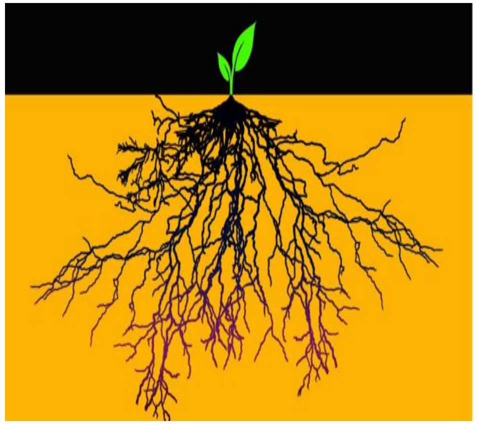
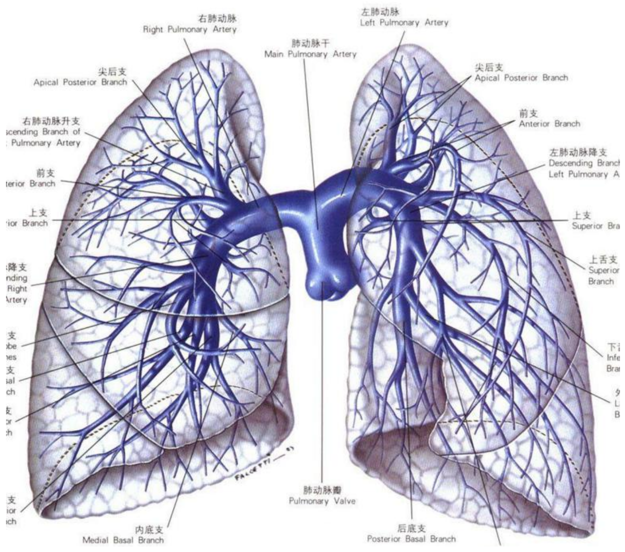
数据结构
Data Structure

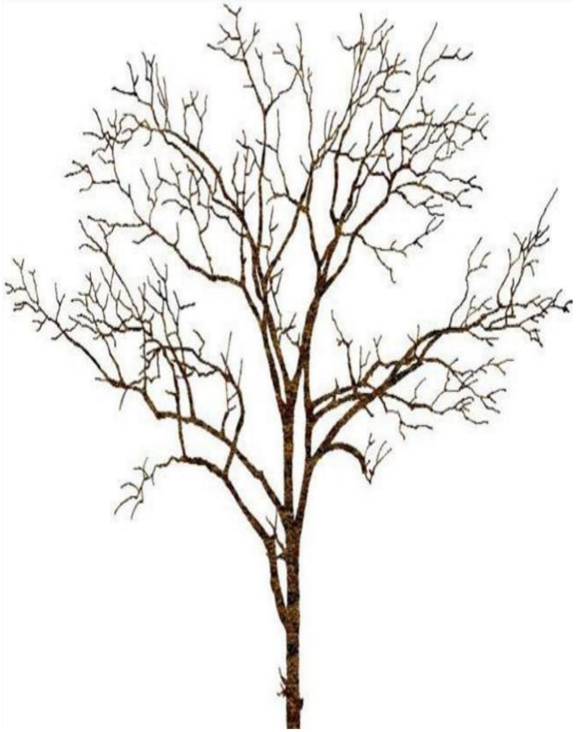
2016年秋季学期

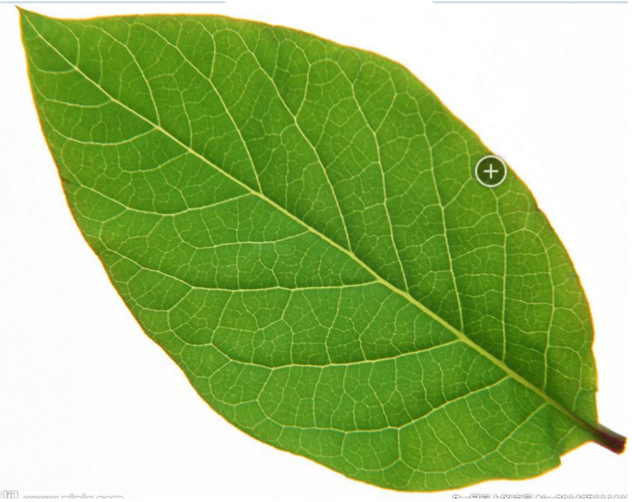
刘鹏远

树




右肺动脉
Right Pulmonary Artery
左肺动脉
Left Pulmonary Artery
肺动脉干
Main Pulmonary Artery
尖后支
Apical Posterior Branch
尖后支
Apical Posterior Branch
右肺动脉升支
前支
Anterior Branch
左肺动脉降支
前支
上支
上支
上舌支
肺动脉瓣
Pulmonary Valve
内底支
Medial Basal Branch
后底支
Posterior Basal Branch





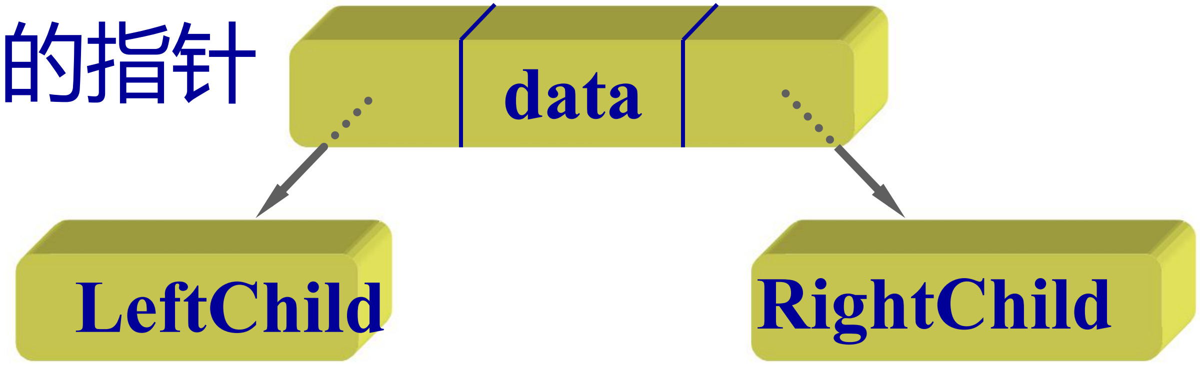
1、二叉树的层次遍历实现
2、二叉树的递归遍历实现
3、基于递归遍历的应用:
创建、销毁、统计节点数等

二叉树二叉链表表示与定义

```
typedef struct Node {           //树结点定义
    ElemType data;              //结点数据域
    struct Node *LeftChild, *RightChild;  //孩子指针域
} BT_Node, *BinTree;
```

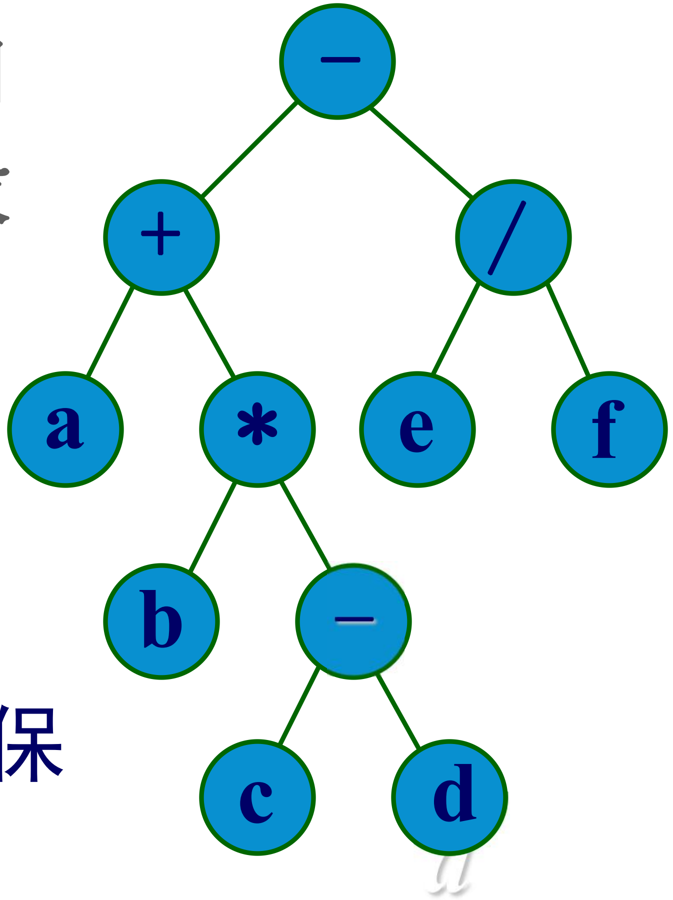
//树定义

//与链表类似，用指向树根的指针



二叉树的层次遍历算法

层次遍历二叉树，是从根结点开始遍历，按层次次序“自上而下，从左至右”访问树中的各结点。该遍历非递归定义，一般不采用递归方法。



- + / a * e f b - c d

如何实现？

一层层遍历访问，打印/访问当前层节点，保存下一层节点信息。下一层信息由上一层节点提供（像不像杨辉三角？）

二叉树的层次遍历算法

设置一个队列Q，初始化时为空。

设T是指向根结点的指针变量，层次遍历非递归算法是：

若二叉树为空，则返回；否则，令p=T，p入Q；

do （1) 队首元素出队；

(2)访问该元素所指向的结点；

(3)将该元素所指向的结点的左、右子结点依次入队。

while(队空)。

（广度优先，后面图的遍历中也会涉及）

```
#define MAX_NODE  50
void  LevelOrder( BinTree T){//伪码
    Queue Q;InitQueue(&Q) ; BinTree p=T ;
    if  (p){
        EnQueue(&Q,p);    /*   根结点入队   */
        while (!IsEmpty(Q)){
                DeQueue(&Q,p);  visit( p->data );
                 if (p->LeftChild)
                        EnQueue(&Q,p->LeftChild); /* 左子入队*/
                 if (p->RightChild)
                        EnQueue(&Q,p->RightChild);/*右子入Q*/
           }}}//visit()可以直接用printf()
```

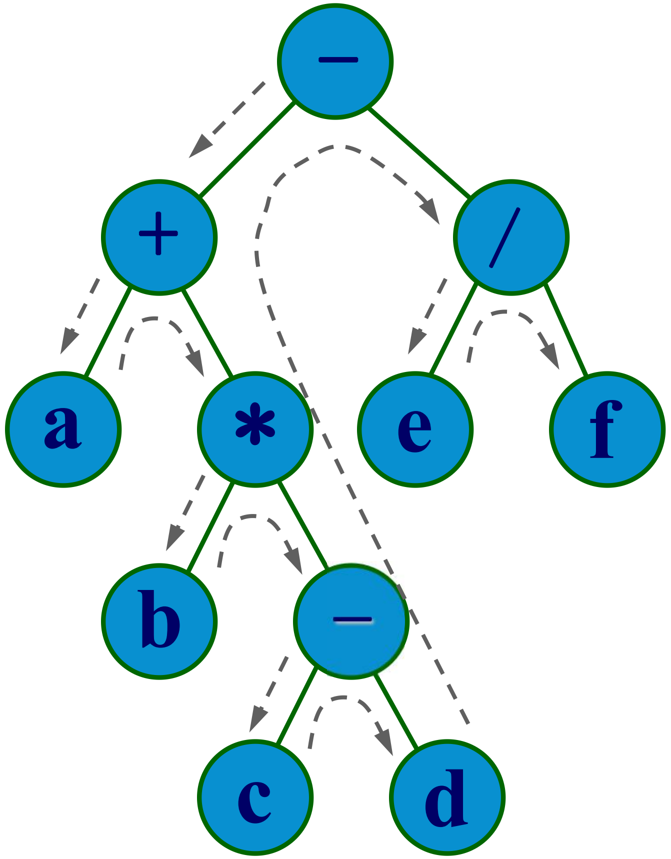
前/先序遍历 (Preorder Traversal)

前序遍历二叉树算法的框架是：

- 若二叉树为空，则空操作；
- 否则
  - 访问根结点 (V)；
  - 前序遍历左子树 (L)；
  - 前序遍历右子树 (R)。

遍历结果

− + a * b − c d / e f



二叉树递归的前序遍历算法

```
void PreOrder (BinTree T) {
    if (T) {
        visit (T->data);
        PreOrder (T->LeftChild);
        PreOrder (T->RightChild);
    }
}
```

//visit()是输出数据值的操作，实际应用时可用输出信息、修改结点的值及其他计算等各种操作。

对递归的再次思考

对二叉树的递归先序遍历：

写先序遍历算法(假定一定存在且能够被写出)：

```
PreOrder(T)
{
    如果T为空，则返回（此即递归出口，最终为空树时）
    非空，则访问T
    用这个PreOrder遍历(T->LeftChild)
    用这个PreOrder遍历(T->RightChild)
}
```

对递归的再次思考

为何可以用这个算法对左/右子树求解？

因为整个求解过程是这样的分解：

访问T <---原子问题

用这个PreOrder遍历(T->LeftChild) <---子问题一

用这个PreOrder遍历(T->RightChild) <---子问题二

原问题分解为规模更小的子问题（二叉树的子树与自身有相似的结构），因此可以用求解原问题的方法求解！

最终均分解为原子问题。

对递归的再次思考

汉诺塔问题：

由Hanoi (n)分解为：

Hanoi (n-1, A, C, B); <---子问题1

move one disk; 原子问题

Hanoi (n-1, B, A, C); <---子问题2

最终均分解为原子问题。

对递归的再次思考

迷宫问题问题：

分解为：

从左搜索走　　　　<---子问题1

从下搜索走　　　　<---子问题2

从右搜索走　　　　<---子问题3

从上搜索走　　　　<---子问题4

走一步　　　　　　<---原子问题

最终均分解为原子问题。停止条件为到达出口。

对递归的再次思考

设计主要考虑如何分解原问题成规模降低的子问题，

或考虑如何由各子问题的求解结果合成原问题。

问题解决的过程就在问题的逐步分解或由子问题逐步合成原问题的过程中！

问题一旦被正确分解完毕，递归框架即可写毕。

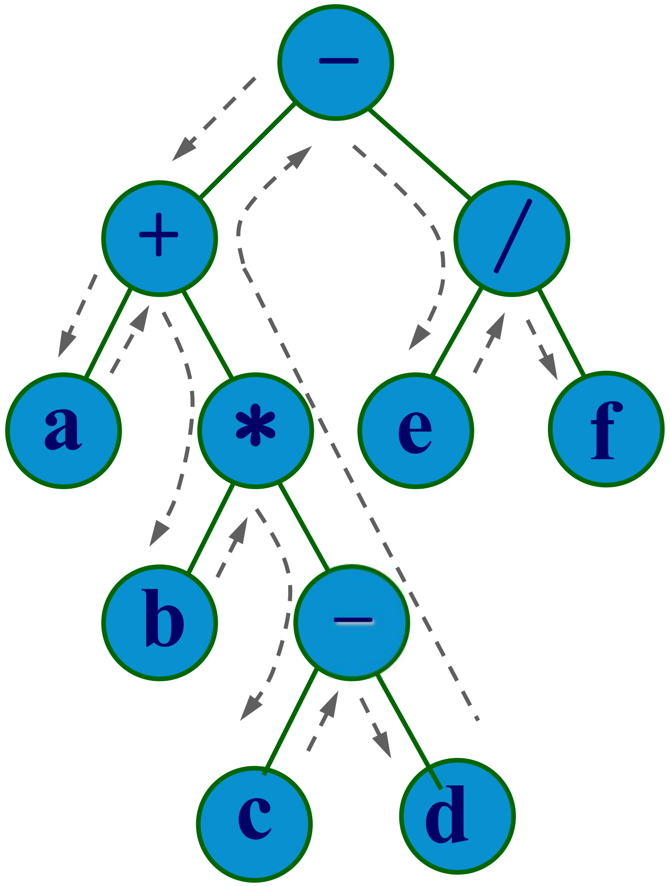
中序遍历 (Inorder Traversal)

中序遍历二叉树算法的框架是：

- 若二叉树为空，则空操作；
- 否则
  - 中序遍历左子树 (L)；
  - 访问根结点 (V)；
  - 中序遍历右子树 (R)。

  遍历结果

  a + b * c - d - e / f



二叉树递归的中序遍历算法

```
void InOrder ( BinTree T ) {
    if ( T ) {
        InOrder ( T->LeftChild );
        visit ( T->data );
        InOrder ( T->RightChild );
    }
}
```

与先序遍历算法相比，visit() 操作放在两个子树递归前序遍历的中间。

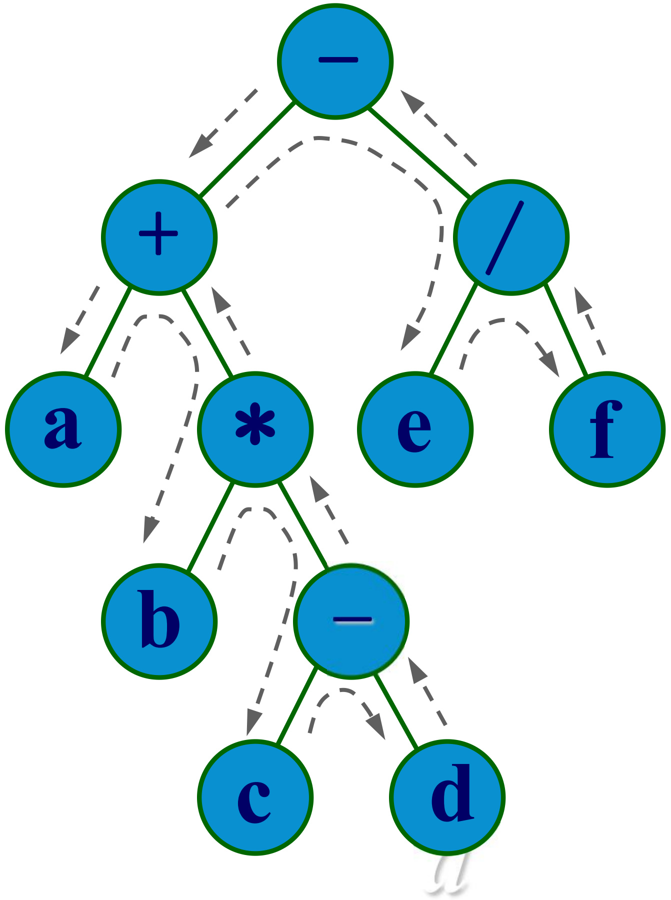
后序遍历 (Postorder Traversal)

后序遍历二叉树算法的框架是：

- 若二叉树为空，则空操作；
- 否则
  - 后序遍历左子树 (L)；
  - 后序遍历右子树 (R)；
  - 访问根结点 (V)。

遍历结果

a b c d – * + e f / –



二叉树递归的后序遍历算法

```
void PostOrder (BinTree T) {
    if (T != NULL) {
        PostOrder (T->leftChild);
        PostOrder (T->rightChild);
        visit (T->data);
    }
}
```

//与先序遍历算法相比，visit() 操作放在两个子树递归前序遍历的最后面。

二叉树递归的后序遍历算法

如果去掉visit，三个递归算法完全相同

从递归执行过程看，三个算法是相同的，区别只在于visit的时机。

二叉树遍历问题目的是遍历，二叉树的结构是递归定义的，分解是一样的：

原子问题（只有一个节点），左子树遍历、右子树遍历。

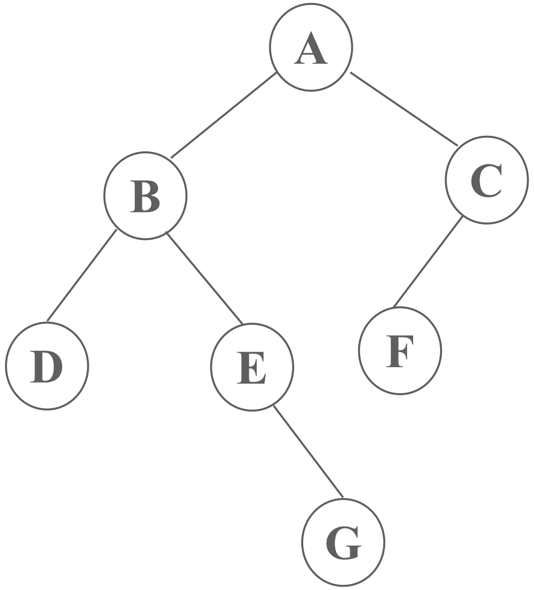
利用递归遍历的几个应用

1、创建
2、销毁
3、节点数
4、高度
5、删除元素值为x的结点（并销毁其子树）
6、求二叉树先序序列中第k个位置的结点的值

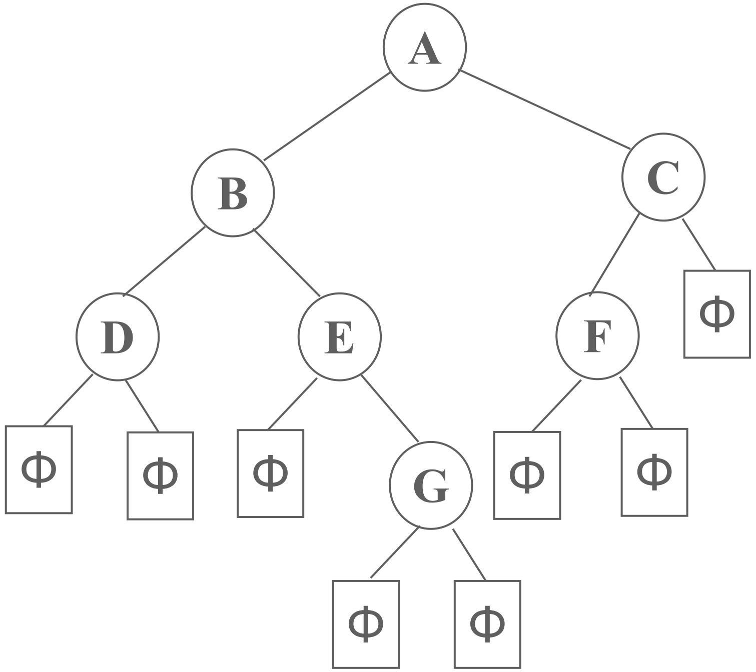
- 分析问题
- 分解问题，选择递归遍历框架（X序）
  设置递归出口
- 设计适当VISIT操作
- 合理利用递归调用的返回值

创建CreatTree（递归框架）

扩充的二叉树：对一棵二叉树进行“扩充”(扩充Φ)，得到由该二叉树所扩充的二叉树。Φ即NULL，可利用字符显示标记出来。



(a) 二叉树T_1



(b) T_1的扩充二叉树T_2

对扩充后的二叉树，前序遍历：

ABDΦΦEΦGΦΦCFΦΦΦ

“Φ”代表为**NULL**，可用任意指定字符，如“#”“?”等。

给定上述遍历序列，计算机依次读入，构造存储二叉树，就实现了二叉树的创建（基于前序遍历）。

如何实现？

算法框架：

```
void PreOrder (BinTree T) {
    if (T) {
        visit (T->data);
        PreOrder (T->LeftChild);
        PreOrder (T->RightChild);
    }
}
```

先序框架

问题分解：

1、建立根节点

2、建左子树

3、建右子树

递归出口（Φ）

VISIT操作（建立节点）

返回值（非必须）

```
void CreatBinTree(BinTree *T){
    scanf("%c",&ch);
    if(ch=='?')     *T=NULL;
    else{
        *T=(BTNode*)malloc(sizeof(BTNode));
        if(*T==NULL) exit(OVERFLOW);
        (*T)->data = ch;
        CreatBinTree(&((*T)->left_child));
        CreatBinTree(&((*T)->right_child));
}}
```

中序、后序创建的该如何实现？请大家思考，回答！

```
*T=(BTNode*)malloc(sizeof(BTNode));
  if(*T==NULL) exit(OVERFLOW);
  (*T)->data = ch;
  CreatBinTree(&((*T)->left_child));
  CreatBinTree(&((*T)->right_child));
```

结论是不能用中序、后序创建

二叉树的销毁

1、问题分解
　　销毁根、销毁左子树、销毁右子树
2、选择递归框架
　　后序框架最好(why?)
3、设置出口条件
　　节点==NULL
4、VISIT操作
　　free，NULL
5、返回值利用
　　无需

```
void PostOrder (BinTree T)
{
    if (T != NULL) {
        PostOrder (T->leftChild);
        PostOrder (T->rightChild);
        visit (T->data);
    }
}
```

二叉树的销毁

```
void DestroyTree(BinTree *T){
    if(*T){
        DestroyTree(&((*T)->LeftChild));
        DestroyTree(&((*T)->RightChild));
        free(*T);            *T = NULL;
    }
}
```

删除并释放二叉树中以元素值为x的结点作为根的各子树

DelXTree()整体与前面的Destory类似，

可分解为：

1/对当前节点进行比较，Destory或者什么也不做

2/DelXTree(左子树)

3/DelXTree(右子树)

出口：当前节点为NULL

三种递归框架哪种呢？实际上，都可以用。但有一个最优。

DelXTree 后序

```
void    DelXTree(BinTree *T, ElemType x)
{   // 基于后序的查找
  if ( *T != NULL ){
      DeleteXTree((*T)->lchild, x);
      DeleteXTree((*T)->rchild, x);
      if ((*T)->data== x ) DestroyTree(*T);
   }}}
```

DelXTree 中序

```
void      DelXTree(BitTree *T, ElemType x)
{   // 基于中序的查找
  if ( *T != NULL ){
      deleteXTree((*T)->lchild, x);
      if ((*T)->data== x ) DestroyTree(*T);
      else deleteXTree((*T)->rchild, x);
  }}}
```

DelXTree 先序

```
void      DelXTree(BitTree *T, ElemType x)
{   // 基于先序的查找
  if ( *T != NULL ){
    if ((*T)->data== x ) DestroyTree(*T);
    else{
      deleteXTree((*T)->lchild, x);
      deleteXTree((*T)->rchild, x);
    }}}//最优，前两个在T->data==x时，均有多余步骤
```

二叉树的节点个数

1、问题分解
　　左子树节点个数
　　右子树节点个数
　　当前节点个数
2、选择递归框架
　　三种遍历均可
3、设置出口条件：　空树节点为0
4、VISIT操作：计数
5、返回值利用：可返回总结点个数

二叉树的节点个数

```
int Count (BinTree T) {
    if (!T ) return 0;
    int left  = Count(T->LeftChild);
    int right = Count(T->RightChild);
    int total = left + right + 1;
    return total;
    //return 1+ Count (T−>LeftChild) + Count (T−>RightChild);
}
```

二叉树中叶子节点个数

整体与统计前类似。
需要判断该节点是否是叶子节点（左右子树空否）

还可以根据节点个数的不同传递方式：
1、通过函数返回值
2、通过全局变量
3、通过函数参数

对同一问题，实现不同的求解函数

二叉树中叶子节点个数（1）

```
int CountLeaf (BinTree T) {//利用函数返回值，先序
    if (!T ) return 0;
    int n=0;
    if(T->LeftChild==NULL && T->RightChild==NULL) n=1;
    int left  = CountLeaf (T->LeftChild);
    int right = CountLeaf (T->RightChild);
    return n + left + right;
  }
```

二叉树中叶子节点个数（2）

```
int n = 0;//作为叶子节点计数器
void CountLeaf (BinTree T) {//利用全局变量，中序
    if (!T ) {
    CountLeaf (T->LeftChild);
    if(T->LeftChild==NULL && T->RightChild==NULL)
        n++;
    CountLeaf (T->RightChild);
  }}
```

二叉树中叶子节点个数（3）

```
void CountLeaf (BinTree T, int *n) {//利用函数参数，后序
    if (!T ) {
    CountLeaf (T->LeftChild,  &n);
    CountLeaf (T->RightChild, &n);
    if(T->LeftChild==NULL && T->RightChild==NULL)
        *n++;
  }}
//第一次调用时，n需要赋值为0
```

求位于二叉树先序序列中第k个位置的结点的值

思路（先序）：

当前节点非空则节点数增加

当前节点位置为k　则记录节点值，返回，否则：

　　左子树找k位置与值 找到则返回

　　　　左子树没有，则查找右子树

1、函数需要知道找到或者没有找到　---可利用返回值T/F

2、函数需要得到当前节点位置　---可利用全局变量或者参数

需用到多个结果的，可同时利用：

　全局变量、返回值及(多个)参数进行各类值的传递

求位于二叉树先序序列中第k个位置的结点的值

```
Bool GetPreOrderKNode(BinTree T, int k, EelmType *x, int *n){
    if (!T) return False;
     *n++;
    if (n==k)  {*x=T->data; return True;}
    if (GetPreOrderKNode(T->LeftChild, k, &x, &n))return True;
    if(GetPreOrderKNode(T->LeftChild, k, &x, &n))return True;
    return False;
}
```

二叉树的高度（请大家写出分解，纸上写出代码）

```
int  Height (BinTree T ) {
    if (!T ) return 0;
    else {
        int m = Height (T->LeftChild);
        int n = Height (T->RightChild));
        return (m > n) ? m+1 : n+1;
}
```

判断两棵二叉树结构是否相似

指的是结构相似，节点内容可以不同（相同就全等了）。

根节点相似

均空 --返回，相同(出口1)

一空一实 --返回，不同(出口2)

均实--可继续：

计算是否左子树结构相似

计算是否右子树结构相似

计算整体是否相似 （请大家在纸上写）

```
int Similar(BinTree T1, BinTree T2)
{
    if(!T1&&!T2) return 1;
    if(T1 xor T2) return 0;
    return similar(T1->LeftChild, T2->LeftChild)
      && similar(T1->RightChild, T2->RightChild);
}
```

应用----给定前序中序遍历序列确定二叉树

对任意特定二叉树，其前、中、后序遍历序列是唯一的，确定的

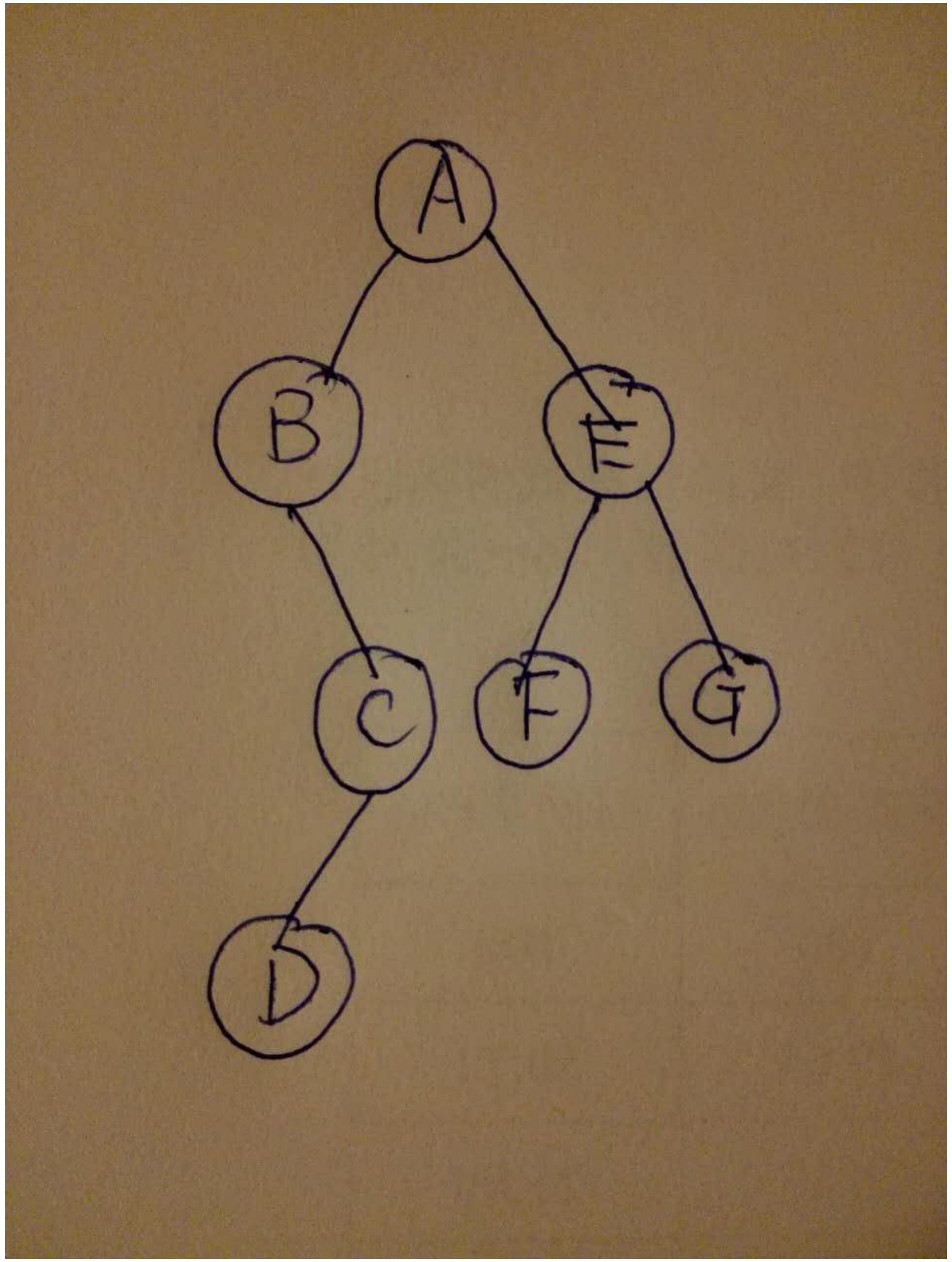
对任意一个前/中/后序遍历序列，是否对应唯一确定的二叉树？

答案是：不能！但若给定三种遍历序列，答案当然是肯定的！

那么给定两个序列呢？

应用---给定前序中序遍历序列确定二叉树

给定



则其遍历序列：

先序：ABCDEFG 中序：BDCAFEG

后序：DCBFGEA

周五进度：
递归框架下的应用（续），二叉树的非递归遍历

下午上机：
1、利用扩充的二叉树进行二叉树创建：
ABDΦΦEΦGΦΦCFΦΦΦ
2、对上述二叉树进行三种递归遍历
3、对上述二叉树进行层次遍历
4、对该树求高度、节点总数、叶节点个数、先序遍历第**4**个节点的值，删除节点值为**C**的子树，销毁该二叉树。
5、建立两个二叉树，比较是否结构相似