

0829题目讨论



➤ 问题1：气球游戏

贪心原则：

用队列维护依次击打气球的过程，然后用一个统计数组记录当前队列中每个颜色的数量。

```
queue<int> q;
int cnt[2005];
int n,m,tot;
int ans = 1e9;
int main(){
    cin>>n>>m;
    tot = 0;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        int x;
        cin>>x;
        q.push(x);
        cnt[x]++;
        if(x && cnt[x]==1) tot++;
        while(cnt[q.front()]>1 || q.front()==0)
        {
            cnt[q.front()]--;
            q.pop();
        }
        if(tot == m && ans>q.size()) ans = q.size();
    }
    if(ans != 1000000000) cout<< ans;
    else cout<< -1;
    return 0;
}
```

› 涂色

区间dp

我们用 $f[i][j]$ 表示 i 到 j 这段最少需要的涂色次数。那么
如果 $s[i] == s[j]$ 那么 $f[i][j] = \min\{f[i+1][j], f[i][j-1], f[i+1][j-1] + 1\}$

或者是

如果 $s[i] \neq s[j]$ 那么 $f[i][j] = \min(f[i][k] + f[k+1][j]) (i \leq k < j)$

参考代码：

```
int f[55][55];
char s[55];
int main(){
    scanf("%s",s+1);
    int n=strlen(s+1);
    memset(f,0x3f,sizeof(f));
    for(int i=1;i<=n;i++) f[i][i]=1;
    for(int l=1;l<n;l++)
        for(int i=1;i<=n;i++)
        {
            int j=i+l;if(j>n)break;
            if(s[i]==s[j])
            {
                if(l==1)f[i][j]=1;
                else
                {
                    f[i][j]=min(f[i+1][j],f[i][j-1]);
                    f[i][j]=min(f[i][j],f[i+1][j-1]+1);
                }
            }
            else for(int k=i;k<j;k++)f[i][j]=min(f[i][k]+f[k+1][j],f[i][j]);
        }
    printf("%d",f[1][n]);
    return 0;
}
```

➤ 问题3:分配机器

dp

我们用 $dp[i][j]$ 表示 i 个公司分配 j 台机器所产生的收益。

$$dp[i][j] = \max(dp[i][j], dp[i-1][j-k] + a[i][k]) \quad (k \leq j)$$

参考代码：

```
int n,m,a[105][105],dp[105][105];
int main()
{
    cin>>m>>n;
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            cin>>a[i][j];
        }
    }
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        for(int j=1;j<=m;j++)
        {
            for(int k=0;k<=j;k++)
            {
                dp[i][j]=max(dp[i][j],dp[i-1][j-k]+a[i][k]);
            }
        }
    }
    cout<<dp[n][m];
    return 0;
}
```

➤ 问题4:何老板出差

每次走 D 个单位，任意三个点 x_1, x_2, x_3 ，要能互相到达，那么三个点之间的路程差值一定都是 D 的倍数。

换句话说， D 是它们间距的公约数。要使 D 最大，则 D 取最大公约数。

因此把起点 x 和各个点 x_i 放在一起排序，取相邻两点的距离的最大公约数。

参考代码：

```
const int Maxn = 1e5+7;
int n,ans,x[Maxn];

int gcd(int a,int b)
{
    if(b==0) return a;
    return gcd(b,a%b);
}

int main()
{
    cin>>n>>x[0];
    for(int i=1;i<=n;i++)
    {
        cin>>x[i];
    }
    sort(x,x+n+1);
    ans = x[1]- x[0];
    for(int i=2;i<=n;i++)
    {
        ans = gcd(ans,x[i] - x[i-1]);
    }
    cout<<ans;
    return 0;
}
```

➤ 问题5:何老板请客3

分为两步：

一是从 n 名队员中选出 r 个队员，满足编号差 $\geq k$ 的方案

二是把 r 个队员分配成 $\leq m$ 个组的方案

二者乘积就是答案

第二步简单：就是第二类斯特林数。

第一步仍然利用“隔板法”。将 n 个人排成一排，要求编号差 $\geq k$ ，那我们可以先让编号差 $=k$ ，让 r 个队员及其两两之间的 k 个人先站好，还剩 $n-r*k-1$ 个人，把这些剩余人员随意安插到队形中去，都是满足条件的。问题就转换成了，把 $n-r*k-1$ 个人分成 $r+1$ 组（因为队首+队尾+ r 个人隔开的 $r-1$ 段），允许有空。

➤ 问题6:序列统计

首先考虑一个长度为 n 的序列，把第 i 个数 $+i$ ，问题就转化为求单调上升的序列数量，元素的取值范围也由 $[l,r]$ 变为 $[l+1,r+n]$ ，所以方案数为 $C(r+n-l,n)$ ，然后把所有的加起来就行了，最后要求的变为 $C(n+r-l+1,r-l+1)$

➤ 问题7:回文

首先分析满足构成回文串的条件

- 1.N为奇数：串中只有一个字母出现次数为奇数，其余全为偶数；
- 2.N为偶数：串中所有字母出现的次数都为偶数

然后我们再分析在满足构成回文串的条件下计算方案的方法
事先统计出每个字母出现的次数,分别为 $\text{cnt}_1, \text{cnt}_2, \dots, \text{cnt}_{26}$

因为回文串左右对称，我们只需要讨论左边 $N/2$ 个位置的情况即可。

令 $N=N/2$, $\text{cnt}_1/=2$, $\text{cnt}_2/=2$, \dots , $\text{cnt}_{26}/=2$

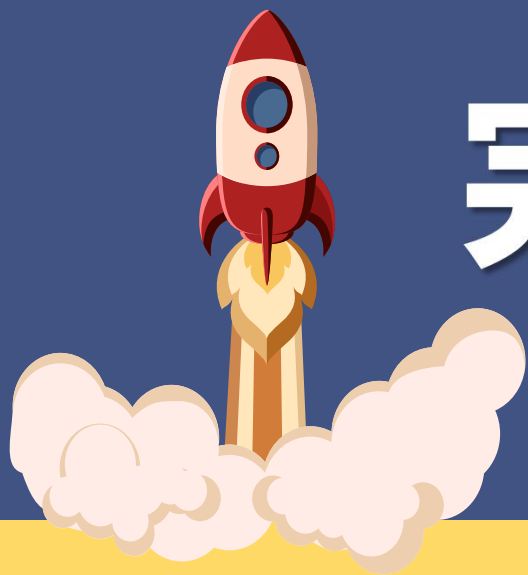
对于字母'a',它可以从 N 个位置中选 cnt_1 个位置出来放置

方案数为 $C[N][\text{cnt}_1]$

对于字母'b',它可以从 $N-\text{cnt}_1$ 个位置中选 cnt_2 个位置出来放置，方案数为 $C[N-\text{cnt}_1][\text{cnt}_2]$

以此类推，总方案数即为 C 的所有乘积对于1000000007取模

但是为了防止中间结果溢出，我们应该注意用乘法逆元求解



完！

以梦为码 心之所往

