Транспортная задача

Тушавин В. А.

20 ноября 2015 г.

### Задача 1

#### Постановка задачи

Транспортное задачей называется разновидность задачи линейного программирования, общая постановка которой такова.

Имеется *m* пунктов производства однородного продукта с объемами производства *a1, a2,...,am* и n пунктов потребления с объемами потребления *b1, b2,...,bm*. Известна стоимость перевозки единицы продукта от каждого пункта производства до каждого пункта потребления: *cij*, *i*=*1...m*, *j*=*1...n*.

Решим задачу:

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a:b | 210 | 50 | 90 | 150 |
| 60 | 5 | 15 | 10 | 9 |
| 110 | 8 | 10 | 9 | 7 |
| 170 | 7 | 6 | 6 | 9 |
| 160 | 11 | 5 | 7 | 12 |

### Решение в R

Для решения этой задачи линеного программирования в GNU R можно использовать пакет lpSolve.

Выгрузим из Excel файла, содержащего эту таблицу, данные в формате csv.

Результат будет выглядеть следующим образом:

0;210;50;90;150  
60;5;15;10;9  
110;8;10;9;7  
170;7;6;6;9  
160;11;5;7;12

Загрузим эти данные в переменную (таблицу) mydata, указав разделитель колонок (;) и то, что первая строка не является заголовком. Посмотрим результат.

mydata<-read.csv("lp02.csv",sep=";",header=F)  
mydata

## V1 V2 V3 V4 V5  
## 1 0 210 50 90 150  
## 2 60 5 15 10 9  
## 3 110 8 10 9 7  
## 4 170 7 6 6 9  
## 5 160 11 5 7 12

Выделим из таблицы векторы *a*, *b*, а также матрицу *C*. Для того, чтобы получить *a* достаточно взять в первой строке значения со 2 по 5, для *b* --- значения со 2 по 5 в 1 колонке. Матрица *C* находится аналогично (см. код).

a<-mydata[1,2:5]  
a

## V2 V3 V4 V5  
## 1 210 50 90 150

b<-mydata[2:5,1]  
b

## [1] 60 110 170 160

C<-mydata[2:5,2:5]  
C

## V2 V3 V4 V5  
## 2 5 15 10 9  
## 3 8 10 9 7  
## 4 7 6 6 9  
## 5 11 5 7 12

Присвоим имена для строк и столбцов. Это необязательный элемент.

names(a)<-paste0("a",1:4)  
names(b)<-paste0("b",1:4)  
names(C)<-paste0("a",1:4)  
rownames(C)<-paste0("b",1:4)  
a

## a1 a2 a3 a4  
## 1 210 50 90 150

b

## b1 b2 b3 b4   
## 60 110 170 160

C

## a1 a2 a3 a4  
## b1 5 15 10 9  
## b2 8 10 9 7  
## b3 7 6 6 9  
## b4 11 5 7 12

Проверка условий

sum(a)

## [1] 500

sum(b)

## [1] 500

В данном случае задача закрытого типа.

В пакете lpsolve есть функция

lp.transport (cost.mat, direction="min", row.signs, row.rhs, col.signs,col.rhs, presolve=0, compute.sens=0, integers = 1:(nc\*nr) )

cost.mat - матрица стоимостей, в нашем случае C

direction="min" - решаем задачу на минимизацию

row.signs - знак, в нашем случае "==" равенство

row.rhs - в нашем случае *b*

col.signs - знак, в нашем случае "==" равенство

col.rhs - в нашем случае *a*

Решим задачу

library(lpSolve) # Подключили библиотеку  
row.signs <- rep ("==", 4)  
col.signs <- rep ("==", 4)  
(result<-lp.transport(as.matrix(C), "min", row.signs, b, col.signs, a))

## Success: the objective function is 3420

result$solution

## [,1] [,2] [,3] [,4]  
## [1,] 60 0 0 0  
## [2,] 0 0 0 110  
## [3,] 150 0 0 20  
## [4,] 0 50 90 20

Таким образом, найдено минимальное решение равное 3420 и построена матрица решения.

### Задача 2

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| a:b | 10 | 20 | 40 | 75 |
| 80 | 7 | 12 | 18 | 19 |
| 12 | 7 | 13 | 11 | 11 |
| 38 | 19 | 18 | 12 | 13 |
| 45 | 11 | 3 | 11 | 4 |

Решение аналогично предыдущей

mydata<-read.csv("lp02-2.csv",sep=";",header=F)  
a<-mydata[1,2:5]  
a

## V2 V3 V4 V5  
## 1 10 20 40 75

b<-mydata[2:5,1]  
b

## [1] 80 12 38 45

C<-mydata[2:5,2:5]  
C

## V2 V3 V4 V5  
## 2 7 12 18 19  
## 3 7 13 11 11  
## 4 19 18 12 13  
## 5 11 3 11 4

sum(a)

## [1] 145

sum(b)

## [1] 175

Как мы видим, суммы строк и столбцов не совпали, следовательно это задача открытого типа. Можно решить её добавив еще колонку с нулевыми весами и потребностями 30, а можно воспользоваться неравенствами

row.signs <- rep ("<=", 4)  
col.signs <- rep ("==", 4)  
(result<-lp.transport(as.matrix(C), "min", row.signs, b, col.signs, a))

## Success: the objective function is 1456

result$solution

## [,1] [,2] [,3] [,4]  
## [1,] 10 20 20 0  
## [2,] 0 0 0 12  
## [3,] 0 0 20 18  
## [4,] 0 0 0 45

Решение найдено. Следует отметить, что в данном случае задача имеет альтернативный оптимум, который не был найден программой.

#### Информация о параметрах R

sessionInfo()

## R version 3.2.0 (2015-04-16)  
## Platform: x86\_64-w64-mingw32/x64 (64-bit)  
## Running under: Windows 7 x64 (build 7601) Service Pack 1  
##   
## locale:  
## [1] LC\_COLLATE=Russian\_Russia.1251 LC\_CTYPE=Russian\_Russia.1251   
## [3] LC\_MONETARY=Russian\_Russia.1251 LC\_NUMERIC=C   
## [5] LC\_TIME=Russian\_Russia.1251   
##   
## attached base packages:  
## [1] stats graphics grDevices utils datasets methods base   
##   
## other attached packages:  
## [1] lpSolve\_5.6.11  
##   
## loaded via a namespace (and not attached):  
## [1] magrittr\_1.5 tools\_3.2.0 htmltools\_0.2.6 yaml\_2.1.13   
## [5] stringi\_0.4-1 rmarkdown\_0.6.1 knitr\_1.10.5 stringr\_1.0.0   
## [9] digest\_0.6.8 evaluate\_0.8