Planeamiento de mecánicas y dinámicas de videojuegos

Trabajo Práctico N1

Año 2024

Joaquín Amaru **Segovia** / TUV000684 / 44645340

Ejercicio 1: Dados p→ = (2,2,1) y q→ = (1, −2,0), calcule:

a) $\vec{p}.\vec{q}$

b) $\vec{p} \times \vec{q}$

a) Aplicamos el concepto de producto punto o producto escalar.

$\vec{p} \cdot \vec{q} = x_1 \cdot x_2 + y_1 \cdot y_2 + z_1 \cdot z_2 = (2 \cdot 1) + (2 \cdot -2) + (1 \cdot 0) = -2$

$\vec{p} \cdot \vec{q} = -2$

b) Aplicamos el concepto de producto cruz.

$\vec{p} \times \vec{q} = [x_1 y_1 z_1] \times [x_2 y_2 z_2] = [2, 2, 1] \times [1, -2, 0]$

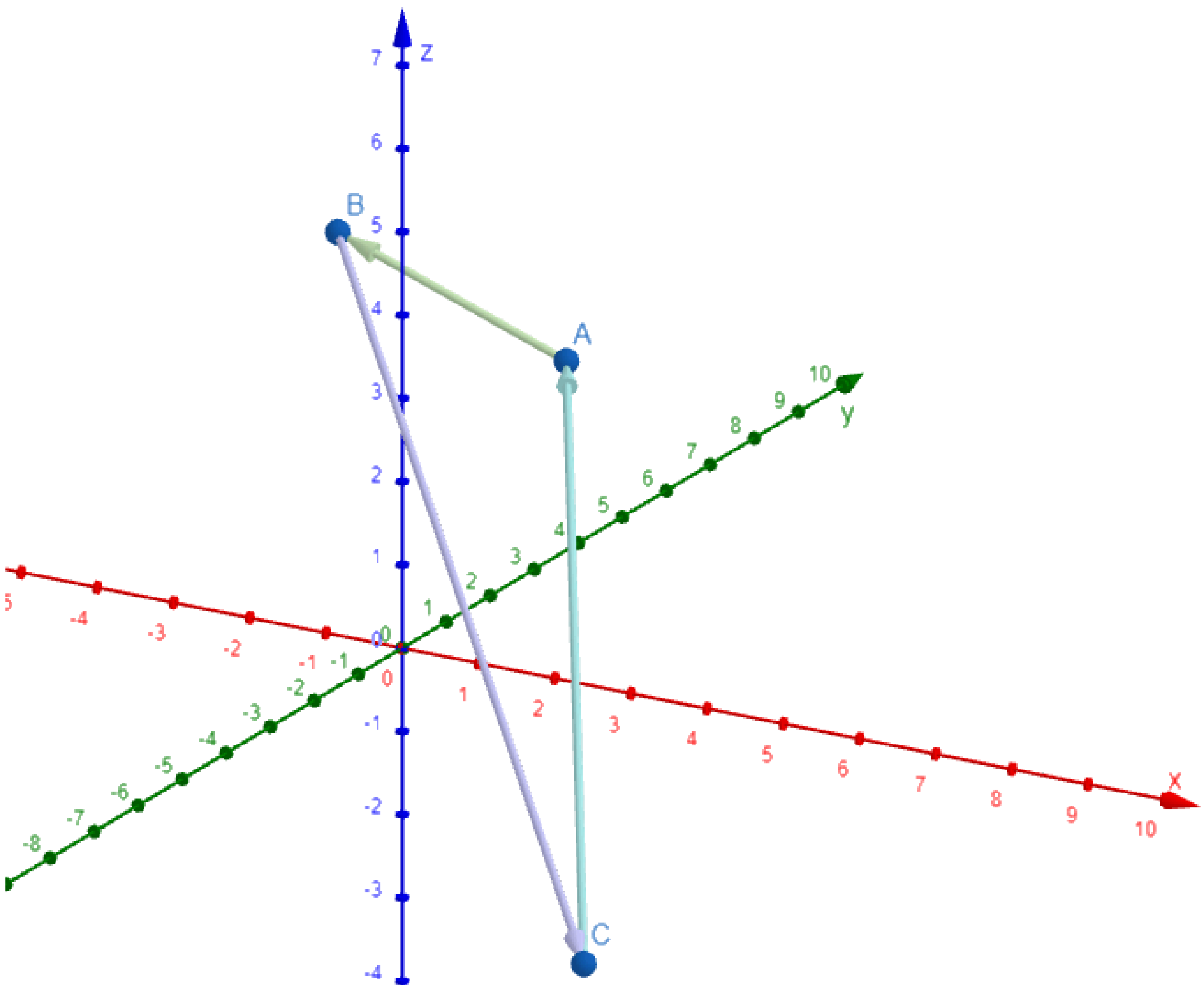
$x = \left[y_1 z_2 - z_1 y_2\right] = [(2)(0) - (1)(-2)] = [0 + 2] = [2]$

$y = \left[z_1 x_2 - x_1 z_2\right] = [(1)(1) - (2)(0)] = [1 - 0] = [1]$

$z = \left[x_1 y_2 - y_1 x_2\right] = [(2)(-2) - (2)(1)] = [-4 - 2] = [-6]$

$\vec{p} \times \vec{q} = [2, 1, -6]$

Ejercicio 2: Dados los siguientes puntos: A = (1,2,3), B = (−2,2,4) y C = (7, −8,0), represente los vectores que unen $\bar{A}\bar{B}$, $\bar{B}\bar{C}$ y $\bar{C}\bar{A}$. Luego calcule el área del triángulo que conforman estos vectores.



A = (1,2,3), B = (−2,2,4) y C = (7, −8,0)

$\vec{AB} = B - A = (-2 - 1, 2 - 2, 4 - 3) = (-3, 0, 1)$
$\vec{BC} = C - B = (7 + 2, -8 - 2, 0 - 4) = (9, -10, -4)$
$\vec{CA} = A - C = (1 - 7, 2 + 8, 3 - 0) = (-6, 10, 3)$

Para sacar el area vamos a usar el teorema del paralelogramo junto con el producto cruz

Área del paralelogramo = |u x v|

Si tomamos en cuenta que un paralelogramo se forma con 2 triángulos podemos decir que

Área del triangulo = ½ |u x v|

Primero necesitamos que los 2 vectores salgan del mismo origen así que teniendo en cuenta que ya tenemos AB vamos a calcular AC

$\vec{AC} = C - A = (7 - 1, -8 - 2, 0 - 3) = (6, -10, -3)$

Ahora podríamos decir AB=u, AC=v para aplicar el producto cruz

$\vec{u} \times \vec{v} = [x_1 y_1 z_1] \times [x_2 y_2 z_2] = [-3, 0, 1] \times [6, -10, -3]$

$x = \left[y_1 z_2 - z_1 y_2\right] = [(0)(-3) - (1)(-10)] = [0 + 10] = [10]$

$y = \left[z_1 x_2 - x_1 z_2\right] = [(1)(6) - (-3)(-3)] = [6 - 9] = [-3]$

$z = \left[x_1 y_2 - y_1 x_2\right] = [(-3)(-10) - (0)(6)] = [30 - 0] = [30]$

$\vec{u} \times \vec{v} = [10, -3, -30]$

ahora le sacamos la magnitud a este vector

$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{10^2 + (-3)^2 + (-30)^2}$

$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{100 + 9 + 900}$

$|\vec{u} \times \vec{v}| = \sqrt{1009}$

y lo dividimos en 2 para terminar de sacar el area

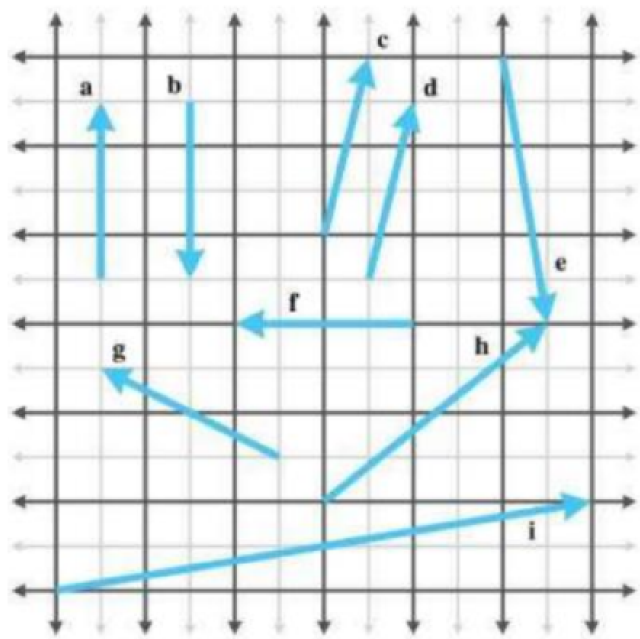
$A = \frac{|\vec{u} \times \vec{v}|}{2} \approx 15.882$

<u>Ejercicio 3:</u> Dado el siguiente gráfico, indique los valores de los elementos de cada uno de los vectores. Considere que cada línea oscura de la cuadrícula representa una unidad.

Considerando que el medio de la imagen es el punto de origen
Aplicamos

Si $P1(x1, y1)\ y\ P2(x2, y2)$ entonces

$\overrightarrow{P1P2} = (x2 - x1, y2 - y1)$



$\vec{a} = (-5, 1)(-5, 5) = (0, 4)$

$\vec{b} = (-3, 5)(-3, 1) = (0, -4)$

$\vec{c} = (0, 2)(-3, 1) = (-3, -1)$

$\vec{d} = (1, 1)(2, 5) = (1, 4)$

$\vec{e} = (4, 6)(5, 0) = (1, -6)$

$\vec{f} = (2, 0)(-2, 0) = (-4, 0)$

$\vec{g} = (-1, -3)(-5, -1) = (-4, 2)$

$\vec{h} = (0, -4)(5, 0) = (5, 4)$

$\vec{i} = (-6, -6)(6, -4) = (12, 2)$

<u>Ejercicio 4:</u> Evalúe las siguientes expresiones

a) $(7, \text{-}2,. 3) + [6, 6, \text{-}4]$
b) $[2\ 9\ \text{-}1] + [\text{-}2\ \text{-}9\ 1]$
c) $[3\ 10\ 7] + [8\ \text{-}7\ 4]$
d) $[4\ 5\ \text{-}11] - [\ \text{-}4\ \text{-}5\ 11]$
e) $3\ [a\ b\ c] - 4[2\ 10\ \ \text{-}6]$

a) $(7, \ - \ 2, \ 0.\ 3) \ + \ (6, \ 6 \ - \ 4) \ = \ (13, \ 4, \ - \ 3.\ 7)$
b) $(2, \ 9, \ - \ 1) \ + \ (- \ 2, \ - \ 9, \ 1) \ = \ (0, \ 0, \ 0)$
c) $(3, \ 10, \ 7) \ - \ (8, \ - \ 7, \ 4) \ = (- \ 5, \ 17, \ 3)$
d) $(4, \ 5, \ - \ 11) \ - \ (- \ 4, \ - \ 5, \ 11) \ = \ (8, \ 10, \ - \ 22)$
e) $3(a, \ b, \ c) \ - \ 4(2, \ 10, \ - \ 6) \ = \ (3a, \ 3b, \ 3c) \ - \ (8, \ 40, \ 48)$
$=(3a \ - \ 8, 3b \ - \ 40, 3c \ - \ 48)$

<u>Ejercicio 5:</u> Obtenga la distancia entre los siguientes pares de puntos
a) (10,6), (−14,30)
b) (0,0), (−12,5)
c) (3,10,7), (8, −7,4)
d) (−2, −4,9), (6, −7,9.5)
e) (4, −4, −4,4), (−6,6,6, −6)

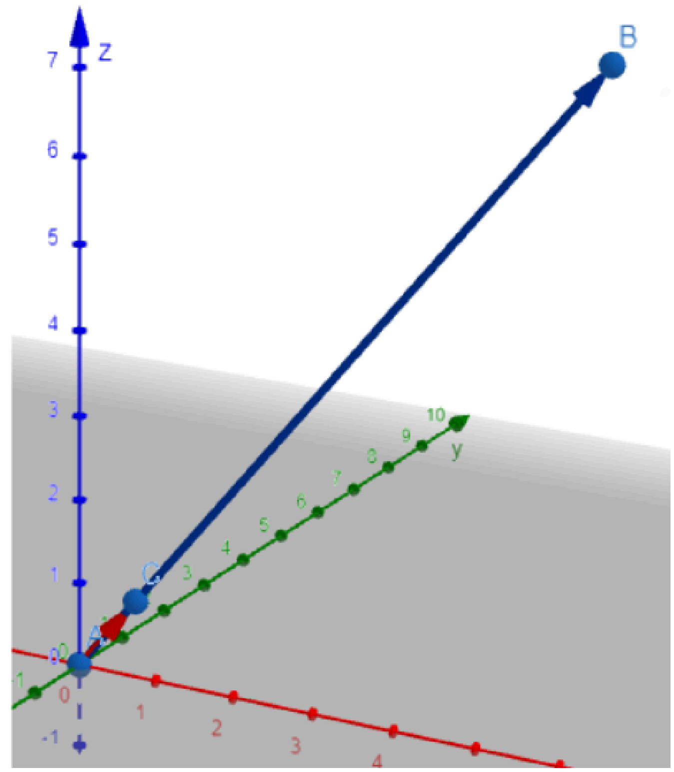
Para calcular la distancia entre 2 puntos primero calculamos el vector que forman entre ellos y luego obtenemos su magnitud para tener el cálculo en unidades.

$$d \ = \sqrt{((x2 \ - \ x1)^2 \ + \ (y2 \ - \ y1)^2)}$$

a) $|\vec{a}| \ = \ \sqrt{(- \ 24)^2 + (- \ 24)^2} \ = \sqrt{1152} \ \approx 33.941$
b) $|\vec{b}| \ = \ \sqrt{(- \ 12)^2 + (5)^2} \ = \sqrt{169} \ = \ 13$
c) $|\vec{c}| \ = \ \sqrt{(8 \ - \ 3)^2 + (- \ 7 \ - \ 10)^2 + (4 \ - \ 7)^2} \ = \sqrt{323} \ \approx 17.97$
d) $|\vec{d}| \ = \ \sqrt{(8)^2 + (- \ 3)^2 + (0.5)^2} \ = \sqrt{73.25} \ \approx 8.558$
e) $|\vec{e}| \ = \ \sqrt{(- \ 10)^2 + (10)^2 + (10)^2 + (- \ 10)^2} \ = \sqrt{400} \ = \ 20$

<u>Ejercicio 6:</u> Supongamos que queremos mover un personaje desde la posición inicial (0,0,0)hacia la posición objetivo (5,3,7). Obtenga el vector que permite este movimiento. Dibújelo en un sistema de ejes cartesianos. Obtenga su magnitud y normalice el vector.

Primero restamos componente a componente para obtener el vector de movimiento



$$\vec{v} = (5,\ 3,\ 7)\ -\ (0,\ 0,\ 0)\ =\ (5,\ 3,\ 7)$$

Ahora aplicamos pitágoras para obtener su magnitud

$$|\vec{v}|\ =\ \sqrt{5^2\ +\ 3^2\ +\ 7^2}\ = \sqrt{83}\ \approx 9.11$$

Y para normalizar este vector dividimos cada componente con la magnitud

$$\vec{v}_{\ Normalizado}\ =\ (\frac{5}{\sqrt{83}}, \frac{3}{\sqrt{83}}, \frac{7}{\sqrt{83}})$$

Por último para verificar sacamos la magnitud de este vector normalizado y comprobamos que es 1

$$|\vec{v}_{\ Normalizado}|\ =\ \sqrt{\frac{5^2}{\sqrt{83}^2}\ +\ \frac{3^2}{\sqrt{83}^2}\ +\ \frac{7^2}{\sqrt{83}^2}}\ =\ \sqrt{\frac{83}{83}}\ =\ 1$$

<u>Ejercicio 7:</u> Suponga que la velocidad del personaje es (v=2)) unidades por segundo. En cada iteración del juego (por ejemplo, en cada fotograma), el personaje se moverá multiplicando el vector normalizado por la velocidad y sumando este resultado a la posición del personaje. Si el juego se ejecuta (t=3) segundos, entonces utilice el vector normalizado del punto anterior y calcule cuál será su posición luego de tres segundos.

Si la posición inicial del personaje es el origen, la dirección en que se mueve el personaje es el vector normalizado, el jugador se mueve 2 unidades por segundo y el juego se ejecuta por 3 segundos podríamos decir que

$PosFinal = PosInicial + (Velocidad \cdot Vector\,Normalizado \cdot Tiempo)$

$PosFinal = (0, 0, 0) + (2 \cdot (\frac{5}{\sqrt{83}}, \frac{3}{\sqrt{83}}, \frac{7}{\sqrt{83}}) \cdot 3)$

$PosFinal = (0, 0, 0) + (\frac{30}{\sqrt{83}}, \frac{18}{\sqrt{83}}, \frac{42}{\sqrt{83}})$

$PosFinal \approx (3.29,\ 1.98,\ 4.89)$

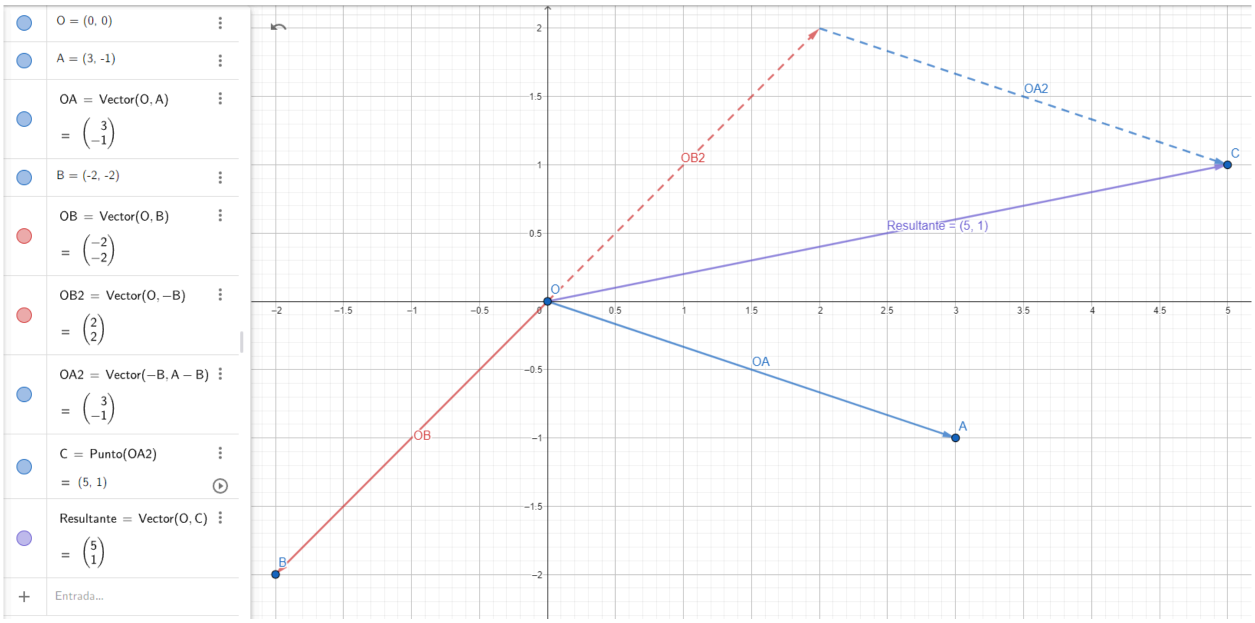
<u>Ejercicio 8:</u> Un vector $v \rightarrow$ tiene componentes (5,-2). Si ese vector tiene como puntos de referencias A y B, halle las coordenadas de A si se conoce el extremo B = (12, –3).

Si $\vec{v} = |\vec{AB}| = (xB - xA, yB - yA)$ entonces
el valor X del vector es $5 = xB - xA$ y el valor en Y es $-2 = yB - yA$
así que despejamos los valores
$xA = xB - 5 = 12 - 5 = 7$
$yA = yB + 2 = -3 + 2 = -1$

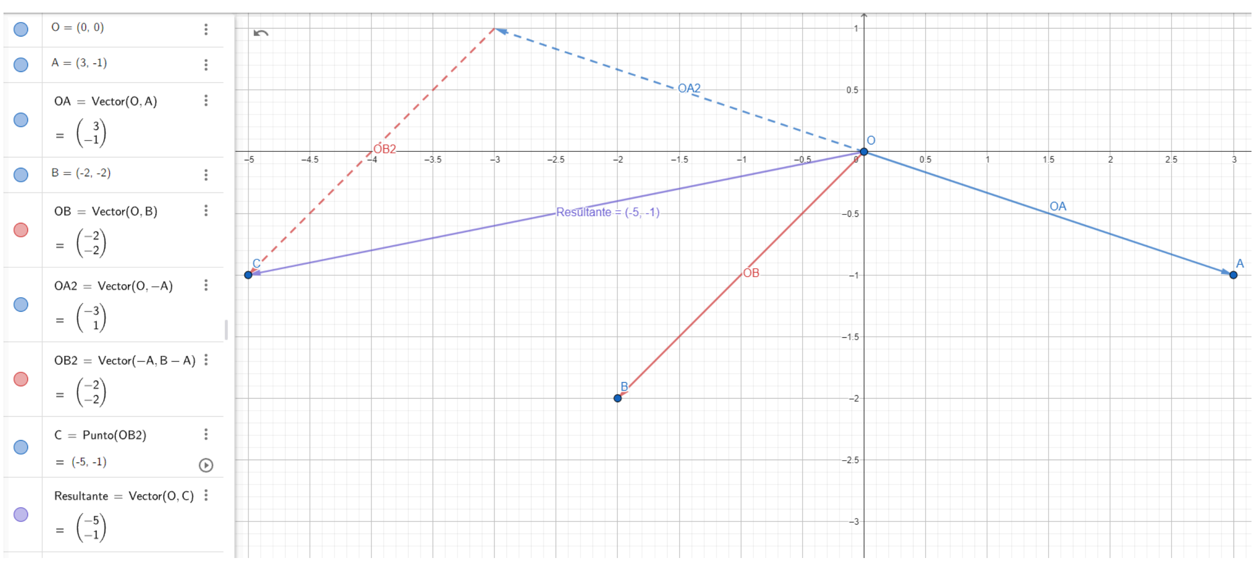
Por lo tanto, las coordenadas del punto A son (7, -1).

<u>Ejercicio 9:</u> Sean los vectores $a \rightarrow$ = (3, −1), $b \rightarrow$ = (−2, −2) y $c \rightarrow$ = (−3, −1). Calcule geométricamente las siguientes operaciones

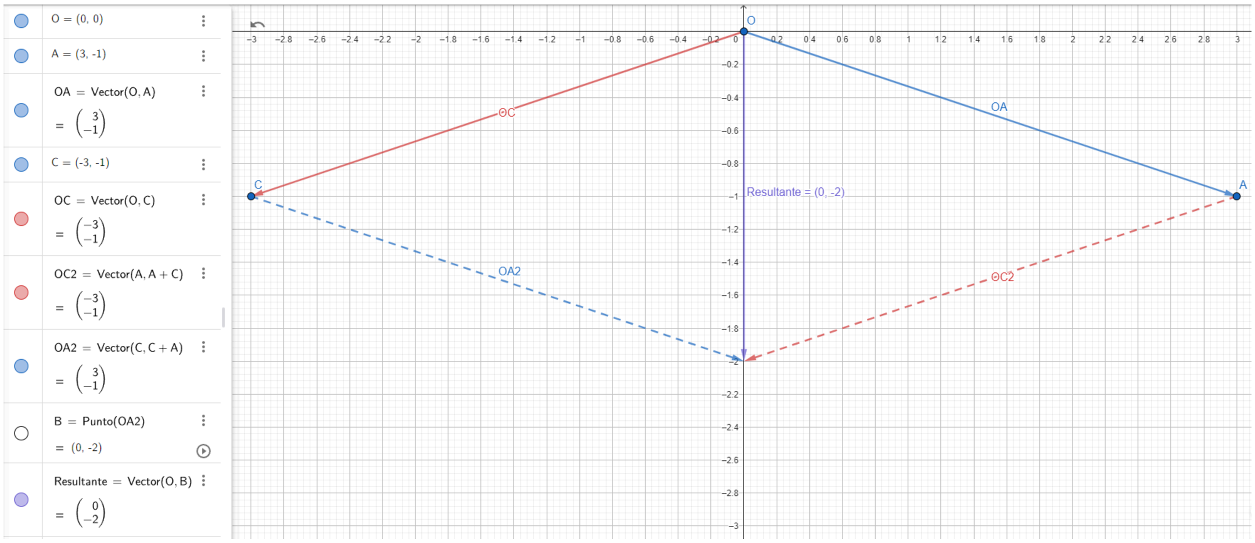
a) $\vec{a} - \vec{b}$



b) $\vec{b} - \vec{a}$



c)$\vec{a} + \vec{c}$



Ejercicios 10,11,12 y 13 en el siguiente link:

https://github.com/AmaruSegovia/TP1_MecanicasVJ