

空气声源入射到水中，根据折射定理，可以得到透射声能流系数为：

$$t_w = \frac{I_t S_2}{I_i S_1} = \frac{t_l \sin \alpha_2}{\sin \alpha_1} = \frac{4\rho_1 c_1 \rho_2 c_2 \sin \alpha_1 \sin \alpha_2}{(\rho_2 c_2 \sin \alpha_1 + \rho_1 c_1 \sin \alpha_2)^2}. \quad (1.1)$$

其中， S_1 和 S_2 分别为入射声束与折射声束的面积。

使用 bellhop 设置水面的虚拟声源的算法思路为，

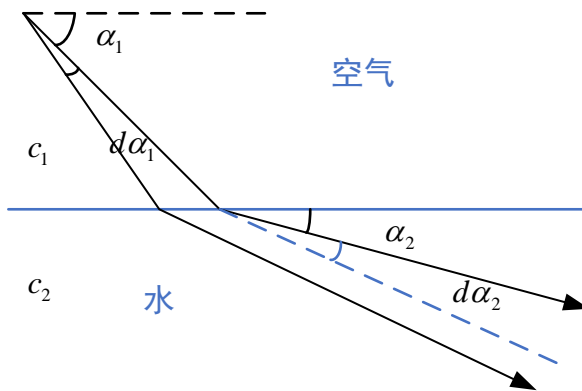
Step1: 水面声线略射角 α_2 从 0-90° 进行扫描，根据折射定律反推空气声源出射角 α_1 ；

Step2: 根据出射角 α_1 、空中声源的高度几何关系计算水面虚拟声源坐标；

Step3: 根据式(1.2)计算水面虚拟声源的初始声强，A 是空气声源初始波束宽度与水中等效声源初始波束宽度的比值；

Step4: 使用 bellhop 射线追踪程序计算虚拟声源的声线贡献，求和后得到空气声源在水中的近似声场。

$$S_{bp} = t_w \cdot A \quad (1.2)$$



$d\alpha_1$ 是空气声源的初始波束宽度， $d\alpha_2$ 是水中的等效声源的初始波束宽度，A 是两者的比值，有下式

$$A = \frac{1}{d\alpha_2 / d\alpha_1} = \frac{c_1 \sin \alpha_2}{c_2 \sin \alpha_1} \quad (1.3)$$

推导过程：

令

$$\begin{aligned}\tilde{\alpha}_1 &= \alpha_1 + d\alpha_1, \\ \tilde{\alpha}_2 &= \alpha_2 + d\alpha_2,\end{aligned}\tag{1.4}$$

根据折射定理

$$\frac{\cos \tilde{\alpha}_2}{c_2} = \frac{\cos \tilde{\alpha}_1}{c_1}\tag{1.5}$$

带入(1.4)可得

$$\frac{\cos(\alpha_1 + d\alpha_1)}{c_2} = \frac{\cos(\alpha_2 + d\alpha_2)}{c_1}\tag{1.6}$$

左式有

$$\frac{\cos(\alpha_2 + d\alpha_2)}{c_1} = d\alpha_2 \lim_{d\alpha_1 \rightarrow 0} \frac{\cos(\alpha_2 + d\alpha_2)}{c_1} / d\alpha_2 = -\frac{\sin \alpha_2}{c_1} d\alpha_2\tag{1.7}$$

右式有

$$\frac{\cos(\alpha_1 + d\alpha_1)}{c_2} = d\alpha_1 \lim_{d\alpha_1 \rightarrow 0} \frac{\cos(\alpha_1 + d\alpha_1)}{c_2} / d\alpha_1 = -\frac{\sin \alpha_1}{c_2} d\alpha_1\tag{1.8}$$

将(1.7)、(1.8)带入(1.6)，化简得

$$d\alpha_2 / d\alpha_1 = \frac{c_2 \sin \alpha_1}{c_1 \sin \alpha_2}\tag{1.9}$$