Министерство науки и высшего образования Российской Федерации

Федеральное государственное автономное образовательное   
учреждение высшего образования

Национальный исследовательский Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского

Институт информационных технологий, математики и механики

**Отчёт по лабораторной работе**

**«Методы суммирования членов ряда Маклорена для приближенного вычисления математических функций»**

**Выполнил**:

студент группы 3821Б1ПМ2

Борисов С.А.

**Проверил**:

преподаватель каф. МОСТ,

Волокитин В.Д.

Нижний Новгород

2022

**Оглавление**

**[Постановка задачи 3](#_Toc30018)**

**[Методы решения 4](#_Toc28017)**

**[Руководство пользователя 5](#_Toc30145)**

**[Описание программной реализации 6](#_Toc6569)**

**[Подтверждение корректности 8](#_Toc25952)**

**[Результаты экспериментов 9](#_Toc7284)**

**[Заключение 13](#_Toc12541)**

# Постановка задачи

Цель лабораторной работы: реализовать на языке программирования C для типа данных float функции суммирования элементов ряда Маклорена для математических функций sin(x), cos(x), exp(x) и ln(1+x), используя три метода: Прямое, Обратное и Попарное суммирования, описать алгоритм и программную реализацию этих суммирований, провести эксперименты, показывающие корректность и сравнивающие точность вычисления данных методов суммирования, вычислив абсолютную и относительную погрешность, а также описать способ проведения экспериментов и сделать вывод на основе полученных результатов.

# Методы решения

Для подсчёта функций использовались следующие разложения в ряд Маклорена:

**• Синус:**

3342704720a80cd858d7bedc5e4b7928

Изображение 1: разложение функции синуса в ряд Маклорена

**• Косинус:**

419-1b6b2f6917cb2a36bae077dde0c7ca8e

Изображение 2: разложение функции косинуса в ряд Маклорена

**• Экспонента:**

img-ZadGav

Изображение 3: разложение функции экспоненты в ряд Маклорена

**• Натуральный логарифм от (1+х):**

295-fe09c4cd0a360af0bb420fa7c5ec10b2

Изображение 4: разложение функции натурального логарифма от (1+x) в ряд Маклорена

Также использовались следующие методы суммирования:

**• Прямое суммирование:**

Этот метод подразумевает суммирование элементов ряда Маклорена начиная с начала ряда (первого элемента)

**• Обратное суммирование:**

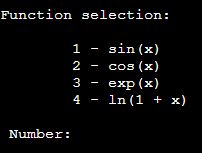
Этот метод подразумевает суммирование элементов ряда Маклорена, начиная с i-ого элемента и в обратном порядке до начала ряда (первого элемента)

**• Попарное суммирование:**

Этот метод подразумевает суммирование элементов ряда Маклорена попарно, то есть складываются сначала каждые два соседних элемента и записываются в общую сумму (если количество элементов нечётно, то один элемент без пары просто добавляется в общую сумму)

# Руководство пользователя

В начале программа выводит пронумерованный список функций для вычисления (рис. 1)



Изображение 5: вывод списка функций

Также на этом этапе программа выводит фразу «Number: », напротив которой пользователю нужно ввести номер функции (цифру от 1 до 4) согласно выведенному списку.

Далее программа выводит фразу «The value of x: », напротив которой пользователю нужно ввести значение аргумента х для выбранной функции.

Если введённые данные соответствуют одному из четырёх номеров функций, программа выведет следующий набор фраз для каждого метода суммирования:

• «Function result: », напротив которой выведется результат вычисления выбранной функции для выбранного аргумента х

• «Absolute error: », напротив которой выведется значение абсолютной погрешности вычислений

• «Relative error: », напротив которой выведется значение относительной погрешности вычислений в процентах

Перед выведением набора этих фраз для прямого суммирования выводится фраза «For straight sum:», перед выведением этого же набора фраз для обратного суммирования выводится фраза «For reverse sum:» , а для попарного: «For pairwise sum:»

Если же введённые пользователем данные не удовлетворяют требованиям, то программа выведет фразу «ERROR: invalid function number» и сразу завершится.

# Описание программной реализации

Основные функции:

**float straight\_summ(float function(float, uint), float x\_sum, float first\_summand)** - на вход функция принимает выбранную пользователем функцию, значение аргумента х и первый элемент в ряду Маклорена для выбранной функции. Функция вычисляет значение выбранной функции, используя прямое суммирование и возвращает сумму элементов ряда Маклорена для этой функции.

**float reverse\_summ(float function(float, uint), float x\_sum, float first\_summand)** - на вход функция принимает выбранную пользователем функцию, значение аргумента х и первый элемент в ряду Маклорена для выбранной функции. Функция вычисляет значение выбранной функции, используя обратное суммирование и возвращает сумму элементов ряда Маклорена для этой функции.

**float pairwise\_summ(float function(float, uint), float x\_sum, float first\_summand)**

- на вход функция принимает выбранную пользователем функцию, значение аргумента х и первый элемент в ряду Маклорена для выбранной функции. Функция вычисляет значение выбранной функции, используя попарное суммирование и возвращает сумму элементов ряда Маклорена для этой функции.

**float sinx(float x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции синуса.

**float cosx(float x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции косинуса.

**float expx(float x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции экспоненты.

**float ln\_1\_plus\_x(float x, uint i)** - на вход функция принимает значение аргумента х и номер элемента в ряду Маклорена. Функция вычисляет и возвращает множитель для нахождения следующего элемента ряда Маклорена для функции натурального логарифма от (1+x).

# Подтверждение корректности

Для подтверждения корректности программной реализации использовались стандартные функции sin(), cos(), exp() и log() из библиотеки math.h.

С помощью реализованных функций absolute\_error() и relative\_error() вычисляются абсолютная и относительная погрешность вычислений соответственно.

# Результаты экспериментов

**Синус:**

**Прямое суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная  погрешность | 0.00004625 | 0.00199753 | 0.04298201 | 0.57027829 |
| Относительная  погрешность | 0.00611166% | 0.2083095 % | 15.38283062% | 86.80211639% |

**Обратное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная  погрешность | 0.00000185 | 0.00014782 | 0.00460851 | 0.08375895 |
| Относительная  погрешность | 0.00024415% | 0.01541514 % | 1.64934027 % | 12.74895859% |

**Попарное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная погрешность | 0.00004625 | 0.00199765 | 0.04298103 | 0.57027853 |
| Относительная погрешность | 0.00611166% | 0.20832193% | 15.38247871% | 86.80215454% |

**Косинус:**

**Прямое суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная  погрешность | 0.00019509 | 0.00673434 | 0.12036765 | 1.36361814 |
| Относительная  погрешность | 0.02984593% | 2.37407064% | 12.53607273% | 180.87466431% |

**Обратное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная погрешность | 0.00000954 | 0.00055850 | 0.01446962 | 0.22474307 |
| Относительная погрешность | 0.00145901% | 0.19688752% | 1.50698519% | 29.81063652% |

**Попарное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная погрешность | 0.00019509 | 0.00673410 | 0.12036753 | 1.36361861 |
| Относительная погрешность | 0.02984593% | 2.37398672% | 12.53606033% | 180.87471008% |

**Экспонента:**

**Прямое суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная погрешность | 2.79179764 | 19.79412842 | 103.28591919 | 440.06378174 |
| Относительная погрешность | 5.11335564% | 13.33717823% | 25.60201836% | 40.12862015% |

**Обратное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная погрешность | 1.16639709 | 10.10600281 | 61.62878418 | 297.08746338 |
| Относительная погрешность | 2.13633084% | 6.80937099% | 15.27624702% | 27.09086800% |

**Попарное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | 4 | 5 | 6 | 7 |
| Абсолютная погрешность | 2.79179764 | 19.79412842 | 103.28591919 | 440.06372070 |
| Относительная погрешность | 5.11335564% | 13.33717823% | 25.60201836% | 40.12861633% |

**Натуральный логарифм от (1+x):**

**Прямое суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -0.9 | -0.5 | 0.5 | 0.9 |
| Абсолютная погрешность | 0.26175213 | 0.00039691 | 0.00014982 | 0.02383465 |
| Относительная погрешность | 11.36775208% | 0.05726162% | 0.03694924% | 3.71340704% |

**Обратное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -0.9 | -0.5 | 0.5 | 0.9 |
| Абсолютная погрешность | 0.21870542 | 0.00017995 | 0.00006720 | 0.01921207 |
| Относительная погрешность | 9.49825668% | 0.02596078% | 0.01657460% | 2.99321508% |

**Попарное суммирование:**

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| Значение х | -0.9 | -0.5 | 0.5 | 0.9 |
| Абсолютная погрешность | 0.26175189 | 0.00039697 | 0.00014982 | 0.02383459 |
| Относительная погрешность | 11.36774158% | 0.05727022% | 0.03694924% | 3.71339774% |

**Вывод**

Сравнивая полученные результаты, можно сделать вывод о том, что обратное суммирование значительно точнее, чем прямое и попарное. В то же время прямое и попарное суммирования имеют практически одинаковую точность, причём попарное суммирование в большинстве случаев хоть и незначительно, но, тем не менее, более точное, чем прямое.

# Заключение

В ходе данной лабораторной работы были реализованы на языке программирования C для типа данных float функции прямого, обратного и попарного методов суммирования элементов ряда Маклорена для математических функций sin(x), cos(x), exp(x) и ln(1+x). Также были описаны алгоритмы и программная реализация этих суммирований, были проведены эксперименты, показывающие корректность вычислений и сравнивающие точность методов суммирования, был описан способ проведения экспериментов и сделан вывод на основе полученных результатов.