Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное   
учреждение высшего образования

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

**Отчёт по лабораторной работе**

**«Применение ряда Маклорена для вычисления синуса, косинуса, экспоненты и натурального логарифма»**

**Выполнил**:

студент группы 3821Б1ПМ2

Борисов С.А.

**Проверил**:

преподаватель каф. МОСТ,

Волокитин В.Д.

Нижний Новгород

2021

**Содержание**

[Постановка задачи 3](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark0)

[Методы решения 4](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark1)

[Руководство пользователя 6](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark2)

[Описание программной реализации 7](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark3)

[Подтверждение корректности 8](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark4)

[Результаты экспериментов 9](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark5)

[Заключение 16](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark6)

[Приложение 17](file:///C:\\Users\\syato\\1_КУРС\\ЯиМП\\лабараторная%20работа%201\\mp1-3821B1PM2\\SyatovNikita\\Lab_Sort_1\\Отчёт%20по%20лабароторной%20работе1.docx" \l "_bookmark7)

# Постановка задачи

Цель лабораторной работы: реализовать на языке программирования C для данных типа double функции вычисления синуса, косинуса, экспоненты и натурального логарифма с использованием прямого и обратного методов суммирования элементов ряда Маклорена, описать алгоритм и программную реализацию этих суммирований, провести эксперименты, показывающие корректность вычислений и сравнивающие точность обоих суммирования, а также описать способ проведения экспериментов и сделать вывод на основе полученных результатов.

# Методы решения

**Для подсчёта функций использовались следующие разложения в ряд Маклорена:**

**• Синус:**

3342704720a80cd858d7bedc5e4b7928

**• Косинус:**

419-1b6b2f6917cb2a36bae077dde0c7ca8e

**• Экспонента:**

img-ZadGav

**• Натуральный логарифм:**

295-fe09c4cd0a360af0bb420fa7c5ec10b2

**Также использовались следующие методы суммирования:**

**• Прямое суммирование:**

Этот метод подразумевает суммирование элементов ряда Маклорена с его начала

**• Обратное суммирование:**

Этот метод подразумевает суммирование элементов ряда Маклорена, начиная с i-ого элемента и до начала ряда

# Руководство пользователя

В начале программа выводит пронумерованный список функций для вычисления (рис. 1)

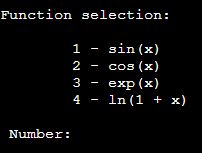


Рисунок 1 - вывод списка функций

Также на этом этапе программа выводит фразу «Number: », напротив которой пользователю нужно ввести номер функции (цифру от 1 до 4) согласно выведенному списку.

Далее программа выводит фразу «The value of x: », напротив которой пользователю нужно ввести значение аргумента х для выбранной функции.

Если введённые данные соответствуют одному из четырёх номеров функций, программа выведет следующий набор фраз для каждого метода суммирования:

• «Function result: », напротив которой выведется результат вычисления выбранной функции для выбранного аргумента х

• «Absolute error: », напротив которой выведется значение абсолютной погрешности вычислений

• «Relative error: », напротив которой выведется значение относительной погрешности вычислений в процентах

Перед выведением набора этих фраз для прямого суммирования выводится фраза «For straight sum:», а перед выведением этого же набора фраз для обратного суммирования выводится фраза «For reverse sum:»

Если же введённые пользователем данные не удовлетворяют требованиям, то программа выведет фразу «ERROR: invalid function number» и сразу завершится.

# Описание программной реализации

Основные функции:

**double straight\_summ(double function(double, uint), double x\_sum, double first\_summand)** - на вход функция принимает выбранную пользователем функцию, значение аргумента х и первый элемент в ряду Маклорена для выбранной функции. Функция вычисляет значение выбранной функции, используя прямое суммирование и возвращает сумму элементов ряда Маклорена для этой функции.

**double reverse\_summ(double function(double, uint), double x\_sum, double first\_summand)** - на вход функция принимает выбранную пользователем функцию, значение аргумента х и первый элемент в ряду Маклорена для выбранной функции. Функция вычисляет значение выбранной функции, используя обратное суммирование и возвращает сумму элементов ряда Маклорена для этой функции.

**double sinx(double x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции синуса.

**double cosx(double x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции косинуса.

**double expx(double x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции экспоненты.

**double ln\_1\_plus\_x(double x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции натурального логарифма.

# Подтверждение корректности

Для подтверждения корректности программной реализации использовались стандратные функции sin(), cos(), exp() и log() из библиотеки math.h.

С помощью реализованных функций absolute\_error() и relative\_error() вычисляются абсолютная и относительная погрешность вычислений соответственно.

# Результаты экспериментов

**Синус:**

Прямое суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Абсолютная  погрешность | 0.00000000000002 | 0.0000000000000001 | 0.0000000000000001 | 0.00000000000002 | 0.0000000000026438 | 0.0000000051327279 |
| Относительная  погрешность | 0.0000000000036734% | 0.0000000000000116% | 0.0000000000000116% | 0.0000000000036734% | 0.0000000004065544% | 0.0000005622163954% |

Обратное суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Абсолютная  погрешность | 0.0000000000002933 | 0.000000000000005 | 0.000000000000005 | 0.0000000000002933 | 0.0000000000306644 | 0.0000000011312729 |
| Относительная  погрешность | 0.0000000000539172% | 0.000000000000521% | 0.000000000000521% | 0.0000000000539172% | 0.0000000047155057% | 0.0000001239146434% |

**Косинус:**

Прямое суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Абсолютная  погрешность | 0.0000000000001523 | 0.0000000000000005 | 0.0000000000000005 | 0.0000000000001523 | 0.0000000000094558 | 0.0000000005703136 |
| Относительная  погрешность | 0.0000000000181537% | 0.0000000000001761% | 0.0000000000001761% | 0.0000000000181537% | 0.0000000012446913% | 0.0000001397546431% |

Обратное суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Абсолютная погрешность | 0.000000000000096 | 0.0000000000000004 | 0.0000000000000004 | 0.000000000000096 | 0.0000000000435577 | 0.0000000039778491 |
| Относительная погрешность | 0.0000000000114453% | 0.000000000000137% | 0.000000000000137% | 0.0000000000114453% | 0.0000000057336325% | 0.0000009747669689% |

**Экспонента:**

Прямое суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Абсолютная погрешность | 0.0000000000000784 | 0.0000000000000008 | <0.00000000000000001 | 0.000000000003638 | 0.0000099483877420 | 15.2993919253349304 |
| Относительная погрешность | 0.0000001726707771% | 0.0000000000123064% | <0.00000000000000001% | 0.0000000000000165% | 0.0000000003043235% | 0.0000031534398082% |

Обратное суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -10 | -5 | 5 | 10 | 15 | 20 |
| Абсолютная погрешность | 0.0000000000001206 | 0.0000000000000001 | 0.0000000000000853 | 0.0000000000145519 | 0.0000029597431421 | 6.0446369051933289 |
| Относительная погрешность | 0.0000002655865535% | 0.0000000000017764% | 0.0000000000000575% | 0.0000000000000661% | 0.0000000000905392% | 0.0000012458925409% |

**Натуральный логарифм:**

Прямое суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -0.99 | -0.75 | -0.5 | 0.5 | 0.75 | 1 |
| Абсолютная погрешность | 0.5628124153342062 | 0.0000000429051656 | 0.0000000000000002 | 0.0000000000000001 | 0.0000000065275553 | 0.010099980015973 |
| Относительная погрешность | 13.9228748979130241% | 0.0000030949535808% | 0.0000000000000320% | 0.0000000000000274% | 0.0000011664351397% | 1.4571191082121893% |

Обратное суммирование:

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -0.99 | -0.75 | -0.5 | 0.5 | 0.75 | 1 |
| Абсолютная погрешность | 0.5507122939914559 | 0.0000000315787323 | 0.0000000000000001 | 0.0000000000000001 | 0.000000004798878 | 0.0099000199840272 |
| Относительная погрешность | 13.5828835484651016% | 0.0000022779240759% | 0.0000000000000160% | 0.0000000000000137% | 0.0000008575308464% | 1.4282709735657722% |

Сравнивая полученные результаты, можно сделать вывод о том, что для функции синуса более точен прямой метод суммирования, для косинуса - обратный, для экспоненты - прямой, для логарифма - обратный.

# Заключение

В ходе данной лабораторной работы были реализованы на языке программирования C для типа данных double функции вычисления синуса, косинуса, экспоненты и натурального логарифма с использованием прямого и обратного методов суммирования элементов ряда Маклорена. Также были описаны алгоритмы и программная реализация этих суммирований, были проведены эксперименты, показывающие корректность вычислений и сравнивающие точность обоих методов суммирования, был описан способ проведения экспериментов и сделан вывод на основе полученных результатов.

**Приложение**

