

一种基于动态感知的人群仿真局部避碰方法^{*}

史佳宾, 刘 箴, 肖苗苗, 刘婷婷, 刘翠娟, 刘邦权

(宁波大学 信息科学与工程学院, 浙江 宁波 315211)

摘要: 针对最优相互避碰方法在人群仿真中对虚拟人感知行为缺乏考虑, 以及在人群密度较大时导致的拥塞行为, 提出一种改进的局部避碰方法。首先, 在已有虚拟人感知模型的基础上, 加入虚拟人视觉随周围人群的密度而变化的规则, 以及听觉感知对避碰行为的影响; 其次, 引入了有区别的避碰责任机制, 使虚拟人在不同情况下采用不同的避碰行为; 然后, 加入一种拥塞响应规则缓解人群拥塞现象。最后通过多组实验与原方法进行对比, 实验结果表明改进后的方法比原方法具有更真实的局部避碰行为, 初步验证了该方法的可行性。

关键词: 动态感知; 局部避碰; 人群仿真; 相对速度障碍物; 最优相互避碰

中图分类号: TP391.9 文献标志码: A 文章编号: 1001-3695(2015)10-3147-04

doi: 10.3969/j.issn.1001-3695.2015.10.062

Dynamic perception based local collision avoidance method in crowd simulation

Shi Jiabin, Liu Zhen, Xiao Miaomiao, Liu Tingting, Liu Cuijuan, Liu Bangquan

(College of Information Science & Technology, Ningbo University, Ningbo Zhejiang 315211, China)

Abstract: The optimal reciprocal collision avoidance method had little consider with the perception of virtual people. And the crowd tended to fall in a state of congestion when the density became large. In order to solve this, this paper proposed a novel dynamic perception model for pedestrians. It presented a new rule for visual perception to simulate the dynamic change of the perception ability and used auditory perception to control the collision avoidance behavior. By using a collision avoidance responsibility selection method, the pedestrians could make decision more like real people when avoiding the collision with others. In order to ease the congestion phenomenon, the model used a congestion detection and response rule. Simulation experiments show that the local collision avoidance behavior is more real and smooth than original method.

Key words: dynamic perception; local collision avoidance; crowd simulation; reciprocal velocity obstacle (RVO); optimal reciprocal collision avoidance (ORCA)

0 引言

人群仿真是计算机动画领域的一个研究热点。根据研究方向的不同来划分, 一方面是追求行为的真实度, 使实验的结果与从现实中得到的数据尽可能一致, 如人群疏散仿真; 另一方面是追求高质量的可视化效果和实时的可交互性, 如视频游戏。随着计算机硬件性能的提高, 如今发展的趋势是这两者的结合^[1], 既要有逼真的三维人物模型和可视化效果, 又要有可信的行为动作。

实时逼真的大规模人群仿真仍然是一件很困难的事情。其中避碰问题是人群运动规划中不可避免的难点。Reynolds 等人^[2]最早提出了一种基于规则的群体仿真方法, 模拟了鸟群的自组织行为。其避碰规则是基于类似粒子系统的群体。Helbing 等人^[3]提出的社会力模型, 考虑了智能体之间、智能体和障碍物之间的作用力来达到避碰的目标, 但该模型也是将人群当做粒子流。Pelechano 等人^[4]基于心理学和几何规则对社

会力模型进行了扩展, 模拟了三维场景中高密度人群的拥挤、踩踏等现象, 但是没有考虑智能体的感知能力。

粒子流的模型更多的是考虑人群仿真的整体效果, 无法真实地模拟人群个体的局部避碰行为。Van Den Berg 等人^[5]基于速度障碍的概念提出了相对速度障碍物 (RVO) 的局部避碰算法。文献[6]在 RVO 方法的基础上, 提出了一种最优相互避碰 (ORCA) 方法。该方法假设智能体在半径 R 的感知区域内, 可以感知到其他智能体的位置和速度信息, 然后彼此采用相同的避碰策略。而现实中人的感知是复杂的, ORCA 方法的这种假设也导致了其用于人群仿真时产生的一定程度的失真。文献[7]对虚拟人的感知能力作了详细分析, 并加入了记忆模型和感知反馈器。文献[8]将视觉信息应用于人群仿真, 并使用数据对模型参数进行训练。文献[9]基于计算机合成视觉对场景中的对象进行处理, 并定义了避碰规则和碰撞响应规则。本文基于人机工程学中人的感知模型^[7,10]对 ORCA 方法进行改进, 使虚拟人的避碰行为更加真实, 并通过不同规模的人群仿真实验, 验证了该方法的可行性。

收稿日期: 2014-07-24; 修回日期: 2014-09-10 基金项目: 国家自然科学基金资助项目(61373068); 浙江省自然科学基金资助项目(LY13F020037); 宁波市科技计划基金资助项目(2013D10011 2014C50018); 高等学校博士学科点专项科研基金资助项目(20133305110004); 浙江省教育厅科研项目(Y201431792)

作者简介: 史佳宾(1988-), 男, 河南偃师人, 硕士, 主要研究方向为计算机图形学、人群仿真(superbin_21@163.com); 刘箴(1965-), 男, 研究员, 主要研究方向为虚拟现实; 肖苗苗(1988-), 女, 硕士, 主要研究方向为计算机图形学、流体仿真; 刘婷婷(1980-), 女, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为情感计算、虚拟现实; 刘翠娟(1979-), 女, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为情感计算、虚拟现实; 刘邦权(1983-), 男, 讲师, 博士研究生, 主要研究方向为计算机图形学、虚拟现实。

1 问题定义

智能体的避碰问题,在人群仿真、机器人运动规划等领域得到了广泛的研究。该问题可以概括为:在具有障碍物和其他智能体的环境中,智能体不断感知周围的环境,并作出响应来避免碰撞;这样的感知—响应循环周期一直持续到每个智能体到达目标点。在这个过程中,可能会有多个子目标点来对每个智能体进行全局的导航。子目标点可以来自于其他的导航图生成算法^[11]。本文主要讨论局部避碰算法,所以假设这些导航点是已知的。由于ORCA方法中智能体与静态障碍物的避碰依赖于导航点,所以本文主要讨论智能体之间的避碰问题。在每个感知—响应循环周期,智能体需要先感知周围的环境信息,包括障碍物和其他智能体的位置和速度,然后根据感知到的信息计算出下一刻的移动速度。ORCA的方法是基于这样的假设:智能体可以感知到半径 R 内的其他智能体的准确位置和速度信息。这样的假设应用到人群仿真是不真实的,人的视觉感知范围是有限的,例如,人无法用视觉及时感知到位于身后的对象。有时候视觉无法感知到的信息听觉和触觉则可以感知到。

智能体的避碰问题可以有如下的形式化定义。给定 N 个智能体 A_1, \dots, A_n ,令智能体 A_i 的半径为 r_i (即三维人物模型的圆柱体包围盒的底面半径),位置为 p_i ,速度为 v_i ,优先选择速度 v_i^{pref} 和目标位置 g_i 以及循环周期 t 。其中 v_i^{pref} 的大小为智能体的最大速度 v_{\max} ,方向为从当前位置指向目标位置,即 $g_i - p_i$ 。在每个循环周期,对于每个智能体 A_i ,采用一种虚拟人感知方法得到其他智能体的半径、位置和速度等信息。然后,采用一种局部避碰方法计算新的速度,并更新在场景中的位置。速度的选择需要使得智能体到达最终的目标位置 g_i ,并且避免与其他智能体发生碰撞。

2 本文方法

2.1 虚拟人感知模型

本文基于文献[7]中的虚拟人感知模型,提出了一种动态环境下的虚拟人感知模型。该模型包括感知过滤器、反馈控制器和拥塞控制器。感知过滤器主要包括视觉感知、听觉感知和触觉感知,用于感知环境中其他智能体的信息。反馈控制器的作用是根据感知到的信息动态调整感知过滤器中的相关参数。拥塞控制器包含了拥塞判断和拥塞响应规则。

2.1.1 感知过滤器

感知过滤器包括视觉感知区域、听觉感知区域和触觉感知区域。视觉感知的范围是扇形区域,参数包括感知半径 r_v 和感知角度 φ_v 。听觉感知的范围是一个半径为 r_h 的圆形,触觉感知的半径 r 采用虚拟人圆柱形包围盒的底圆半径(如图1(a)所示)。为了便于计算,本文不考虑视觉感知的聚焦导致的感知精度问题和智能体之间的遮挡问题。并且假设视觉感知和听觉感知的感知能力是一样的,即都可以感知到感知范围内其他智能体的位置和速度。听觉感知除了依赖于感知半径 r_h 还依赖于发声对象的发声范围。不同对象的发声范围是不同的,比如汽车的鸣笛可以提醒远处的行人避让;而行人的脚步声的范围很小,在人多的情况下不容易被注意到。为了更真实模拟现实环境,本文模型增加了虚拟人的发声范围——半径为 r_f 的圆形区域。规定:对于两个智能体 A 和 B ,当智能体 B

位于 A 的听觉感知范围内,并且智能体 A 位于 B 的发声范围内时, A 可以用听觉感知到 B 。触觉感知,其感知范围一般包含在听觉感知范围内,主要感知到的是可能发生的碰撞。

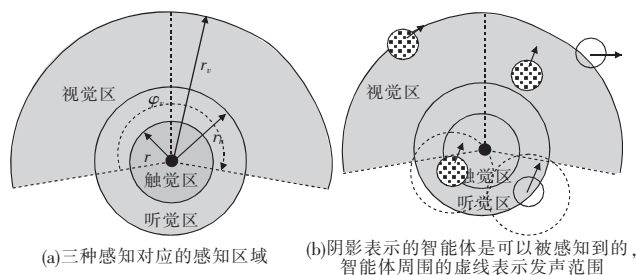


图1 虚拟人感知模型

2.1.2 反馈控制器

文献[7]指出,人的感知能力会随着感知到的信息量的增加而降低。本文模型假设每个智能体可以处理的信息量是固定的,视觉感知半径会根据周围感知到的其他智能体的个数而动态变化。假设最大可以感知到的智能体的个数 N_0 是恒定的。本文采用了二分法思想,使得能够感知到的智能体数始终趋近于最大可感知数 N_0 。初始时的感知半径为最大感知半径 r_{\max} ,在第 i 个感知周期的感知半径为 r_v^i 。变化规则如下:

$$r_v^i = \begin{cases} r_{\max} & n=0 \\ \frac{r_v^{i-1} + r_{\max}}{2} & n \leq N_0 \\ \frac{r_v^{i-1}}{2} & n > N_0 \\ r_{\min} & r_v^i < r_{\min} \end{cases} \quad (1)$$

其中: n 表示感知到的智能体数; N_0 、 r_{\min} 和 r_{\max} 都是常量。此外,当智能体长时间处于拥挤环境下时, r_v^i 的值会趋近于0。为防止该情况发生,需设置感知半径的下限。

2.1.3 拥塞控制器

在人群密集的情况下,往往发生拥塞。而真实的人群往往会很快速地疏散开。在不考虑拥塞控制时,ORCA的方法很容易造成人群的死锁,即人群中的智能体的速度趋近于零而无法及时疏散的现象。在不考虑全局导航的情况下,采用的一种临时改变目标点的方法来解决死锁的问题。

首先需要进行拥塞判断。通过实验发现拥塞发生前智能体的速度会迅速下降。令 $v_{\text{dead}} (v_{\text{dead}} < v_{\max})$ 表示判断拥塞发生的速度阈值,当智能体的速度小于这个阈值时,表示发生拥塞。然后当拥塞发生时,使 v_i^{pref} 的方向改变一个角度 θ_{inc} 。考虑到每个人差异性, θ_{inc} 选择 $[-60^\circ, 60^\circ]$ 中的一个随机值。最后,当拥塞结束时,将 v_i^{pref} 的方向恢复为指向原目标点的方向。

阈值的设定使得智能体可以提前预知拥塞的发生,而 v_i^{pref} 方向的改变使得智能体在陷入拥塞时多了更多的方向选择,从而更快地疏散开。

2.2 避碰方法

本文的局部避碰算法基于ORCA的方法,使用动态感知模型来计算可感知到的其他智能体,并引入了避碰责任选择方法,使不同的智能体承担有区别的避碰责任。

2.2.1 速度障碍区域

图2(a)中是以圆盘表示的 A 、 B 两个智能体。半径分别为 r_A 和 r_B ,位置分别为 p_A 和 p_B ,速度分别为 v_A 和 v_B 。令 $D(p, r)$ 表示以点 p 为中心半径为 r 的圆,即

$$D(p, r) = \{q \mid \|q - p\| < r\} \quad (2)$$

智能体 A 相对于智能体 B 的速度障碍区域 $VO_{A/B}^+$ 表示为:

在时间 τ 内 A 和 B 会发生碰撞的一组相对速度集合 (A 相对于 B 的速度集合)。于是有:

$$VO_{A|B}^{\tau} = \{ \exists t \in [0, \tau] : v \in D(p_B - p_A, r_A + r_B) \} \quad (3)$$

其中: 时间 τ 表示避碰响应时间, τ 值越大, 响应得越及时。

假设 B 的可选速度集为 V_B , 则 A 相对于 B 的避碰速度区域定义为

$$CA_{A|B}^{\tau}(V_B) = \{ v | v \notin VO_{A|B}^{\tau}, V_B \} \quad (4)$$

其中: \oplus 表示 Minkowski 和。

根据文献 [5] 的证明, 如果 A 选择的速度满足 $v_A \in CA_{A|B}^{\tau}(V_B)$, 则可以保证至少在时间 τ 内避免与 B 发生碰撞。同样地, 如果 B 选择的速度满足 $v_B \in CA_{B|A}^{\tau}(V_A)$, 则可以保证至少在时间 τ 内避免与 A 发生碰撞。 $VO_{A|B}^{\tau}$ 与 $CA_{A|B}^{\tau}(V_B)$ 的几何表示如图 2 所示。

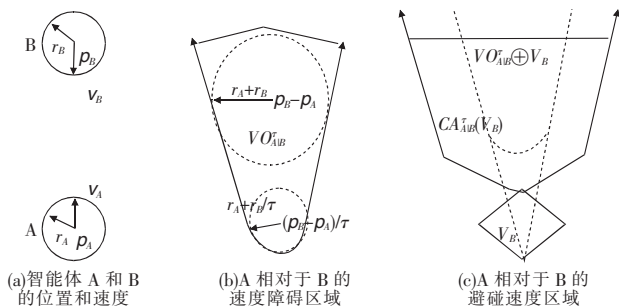


图 2 智能体 A 和 B 关系

2.2.2 最优相互避碰

为了保证智能 A 和 B 至少在时间 τ 内避免碰撞, 需要计算出 A 和 B 的可选速度集 V_A 和 V_B , 且满足 $CA_{A|B}^{\tau}(V_B) = V_A$ 和 $CA_{B|A}^{\tau}(V_A) = V_B$ 。有无数多对的 V_A 和 V_B 满足条件。ORCA 的方法是将 A、B 当前循环周期的速度 v_A 和 v_B 作为智能体 A 和 B 期望的最优速度 v_A^{opt} 和 v_B^{opt} [6]。这种假设是合理的, 因为一般人会最小地改变当前速度来避免碰撞。对于 A 选择这样的速度集, 该速度集中距离最优速度 v_A^{opt} 较近的速度是所有速度集中最多的, 称这个速度集为 $ORCA_{A|B}^{\tau}$ 。即, 对于其他的相互避碰的速度集组合 V_A 和 V_B (满足 $V_A \subseteq CA_{A|B}^{\tau}(V_B)$ 和 $V_B \subseteq CA_{B|A}^{\tau}(V_A)$), 以及对于所有的半径 $r (r > 0)$, 满足

$$|ORCA_{A|B}^{\tau} \cap D(v_A^{opt}, r)| \geq |ORCA_{B|A}^{\tau} \cap D(v_B^{opt}, r)| \geq \min(|V_A \cap D(v_A^{opt}, r)|, |V_B \cap D(v_B^{opt}, r)|) \quad (5)$$

对于 B 具有类似的定义。

$ORCA_{A|B}^{\tau}$ 和 $ORCA_{B|A}^{\tau}$ 的几何表示如图 3 所示。令 u 表示从 $v_A^{opt} - v_B^{opt}$ 到速度障碍区域边界最近点的向量:

$$u = (\arg \min_{v \in \partial VO_{A|B}^{\tau}} \|v - (v_A^{opt} - v_B^{opt})\|) - (v_A^{opt} - v_B^{opt}) \quad (6)$$

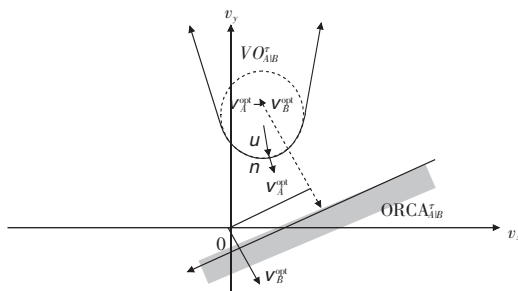


图 3 $ORCA_{A|B}^{\tau}$ 的几何表示

令 n 表示位于点 $(v_A^{opt} - v_B^{opt}) + u$ 指向 $VO_{A|B}^{\tau}$ 边界外侧的向量。向量 u 代表的意义是, 使得 A 和 B 避免碰撞需要作出最

小速度的改变。本文引入了避碰因子, 根据虚拟人感知模型感知到的信息来表示有区别的避碰责任。令 A 和 B 的避碰因子分别为 c_A 和 c_B , 且满足 $c_A + c_B = 1$ 。于是 A 相对于 B 的最优相互避碰区域可以表示为一个半平面:

$$ORCA_{A|B}^{\tau} = \{ v | (v - (v_A^{opt} + c_A u)) \cdot n \geq 0 \} \quad (7)$$

$$\text{同样地 } ORCA_{B|A}^{\tau} = \{ v | (v - (v_B^{opt} + c_B u)) \cdot n \geq 0 \} \quad (8)$$

其中: $\beta = 1 - \alpha$ 。

2.2.3 避碰责任的选择

ORCA 的方法对于避碰责任的选择没有过多的讨论。文献 [6] 简单地认为智能体 A 和 B 采用相同的避碰责任, 即分别承担 50%。本文采用一种有区别的避碰责任选择方法。对于智能体 A 和 B, 根据以下三种情况来确定避碰责任:

a) A、B 可以相互视觉感知到对方, 则双方各承担 50% 避碰责任。

b) A 可以视觉感知到 B, B 感知不到 A, 则 A 承担 100% 避碰责任; B 的情况类似。

c) A 可以听觉感知到 B, B 可以视觉感知到 A, 则 A 承担 30% 避碰责任, B 承担 70% 避碰责任; B 的情况类似。

情况 b) 中的“B 感知不到 A”, 是包括视觉感知和听觉感知。因为听觉感知要弱于视觉感知, 所以情况 c) 中, 本文规定 A 承担的避碰责任要小于 B。除以上三种情况之外, A、B 都无须承担避碰责任。需要解释的是, 当 A、B 都无法听觉感知到对方时, 视觉感知发挥的作用就很小了, 而这种情况发生的概率也很小, 无须考虑避碰。

2.3 算法流程

本文算法主要包括感知和避碰两个部分。感知部分通过 Kd-树可以快速查询邻近的智能体, 然后根据感知过滤器进行筛选, 得到可感知到的智能体的集合 B 以及对集合中每个智能体的避碰责任因子 c 。在避碰部分开始前需要先进行拥塞测试, 如果发生拥塞, 则计算出新的 v_i^{pref} 。避碰部分先根据集合 B 计算出一组代表 $ORCA_{A_i|B_i}$ 半平面区域的直线, 然后以 v_i^{pref} 为目标值进行二维线性规划, 求得速度 v_i^{new} 。算法 1 需要在每个循环周期 t 调用一次。理论上 t 越小, 计算精度越高, 但是计算量也会增加, 而过高的计算精度是没有必要的。算法得到的每个智能体的新速度用于在渲染周期计算智能体的位置。

算法 1 改进的 ORCA

输入: 智能体的集合 A 。

输出: 集合 A 中每个智能体的新速度 v_i^{new} 。

根据集合 A 创建 Kd-树 T

for 对 A 中的每个智能体 A_i do

 查询 Kd-树 T 得到待选集合 B'

 根据感知过滤器计算, 得到感知到的邻近智能体集合 B 和避碰责任因子 c

 if 发生拥塞 then

 根据拥塞控制器计算优选速度 v_i^{pref}

 end if

 for 对 B 中的每个智能体 B_i do

 计算最优相互避碰区域 $ORCA_{A_i|B_i}$

 end for

 使用二维线性规划计算出 A_i 的新速度 v_i^{new}

 根据反馈控制器更新模型参数

end for

3 实验结果

本文实验以虚拟人包围盒底面半径 $r = 1$ 作为单位长度, 在 200×200 的二维平面进行仿真。虚拟人三维模型顶点数为 1776, 面片数为 592。实验环境为: Intel Core 3.4 GHz 四核处理

器 4 GB 内存, NVIDIA GTX 650 显卡, Windows 7 64 位操作系统。软件开发环境为: Visual C++ 2010 和 DirectX 9.0c。

本文先通过小规模的人群仿真实验验证人群的局部行为, 然后通过大规模人群仿真分析算法的性能。实验采用的参数包括: 仿真循环周期 $\tau = 0.1$ s, 视觉感知角度 $\varphi_v = 220^\circ$, 避碰响应时间 $\tau = 5$ s。

3.1 局部行为验证

实验 1 验证视觉感知半径的动态变化。实验设定最大感知数 $N_0 = 7$, 最大视觉感知半径 $r_{\max} = 15$, 最小视觉感知半径 $r_{\min} = 4$, 听觉感知半径固定为 $r_{h\max} = 5.0$ 。实验场景为待测智能体穿过不同密度的行人流。根据式(1), 其感知半径会随着感知到的智能体数而变化, 人群密度较低时的感知半径要大于人群密度较高时的感知半径。仿真结果如图 4 所示。

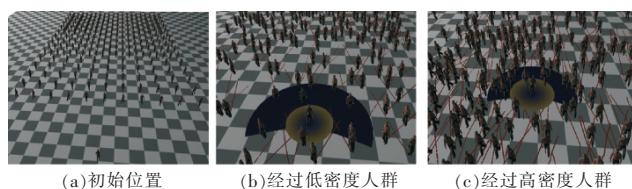


图 4 实验 1 仿真结果

实验 2 验证听觉感知的作用。两个虚拟人同向而行, 走在前面的虚拟人 A 最大速度 $v_{\max}^A = 2.0$, 走在后面的虚拟人 B 最大速度 $v_{\max}^B = 4.0$ 。A 的听觉感知半径 $r_{h\max} = 5.0$, B 发出脚步声的半径为 $r_f = 2.0$ 。实验对比了加入听觉感知前后虚拟人 B 超越虚拟人 A 的行为的不同。在没有听觉感知时, 虚拟人 A 感知不到 B, 不会采取避让行为; 加入听觉感知后, A 会做出避让行为。

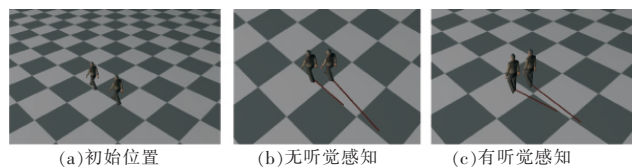


图 5 实验 2 仿真结果

实验 3 验证拥塞响应规则。10 个虚拟人围成圆, 目标点为各自在圆弧上相对的位置。在加入拥塞响应规则前, 随着人群的不断聚集, 使用二维线性规划求解出指向目标点方向的最优速度会越来越小, 从而导致死锁现象的发生, 长时间无法疏散, 见图 6(b)。加入拥塞响应规则后, 由于临时改变了每个虚拟人的目标方向, 使得人群可以顺利疏散, 更符合真实人群的行为。

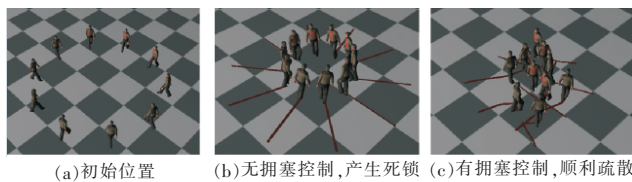


图 6 实验 3 仿真结果

3.2 性能分析

实验 4 验证不同规模下算法的性能以及与 ORCA 方法的对比。场景中的虚拟人初始位置固定站成一个方阵, 并且具有随机的最大速度 v_{\max} 。每个虚拟人的目标点是随机生成的, 当到达目标点后, 再随机生成下一个目标点。仿真场景如图 7 所示。实验结果(图 8)表明在人群密度较小的时候, 由于本文方法加入了感知以及额外的拥塞判断等, 比 ORCA 方法的性能稍差一点; 而当人群比较密集时, 本文方法的感知过滤器可以

去除无法感知到的智能体, 使得比 ORCA 方法的性能更好。

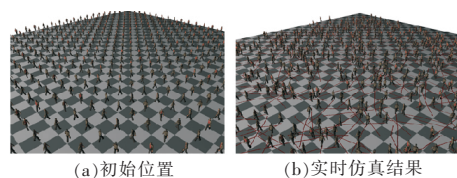


图 7 实验 4 仿真结果

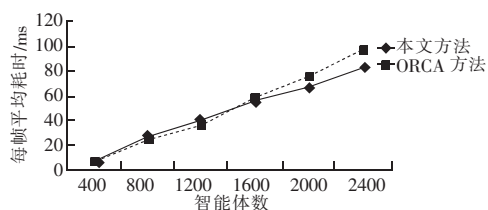


图 8 性能分析图

4 结束语

本文在已有的虚拟人感知模型的基础上提出了一种新的虚拟人动态感知模型, 并以此对 ORCA 局部避碰算法进行改进。使用拥塞判断与响应规则解决了人群拥塞问题, 有区别的避碰责任的加入使得人群的避碰行为更加符合真实场景。通过实验分析, 本文方法仿真得到的人群局部行为比 ORCA 方法更加真实, 而且具有较好的性能。由于本文侧重于人群局部避碰方法, 所以没有考虑虚拟人与静态障碍物之间的避碰。在具有障碍物的复杂场景中, 本文方法需要依赖于全局导航方法来生成一系列的导航点。如果根据三维场景生成导航图, 与本文的局部避碰方法结合, 是笔者下一步的工作。

参考文献:

- [1] Thalmann D, Musse S R. Crowd simulation [M]. 2nd ed. London: Springer-Verlag, 2013.
- [2] Reynolds C W. Flocks, herds and schools: a distributed behavioral model [C]//Proc of the 14th Annual Conference on Computer Graphics and Interactive Techniques. New York: ACM Press, 1987: 25-34.
- [3] Helbing D, Farkas I, Vicsek T. Simulating dynamical features of escape panic [J]. Nature, 2000, 407: 487-490.
- [4] Pelechano N, Allbeck J M, Badler N I. Controlling individual agents in high-density crowd simulation [C]//Proc of ACM SIGGRAPH/Eurographics Symposium on Computer Animation. Switzerland: Eurographics Association Aire-la-Ville, 2007: 99-108.
- [5] Van Den Berg J, Lin M, Manocha D. Reciprocal velocity obstacles for real-time multi-agent navigation [C]//Proc of IEEE International Conference on Robotics and Automation. [S. l.]: IEEE Press, 2008: 1928-1935.
- [6] Van Den Berg J, Guy S J, Lin M C. Reciprocal n-body collision avoidance [J]. Robotics Research: Springer Tracts in Advanced Robotics, 2011, 70: 3-49.
- [7] 倪慧. 自主虚拟人关键技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2007.
- [8] 肖俊, 李文通. 视觉信息在行人群体仿真中的应用[J]. 计算机辅助设计与图形学学报, 2012, 24(2): 217-226.
- [9] Ondrej J, Pettré J, Olivier A H, et al. A synthetic-vision based steering approach for crowd simulation [C]//Proc of ACM SIGGRAPH. New York: ACM Press, 2010: 123.
- [10] 孙立博. 虚拟人群行为建模及仿真技术研究[D]. 天津: 天津大学, 2011.
- [11] Van Toll W G, Cook IV A F, Geraerts R. A navigation mesh for dynamic environment [J]. Computer Animation and Virtual Worlds, 2012, 23(6): 535-546.