数据结构

2017秋季　刘鹏远

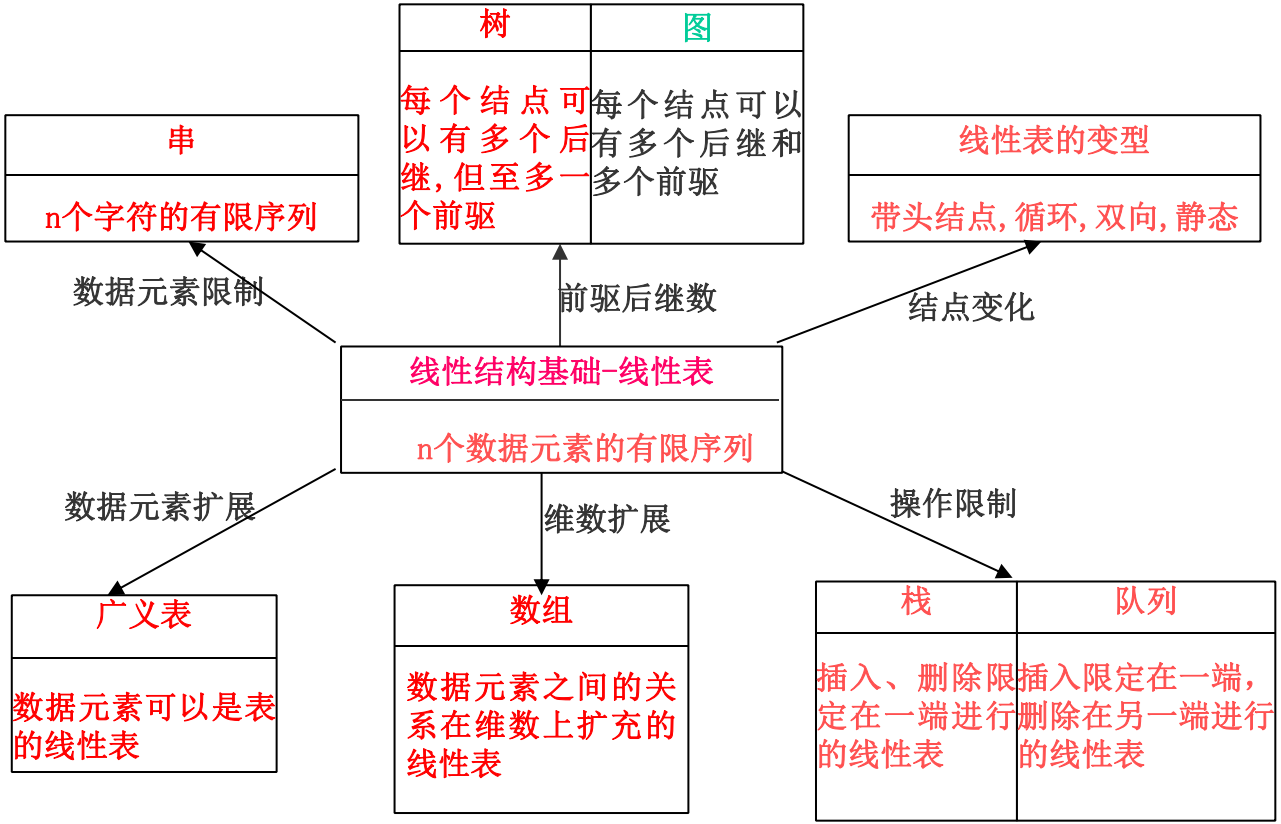

树
每个结点可以有多个后继，但至多一个前驱
图
每个结点可以有多个后继和多个前驱
串
n个字符的有限序列
线性表的变型
带头结点，循环，双向，静态
数据元素限制
前驱后继数
结点变化
线性结构基础-线性表
n个数据元素的有限序列
数据元素扩展
维数扩展
操作限制
广义表
数据元素可以是表的线性表
数组
数据元素之间的关系在维数上扩充的线性表
栈
插入、删除限定在一端进行的线性表
队列
插入限定在一端，删除在另一端进行的线性表

图
GRAPH

- 图的基本概念
- 图的存储表示
- 图的遍历与连通性
- 图的遍历应用
- 最小生成树
- 最短路径
- 其他等(选修)

图的基本概念

图是以多对多关系定义的网状结构。是一类非常重要的非线性结构。是一种应用非常广泛的数据结构。

eg：地图着色问题、交通网规划、通信网络、电路分析、寻找最短路由，项目规划，鉴别化合物、统计力学、遗传学、控制论、语言学，以及社会科学如社会计算等.....

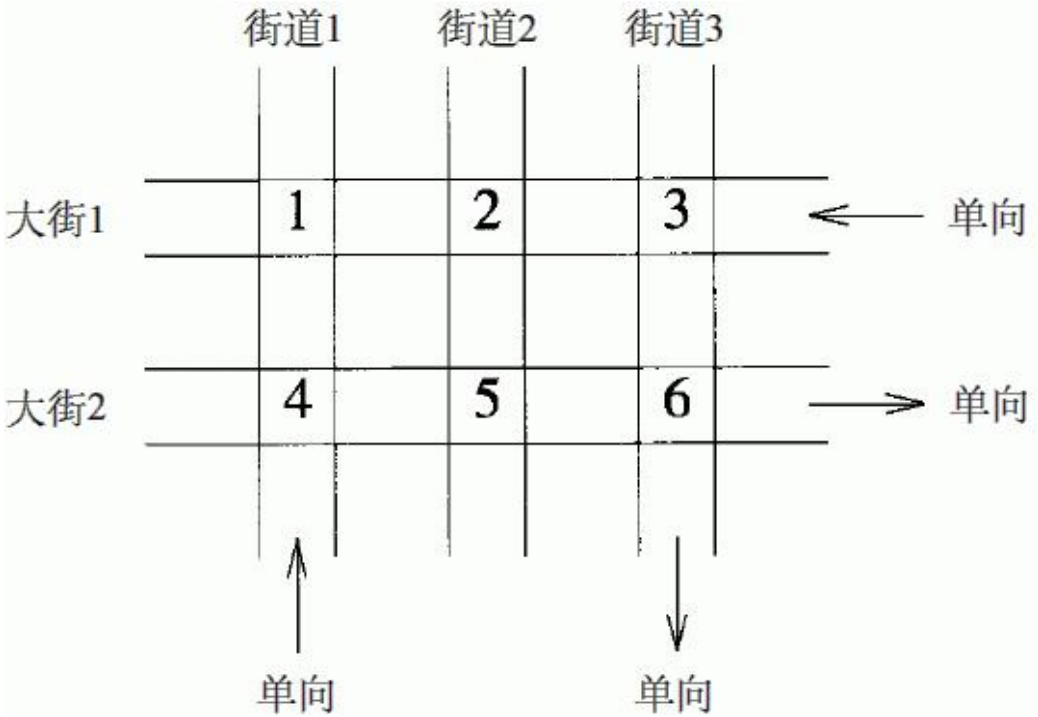
重点：图表示及其遍历算法

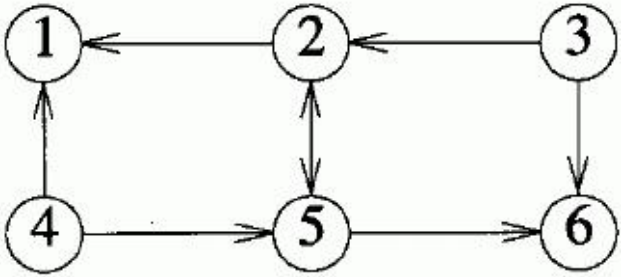
难点：基于图的遍历算法的应用

图的基本概念

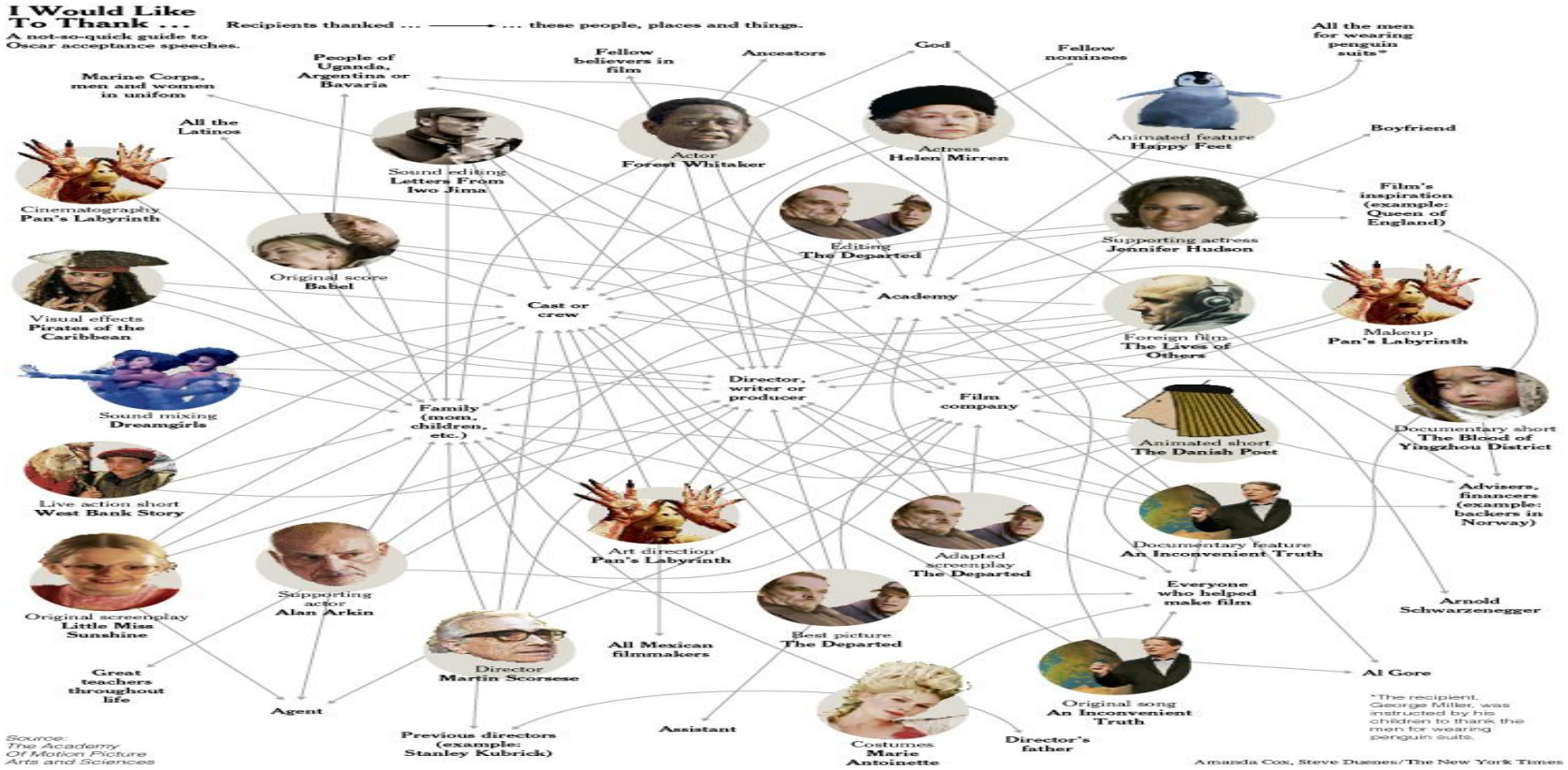

泡芙工坊
咖乐多
语言友谊副食店
北京语言大学
逸夫体育馆
北京语言大
学-风雨操场
孔子
北京语言大学
语言学院邮政所
北京语言大学
北京语言大学学
生宿舍13号楼
北京语言大学学
生宿舍12号楼
北京语言大
学-网球场
我爱南洋菜
五道口店
北京语言大学-
比较文学研究所
北京语言大
学幼儿园
北京语言
大学医院
友谊超市
北京语
学综合
森电脑培训
美
树荟
4
9
3
5
6
5
2

图的基本概念





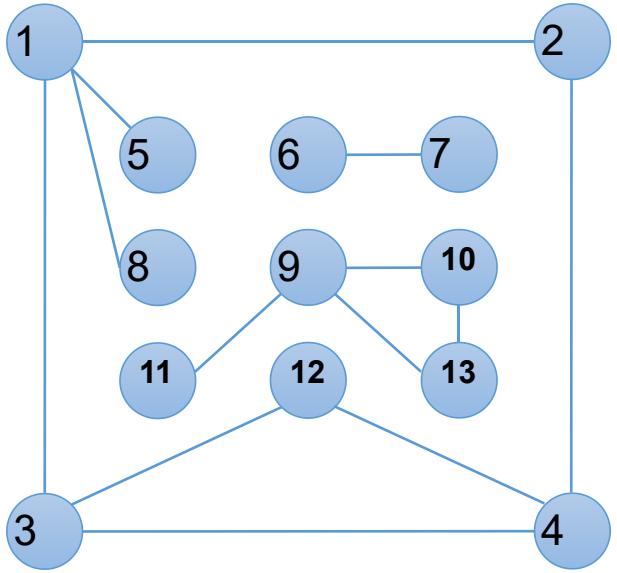
图的基本概念


I Would Like To Thank . . .
A not-so-quick guide to Oscar acceptance speeches.
Recipients thanked . . . → . . . these people, places and things.
Marine Corps, men and women in uniform
People of Uganda, Argentina or Bavaria
Fellow believers in film
Ancestors
God
Fellow nominees
All the men for wearing penguin suits*
All the Latinos
Sound editing Letters From Iwo Jima
Actor Forest Whitaker
Actress Helen Mirren
Animated feature Happy Feet
Boyfriend
Cinematography Pan's Labyrinth
Editing The Departed
Supporting actress Jennifer Hudson
Film's inspiration (example: Queen of England)
Original score Babel
Academy
Visual effects Pirates of the Caribbean
Cast or crew
Foreign film The Lives of Others
Makeup Pan's Labyrinth
Director, writer or producer
Sound mixing Dreamgirls
Family (incen, children, etc.)
Film company
Animated short The Danish Poet
Documentary short The Blood of Yingzhou District
Live action short West Bank Story
Art direction Pan's Labyrinth
Adapted screenplay The Departed
Documentary feature An Inconvenient Truth
Advisers, financers (example: backers in Norway)
Original screenplay Little Miss Sunshine
Supporting actor Alan Arkin
Everyone who helped make film
Arnold Schwarzenegger
Best picture The Departed
All Mexican filmmakers
Director Martin Scorsese
Great teachers throughout life
Agent
Original song An Inconvenient Truth
Al Gore
Assistant
Director's father
Previous directors (example: Stanley Kubrick)
Costumes Marie Antoinette
*The recipient, George Miller, was instructed by his children to thank the men for wearing penguin suits.
Source: The Academy Of Motion Picture Arts and Sciences
Amanda Cox, Steve Duenes/The New York Times

图的基本概念

图定义

图是由顶点集合(vertex)及顶点间的关系(R)集合组成的一种数据结构：



图中的数据元素称为顶点

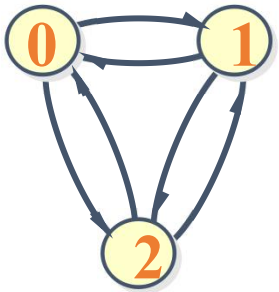
任意两个顶点v，w间存在或不存在关系，存在关系就用两个顶点间的连线进行表示

图的基本概念

设V是顶点的有穷非空集合;VR是两个顶点间关系集合：VR中任意**有序对**<v,w>，表示从v到w的一条**弧(有向边)**，v为**弧尾**（Tail）或初始点，w为**弧头**（Head）或终端点且此时的图为**有向图**

定义此图谓词P(v,w)表示

从v到w的一条单向**通路**。

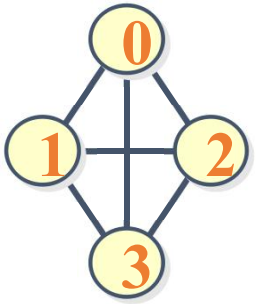


图的基本概念

设V是顶点的有穷非空集合;VR是两个顶点间关系集合：

对VR中，对任意有序对<v,w>，若<w,v>必存在，则VR是对称的，此时以**无序对(v,w)**代替上述两个有序对，表示v与w之间的一条**边(Edge)**，

此时的图称为**无向图**。



图的基本概念

现在可以更明确的定义图：

$$Graph = (V, E)$$ **其中：**

$V = \{ x \mid x \in$ 某个数据对象$\}$ 是顶点的有穷非空集合；

$E = \{(x, y) \mid x, y \in V\}$ 或

$E = \{<x, y> \mid x, y \in V \ \&\& \ Path\ (x, y)\}$

是顶点之间关系的有穷集合(边/弧集合)

图的基本概念

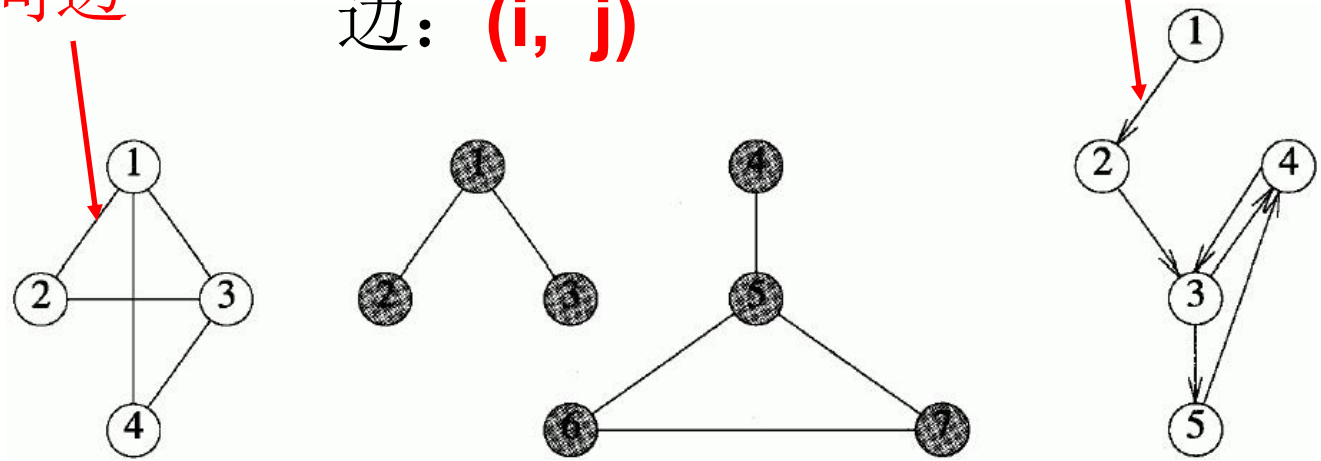
(1)顶点　(2)边　(3)无向边　(4)有向边（弧）
(5)邻接于　(6)邻接至　（邻接顶点）
(9)无向图 (10)有向图 (11)完全图 (12)稀疏图 (13)稠密图
(14)带权图 (15)子图
(16)顶点的度 (17)入度　(18)出度
(19)路径　(20)路径长度　(21)简单路径　(22)回路
(23)连通图 (24)连通分量 (25)强连通图 (26)强连通分量
(27)生成树 (28)生成森林

图的基本概念

有向边(弧)<1,2>

无向边

边：**(i，j)**



无向 **E={(1,2),(1,3),(1,4),(2,3),(3,4)}**

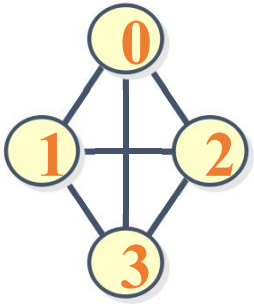
有向 **E={<1,2>,<2,3>,<3,4>,<4,3>,<3,5>,<5,4>}**

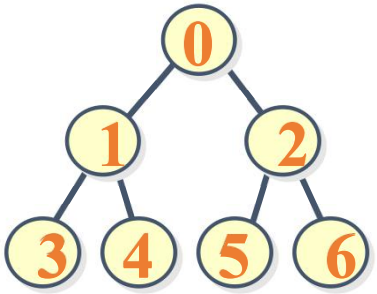
图的基本概念

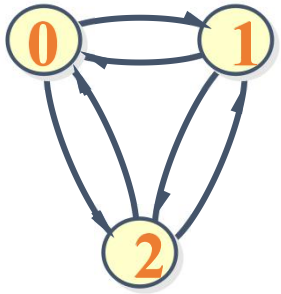
无向图：所有边都是无向边的图，所有顶点对(x, y)均无序

有向图：所有边都是有向边的图，所有顶点对 <x, y> 均有序

完全图：边数达到最大的图（任意两点均有边），个数？







完全图的边的个数：n(n-1)/2 无向　　n(n-1) 有向

图的基本概念

对无向图：

若v,w两点间存在边，则v,w互为**邻接点**，(v,w)**依附**于顶点v,w或称(v,w)与顶点v,w**相关联**

顶点的度 一个顶点 v 的度是与它相关联的边的条数。记作TD(v)。 **路径:**在图 $G=(V,E)$ 中, 若从顶点 v_i 出发, 沿一些边经过一些顶点 $v_{p1}, v_{p2}, \cdots, v_{pm}$ ，到达顶点v_j。则称顶点序列 $(v_i\ v_{p1}\ v_{p2} \cdots v_{pm}\ v_j)$ 为从顶点v_i到顶点 v_j 的路径。它经过的边(v_i, v_{p1})、(v_{p1}, v_{p2})、…、(v_{pm}, v_j) 应是属于E的边。

图的基本概念

对有向图：

邻接到（至）：对<v,w>，则称v**邻接到**w

邻接自（于）：对<v,w>，则称w**邻接自**v

顶点 v 的度是与它相关联的弧的条数。记作$TD(v)$

顶点 v 的入度是以 v 为终点的弧的条数，记作$ID(v)$；

顶点 v 的出度是以 v 为始点的弧的条数，记作$OD(v)$。

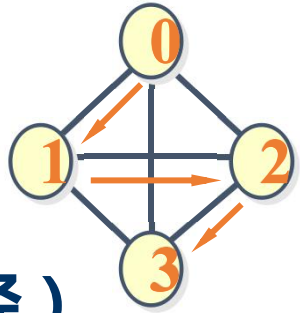
$TD(v)=ID(v)+OD(v)$

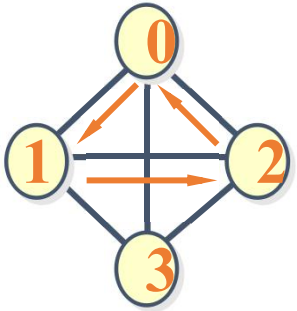
性质：所有顶点度的和是边/弧数量的2倍

图的基本概念

- **路径长度** 非带权图的路径长度是指此路径上边的条数。带权图的路径长度是指路径上各边的权之和（非带权相当于权均为1）。
- **简单路径** 路径上各顶点 $v_1,v_2,\ldots,v_m$ 均不 互相重复
- **回路** 若路径上第一个顶点 v_1 与最后一个顶点 v_m 重合，则称这样的路径为回路或**环**。
- 简单路径/简单环

（只有 $v_{起}$ 与 $v_{终}$ 一环的路径）





图的基本概念

用n 表示图中顶点数目，用e 表示图中边或弧的数目

稀疏图：有很少边的图（e < nlogn）

稠密图：有较多边的图

因此：

无向图：$0 \le e \le \frac{1}{2} n(n-1)$ 完全图 $e = \frac{1}{2} n(n-1)$

有向图：$0 \le e \le n(n-1)$ 有向完全图 $e = n(n-1)$

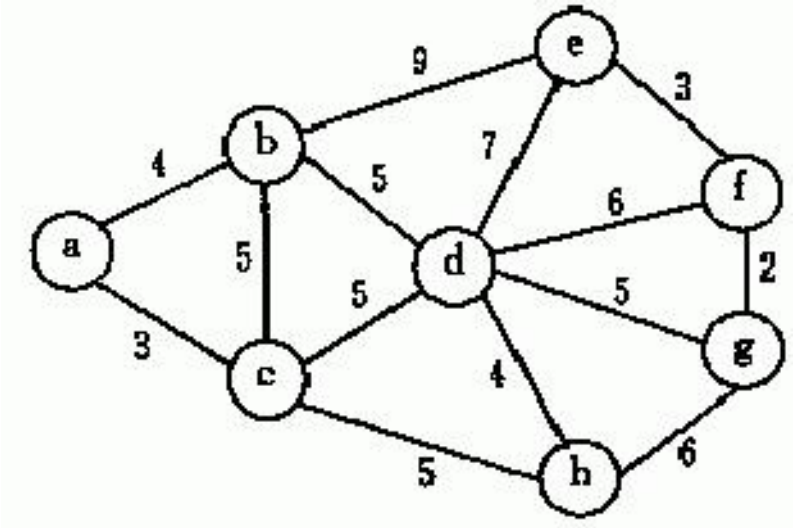
稀疏图：$e < n\log n$ 稠密图 $n\log n \le e \le n(n-1)$

图的基本概念

- **加权有向图、加权无向图：**

  每条边/弧赋予一个权重，带权图通常称为

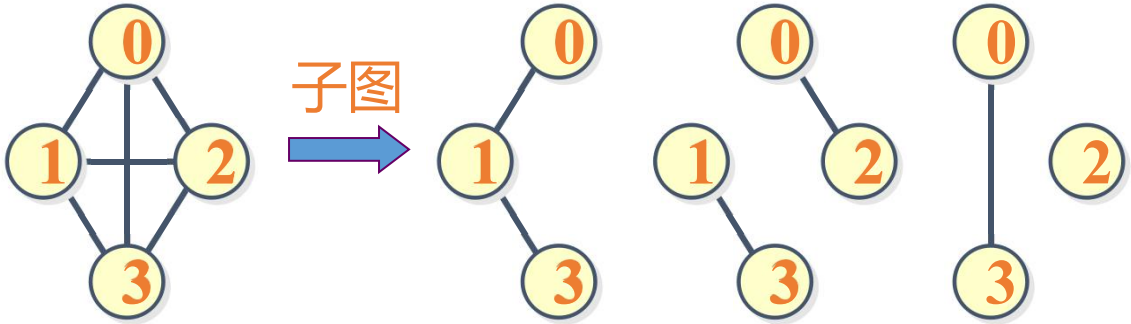
  网/网络（network）



图的基本概念

- **子图** 设有两个图 $G = (V, E)$ 和 $G' = (V', E')$。若 $V' \subseteq V$ 且 $E' \subseteq E$, 则称 图G' 是 图G 的子图。

- 一个图往往有多个子图。



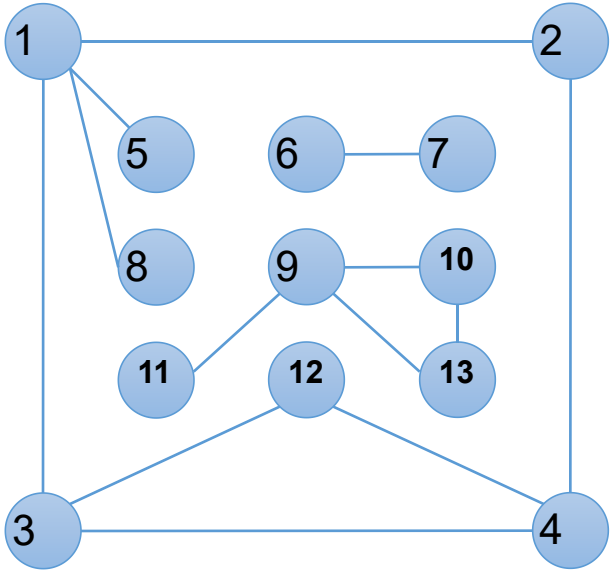
图的基本概念

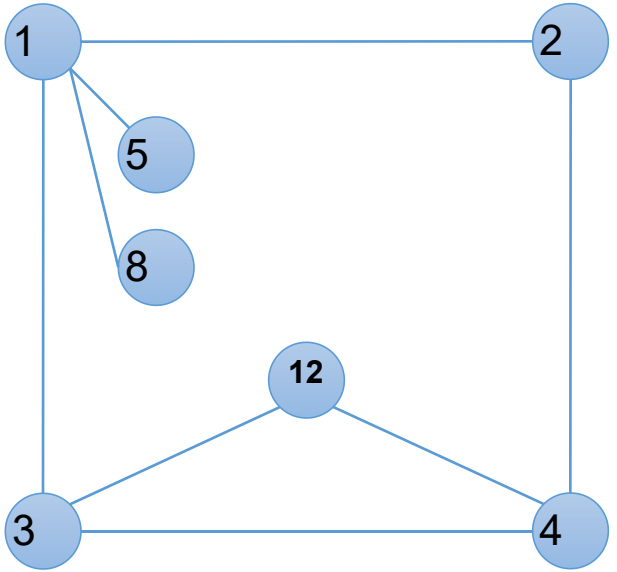
■连通图与连通分量

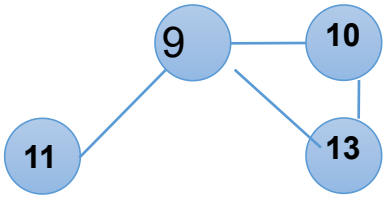
在**无向图**中，若从顶点v_1到顶点v_2有路径，则称顶点v_1与v_2是**连通**的。如果图中**任意一对**顶点都是连通的，则称此图是连通图。反之则为非连通图。

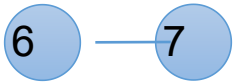
非连通图的**极大**连通子图叫做连通分量。**极大**：G中不存在既连通又**真包含**连通分量的子图（包含极大顶点、极大边）。

图的基本概念



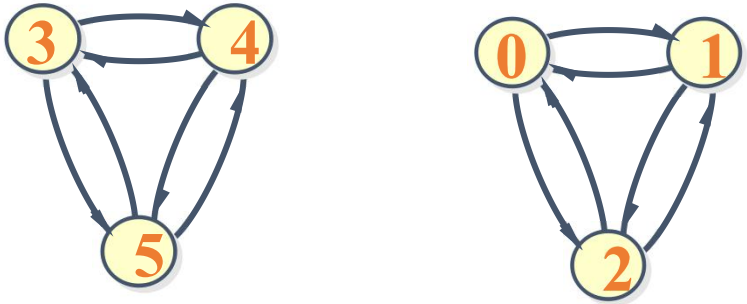






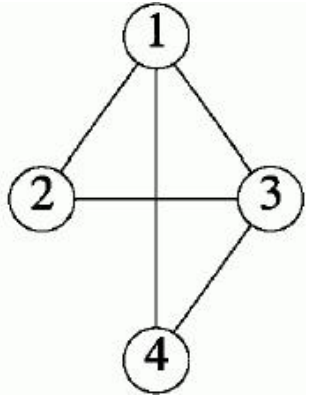
图的基本概念

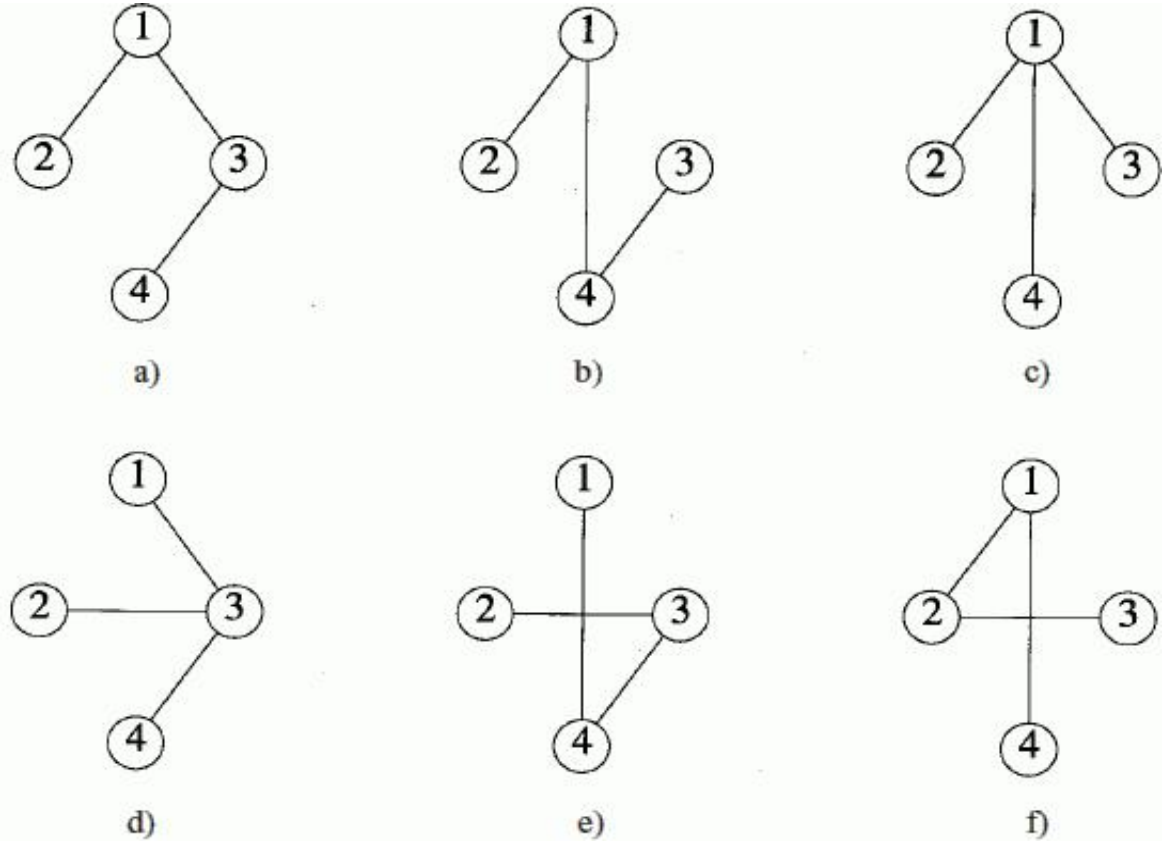
- **强连通图** 在**有向图**中，若对于每一对顶点v_i和v_j，都存在一条从v_i到v_j和从v_j到v_i的路径，则称此图是强连通图。
- **强连通分量** 有向图中的极大强连通子图叫做强连通分量。



- **生成树** 一个连通图(无向图)的生成树是其极小连通子图
- 生成森林 有向树　　见教材P160图7.6

图的基本概念





含有全部n个顶点，但只有能够构成一棵树的n-1条边，如果加上一个边，则必定构成一个环。

图的定义-ADT Graph

- ADT Graph//教材P156
  - 查找：LocateVex(G, u)
    GetVex(G, v)
    FirstAdjVex(G, v)　// 顶点v的第一个邻接点
    NextAdjVex(G, v, w)　// 顶点v的在w之后的下一个邻接点
  - 插入：InsertVex(&G, v)
    InsertArc(&G, v, w)
  - 删除：DeleteVex(&G, v)
    DeleteArc(&G, v, w)
  - 遍历：DFSTraverse(G, v, Visit())　// 深/广度优先遍历图G上所有的顶点
    BFSTraverse(G, v, Visit())

图的存储表示

- 线性表：单前驱、单后继
- 树：单前驱、多后继
- 图：节点之间的关系是任意的，图中任意两个数据元素之间都可能是相关的（也可以理解为多前驱，多后继）。
- 图是真实世界中最一般的情况，其他数据结构一般也可以由图简化得到。

图的存储表示

- **线性表：1对1的关系，结点之间的逻辑关系容易表示**
  - 逻辑关系：线性结构
  - 存储结构：顺序表示、链式表示
- **二叉树：1对2的关系，两端均固定，较容易表示**
  - 逻辑关系：树型结构
  - 存储结构：顺序表示。（结点i的左孩子为2i，右孩子为2i+1）
  - 存储结构：二叉链表。（从根到每一个结点的一条路径都是一个线性表）
- **树：1对n的关系，通过“孩子-兄弟链表”转换成二叉树。**

图的存储表示

图的存储表示分析

- 特点：顶点之间的关系是多对多(m：n)，m 和 n 都是不定的。 m,n 均难以固定，反映顶点之间的逻辑关系困难；
- 直接考虑多个指针域的节点表示？

需引入额外的存储空间来描述顶点之间的邻接关系

- 存储：所有节点、所有边(关系)。分别考虑

图的存储表示

- **图的存储信息**
  - **整体信息**：顶点数、边/弧数、图的种类
  - **顶点信息**：描述n个顶点的基本情况，可用一个顺序表来描述。（顶点位置是相对概念，任何顶点均可视为第一个顶点）
  - **边（弧）信息**：描述e条边（弧）的基本信息。

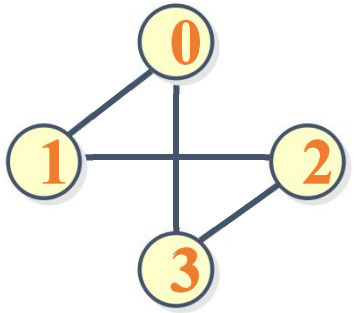
对边/弧信息的不同表示方式：邻接矩阵、邻接表、十字链表、多重邻接表

邻接矩阵 (Adjacency Matrix)----数组表示法

- 在图的邻接矩阵表示中，有一个记录各个顶点信息的顶点表，还有一个表示各个顶点之间关系的邻接矩阵。
- 设图 A = (V, E)是一个有 n 个顶点的图, 图的邻接矩阵是一个二维数组 A.edge[n][n]，定义：

$$\text{A.Edge}[i][j] = \begin{cases} 1, & \text{若} < i, j > \in E \text{或} (i, j) \in E \\ 0, & \text{否则} \end{cases}$$

图的存储表示



$$A.edge = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

- 无向图的邻接矩阵是对称的;
- 有向图的邻接矩阵可能是不对称的。

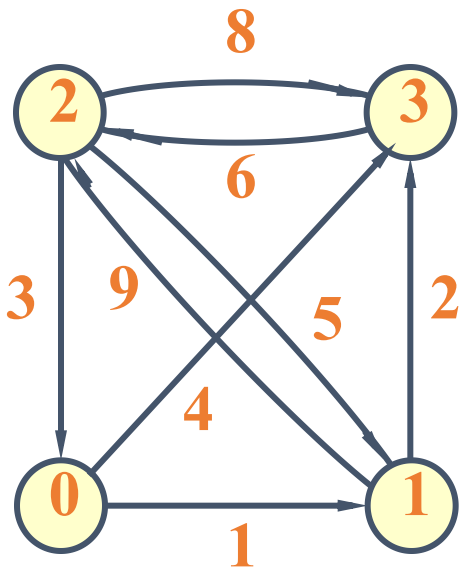
$$A.edge = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

图的存储表示

- 在无向图中, 统计第 i 行 (列) 1 的个数可得顶点i 的度。
- 在有向图中, 统计第 i 行 1 的个数可得顶点 i 的出度，统计第 j 列 1 的个数可得顶点 j 的入度。**行和为出度，列和为入度**
- 网络（有权值图）的表示：

$$\mathbf{A.edge}[i][j]=\begin{cases}\mathbf{W}(i,j), & \text{若} i\neq j\text{且}<i,j>\in \mathbf{E}\text{或}(i,j)\in \mathbf{E}\\ \infty, & \text{若} i\neq j\text{且}<i,j>\notin \mathbf{E}\text{或}(i,j)\notin \mathbf{E}\\ \mathbf{0}/\infty & \text{若} i==j\end{cases}$$

图的存储表示



请同学们画出其A.edge：

$$A.edge=\begin{bmatrix} 0 & 1 & \infty & 4 \\ \infty & 0 & 9 & 2 \\ 3 & 5 & 0 & 8 \\ \infty & \infty & 6 & 0 \end{bmatrix}$$

作业图例

用邻接矩阵表示的图结构的定义


```
#define MaxValue Int_Max       //在<limits.h>中,∞
#define NumEdges  500          //边条数
#define NumVertices  50        //顶点个数
typedef char VertData;           //顶点数据类型
typedef int EdgeData;              //边权值类型
typedef struct {
    VertData VexList[NumVertices];       //顶点表
    EdgeData edge[NumVertices][NumVertices];
                        //邻接矩阵, 可视为边之间的关系
    int n, e;          //图中当前的顶点个数与边数
    //int kind;         //图的种类 如有向无向有无权值等
} MGraph;
```

```
void CreatGraph(MGraph *G){//随图种类而不同
  int i,j,u,n,e,v;                    //可利用kind设计不同分支
  scanf("%d,%d",&n, &e);
  for(i=0;i<n;i++){
       for(j=0;j<n;j++){
            if(i==j) G->edge[i][j] = 0;//或MaxValue
            else G->edge[i][j] = MaxValue;//对网络
          //else G->edge[i][j] = 0;//无权图
       }
  }    //初始化完毕
```

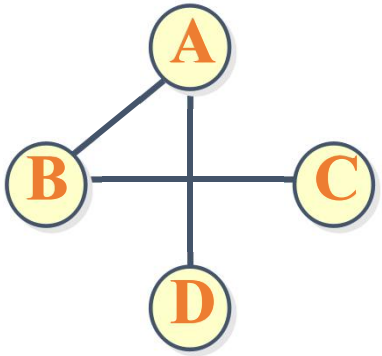
$$G->edge = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

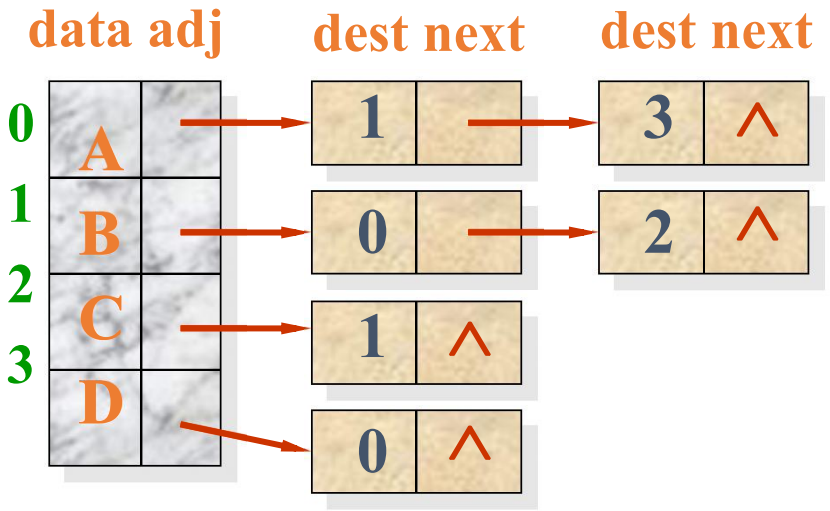
```
for(i=0;i<n;i++){
    scanf("%c", &(G->VexList[i]));
}//输入顶点表
for(i=0;i<e;i++){
    scanf("%d,%d,%d", &u,&v,&(G->edge[u][v]));
    //G->edge[v][u]=G->edge[u][v];//无向图
}//邻接矩阵输入完毕
G->n =n;G->e=e;//对无向图则为2*e}
//以上为创建框架，随图种类不同而稍有不同
```

邻接表 (Adjacency List)表示

■邻接表表示

■无向图





邻接表 (Adjacency List)表示

节点表用数组/链表储存。

边链表存储同一个顶点发出的边，每一个结点代表一条边, 结点中有另一顶点的下标 dest 和指针 next。

顶点 *i* ：设有data域，保存该顶点的其它信息，类似单链表的头结点，指针 adj，指向第一个边。

对无向图，度及相邻节点相互查找均方便。 why？

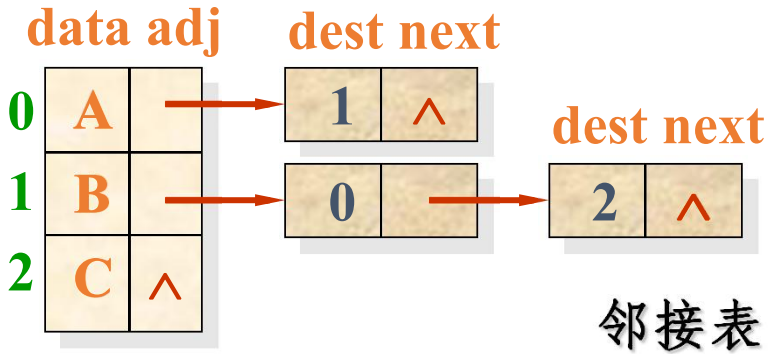
邻接表 (Adjacency List)表示

■邻接表表示

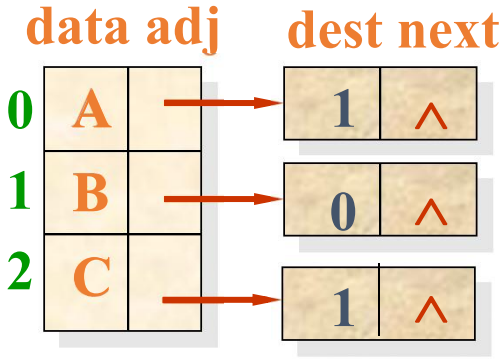
■有向图

出度及找相邻节点容易，反之则麻烦。

因此，可以额外存储逆邻接表。



邻接表 (出边表)

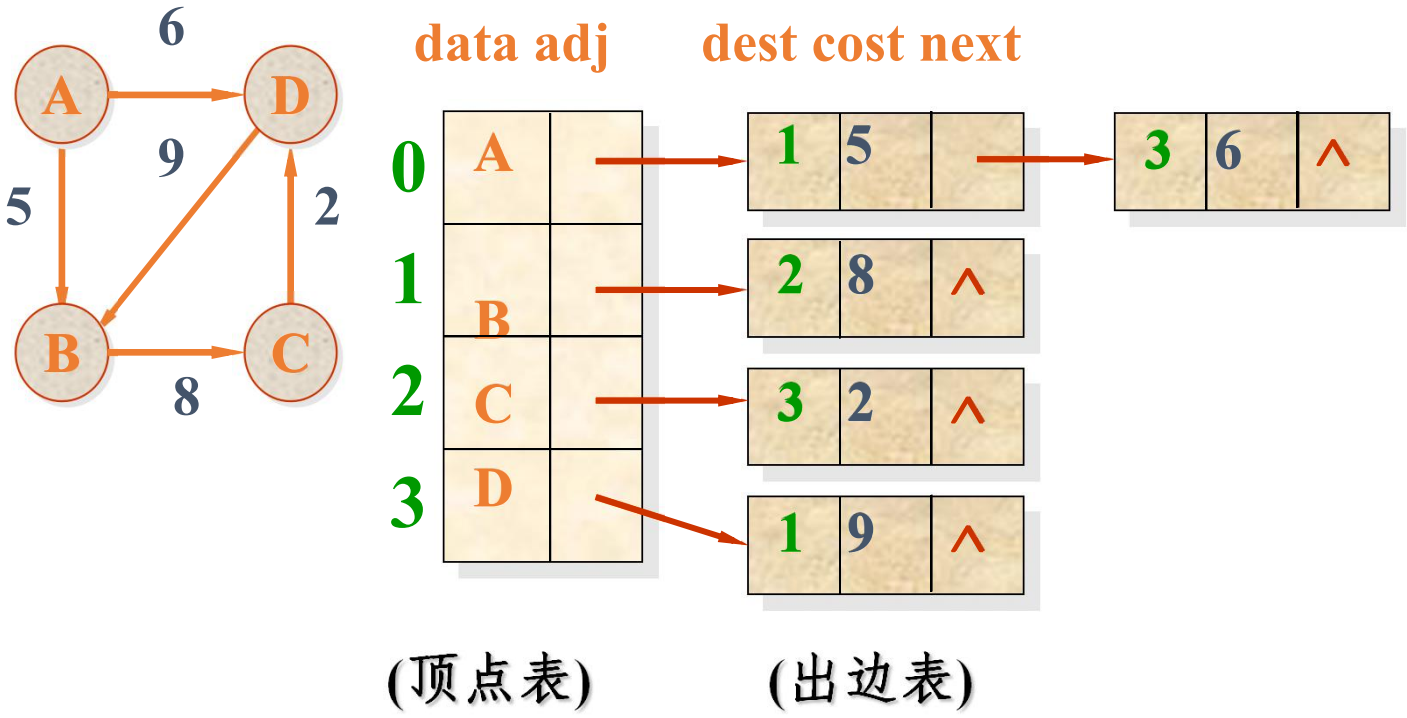


逆邻接表 (入边表)

邻接表 (Adjacency List)表示

- 在邻接表的边链表中，各个边结点的链入顺序任意，视边结点输入次序而定。
- 设图中有 n 个顶点，e 条边，则用邻接表表示无向图时，需要 n 个顶点结点，2e 个边结点（why？）；用邻接表表示有向图时，若不考虑逆邻接表，只需 n 个顶点结点，e 个边结点。
- 带权图的边结点中保存该边上的权值 cost。

邻接表 (Adjacency List)表示



邻接表 (Adjacency List)表示

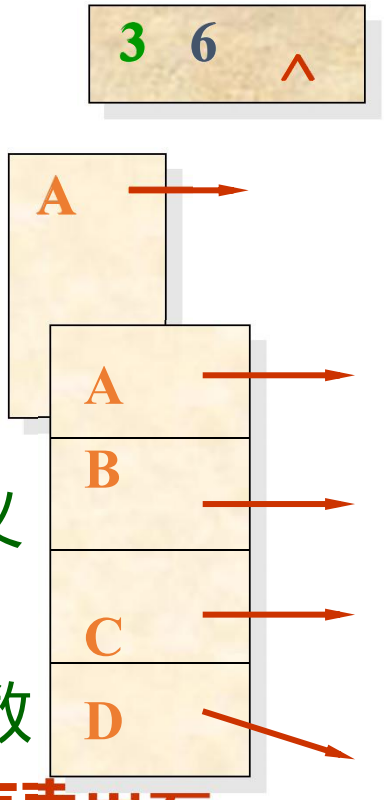
```
#define NumVertices 50;      //顶点个数
typedef char VertData;       //顶点数据类型
typedef float EdgeData;            //边上权值类型

typedef struct node {              //边结点
    int dest;                      //目标顶点下标
    EdgeData cost;                   //边上的权值
    Struct node * next;            //下一边链接指针
} EdgeNode;
```

邻接表 (Adjacency List)表示

```
typedef struct {                          //顶点结点
    VertData data;                        //顶点数据域
    EdgeNode * FirstAdj;                  //边链表的头指针
} VertNode;

typedef struct {                          //图的邻接表定义
    VertNode VexList [NumVertices];       //邻接表
    int n, e;                             //图中当前的顶点个数与边数
} AdjGraph;                               //邻接表表示主要通过顶点表出发
```



操作


```
void CreateGraph (AdjGraph* G) {//邻接表建立图(框架伪码)
    int i;
    scanf(&G->n,&G->e);          //输入顶点个数和边数
    for (i = 0; i < G->n; i++) {
        scanf(&G->VexList[i].data);          //输入顶点信息
        G->VexList[i].FirstAdj = NULL;  //边链指针置空
    }
    for (i = 0; i < e; i++) {        //逐条边输入
        scanf ( &tail , &head ,&weight);
        EdgeNode * p = malloc (sizeof(EdgeNode));
        //创建边结点      //以链表头插法插入
```

操作


```
        p->dest = head;   p->cost = weight;
        p->next = G->VexList[tail].FirstAdj;//头插，初始NULL
        G->VexList[tail].FirstAdj = p;     //指向新节点
      //下面无向图专用，两顶点间两条边//有向图不需要
        p = malloc (sizeof(EdgeNode));
        p->dest = tail;   p->cost = weight;
        p->next = G->VexList[head].FirstAdj;
        G->VexList[head].FirstAdj = p;
    }
}//O（n+2e）//有向图n+e
```

图的存储表示

- 邻接矩阵表示的优化（参考矩阵压缩）
- 十字链表（邻接+逆邻接, p164）
- 邻接多重表（一个边用一个边结点, p166）

邻接矩阵占空间：　邻接表占空间：

$n+n^2$　　$n+e*2$

从空间上考虑，邻接矩阵更适合稠密图

下周上机

对本讲PPT中**作业图例**

1、邻接矩阵存储。打印顶点表及邻接矩阵

2、邻接表存储。遍历顶点表，打印每个顶点及其所有相邻顶点以及权值，出度

下周进度

邻接矩阵\邻接表相关操作实现

图的深度优先、广度优先遍历

图的应用等等