الخاصة باستخدام الموارد البشرية وإعداد الخطط والموازنات.	×
١٣	القرارات غير المبرمجة هي التي تتعامل مع مشكلة جديدة وتكون إجراءات اتخاذ القرار جديدة.	✓
١٤	في حالة المخاطرة لا يكون متخذ القرار على علم بالحالة المتوقعة حدوثها وإنما يكون لديه احتمالات حدوث كل حالة.	✓
١٥	في حالة المخاطرة يكون من الصعب على متخذ القرار تقدير احتمال حدوث كل حالة من حالات الطبيعة.	×
١٦	طبقاً لقاعدة أقصى الأقصى فإن متخذ القرار يتصرف على أساس من التفاؤل ويتوقع الحصول على أفضل النتائج.	✓

ثانياً: تمارين على البرمجة الخطية:

شُربن (١): أوجد الحل الأمثل للنموذج البرمجة الخطية :

MIN

Z = 5 X₁ + 3 X₂

SUBJECT TO:

X₁ + 2 X₂ ≥ 2

2 X₁ + X₂ ≥ 3

X₁ ≤ 1

X₁ , X₂ ≥ Zero

الحل

X₁ + 2 X₂ = 2

2 X₁ + X₂ = 3

X₁ = 1

(١) نحول المتباينات إلى معادلات:

(٢) نحديد نقطتين لكل قيد:
القيد الأول:

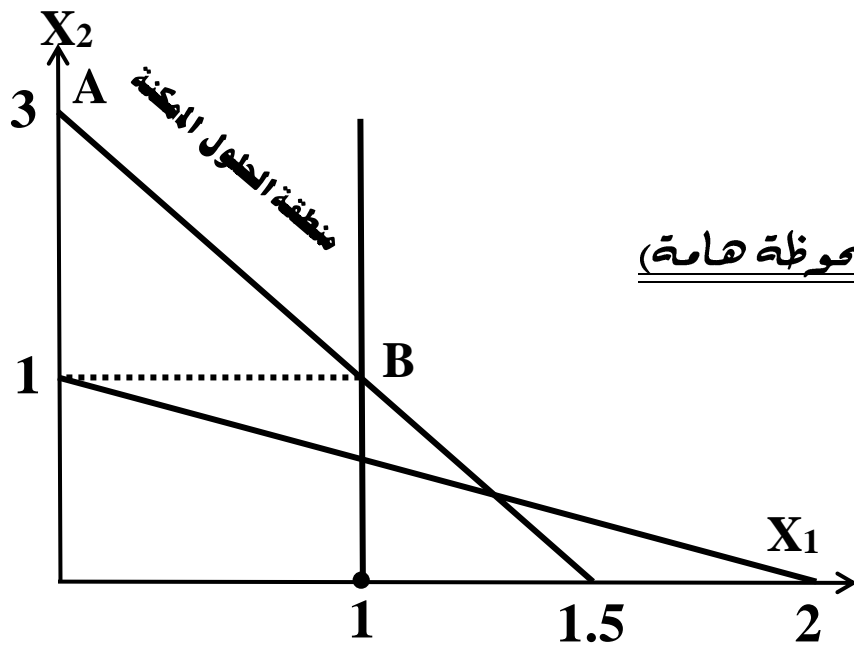
X ₁ + 2 X ₂ = 2		
X ₁ = 0	بفرض أن	X ₂ = 1
X ₂ = 0	بفرض أن	X ₁ = 2
النقطتان هما (X ₁ = 2 , X ₂ = 1)		

القيد الثالث: X₁ = 1 , X₂ = 0

القيد الثاني:

2 X ₁ + X ₂ = 3		
X ₁ = 0	بفرض أن	X ₂ = 3
X ₂ = 0	بفرض أن	X ₁ = 1.5
النقطتان هما (X ₁ = 1.5 , X ₂ = 3)		

وعلى ذلك تظهر خطوط تحميل المعادلات على الرسم البياني كما يلي:



تحديد قيمة (X_2, X_1) عند تقاطع الحل:

• النقطة الأولى (A): نجد أن $(X_1 = 0, X_2 = 3)$.

• النقطة الثانية (B): نجد أن $(X_1 = 1, X_2 = 1)$. (يوجد عليها ملحوظة هامة)

ملحوظة على النقطة الثانية (B):

$$2X_1 + X_2 = 3$$

$$X_1 = 1$$

بضرب المعادلة الثانية $\times (2)$ ثم طرحهم

$$2X_1 + X_2 = 3$$

$$2X_1 = 2$$

$$X_2 = 1$$

$$\therefore X_1 = 1, X_2 = 1$$

تحديد الحل الأمثل: يتم تحديد الحل الأمثل من خلال اختبار نقاط الأركان في منطقة الحلول الممكنة وهي (B, A) وتحديد النقطة التي تحقق أقل تكاليف ممكنة (لاحظ أن دالة الهدف هي تخفيض تكاليف).

$$(X_1 = 1, X_2 = 1) = B$$

$$(X_1 = 0, X_2 = 3) = A$$

للوصول إلى الحل الأمثل نقوم بالتعويض في دالة الهدف.

النقطة	X_1	X_2	دالة الهدف $\text{MIN } Z = 5X_1 + 3X_2$	التكلفة
A	0	3	$5(0) + 3(3) = 9$	9
B	1	1	$5(1) + 3(1) = 8$	8

الحل الأمثل هي النقطة (B) حيث أنها تحقق أقل تكلفة ممكنة ومقدارها 8 جنيه وتكون قيمة $(X_1 = 1, X_2 = 1)$

تمرين (٢):

أوضحت دراسة السوق أن الطلب اليومي على المنتج (X_1) لا يمكن أن يزيد عن الطلب اليومي للمنتج (X_2) بمقدار ٥٠ وحدة وبالتالي يمكن صياغة النتيجة السابقة في القيد التالي:

$$(أ) \quad X_1 - X_2 \leq 50 \quad (ب) \quad X_1 + X_2 \leq 50 \quad (ج) \quad X_2 - X_1 \leq 50 \quad (د) \quad X_2 - X_1 \geq 50$$

تمرين (٣): تقوم إحدى الشركات بإنتاج نوعين من القمصان الرجالي، ويحقق النوع الأول ربح مقداره ٢٠ ج للوحدة، في حين تحقق الوحدة من النوع الثاني ربحاً مقداره ٣٠ ج، ويحتاج النوع الأول إلى ١٠ دقائق للقطع و٢٥ دقيقة للخياطة، ويحتاج النوع الثاني إلى ١٥ دقيقة للقطع و٢٠ دقيقة للخياطة، والوقت المتاح لعملية القطع في اليوم هو ٨ ساعات ولعملية الخياطة هو ٦ ساعات، والسوق لا يستوعب أكثر من ١٠ وحدات من النوع الثاني من القمصان، أجب عن الأسئلة التالية:

(١) معادلة الهدف تساوي:

(أ) تخفيض	(ب) تعظيم	(ج) تعظيم	(د) $Z < 20X_1 + 30X_2$
$Z = 20X_1 + 30X_2$	$Z = 30X_1 + 20X_2$	$Z = 20X_1 + 30X_2$	

(٢) قيد قسم القطع يساوي:

$$(أ) \quad 25X_1 + 20X_2 \leq 360 \quad (ب) \quad 10X_1 + 15X_2 \leq 480 \quad (ج) \quad 10X_2 + 20X_1 \leq 360 \quad (د) \quad 10X_1 + 15X_2 \geq 480$$

(٣) قيد السوق يساوي:

$$(أ) \quad X_2 \leq 10 \quad (ب) \quad X_1 \leq 10 \quad (ج) \quad X_2 \geq 10 \quad (د) \quad X_2 = 10$$

الحل

أولاً: المتغيرات:

بافتراض: $(X_1) \Leftarrow$ كمية الإنتاج (عدد الوحدات) من النوع الأول.

$(X_2) \Leftarrow$ كمية الإنتاج (عدد الوحدات) من النوع الثاني.

يمكن تلخيص بيانات التمرين في الجدول التالي:

القيود	احتياجات وحدة المنتج من الموارد المتاحة		الحد الأقصى
	X ₁ (النوع الأول)	X ₂ (النوع الثاني)	
دقائق القطع	10	15	480 (8 ساعات × 60 دقيقة)
دقائق الخياطة	25	20	360 (6 ساعات × 60 دقيقة)
ربح الوحدة	20	30	-

ملحوظة: لا بد من توحيد جانبي القيد إما كلها تكون ساعات أو كلها تكون دقائق، وحسب المطلوب فإنه يتم تحويل كلا الطرفين إلى دقائق.

ثانياً: الهدف: (تعظيم أرباح) (Z):

معادلة الهدف: تعظيم ربحية

$$\text{MAX } Z = 20 X_1 + 30 X_2$$

ثالثاً: القيود:

(١) قيد قسم القطع (٦٠ دقيقة × ٨ ساعات):

(٢) قيد قسم الخياطة (٦٠ دقيقة × ٦ ساعات):

(٣) قيد السوق:

(٤) قيد عدم السلبية: (قيد ثابت)

$$10 X_1 + 15 X_2 \leq 480 \quad (\text{القيد الأول})$$

$$25 X_1 + 20 X_2 \leq 360 \quad (\text{القيد الثاني})$$

$$X_2 \leq 10$$

$$X_1, X_2 \geq \text{Zero}$$

تمرين (٤): اختر الإجابة الصحيحة من بين البدائل المتاحة:

(١) يمكن استخدام الطريقة البيانية لحل مشكلة البرمجة الخطية إذا كان عدد المتغيرات: (يناير ٢٠١٦)

(أ) ٢	(ب) ٣	(ج) ٤	(د) ٥
-------	-------	-------	-------

(٢) في الطريقة البيانية لمشكلة البرمجة الخطية، المنطقة التي تحترم جميع القيود تسمى:

(أ) منطقة الحلول المثلى	(ب) منطقة الحلول الأساسية	(ج) منطقة الحلول الممكنة	(د) منطقة الحلول غير الممكنة
-------------------------	---------------------------	--------------------------	------------------------------

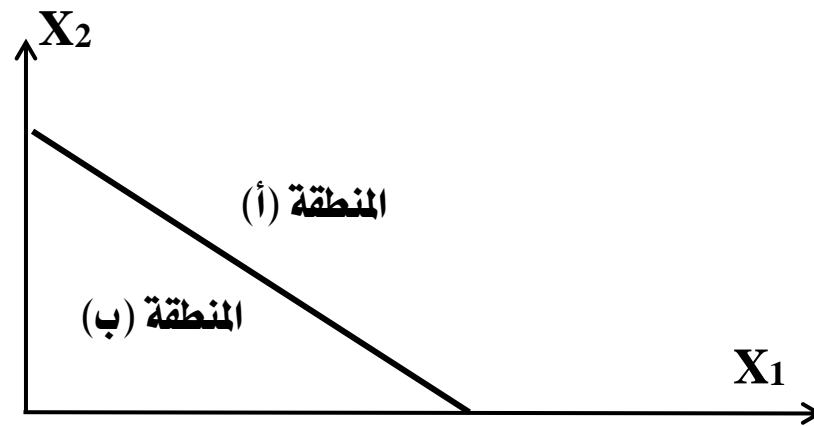
(٣) من الممكن استخدام الأسلوب البياني لحل مشكلة البرمجة الخطية إذا كان: (ميدتي ٢٠١٧/٢٠١٨)

(أ) عدد المتغيرات أكبر من ١	(ب) عدد المتغيرات لا يزيد عن ٣	(ج) هناك متغيرين فقط	(د) لا شيء مما سبق
-----------------------------	--------------------------------	----------------------	--------------------

(٤) لاستخدام البرمجة الخطية بالأسلوب البياني يجب أن يكون هناك (ميدتي ٢٠١٩/٢٠٢٠)

(أ) متغيرين	(ب) ٣ متغيرات	(ج) ٤ متغيرات	(د) متغيران فأكثر
-------------	---------------	---------------	-------------------

تمرين (٥): في ضوء الشكل التالي اجب عن العبارتين رقم (١)، (٢):



(١) تمثل المنطقة (أ) المتباينات التي تأخذ شكل:

(أ) $X \geq$	(ب) $X \leq$	(ج) $X <$	(د) $X >$
--------------	--------------	-----------	-----------

(٢) تمثل المنطقة (ب) المتباينات التي تأخذ شكل:

(أ) $X \geq$	(ب) $X \leq$	(ج) $X <$	(د) $X >$
--------------	--------------	-----------	-----------

الحل:

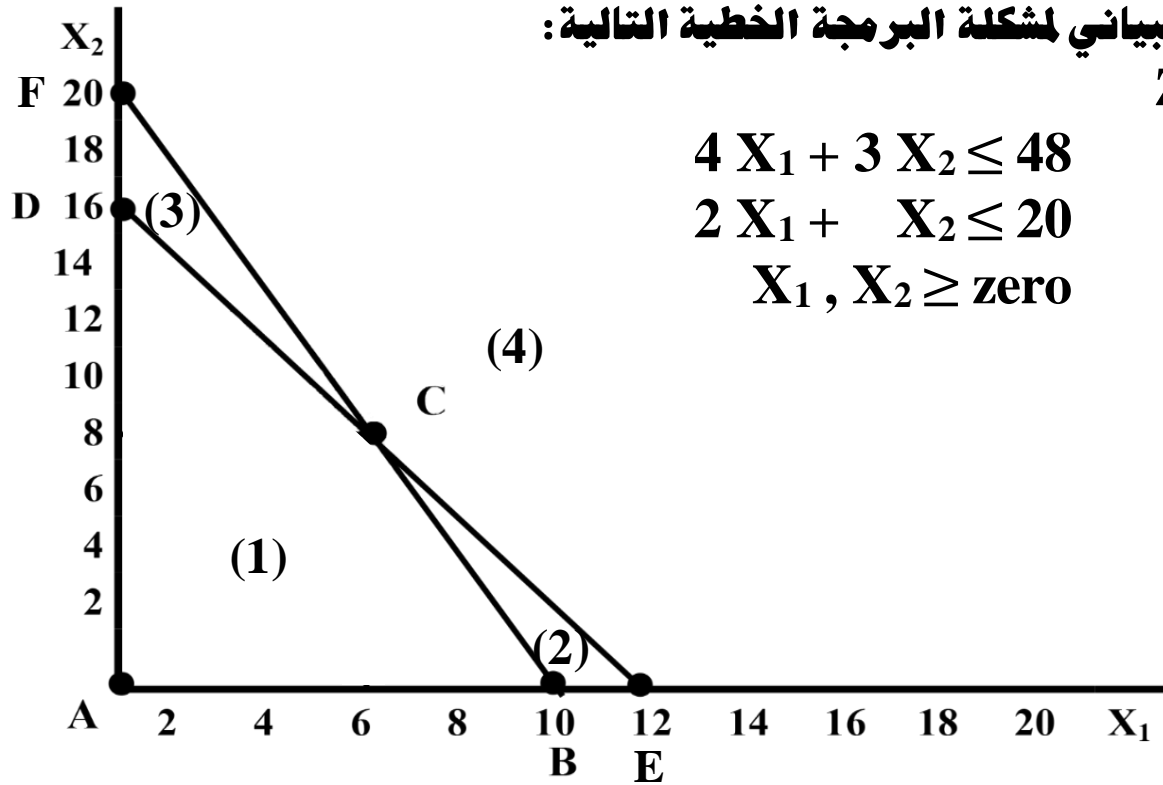
المنطقة (أ) تمثل المتباينات التي تأخذ شكل $(X \geq)$.

المنطقة (ب) تمثل المتباينات التي تأخذ شكل $(X \leq)$.

(١) المنطقة (أ) تقع أعلى الخط البياني الممثل للقيد

(٢) المنطقة (ب) تقع أسفل الخط البياني الممثل للقيد

ثربن (٦): يوضح الشكل التالي الرسم البياني لمشكلة البرمجة الخطية التالية:



$$Z = 14 X_1 + 10 X_2$$

تعظيم:

$$4 X_1 + 3 X_2 \leq 48$$

تحت القيود: قيد الآلة (A):

$$2 X_1 + X_2 \leq 20$$

قيد الآلة (B):

$$X_1, X_2 \geq \text{zero}$$

قيد عدم السالبة:

(١) عدد الحلول الأساسية لهذه المشكلة:

(أ)	٢	(ب)	٤	(ج)	٦	(د)	١٠
-----	---	-----	---	-----	---	-----	----

(٢) منطقة الحلول الممكنة تتمثل في المنطقة:

(أ)	(1)	(ب)	(2)	(ج)	(3)	(د)	(4)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

(٣) عدد الحلول الأساسية الممكنة لهذه المشكلة:

(أ)	٢	(ب)	٤	(ج)	٦	(د)	١٠
-----	---	-----	---	-----	---	-----	----

(٤) الحل الأمثل لهذه المشكلة يتمثل في النقطة:

(أ)	(A)	(ب)	(B)	(ج)	(C)	(د)	(D)
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

الحل

إجابة (١): عدد الحلول الأساسية = عدد جميع النقاط الزاوية الموجودة في الشكل البياني وهي النقاط (A, B, C, D, E, F) = ٦ حلول أساسية.

إجابة (٢): منطقة الحلول الممكنة هي المنطقة التي تحترم إشارة جميع قيود المشكلة، وحيث إن إشارة جميع قيود المشكلة من النوع (≤) أقل من أو يساوي ٠. منطقة الحلول الممكنة هي المنطقة التي تقع أسفل الخطوط الممثلة لجميع قيود المشكلة، وهي المنطقة رقم (١).

إجابة (٣): عدد الحلول الممكنة = عدد جميع النقاط الزاوية الموجودة في منطقة الحلول الممكنة وهي النقاط (A, B, C, D) = ٤ حلول أساسية ممكنة.

إجابة (٤): المشكلة تعظيم أرباح. ∴ نقط الحل الأمثل هي النقطة التي تحقق أقصى ربح ممكن، وهذه النقطة هي أحد نقاط الحلول الأساسية الممكنة (A, B, C, D)، ولمعرفة هذه النقطة يتم التعويض في دالة الهدف عن قيمة (X₂, X₁) عند النقاط (A, B, C, D).

حيث أن:

تحديد قيمة (X₂, X₁) عند نقاط الحل:

- النقطة الأولى (A): نجد أن (X₁ = 0)، (X₂ = 0).
- النقطة الثانية (B): نجد أن (X₁ = 10)، (X₂ = 0).
- النقطة الثالثة (C): نجد أن (X₁ = 6)، (X₂ = 8). (يوجد عليها ملحوظة) أو بالآلة الحاسبة أو نسقط خط من نقطة (C) على (X₁) نجده عند (6) وعلى (X₂) نجده عند (8).
- النقطة الرابعة (D): نجد أن (X₁ = 0)، (X₂ = 16).

ملحوظة على النقطة الثالثة (C):

• يتم تحديد قيمة (X₂, X₁) عند النقطة (C) عن طريق حل معادلات القيود التي تتقاطع عند هذه النقطة وذلك كما يلي:

وبالتعويض في المعادلة الثانية عند قيمة

$$X_2 = 8$$

$$2 X_1 + X_2 = 20$$

$$2 X_1 + 8 = 20$$

$$2 X_1 = 20 - 8$$

$$2 X_1 = 12$$

$$X_1 = 12 \div 2 = 6$$

$$4 X_1 + 3 X_2 = 48$$

$$2 X_1 + X_2 = 20$$

بضرب المعادلة الثانية في (٢) وطرحها من المعادلة الأولى

$$4 X_1 + 3 X_2 = 48$$

$$4 X_1 + 2 X_2 = 40$$

$$X_2 = 8$$

∴ عند النقطة (C) نجد أن (X₁ = 6، X₂ = 8)

تحديد الربع المحقق عند كل نقطة:

الربح	دالة الهدف Max Z = 14 X ₁ + 10 X ₂	X ₂	X ₁	النقطة
Zero	Max Z = 14 (0) + 10 (0) = Zero	Zero	Zero	A
140	Max Z = 14 (10) + 10 (0) = 140	Zero	10	B
164	Max Z = 14 (6) + 10 (8) = 164	8	6	C
160	Max Z = 14 (0) + 10 (16) = 160	16	0	D

وبالتالي نجد ان أعلى ربح يتحقق هو ١٦٤ ج عند إنتاج ٦ وحدات من المنتج الأول و ٨ وحدات من المنتج الثاني وهذا يمثل برنامج الحل الأمثل للمشكلة.

ثربن (٧): (مبد ئرم ٢٠١٩ / ٢٠٢٠)

أجب عن الأسئلة الآتية إذا كان الهدف تعظيم $Z = 15 X_1 + 20 X_2$ تحت قيود:

$$3 X_1 + 2 X_2 \leq 240$$

$$X_1 + 2 X_2 \geq 160$$

$$X_1 \leq 60$$

(١) فإن النقطتين اللازمتين لرسم المعادلة الأولى تساوي:

(١٢٠، ٠)	(ب)	(٠، ٨٠)	(ج)	(١٢٠، ٨٠)	(د)	(٨٠، ١٢٠)
----------	-----	---------	-----	-----------	-----	-----------

(٢) فإن النقطتين اللازمتين لرسم المعادلة الثانية تساوي:

(٨٠، ٠)	(ب)	(٠، ١٦٠)	(ج)	(٨٠، ١٦٠)	(د)	(١٦٠، ٨٠)
---------	-----	----------	-----	-----------	-----	-----------

(٣) فإن النقطتين اللازمتين لرسم المعادلة الثالثة تساوي:

(٦٠، ٠)	(ب)	(٠، ٦٠)	(ج)	(٠، ٠)	(د)	(١٦٠، ٨٠)
---------	-----	---------	-----	--------	-----	-----------

الحل

$$3 X_1 + 2 X_2 = 240$$

$$X_1 + 2 X_2 = 160$$

$$X_1 = 60$$

(١) نحول المتباينات إلى معادلات:

(٢) نحديد نقطتين لكل قيد:

القيد الأول:

$3 X_1 + 2 X_2 = 240$			
$X_1 = 0$	بفرض أن	$2 X_2 = 240$	$X_2 = 120$
$X_2 = 0$	بفرض أن	$3 X_1 = 240$	$X_1 = 80$
النقطتان هما ($X_1 = 80$, $X_2 = 120$)			

القيد الثاني:

$X_1 + 2 X_2 = 160$			
$X_1 = 0$	بفرض أن	$2 X_2 = 160$	$X_2 = 80$
$X_2 = 0$	بفرض أن	$X_1 = 160$	$X_1 = 160$
النقطتان هما ($X_1 = 160$, $X_2 = 80$)			

النقطتان هما ($X_1 = 60$, $X_2 = 0$)

القيد الثالث: $X_1 = 60$

ثربن (٨): إذا كان لديك نوعين من المنتجات يحتاج المنتج الاول إلى ساعة عمل وساعتين تجميع، ويحتاج

المنتج الثاني إلى ساعة عمل وساعة تجميع، فإذا علمت أن المتاح من العمل ٣٦٠ دقيقة ومن التجميع ١٠ ساعات، وأن ربح الوحدة من المنتج الأول

٥ جنيه ومن المنتج الثاني ٧ جنيه، والسوق لا يستوعب أكثر من ٤ وحدات من المنتج الثاني، أجب عن الأسئلة التالية:

(١) معادلة الهدف تساوي:

(أ) تخفيض	(ب) تعظيم	(ج) $Z > 5 X_1 + 7 X_2$	(د) $Z \geq 5 X_1 + 7 X_2$
$Z = 5 X_1 + 7 X_2$	$Z = 5 X_1 + 7 X_2$		

(٢) قيد ساعات العمل يساوي:

(أ) $X_1 + X_2 \leq 6$	(ب) $X_1 + X_2 \leq 360$	(ج) $X_2 + X_1 \geq 6$	(د) $X_1 + X_2 = 6$
------------------------	--------------------------	------------------------	---------------------

(٣) قيد السوق يساوي:

(أ) $X_2 > 4$	(ب) $X_1 \leq 4$	(ج) $X_1 = 4$	(د) $X_2 \leq 4$
---------------	------------------	---------------	------------------

(٤) عند تحويل قيد ساعات العمل إلى معادلة من أجل الرسم البياني فإنها تساوي:

(أ) $X_1 + X_2 = 6$	(ب) $X_1 + X_2 = 360$	(ج) $X_1 + X_2 + S_1 = 6$	(د) $X_1 + X_2 - S_1 = 6$
---------------------	-----------------------	---------------------------	---------------------------

أولاً: المتغيرات:

بافتراض: $(X_1) \Leftarrow$ كمية الإنتاج (عدد الوحدات) من المنتج الأول. $(X_2) \Leftarrow$ كمية الإنتاج (عدد الوحدات) من المنتج الثاني.

يمكن تلخيص بيانات التمرين في الجدول التالي:

القيود	احتياجات وحدة المنتج من الموارد المتاحة		الحد الأقصى
	(المنتج الأول) X_1	(المنتج الثاني) X_2	
ساعات العمل	1	1	6 ساعات (360 دقيقة ÷ 60 دقيقة)
ساعات التجميع	2	1	10 ساعات
ربح الوحدة	5	7	-

ثانياً: الهدف: (تعظيم أرباح) (Z) :

معادلة الهدف: تعظيم ربحية

$$\text{MAX } Z = 5 X_1 + 7 X_2$$

ثالثاً: القيود:

(١) قيد ساعات العمل:

$$X_1 + X_2 \leq 6$$

(٢) قيد ساعات التجميع:

$$2 X_1 + X_2 \leq 10$$

(٣) قيد السوق:

$$X_2 \leq 4$$

(٤) قيد عدم السلبية:

$$X_1, X_2 \geq \text{Zero}$$

إجابة رقم (٤): عند تحويل قيد ساعات العمل إلى معادلة من أجل الرسم البياني تصبح: $X_1 + X_2 = 6$

تمرين (٩): إذا كان الهدف تعظيم الدالة: $Z = 14 X_1 + 10 X_2$ وكانت النقاط الركنية لمنطقة الحلول الممكنة، وقيمة (X_2, X_1) على التوالي هي:

النقطة A (صفر، صفر)، النقطة B (١٠، صفر)، النقطة C (٦، ٨)، النقطة D (صفر، ١٦). أجب عن الأسئلة التالية:

(١) قيمة الهدف عند النقطة الركنية (B) تساوي:

(أ) صفر	(ب) ١٦٠ جنيه	(ج) ١٢٠ جنيه	(د) ١٤٠ جنيه
---------	--------------	--------------	--------------

(٢) الحل الأمثل يقع عند النقطة الركنية:

(أ) A	(ب) B	(ج) C	(د) D
-------	-------	-------	-------

لمعرفة قيمة دالة الهدف ولعرفة النقطة التي تمثل الحل الأمثل للمشكلة يتم التعويض عن كميات (X_1, X_2) في دالة الهدف عند كل نقطة من النقاط الركنية (A, B, C, D) لمنطقة الحلول الممكنة وذلك كما يلي:

النقطة	X_1	X_2	دالة الهدف $\text{Max } Z = 14 X_1 + 10 X_2$	الربح
A	Zero	Zero	$\text{Max } Z = 14 (0) + 10 (0) = \text{Zero}$	Zero
B	10	Zero	$\text{Max } Z = 14 (10) + 10 (0) = 140$	140
C	6	8	$\text{Max } Z = 14 (6) + 10 (8) = 164$	164
D	0	16	$\text{Max } Z = 14 (0) + 10 (16) = 160$	160

وبالتالي نجد ان أعلى ربح يتحقق هو ١٦٤ ج عند إنتاج ٦ وحدات من المنتج الأول و ٨ وحدات من المنتج الثاني وهذا يمثل برنامج الحل الأمثل للمشكلة.

ثالثاً: تمارين على السبلكس:

تمرين (١): على استخدام طريقة السبلكس في حل البرمجة الخطية:

$$Z = 6X_1 + 4X_2 \leftarrow \text{المطلوب تعظيم}$$

تحت قيود:

$$2X_1 + 3X_2 \leq 120$$

$$2X_1 + X_2 \leq 60$$

$$X_1, X_2 \geq \text{zero}$$

المطلوب: حل نموذج البرمجة الخطية باستخدام طريقة السبلكس (التوصل إلى الحل الأمثل للنموذج باستخدام طريقة السبلكس).

١ - عمود الحل في جدول السبلكس الأول هو:

أ	X_1	ب	S_2	ج	X_2	د	لا شيء مما سبق
---	-------	---	-------	---	-------	---	----------------

٢ - صف الحل في جدول السبلكس الأول هو:

أ	X_1	ب	S_2	ج	X_2	د	لا شيء مما سبق
---	-------	---	-------	---	-------	---	----------------

٣ - مفتاح الحل في جدول السبلكس الأول هو:

أ	-6	ب	4	ج	2	د	لا شيء مما سبق
---	----	---	---	---	---	---	----------------

٤ - أرقام صف الحل الجديد / أرقام صف (X_1) الجديد / الصف الثالث الجديد في جدول السبلكس الثاني هو:

أ	$1, 0, 0, \frac{1}{2}, 30$	ب	$1, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 30$	ج	$1, \frac{1}{2}, 0, \frac{1}{2}, 25$	د	لا شيء مما سبق
---	----------------------------	---	--------------------------------------	---	--------------------------------------	---	----------------

٥ - أرقام صف (Z) الجديد / الصف الأول الجديد في جدول السبلكس الثاني هو:

أ	$0, 1, 0, 3, 30$	ب	$0, -1, 0, -3, 60$	ج	$0, -1, 0, 3, 180$	د	لا شيء مما سبق
---	------------------	---	--------------------	---	--------------------	---	----------------

٦ - أرقام صف (S_1) الجديد / الصف الثاني الجديد في جدول السبلكس الثاني هو:

أ	$0, 2, 1, -1, 60$	ب	$2, 0, 1, -1, 30$	ج	$0, 2, -1, 1, 60$	د	لا شيء مما سبق
---	-------------------	---	-------------------	---	-------------------	---	----------------

٧ - يعد جدول السبلكس الثاني:

أ	حل أمثل	ب	حل غير أمثل	ج	حل منتكس	د	لا شيء مما سبق
---	---------	---	-------------	---	----------	---	----------------

٨ - عمود الحل في جدول السبلكس الثاني هو:

أ	X_2	ب	S_1	ج	X_1	د	لا شيء مما سبق
---	-------	---	-------	---	-------	---	----------------

٩ - صف الحل في جدول السبلكس الثاني هو:

أ	X_2	ب	S_1	ج	S_2	د	لا شيء مما سبق
---	-------	---	-------	---	-------	---	----------------

١٠ - مفتاح الحل في جدول السبلكس الثاني هو:

أ	$\frac{1}{2}$	ب	-1	ج	2	د	لا شيء مما سبق
---	---------------	---	----	---	---	---	----------------

١١ - أرقام صف الحل الجديد / أرقام صف (X_2) الجديد / الصف الثاني الجديد في جدول السبلكس الثالث هو:

أ	$0, 1, \frac{1}{2}, 0, 30$	ب	$0, 1, \frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, 30$	ج	$0, 1, 0, \frac{1}{2}, 30$	د	لا شيء مما سبق
---	----------------------------	---	---------------------------------------	---	----------------------------	---	----------------

١٢ - أرقام صف (Z) الجديد / الصف الأول الجديد في جدول السبلكس الثالث هو:

أ	$0, -1, \frac{1}{2}, 2.5, 200$	ب	$0, 0, -\frac{1}{2}, 2.5, 120$	ج	$0, 0, \frac{1}{2}, 2.5, 210$	د	لا شيء مما سبق
---	--------------------------------	---	--------------------------------	---	-------------------------------	---	----------------

١٣ - أرقام صف (X_1) الجديد / الصف الثالث الجديد في جدول السبلكس الثالث هو:

أ	$1, 0, -\frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 15$	ب	$1, 0, \frac{1}{4}, \frac{3}{4}, 30$	ج	$1, 0, -\frac{1}{2}, \frac{3}{4}, 15$	د	لا شيء مما سبق
---	---------------------------------------	---	--------------------------------------	---	---------------------------------------	---	----------------

١٤ - يعد جدول السبلكس الثالث:

أ	حل غير أمثل	ب	حل أمثل	ج	حل منتكس	د	لا شيء مما سبق
---	-------------	---	---------	---	----------	---	----------------

١٥ - أقصى ربحية للشركة تساوي:

أ	١٢٠ جنيه	ب	١٨٠ جنيه	ج	٢١٠ جنيه	د	لا شيء مما سبق
---	----------	---	----------	---	----------	---	----------------

١٦ - المزيح الأمثل الذي يحقق أقصى ربحية للشركة هو:

أ	١٥ وحدة من (X_1) ٣٠ وحدة من (X_2)	ب	٣٠ وحدة من (X_1) ١٥ وحدة من (X_2)	ج	١٥ وحدة من (X_1) ١٥ وحدة من (X_2)	د	لا شيء مما سبق
---	--	---	--	---	--	---	----------------

الحل

انظر ملزمة المراجعة النهائية تمرين (١) ص ٢١

تمرين (٢):

للأسف!! ارتكب الطالب خالد أربعة أخطاء عند الانتقال من جدول السمبلكس المبدئي إلى جدول السمبلكس الثاني برجا مساعدة الطالب على التعرف على هذه الأخطاء وعلى الانتقال إلى الجدول الثالث:

جدول السمبلكس المبدئي

قيمة الحل	S ₃	S ₂	S ₁	X ₂	X ₁	المتغيرات الأساسية
0	0	0	0	-4	-9	Z
48	0	0	1	4	3	S ₁
17	0	1	0	1	2	S ₂
24	1	0	0	1	3	S ₃

جدول السمبلكس الثاني

قيمة الحل	S ₃	S ₂	S ₁	X ₂	X ₁	المتغيرات الأساسية
72	5	0	0	-1	0	Z
4	-1	0	1	3	0	S ₁
1	-1/3	1	0	1/3	0	S ₂
8	1/3	0	0	1/3	2	X ₁

١- الخطأ في صف (X₁) في جدول السمبلكس الثاني:

أ	2	ب	1/3	ج	0	د	8
---	---	---	-----	---	---	---	---

٢- الخطأ في صف (Z) في جدول السمبلكس الثاني:

أ	-1	ب	0	ج	5	د	72
---	----	---	---	---	---	---	----

٣- الخطأ في صف (S₁) في جدول السمبلكس الثاني:

أ	3	ب	1	ج	-1	د	4
---	---	---	---	---	----	---	---

٤- الخطأ في صف (S₂) في جدول السمبلكس الثاني:

أ	0	ب	1/3	ج	-1/3	د	1
---	---	---	-----	---	------	---	---

٥- بعد تصحيح الأخطاء في الجدول في ورقة الأسئلة، إذا أراد الطالب خالد الانتقال إلى جدول السمبلكس الثالث فإن المتغير الداخل إلى الحل هو:

أ	X ₂	ب	X ₁	ج	S ₃	د	S ₂
---	----------------	---	----------------	---	----------------	---	----------------

٦- المتغير الخارج من الحل هو:

أ	S ₁	ب	S ₂	ج	X ₁	د	Z
---	----------------	---	----------------	---	----------------	---	---

٧- قيمة (Z) في جدول السمبلكس الثالث سوف تصبح:

أ	5	ب	77	ج	3	د	75
---	---	---	----	---	---	---	----

الحل

للإجابة على الأسئلة من (١ - ٤) يجب تحديد الأخطاء في جدول السمبلكس الثاني:

وعشان نقدر نحدد الأخطاء لابد من القيام بخطوات التحسين المعتادة على جدول السمبلكس المبدئي المعطى في التمرين وهي كما يلي:

عمود الحل (عمود المتغير الداخل): المتغير الداخل في الحل الجديد هو المتغير صاحب أكبر فرصة ربح بديلة (لو انتجته هيديني ربح له مقدار معين "سالب علشان هوربح بديل") بمعنى آخر هو المتغير صاحب أكبر رقم بإشارة سالبة في صف (Z). وبالتالي يتم إدخال المتغير (X₁) حيث أن معامل (X₁) أكبر ربح.

قيمة الحل	S ₃	S ₂	S ₁	X ₂	X ₁	المتغيرات الأساسية
0	0	0	0	-4	-9	Z
48	0	0	1	4	3	S ₁
17	0	1	0	1	2	S ₂
24	1	0	0	1	3	S ₃

مفتاح الحل: وهو الرقم الناتج من

تقاطع عمود الحل مع صف الحل

∴ مفتاح الحل = (3)

بعد إيجاد عمود الحل وصف الحل ومفتاح الحل يتم تعديل صفوف جدول السمبلكس كالتالي

صف الحل: عشان نعرف صف الحل بنحسب الأول حاجة اسمها الحد الأقصى لكل صف في الجدول ما عدا صف (Z)

والحد الأقصى = $\frac{\text{عمود قيمة الحل (العمود الأخير)}}{\text{عمود الحل (عمود المتغير الداخل)}}$ و صف الحل هو الصف اللي فيه أقل رقم للحد الأقصى

$$\text{الحد الأقصى لـ } (S_1) = \frac{48}{3} = 16 \quad \text{الحد الأقصى لـ } (S_2) = \frac{17}{2} = 8.5$$

$$\text{الحد الأقصى لـ } (S_3) = \frac{24}{3} = 8 \quad \text{الرقم الأقل هنا 8 ، وبالتالي صف الحل هو صف } S_3$$

خلي بالك: همك نسمي صف الحل صف المتغير الخارج

∴ المتغير الخارج هو (S₃) ليحل (X₁) بدلا منه.

تعديل أرقام الصفوف وإعداد جدول السبلكس الثاني:

يتم أولاً إعداد الصف الجديد: (إيجاد أرقام صف المتغير الداخل X_1):

الصف الجديد = الصف القديم (الخارج) ÷ مفتاح الحل

أرقام صف (S3) الخارج:	24	1	0	0	1	3
مفتاح الحل	3	3	3	3	3	3

أرقام صف الداخل	8	1/3	0	0	1/3	1
-----------------	---	-----	---	---	-----	---

التي هو الصف الرابع الجديد

الصف الجديد للمتغيرات الأخرى: يتم إيجاد الأرقام الجديدة لباقي الصفوف بالقاعدة الآتية:

الصف الجديد = الصف القديم للمتغير - (معاملها في عمود المتغير الداخل ÷ الصف الجديد للمتغير الداخل)

الصف الجديد لـ (Z):

0	=	(-9 × 1)	-	-9
-1	=	(-9 × 1/3)	-	-4
0	=	(-9 × 0)	-	0
0	=	(-9 × 0)	-	0
3	=	(-9 × 1/3)	-	0
72	=	(-9 × 8)	-	0

الصف الجديد لـ (S1):

0	=	(3 × 1)	-	3
3	=	(3 × 1/3)	-	4
1	=	(3 × 0)	-	1
0	=	(3 × 0)	-	0
-1	=	(3 × 1/3)	-	0
24	=	(3 × 8)	-	48

الصف الجديد لـ (S2):

0	=	(2 × 1)	-	2
1/3	=	(2 × 1/3)	-	1
0	=	(2 × 0)	-	0
1	=	(2 × 0)	-	1
-2/3	=	(2 × 1/3)	-	0
1	=	(2 × 8)	-	17

ويكون جدول الحل الثاني كما يلي:

قيمة الحل	S3	S2	S1	X2	X1	المتغيرات الأساسية
72	3	0	0	-1	0	Z
24	-1	0	1	3	0	S1
1	-2/3	1	0	1/3	0	S2
8	1/3	0	0	1/3	1	X1

للإجابة على الأسئلة (من ٥ إلى ٧) كأنك تهتسن الحل من الجدول الثاني إلى الجدول الثالث:

عمود الحل (عمود المتغير الداخل): هو عمود X_2 لأن به قيمة سالبة -1

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيمة الحل
Z	0	-1	0	0	3	72
S_1	0	3	1	0	-1	24
S_2	0	1/3	0	1	-2/3	1
X_1	1	1/3	0	0	1/3	8

مفتاح الحل: وهو الرقم الناتج من تقاطع عمود الحل مع صف الحل
 مفتاح الحل = $(1/3)$

بعد إيجاد عمود الحل وصف الحل ومفتاح الحل يتم تعديل صفوف جدول السمبلكس كالتالي

صف الحل: نحسب صف الحل بنسب الأول حاجة اسمها الحد الأقصى لكل صف في الجدول ما عدا صف (Z)
 الحد الأقصى = $\frac{\text{عمود قيمة الحل (العمود الأخير)}}{\text{عمود الحل (عمود المتغير الداخل)}}$ و صف الحل هو الصف الذي فيه أقل رقم للحد الأقصى

$$\text{الحد الأقصى لـ } (S_1) = \frac{24}{3} = 8 \quad \text{الحد الأقصى لـ } (S_2) = \frac{1}{1/3} = 3$$

$$\text{الحد الأقصى لـ } (S_3) = \frac{8}{1/3} = 24 \quad \text{الرقم الأقل هنا 3 ، وبالتالي صف الحل هو صف } S_2$$

خلي بالك: همك صف الحل صف المتغير الخارج
 المتغير الخارج هو (S_2) ليحل (X_2) بدلاً منه.

تعديل أرقام الصفوف وإعداد جدول السمبلكس الثالث:

يتم أولاً إعداد الصف الجديد: (إيجاد أرقام صف المتغير الداخل X_2):

الصف الجديد = الصف القديم (الخارج) ÷ مفتاح الحل

0	1/3	0	1	-2/3	1	أرقام صف (S_2) الخارج:
÷	÷	÷	÷	÷	÷	
1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	1/3	مفتاح الحل

0	1	0	3	-2	3	أرقام صف الداخل
---	---	---	---	----	---	-----------------

التي هو الصف الثالث الجديد

الصف الجديد للمتغيرات الأخرى: يتم إيجاد الأرقام الجديدة لباقي الصفوف بالقاعدة الآتية:

إحنا عايزين نعرف قيمة (Z) التي هي قيمة أقصى أرباح ممكنة، التي هو الرقم الموجود في صف (Z) أسفل عمود قيمة الحل.
 لإيجاد القيمة الجديدة لهذا الرقم يتم اتباع القاعدة المعتادة:

الصف الجديد = الصف القديم للمتغير - (معاملها في عمود المتغير الداخل × الصف الجديد للمتغير الداخل)

الصف الجديد لـ (Z):

0	-	(-1×0)	=	0
-1	-	(-1×1)	=	0
0	-	(-1×0)	=	0
0	-	(-1×3)	=	3
3	-	(-1×-2)	=	1
72	-	(-1×3)	=	75

ملاحظة: الأسئلة من ١ : ٨ تتعلق بالبيانات التالية:

تقوم الشركة المتحدة بإنتاج نوعين من المنتجات باستخدام ثلاثة أنواع من الموارد، فإذا كانت (X_1) ترمز إلى الكمية المنتجة من النوع الأول و (X_2) ترمز إلى الكمية المنتجة من النوع الثاني، بينما ترمز (S_1, S_2, S_3) إلى الكمية غير المستخدمة من الموارد الثلاثة على التوالي، في حين ترمز (Z) إلى إجمالي قيمة الربح المحققة وترغب الشركة في تحديد الكمية المنتجة من كل منتج لتحقيق أقصى ربح ممكن، فإذا كان الجدول التالي يمثل جدول السمبلكس المبدئي لتلك المشكلة فإن:

المتغيرات الأساسية	X_1	X_2	S_1	S_2	S_3	قيمة الحل
Z	-3	-2	0	0	0	0
S_1	1	0	1	0	0	6
S_2	0	2	0	1	0	18
S_3	3	2	0	0	1	24

في ضوء ما سبق اختر الإجابة الصحيحة لكل عبارة من العبارات التالية:

١- دالة الهدف هي:

$Z = 3 X_1 + 2 X_2 + S_1 + S_2 + S_3$	(ب) تعظيم	$Z = -3 X_1 - 2 X_2$	(أ) تعظيم
$Z = 3 X_1 + 2 X_2 + S_1 + S_2 + S_3$	(د) تدنية	$Z = 3 X_1 + 2 X_2$	(ج) تعظيم

٢- قيد المورد الأول:

$\mathbf{X}_1 \leq 6$	(a)	$\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \leq 6$	(c)	$\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 + \mathbf{S}_1 \leq 6$	(b)	$\mathbf{X}_1 + \mathbf{X}_2 \geq 6$	(i)
-----------------------	------------	--------------------------------------	------------	---	------------	--------------------------------------	------------

٣- قيد المورد الثاني:

$\mathbf{X_1 + 2 X_2 \leq 18}$	(a)	$\mathbf{X_1 + 2X_2 + S_2 \leq 18}$	(c)	$\mathbf{2 X_2 \leq 18}$	(b)	$\mathbf{X_1 + 2X_2 \geq 18}$	(i)
--------------------------------	-----	-------------------------------------	-----	--------------------------	-----	-------------------------------	-----

٤- قيد المورد الثالث:

$3 X_1 + 2 X_2 = 24$ (a)	$3 X_1 + 2 X_2 \leq 24$ (b)	$3 X_1 + 2 X_2 + S_3 \geq 24$ (c)	$3 X_1 + 2 X_2 \geq 24$ (d)
--------------------------	-----------------------------	-----------------------------------	-----------------------------

٥- المتغير الداخل إلى الحل:

\mathbf{X}_1	(د)	\mathbf{X}_2	(ج)	\mathbf{S}_2	(ب)	\mathbf{S}_1	(ا)
----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----	----------------	-----

٦- المتغير الخارج من الحل:

X_1	(د)	X_2	(ج)	S_2	(ب)	S_1	(ا)
-------	-----	-------	-----	-------	-----	-------	-----

٧ - قيم صف المتغير الداخل إلى الحل في الجدول التالي (بالترتيب):

18,0,0,3,-2,0	(د)	6,1,0,-3,2,0	(ج)	6,0,0,1,0,1	(ب)	18,0,1,0,2,0	(ا)
---------------	-----	--------------	-----	-------------	-----	--------------	-----

٨- قيم صف (Z) في الجدول التالي (بالترتيب):

18,0,0,3,-2,0	(د)	6,1,0,-3,2,0	(ج)	6,0,0,1,0,1	(ب)	18,0,1,0,2,0	(ا)
----------------------	------------	---------------------	------------	--------------------	------------	---------------------	------------

الحل

* الهدف: تعظيم أرباح.

$$\text{MAX } Z = 3 X_1 + 2 X_2$$

* القيود: قيد المورد الأول:

$$\mathbf{X}_1 \leq \mathbf{6}$$

قيد المورد الثانى:

$$2 \mathbf{X}_2 \leq 18$$

قيد المورد الثالث:

$$3 \mathbf{X}_1 + 2 \mathbf{X}_2 \leq 24$$

عمود الحل (عمود المتغير الداخل): يتم إدخال المتغير (X_1) حيث أن معامل ($X_1 = -12$) أكبر ربح.

المتغيرات الأساسية	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	S ₃	قيمة الحل
Z	-3	-2	0	0	0	0
S ₁	1	0	1	0	0	6
S ₂	0	2	0	1	0	18
S ₃	3	2	0	0	1	24

صف الحل
(تحديد المتغير الخارج)

مفتاح الحل:

وهو الرقم الناتج من تقاطع عمود الحل مع صف الحل

∴ مفتاح الحل = (1)

**بعد إيجاد عمود الحل وصف الحل
ومفتاح الحل يتم تعديل صفوف
جدول السملكس كالتالي**

صف الحل: عشان نعرف صف الحل بنحسب الأول حاجة اسمها الحد الأقصى لكل صف في الجدول ما عدا صف (Z)

والحد الأقصى = عمود قيمة الحل (العمود الأخير)

$$6 = \frac{6}{1} = (S_1) \text{ الحد الأقصى لـ}$$

$$8 = \frac{24}{3} = (S_3) \text{ الحد الأقصى لـ}$$

الرقم الأقل هنا 6 ، وبالتالي صف الحد هو صف S1

∴ المتغير الخارج هو (S_1) لسجل (X_1) بدلا منه.

تعديل أرقام الصفوف وإعداد جدول السبيلس الثاني:

يتم أولاً إعداد الصف الجديد: (إيجاد أرقام صف المتغير الداخل X_1):

الصف الجديد = الصف القديم (الخارج) ÷ مفتاح الحل

أرقام صف (S_1) الخارج:	6	0	0	0	1	0
÷	÷	÷	÷	÷	÷	÷
مفتاح الحل	1	1	1	1	1	1
أرقام صف الداخل	6	0	0	0	1	1

التي هو الصف الثاني الجديد

الصف الجديد للمتغيرات الأخرى: يتم إيجاد الأرقام الجديدة لباقي الصفوف بالقاعدة الآتية:

الصف الجديد = الصف القديم للمتغير - (معاملها في عمود المتغير الداخل ÷ الصف الجديد للمتغير الداخل)

الصف الجديد Z :

0	=	(-3 × 1)	-	-3
-2	=	(-3 × 0)	-	-2
3	=	(-3 × 1)	-	0
0	=	(-3 × 0)	-	0
0	=	(-3 × 0)	-	0
18	=	(-3 × 6)	-	0

نظرين (٤):

توافر لديك الجدول الآتي والذي يمثل الحل الأساسي المبدئي لتعظيم الربح باستخدام أسلوب السبيلس:

قيمة الحل	S_2	S_1	X_2	X_1	المتغيرات الأساسية
0	0	0	-6	-8	Z
320	0	1	3	4	S_1
540	1	0	1	6	S_2

في ضوء ما سبق اختر الإجابة الصحيحة لكل عبارة من العبارات التالية:

١- تعد المتغيرات (S_2, S_1) في الجدول السابق متغيرات:

(أ) غير أساسية	(ب) خارج الحل	(ج) أساسية	(د) متغيرات غير عاطلة
----------------	---------------	------------	-----------------------

٢- تعد المتغيرات (X_2, X_1) في الجدول السابق متغيرات:

(أ) غير أساسية	(ب) داخل الحل	(ج) أساسية	(د) متغيرات عاطلة
----------------	---------------	------------	-------------------

٣- الربح في الجدول السابق يساوي:

(أ) Zero	(ب) 320	(ج) 540	(د) 860
----------	---------	---------	---------

٤- معادلة دالة الهدف تكون:

(أ) $Z = -8X_1 - 6X_2$	(ب) $Z + 8X_1 + 6X_2 = 0$	(ج) $Z = 8X_1 + 6X_2$	(د) $Z = -8X_1 - 6X_2 + S_1 + S_2$
------------------------	---------------------------	-----------------------	------------------------------------

٥- شكل المتباينة للمعادلة الأساسية الأولى هو:

(أ) \geq	(ب) \leq	(ج) $<$	(د) $>$
------------	------------	---------	---------

٦- يعد الحل السابق ليس حل أمثل، لأن:

(أ) هذا حل أساسي مبدئي	(ب) معاملات المتغيرين (X_2, X_1) سالبة	(ج) معاملات المتغيرين (S_2, S_1) صفرية	(د) لا شيء مما سبق
------------------------	--	--	--------------------

٧- لتحسين الحل السابق يتم إدخال المتغير:

(أ) X_1	(ب) X_2	(ج) S_1	(د) S_2
-----------	-----------	-----------	-----------

٨- قيمة الحد الأقصى للمتغير (S_2) تبلغ:

(أ) 220	(ب) 540	(ج) 80	(د) 90
---------	---------	--------	--------

٩- لتحسين الحل السابق يتم إخراج المتغير:

(أ) X_1	(ب) X_2	(ج) S_1	(د) S_2
-----------	-----------	-----------	-----------

١٠- مفتاح الحل لا عداد جدول الحل الجديد قيمته:

(أ)	3	(ب)	4	(ج)	6	(د)	1
-----	---	-----	---	-----	---	-----	---

١١- قيمة الحل في الصف الجديد للمتغير الداخل في جدول الحل الجديد تبلغ:

(أ)	320	(ب)	30	(ج)	60	(د)	80
-----	-----	-----	----	-----	----	-----	----

١٢- قيمة الحل في الصف الجديد لـ (Z) في جدول الحل الجديد تبلغ:

(أ)	320	(ب)	120	(ج)	640	(د)	480
-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----	-----

١٣- جدول الحل الثاني (الحل الجديد) يعد:

(أ)	حل أمثل ولا يجب تحسينه	(ب)	ليس حل أمثل ويجب تحسينه
-----	------------------------	-----	-------------------------

إجابة رقم (١): تعد المتغيرات (S₂, S₁) في الجدول السابق متغيرات أساسية في الحل (لأنها موجودة جوة الحل).

إجابة رقم (٢): تعد المتغيرات (X₂, X₁) في الجدول السابق متغيرات غير أساسية في الحل (لأنها مش موجودة في الحل).

إجابة رقم (٣): الربح في الجدول السابق = صفر.

إجابة رقم (٤): معادلة دالة الهدف: $Z = 8X_1 + 6X_2$

إجابة رقم (٥): شكل المتباينة للمعادلة الأساسية الأولى هو (\leq) (تعظيم أرباح).

إجابة رقم (٦): يعد الحل السابق ليس أمثل، لأن: معاملات المتغيرين (X₂, X₁) سالبة (في صف Z).

إجابة رقم (٧): لتحسين الحل السابق يتم إدخال المتغير (X₁).

إجابة رقم (٨):

عمود الحل (عمود المتغير الداخل): يتم إدخال المتغير (X₁) حيث أن معامل (X₁ = -8) أكبر ربح.

المتغيرات الأساسية	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	قيمة الحل
Z	-8	-6	0	0	0
S ₁	4	3	1	0	320
S ₂	6	1	0	1	540

مفتاح الحل:

وهو الرقم الناتج من تقاطع عمود الحل مع صف الحل

∴ مفتاح الحل = (4)

بعد إيجاد عمود الحل وصف الحل ومفتاح الحل يتم تعديل صفوف جدول السملكس كالتالي

صف الحل: عشان نعرف صف الحل بنحسب الأول حاجة اسمها الحد الأقصى لكل صف في الجدول ما عدا صف (Z)

والحد الأقصى = $\frac{\text{عمود قيمة الحل (العمود الأخير)}}{\text{عمود الحل (عمود المتغير الداخل)}}$

الحد الأقصى لـ (S₁) = $\frac{320}{4} = 80$ الحد الأقصى لـ (S₂) = $\frac{540}{6} = 90$

الرقم الأقل هنا 80 ، وبالتالي صف الحل هو صف S₁

∴ المتغير الخارج هو (S₁) ليحل (X₁) بدلا منه.

تعديل أرقام الصفوف وإعداد جدول السملكس الثاني:

يتم أولاً إعداد الصف الجديد: (إيجاد أرقام صف المتغير الداخل X₁):

الصف الجديد = الصف القديم (الخارج) ÷ مفتاح الحل

أرقام صف (S ₁) الخارج:	320	0	1	3	4
÷	÷	÷	÷	÷	÷
مفتاح الحل	4	4	4	4	4

أرقام صف الداخل	80	0	1/4	3/4	1
-----------------	----	---	-----	-----	---

اللى هو الصف الثاني الجديد

الصف الجديد للمتغيرات الأخرى: يتم إيجاد الأرقام الجديدة لباقي الصفوف بالقاعدة الآتية:

الصف الجديد = الصف القديم للمتغير - (معاملها في عمود المتغير الداخل للحل × الصف الجديد للمتغير الداخل)

الصف الجديد لـ (Z):

0	=	(-8 × 1)	-	-8
0	=	(-8 × 3/4)	-	-6
2	=	(-8 × 1/4)	-	0

ملحق أسئلة بابل تثبيت الأساليب الكمية الفرقة الثالثة (إدارة ٢٠٢١)

0	—	(-8×0)	=	0
0	—	(-8×80)	=	640

الهدف الجديد لـ (S1):

6	—	(6×1)	=	0
1	—	($6 \times 3/4$)	=	-7/2
0	—	($6 \times 1/4$)	=	-3/2
1	—	(6×0)	=	1
540	—	(6×80)	=	60

ويكون جدول الحل الثاني كما يلي:

المتغيرات الأساسية	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	قيمة الحل
Z	0	0	2	0	640
S ₁	1	3/4	1/4	0	80
S ₂	0	-7/2	-3/2	1	60

اختبار مثالية جدول السبيلكس الثاني:

باختبار مثالية الحل للمتغيرات غير الأساسية (S₁ , S₂) نجد أن تلك المتغيرات لها قيم موجبة في صف (Z) أي لا توجد أرقام سالبة. ∴ الحل السابق هو الحل الأمثل ولا يجب تحسينه. أقصى ربحية هي 640 جنيه.

تُربن (٥): في ضوء البيانات التالية اجب عن الأسئلة من ١ حتى ٦:

المتغيرات الأساسية	X ₁	X ₂	S ₁	S ₂	قيمة الحل
Z	3.8	0	1.8	0	600
X ₂	1.3	1	0.3	0	100
S ₂	4.7	0	-0.3	1	440

١- المتغيرات الأساسية في الجدول السابق هي:

(أ) Z	(ب) X ₁ , X ₂	(ج) X ₂ , S ₁	(د) S ₂ , X ₂
-------	-------------------------------------	-------------------------------------	-------------------------------------

٢- المتغيرات غير الأساسية في الجدول السابق هي:

(أ) X ₁ , X ₂	(ب) Z	(ج) S ₁ , X ₁	(د) S ₁ , S ₂
-------------------------------------	-------	-------------------------------------	-------------------------------------

٣- الربح في الجدول السابق يساوي:

(أ) ١٠٠ جنيه	(ب) ٤٤٠ جنيه	(ج) ٦٠٠ جنيه	(د) ٢٢٠ جنيه
--------------	--------------	--------------	--------------

٤- يشير الجدول السابق إلى وجود طاقة عاطلة تساوي:

(أ) ٩٠٠	(ب) ١٠٠	(ج) ٤٤٠	(د) صفر
---------	---------	---------	---------

٥- يعد الحل السابق:

(أ) حل أمثل	(ب) حل غير أمثل لوجود قيمة موجبة في صف Z	(ج) حل غير أساسي لوجود قيم موجبة في صف Z	(د) حل غير أساسي لعدم وجود X ₁ في عمود المتغيرات الأساسية
-------------	--	--	--

٦- قيمة (S₁) في الجدول السابق تساوي:

(أ) 1.8	(ب) 0.3	(ج) Zero	(د) 220
---------	---------	----------	---------

_____ الحل _____

- إجابة رقم (١): المتغيرات الأساسية في الجدول السابق (التي جوة الحل) هي: (S₂, X₂).
- إجابة رقم (٢): المتغيرات غير الأساسية في الجدول السابق (التي برة الحل) هي: (S₁, X₁).
- إجابة رقم (٣): الربح في الجدول السابق هو: 600 جنيه.
- إجابة رقم (٤): يشير الجدول السابق إلى وجود طاقة عاطلة تساوي الرقم الموجود أمام (S₂) في عمود قيمة الحل = 440.
- إجابة رقم (٥): يعد الحل السابق حل أمثل، لأن جميع قيم صف (Z) موجبة وصفر.
- إجابة رقم (٦): قيمة (S₁) في الجدول السابق = صفر، لأن (S₁) غير موجودة في عمود المتغيرات الأساسية.

ثُربن (٦): في ضوء البيانات التالية أجب عن الأسئلة من ١ حتى ٤:

$$Z = 5X_1 + 7X_2$$

دالة الهدف: تعظيم

$$X_1 + X_2 \leq 6$$

قيود ساعات العمل:

$$2X_1 + X_2 \geq 10$$

قيود التجميع:

١- لتحويل متباينة قيد ساعات العمل إلى معادلة في البرمجة الخطية البيانية تصبح:

(أ) $X_1 + X_2 \leq 6$	(ب) $X_1 + X_2 + S_1 = 6$	(ج) $X_1 + X_2 - S_1 = 6$	(د) $X_1 + X_2 = 6$
------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------

٢- لتحويل متباينة قيد ساعات العمل إلى معادلة في السمبلكس تصبح:

(أ) $X_1 + X_2 \leq 6$	(ب) $X_1 + X_2 + S_1 = 6$	(ج) $X_1 + X_2 - S_1 = 6$	(د) $X_1 + X_2 = 6$
------------------------	---------------------------	---------------------------	---------------------

٣- لتحويل متباينة قيد التجميع إلى معادلة في البرمجة الخطية البيانية تصبح:

(أ) $2X_1 + X_2 \leq 10$	(ب) $2X_1 + X_2 = 10$	(ج) $2X_1 + X_2 - S_1 = 10$	(د) $2X_1 + X_2 + S_1 = 10$
--------------------------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------------

٤- لتحويل متباينة قيد التجميع إلى معادلة في السمبلكس تصبح:

(أ) $2X_1 + X_2 \leq 10$	(ب) $2X_1 + X_2 = 10$	(ج) $2X_1 + X_2 - S_1 = 10$	(د) $2X_1 + X_2 + S_1 = 10$
--------------------------	-----------------------	-----------------------------	-----------------------------

الحل —

- إجابة رقم (١): لتحويل متباينة قيد ساعات العمل إلى معادلة للحل بيانيا تصبح كما يلي: $X_1 + X_2 = 6$
- إجابة رقم (٢): لتحويل متباينة قيد ساعات العمل إلى معادلة للحل بالسمبلكس تصبح كما يلي: $X_1 + X_2 + S_1 = 6$
- إجابة رقم (٣): لتحويل متباينة قيد التجميع إلى معادلة للحل بيانيا تصبح كما يلي: $2X_1 + X_2 = 10$
- إجابة رقم (٤): لتحويل متباينة قيد التجميع إلى معادلة للحل بالسمبلكس تصبح كما يلي: $2X_1 + X_2 - S_1 = 10$ لأن إشارة القيد كانت أكبر من أو يساوي (\geq).

رابعاً: تمارين على نموذج النقل:

ثُربن (١): تمتلك شركة السحر الصناعية ثلاثة مصانع A_1, A_2, A_3 تبلغ الطاقة السنوية لهذه المصانع 500، 800، 1000 وحدة على الترتيب، كما تمتلك 3 مراكز توزيع B_1, B_2, B_3 تبلغ احتياجاتها 400، 700، 1200 وحدة على التوالي وتقدر تكلفة نقل الوحدة من كل مصنع إلى مركز توزيع كما يلي:

بيان	B_1	B_2	B_3
A_1	1	9	2
A_2	3	5	6
A_3	8	12	4

فإذا علمت أن: (١) يتم إعداد جدول النقل المبدئي بطريقة أدنى تكلفة.

(٢) يتم اختبار مثالية الحل باستخدام طريقة التوزيع المعدل.

المطلوب: الإجابة على الأسئلة التالية وذلك بتظليل الإجابة الصحيحة من بين الإجابات المتاحة:

١- الصف الأول في جدول النقل المبدئي:

أ	$A_1B_1 (0), A_1B_2 (400), A_1B_3 (100)$	ب	$A_1B_1 (400), A_1B_2 (100), A_1B_3 (0)$	ج	$A_1B_1 (400), A_1B_2 (0), A_1B_3 (100)$	د	لا شيء مما سبق
---	--	---	--	---	--	---	----------------

٢- الصف الثاني في جدول النقل المبدئي:

أ	$A_2B_1 (0), A_2B_2 (100), A_2B_3 (700)$	ب	$A_2B_1 (700), A_2B_2 (0), A_2B_3 (100)$	ج	$A_2B_1 (100), A_2B_2 (0), A_2B_3 (700)$	د	لا شيء مما سبق
---	--	---	--	---	--	---	----------------

٣- الصف الثالث في جدول النقل المبدئي:

أ	$A_3B_1 (0), A_3B_2 (1000), A_3B_3 (0)$	ب	$A_3B_1 (0), A_3B_2 (0), A_3B_3 (1000)$	ج	$A_3B_1 (1000), A_3B_2 (0), A_3B_3 (0)$	د	لا شيء مما سبق
---	---	---	---	---	---	---	----------------

٤- تكلفة النقل وفقاً للحل المبدئي:

أ	٨٧٠٠	ب	٧٨٠٠	ج	٨١٠٠	د	لا شيء مما سبق
---	------	---	------	---	------	---	----------------

٥- يترتب على إدخال الخلية A_1B_2 في الحل:

أ	+ التكلفة ٢ جنيه	ب	- التكلفة ٦ جنيه	ج	+ التكلفة ٦ جنيه	د	لا شيء مما سبق
---	------------------	---	------------------	---	------------------	---	----------------

٦- يترتب على إدخال الخلية A2 B1 في الحل:

أ	+ التكلفة ٢ جنيهه	ب	- التكلفة ٧ جنيهه	ج	+ التكلفة ٥ جنيهه	د	لا شيء مما سبق
---	-------------------	---	-------------------	---	-------------------	---	----------------

٧- يترتب على إدخال الخلية A3 B1 في الحل:

أ	+ التكلفة ٥ جنيهه	ب	- التكلفة ٥ جنيهه	ج	- التكلفة ١٠ جنيهه	د	لا شيء مما سبق
---	-------------------	---	-------------------	---	--------------------	---	----------------

٨- الخلية المثالية هي:

أ	A3 B1	ب	A2 B1	ج	A1 B1	د	لا شيء مما سبق
---	-------	---	-------	---	-------	---	----------------

٩- مقدار التخفيض في تكاليف النقل:

أ	٢٠٠ جنيهه	ب	٢٥٠ جنيهه	ج	٥٠٠ جنيهه	د	لا شيء مما سبق
---	-----------	---	-----------	---	-----------	---	----------------

الحل

أولا : جدول الحل المبدئي بطريقة أقل تكلفة: إجمالي طاقات المصانع = إجمالي احتياجات المخازن

$$(2300) = 1000 + 800 + 500 = 1200 + 700 + 400 = (2300)$$

المنافذ	المصانع	B1	B2	B3	إجمالي الطاقات
		1	9	2	100
A1	400	×	×	100	500
A2	×	3	5	6	100
A2	×	×	700	100	800
A3	×	8	12	4	1000
A3	×	×	×	1000	1000
إجمالي الاحتياجات	400	700	1200	2300	2300

$$\text{تكلفة النقل} = (1 \times 400) + (2 \times 100) + (5 \times 700) + (6 \times 100) + (4 \times 1000) = 8700 \text{ جنيهه}$$

ثانيا : اختبار مثالية الحل بطريقة التوزيع المعدل:

- يتم اعتبار قيمة الصف الأول (ف١) = صفر / إيجاد باقي قيمة الصفوف والاعمدة بالمعادلة التالية : تكلفة نقل الخلية المشغولة = قيمة صفها + عمودها

١- تطبيق المعادلة علي الخلايا المشغولة فقط

شرط اختبار المثالية ← الخلايا المشغولة = عدد الصفوف + عدد الاعمدة - ١ = ٣ - ٣ + ١ = ٥

الخلايا الفارغة	المسار المغلق	الاثر علي التكلفة	تكلفة الفرصة
A1 B2	من A1 B3 الي A1 B2 من A2 B2 الي A2 B3	٩+ ٢- ٦+ ٥- ٨+ = ١٥+ ٧-	٨-
A2 B1	من A2 B3 الي A2 B1 من A1 B3 الي A1 B1	٣+ ٦- ٢- = ٢+ ١-	٢+
A3 B1	من A1 B3 الي A3 B3 من A1 B3 الي A1 B1	٨+ ٤- ٥+ = ٢+ ١-	٥-
A3 B2	من A3 B3 الي A3 B2 من A2 B3 الي A2 B2	١٢+ ٤- ٩+ = ٦+ ٥-	٩-

ويظهر جدول النقل الثاني كما يلي:

المنافذ	المصانع	B1	B2	B3	إجمالي الطاقات
		1	9	2	500
A1	300	×	×	200	500
A2	100	3	5	6	800
A2	×	×	700	×	×
A3	×	8	12	4	1000
A3	×	×	×	1000	1000
إجمالي الاحتياجات	400	700	1200	2300	2300

$$\text{تكلفة النقل وفقا للجدول الثاني} = (1 \times 300) + (2 \times 200) + (3 \times 100) + (5 \times 700) + (4 \times 1000) = 8500 \text{ جنيهه}$$

$$\text{مقدار التخفيض في تكاليف النقل} = 8700 - 8500 = 200 \text{ جنيهه}$$

ثُرين (٢): فيما يلي البيانات الخاصة بمشكلة النقل لشركة (عنتر أبو دوسة) والتي تمتلك ٣ مصانع هي (1 ، 2 ، 3) طاقتها الإنتاجية (٧٠، ٣٠، ١٢٠) وحدة على التوالي وتمتلك ثلاثة مخازن هي (1، 2، 3) احتياجاتها (٦٠، ٨٠، ٨٠) وحدة على التوالي، والجدول الآتي يوضح تكلفة نقل الوحدة من كل مصنع إلى كل مخزن:

المخازن \ المصانع	3	2	1
	3	2	1
1	9	5	3
2	7	4	5
3	3	8	10

فإذا كانت الشركة تتبع طريقة الركن الشمالي الشرقي في إعداد جدول النقل المبدئي، وطريقة حجر الوطاء في اختبار المثالية. أجب على الأسئلة التالية (من ١ : ٩):

١ - خلايا الصف الأول بجدول الحل المبدئي:

أ	(1, 1) صفر	ب	(1, 1) ٦٠	ج	(1, 1) ١٠	د	(1, 1) ٦٠
	(2, 1) ٦٠		(2, 1) ١٠		(2, 1) صفر		(2, 1) صفر
	(3, 1) ١٠		(3, 1) صفر		(3, 1) ٦٠		(3, 1) ١٠

٢ - خلايا العمود الثالث بجدول الحل المبدئي:

أ	(3, 1) ٨٠	ب	(3, 1) ١٠	ج	(3, 1) ١٠	د	(3, 1) صفر
	(3, 2) صفر		(3, 2) ٢٠		(3, 2) ٨٠		(3, 2) صفر
	(3, 3) صفر		(3, 3) ٤٠		(3, 3) صفر		(3, 3) ٨٠

٣ - خلايا الصف الثالث بجدول الحل المبدئي:

أ	(1, 3) صفر	ب	(1, 3) ٤٠	ج	(1, 3) ٦٠	د	(1, 3) صفر
	(2, 3) ٤٠		(2, 3) ٨٠		(2, 3) صفر		(2, 3) صفر
	(3, 3) ٨٠		(3, 3) صفر		(3, 3) صفر		(3, 3) ٨٠

٤ - تكلفة النقل طبقاً لجدول الحل المبدئي:

أ	١١٣٠	ب	٩١٠	ج	٢٢٠	د	٦٢٥
---	------	---	-----	---	-----	---	-----

٥ - تكلفة الفرصة للخلية الفارغة (3, 1):

أ	٩+	ب	١+	ج	٩-	د	١-
---	----	---	----	---	----	---	----

٦ - تكلفة الفرصة للخلية الفارغة (1, 2):

أ	٣-	ب	٣+	ج	٥+	د	٥-
---	----	---	----	---	----	---	----

٧ - تكلفة الفرصة للخلية الفارغة (3, 2):

أ	٨+	ب	٨-	ج	١+	د	١-
---	----	---	----	---	----	---	----

٨ - تكلفة الفرصة للخلية الفارغة (1, 3):

أ	٤+	ب	١+	ج	٤-	د	١-
---	----	---	----	---	----	---	----

٩ - هذا الحل:

أ	حل أمثل	ب	حل منتكس	ج	يمكن تحسينه عن طريق ملء الخلية (3, 2) بمقدار ٣٠ وحدة	د	يمكن تحسينه عن طريق ملء الخلية (1, 2) بمقدار ٣٠ وحدة
---	---------	---	----------	---	--	---	--

الحل

أولاً: جدول الحل المبدئي بطريقة الركن الشمالي الشرقي: إجمالي طاقات المصانع = إجمالي احتياجات المخازن

$$١٢٠ + ٣٠ + ٧٠ = (٢٢٠) = ٨٠ + ٨٠ + ٦٠$$

المخازن \ المصانع	3	2	1	إجمالي الطاقات
	3	2	1	
1	٩	٥	٣	٧٠
2	٧	٤	٥	٣٠
3	٣	٨	١٠	١٢٠
إجمالي الاحتياجات	٨٠	٨٠	٦٠	٢٢٠

تكلفة النقل = (٣ × ٦٠) + (٥ × ١٠) + (٤ × ٢٠) + (٨ × ٤٠) + (٣ × ٨٠) = ٩١٠ جنبه

ثانباً : اختبار مثالبه الحل بطربقه حجر الوطاء (الحجر المنقل) للإجابة على الأسئلة من (٥ : ٩) :
 تطبق المعادلة على الخلايا المشغولة فقط

شرط اختبار المثالبه ← عدد الخلايا المشغولة = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة) - ١ = ١ - (٣ + ٣) = ٥

∴ لا توجد مشكلة ونبدأ اختبار المثالبه

الخلايا الفارغة	المسار المغلق	الأثر على التكلفة	تكلفة الفرصة
(٣ ، ١)	(٢ ، ١) - (٣ ، ١) + (٣ ، ٣) - (٢ ، ٣) +	٥ - ٩ + ٣ - ٨ + ----- ٩ + = ٨ - ١٧ +	٩ -
(١ ، ٢)	(٢ ، ٢) - (١ ، ٢) + (١ ، ١) - (٢ ، ١) +	٤ - ٥ + ٣ - ٥ + ----- ٣ + = ٧ - ١٠ +	٣ -
(٣ ، ٢)	(٢ ، ٢) - (٣ ، ٢) + (٣ ، ٣) - (٢ ، ٣) +	٤ - ٧ + ٣ - ٨ + ----- ٨ + = ٧ - ١٥ +	٨ -
(١ ، ٣)	(٢ ، ٣) - (١ ، ٣) + (١ ، ١) - (٢ ، ١) +	٨ - ١٠ + ٣ - ٥ + ----- ٤ + = ١١ - ١٥ +	٤ -

∴ تكلفة الفرصة لجميع الخلايا الفارغة سالبة ∴ جدول النقل السابق يمثل الحل الأمثل.

ثربن (٣):

تملك إحدى الشركات الصناعية ثلاثة مصانع (١ ، ٢ ، ٣) وتبلغ طاقتها الإنتاجية ٤٨٠٠ ، ٥٠٠٠ ، ٣٢٠٠ وحدة على التوالي، ويتم نثل هذه المنتجات إلى ثلاثة مخازن (١ ، ٢ ، ٣) وتبلغ حاجاتها ٦٢٠٠ ، ٣٩٠٠ ، ٤٠٠٠ وحدة على التوالي، تكلفة نقل وحدة واحدة من كل مصنع إلى كل مخزن:

المصانع \ المخازن	١	٢	٣
١	١	٢	٤
٢	٢	٤	١
٣	٣	٥	٣

المطلوب: فى ضوء الببانب السابقة أجب عن الأسئلة التالية بتظليل رقم الإجابة المناسبة فى Bubble Sheet:

- ١ - اتبعنا طربقه الركن الشمالى الشرقى، فإن نقطة البداية ستكون الخبفه رقم:

أ (١ ، ١)	ب (٢ ، ١)	ج (٣ ، ١)	د (١ ، ٣)
-----------	-----------	-----------	-----------
- ٢ - اتبعنا طربقه أدنى تكلفة، فإن نقطة البداية ستكون الخبفه رقم:

أ (١ ، ٤)	ب (١ ، ٣)	ج (٣ ، ٤)	د (٣ ، ٢)	هـ (٢ ، ٤)
-----------	-----------	-----------	-----------	------------
- ٣ - اتبعنا طربقه الركن الشمالى الشرقى، وكان الحل الابتدائى (المبدئى) ممكن، فإن تكلفة هذا الحل تساوى:

أ ٤١٨٠٠ جنبه	ب ٤٣٠٠٠ جنبه	ج ٤٢٧٠٠ جنبه	د ٤٧٦٠٠ جنبه
--------------	--------------	--------------	--------------
- ٤ - اتبعنا طربقه أقل تكلفة، وكان الحل الابتدائى (المبدئى) ممكن فإن تكلفة هذا الحل تساوى:

أ ١٩٤٥٠ جنبه	ب ١٩٧٠٠ جنبه	ج ١٩٩٠٠ جنبه	د ١٩٧٥٠ جنبه
--------------	--------------	--------------	--------------
- ٥ - الخلايا المشغولة (المملوءة) طبقاً لطربقه الركن الشمالى الشرقى تساوى:

أ ٧ خلايا	ب ٥ خلايا	ج ٦ خلايا	د عدد الصفوف + عدد الأعمدة + ١
-----------	-----------	-----------	--------------------------------
- ٦ - تمثل الحالة السابقة مشكلة:

أ الحل المنكس	ب عدم التوازن	ج الحجر المنقل	د اختبار مثالبه الحل
---------------	---------------	----------------	----------------------
- ٧ - إذا كانت الطاقة الإنتاجية للمصانع تفوق الطاقة الاستيعابية للمخازن، فى هذه الحالة يتم إضافة:

أ صف وهمى	ب مصنع وهمى	ج مخزن وهمى	د صف وهمى وتكلفة النقل منه = صفر
-----------	-------------	-------------	----------------------------------

٨- اختبار مثالية الحل الابتدائي (المبدئي)، يتم تحديد مسار مغلق للخلايا الفارغة قد يأخذ شكل:

أ	مربع من ست خلايا	ب	مستطيل من ست خلايا	ج	مربع ومستطيل من ست خلايا	د	متدرج من ست خلايا
---	------------------	---	--------------------	---	--------------------------	---	-------------------

_____الحل_____

أولاً: جدول الحل المبدئي للإجابة على الأسئلة (١ ، ٣ ، ٥) :
اجمالي طاقات المصانع = اجمالي احتياجات المخازن
٤٨٠٠+٥٠٠٠+٣٢٠٠ = (١٣٠٠٠) = ٤٨٠٠+٣٩٠٠+٦٢٠٠ = (١٤١٠٠)

المخازن	1	2	3	اجمالي الطاقات
	المصانع			
1	٣	٢	٤	٤٨٠٠
	٤٨٠٠			
2	٢	٤	١	٥٠٠٠
	١٤٠٠	٣٦٠٠		
3	١	٥	٣	٣٢٠٠
		٣٠٠	٢٩٠٠	
4 (وهمي)	صفر	صفر	صفر	١١٠٠
			١١٠٠	
اجمالي الاحتياجات	٦٢٠٠	٣٩٠٠	٤٠٠٠	١٤١٠٠

تكلفة النقل = (٣ × ٤٨٠٠) + (٢ × ١٤٠٠) + (٤ × ٣٦٠٠) + (٥ × ٣٠٠) + (٣ × ٢٩٠٠) + (١ × ١١٠٠) = ٤١٨٠٠ جنيه
وحتى يكون هذا الحل ممكناً (حل غير منتكس) : يجب أن يكون :

عدد الخلايا المشغولة = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة) - ١ = ٦ - (٣ + ٤) = ١
∴ الحل السابق (المبدئي) حل ممكن
الأسئلة (٢ ، ٤) : حيث يتم إعداد جدول النقل المبدئي بطريقة أدنى تكلفة.

بس خذ بالك: عند إضافة صف وهمي أو عمود وهمي وإعداد جدول النقل المبدئي باستخدام طريقة أقل تكلفة يتم إهمال خلايا الصف أو العمود الوهمي (طالما أن تكلفة النقل إليه صفر دائماً) على أن يتم ملء هذه الخلايا بعد أن يتم ملء خلايا الجدول الفعلية.
∴ يتم البدء بملء الخلية ذات أقل تكلفة فعلية = ١ جنيه، وهي الخلية (٣ ، ١) أو الخلية (٢ ، ٣) حيث يتم البدء بالخلية التي تستوعب عدد أكبر من الوحدات وهي الخلية (٢ ، ٣) وفيما يلي جدول النقل المبدئي المعد بطريقة أدنى تكلفة:

المخازن	1	2	3	اجمالي الطاقات
	المصانع			
1	٣	٢	٤	٤٨٠٠
	٩٠٠	٣٩٠٠		
2	٢	٤	١	٥٠٠٠
	١٠٠٠		٤٠٠٠	
3	١	٥	٣	٣٢٠٠
	٣٢٠٠			
4 (وهي)	صفر	صفر	صفر	١١٠٠
	١١٠٠			
اجمالي الاحتياجات	٦٢٠٠	٣٩٠٠	٤٠٠٠	١٤١٠٠

تكلفة النقل = (٣ × ٩٠٠) + (٢ × ٣٩٠٠) + (٢ × ١٠٠٠) + (١ × ٤٠٠٠) + (١ × ٣٢٠٠) + (١ × ١١٠٠) = ١٩٧٠٠ جنيه
وحتى يكون هذا الحل ممكناً (حل غير منتكس) : يجب أن يكون :

عدد الخلايا المشغولة = (عدد الصفوف + عدد الأعمدة) - ١ = ٦ - (٣ + ٤) = ١
∴ الحل السابق (المبدئي) حل ممكن