

Транспортная задача

Тушавин В. А.

20 ноября 2015 г.

Задача 1

Постановка задачи

Транспортные задачи называются разновидностью задачи линейного программирования, общая постановка которой такова.

Имеется m пунктов производства однородного продукта с объемами производства a_1, a_2, \dots, a_m и n пунктов потребления с объемами потребления b_1, b_2, \dots, b_n . Известна стоимость перевозки единицы продукта от каждого пункта производства до каждого пункта потребления: $c_{ij}, i=1 \dots m, j=1 \dots n$.

Решим задачу:

a:b	210	50	90	150
60	5	15	10	9
110	8	10	9	7
170	7	6	6	9
160	11	5	7	12

Решение в R

Для решения этой задачи линейного программирования в GNU R можно использовать пакет lpSolve.

Выгрузим из Excel файла, содержащего эту таблицу, данные в формате csv.

Результат будет выглядеть следующим образом:

```
0;210;50;90;150
60;5;15;10;9
110;8;10;9;7
170;7;6;6;9
160;11;5;7;12
```

Загрузим эти данные в переменную (таблицу) mydata, указав разделитель колонок (;) и то, что первая строка не является заголовком. Посмотрим результат.

```
mydata<-read.csv("lp02.csv", sep=";", header=F)
mydata

##      V1  V2 V3 V4  V5
## 1     0 210 50 90 150
## 2    60   5 15 10   9
```

```
## 3 110    8 10  9    7
## 4 170    7  6  6    9
## 5 160   11  5  7   12
```

Выделим из таблицы векторы a , b , а также матрицу C . Для того, чтобы получить a достаточно взять в первой строке значения со 2 по 5, для b --- значения со 2 по 5 в 1 колонке. Матрица C находится аналогично (см. код).

```
a<-mydata[1,2:5]
a

##      V2 V3 V4  V5
## 1 210 50 90 150

b<-mydata[2:5,1]
b

## [1]  60 110 170 160

C<-mydata[2:5,2:5]
C

##      V2 V3 V4 V5
## 2   5 15 10  9
## 3   8 10  9  7
## 4   7  6  6  9
## 5  11  5  7 12
```

Присвоим имена для строк и столбцов. Это необязательный элемент.

```
names(a)<-paste0("a",1:4)
names(b)<-paste0("b",1:4)
names(C)<-paste0("a",1:4)
rownames(C)<-paste0("b",1:4)

a

##      a1 a2 a3  a4
## 1 210 50 90 150

b

##      b1  b2  b3  b4
##      60 110 170 160

C

##      a1 a2 a3 a4
## b1   5 15 10  9
## b2   8 10  9  7
## b3   7  6  6  9
## b4  11  5  7 12
```

Проверка условий

```
sum(a)

## [1] 500
```

```
sum(b)
## [1] 500
```

В данном случае задача закрытого типа.

В пакете lpSolve есть функция

```
lp.transport (cost.mat, direction="min", row.signs, row.rhs, col.signs,col.rhs, presolve=0,
compute.sens=0, integers = 1:(nc*nr) )
```

cost.mat - матрица стоимостей, в нашем случае C

direction="min" - решаем задачу на минимизацию

row.signs - знак, в нашем случае "==" равенство

row.rhs - в нашем случае b

col.signs - знак, в нашем случае "==" равенство

col.rhs - в нашем случае a

Решим задачу

```
library(lpSolve) # Подключили библиотеку
row.signs <- rep ("==", 4)
col.signs <- rep ("==", 4)
(result<-lp.transport(as.matrix(C), "min", row.signs, b, col.signs, a))

## Success: the objective function is 3420

result$solution

##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]   60   0   0   0
## [2,]    0   0   0  110
## [3,]  150   0   0   20
## [4,]    0  50  90   20
```

Таким образом, найдено минимальное решение равное 3420 и построена матрица решения.

Задача 2

a:b	10	20	40	75
80	7	12	18	19
12	7	13	11	11
38	19	18	12	13
45	11	3	11	4

Решение аналогично предыдущей

```

mydata<-read.csv("lp02-2.csv",sep=";",header=F)
a<-mydata[1,2:5]
a

##   V2 V3 V4 V5
## 1 10 20 40 75

b<-mydata[2:5,1]
b

## [1] 80 12 38 45

C<-mydata[2:5,2:5]
C

##   V2 V3 V4 V5
## 2   7 12 18 19
## 3   7 13 11 11
## 4  19 18 12 13
## 5  11  3 11  4

sum(a)

## [1] 145

sum(b)

## [1] 175

```

Как мы видим, суммы строк и столбцов не совпали, следовательно это задача открытого типа. Можно решить её добавив еще колонку с нулевыми весами и потребностями 30, а можно воспользоваться неравенствами

```

row.signs <- rep("<=", 4)
col.signs <- rep("==", 4)
(result<-lp.transport(as.matrix(C), "min", row.signs, b, col.signs, a))

## Success: the objective function is 1456

result$solution

##      [,1] [,2] [,3] [,4]
## [1,]   10   20   20    0
## [2,]    0    0    0   12
## [3,]    0    0   20   18
## [4,]    0    0    0   45

```

Решение найдено. Следует отметить, что в данном случае задача имеет альтернативный оптимум, который не был найден программой.

Информация о параметрах R

```

sessionInfo()

## R version 3.2.0 (2015-04-16)
## Platform: x86_64-w64-mingw32/x64 (64-bit)
## Running under: Windows 7 x64 (build 7601) Service Pack 1

```

```
##
## locale:
## [1] LC_COLLATE=Russian_Russia.1251 LC_CTYPE=Russian_Russia.1251
## [3] LC_MONETARY=Russian_Russia.1251 LC_NUMERIC=C
## [5] LC_TIME=Russian_Russia.1251
##
## attached base packages:
## [1] stats      graphics  grDevices  utils      datasets  methods   base
##
## other attached packages:
## [1] lpSolve_5.6.11
##
## loaded via a namespace (and not attached):
## [1] magrittr_1.5      tools_3.2.0      htmltools_0.2.6  yaml_2.1.13
## [5] stringi_0.4-1     rmarkdown_0.6.1  knitr_1.10.5     stringr_1.0.0
## [9] digest_0.6.8      evaluate_0.8
```