CHAPITRE I. COMPORTEMENT DUCONSOMMATEUR ET CHOIX OPTIMAL

Le cadre d’analyse de la théorie du consommateur

1. Le consommateur est rationnel
2. L’information est disponible et complète
3. L’utilité est positive
4. Le consommateur fait face à une contrainte budgétaire
5. La totalité de ce revenu est affecté à ces achats.

CHAPITRE I. COMPORTEMENT DUCONSOMMATEUR ET CHOIX OPTIMAL

I. La notion de préférence

1.définition

Soit $X = (x1, x2) \in R2+$

Supposons , $X=(x1, x2)$
$Y=(y1, y2)$

1. $X \succ Y$: il préfère strictement X à Y .
2. $Y \succ X$: il préfère strictement Y à X .
3. $X \sim Y$: il est indifférent entre les deux paniers.
4. $X \gtrsim Y$: il préfère faiblement X à Y.

CHAPITRE I. COMPORTEMENT DUCONSOMMATEUR ET CHOIX OPTIMAL

I. La notion de préférence

1.Définition

Implications logiques

1.Si X $\gtrsim$ Y et Y $\gtrsim$ X $\Rightarrow$?

2.Si X $\gtrsim$Y mais non X $\sim$ Y $\Rightarrow$?

CHAPITRE I. COMPORTEMENT DUCONSOMMATEUR ET CHOIX OPTIMAL

I. La notion de préférence

1. Définition

Implications logiques

1. Si $X \gtrsim Y$ et $Y \gtrsim X \Rightarrow X \sim Y$

2. Si $X \gtrsim Y$ mais non $X \sim Y \Rightarrow X \succ Y$

CHAPITRE I. COMPORTEMENT DUCONSOMMATEUR ET CHOIX OPTIMAL

I. La notion de préférence

2. Hypothèses sur les préférences

Axiome 1 La relation de préférence est une relation complète

Pour deux paniers X et Y on a : soit $X \gtrsim Y$, soit $Y \gtrsim X$, soit ($X \gtrsim Y$ et $Y \gtrsim X$) i.e $X \sim Y$.

Axiome 2 La relation de préférence est réflexive

pour un panier X, on a : $X \gtrsim X$

CHAPITRE I. COMPORTEMENT DUCONSOMMATEUR ET CHOIX OPTIMAL

1. La notion de préférence
2. Hypothèses sur les préférences

Axiome3. La relation de préférence est une relation transitive.

En effet pour trois paniers X, Y et Z,
Si X $\gtrsim$ Y et Y $\gtrsim$ Z alors X $\gtrsim$ Z

1. La notion de préférence
2. Hypothèses sur les préférences

Les préférences “normales”

Axiome 4. La continuité des préférences.

Soient X, Y et Z

$Y \simeq X$ ie X plus proche Y

Si $Y \succ Z$ alors $X \succ Z$

Cet axiome suppose que la relation de préférence est une relation continue .

I. La notion de préférence

2. Hypothèses sur les préférences

Les préférences “normales”

Axiome 5 monotonicité ou non saturation.

Soient X1 , X2 et ε

(a) La monotonicité : le consommateur préfère toujours un panier qui contient plus de bien à un panier qui en contient moins. Tous les biens sont désirables et aucun point de saturation ne peut apparaître :

$$(x_1 + \varepsilon, x_2) \succ (x_1, x_2)$$

$$(x_1, x_2 + \varepsilon) \succ (x_1, x_2)$$

$$(x_1 + \varepsilon, x_2 + \varepsilon) \succ (x_1, x_2)$$

1. La notion de préférence

2. Hypothèses sur les préférences

Les préférences "normales"

Axiome 5 monotonicité ou non saturation.

B' (X', Y') $\succ$ A (X, Y)

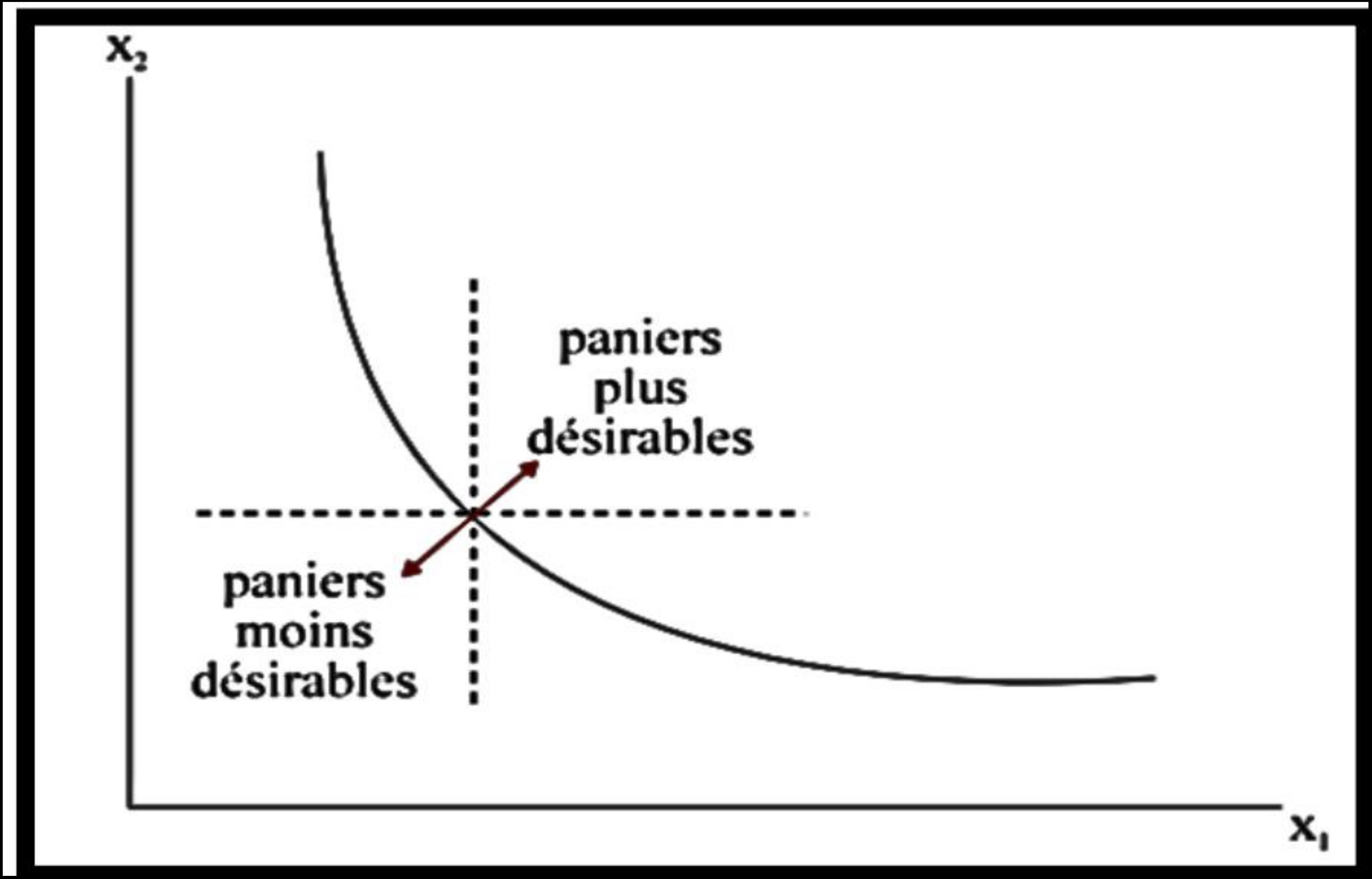
si X' $\succ$ X et Y' $\succ$ Y,

si x' = x et Y' $\succ$ Y

ou encore

si X' $\succ$ Y et Y' > X.

Les préférences “normales”



Les préférences “normales”

Axiome 6 de la convexité

si $M \sim N$ et $\alpha \in [0, 1]$,

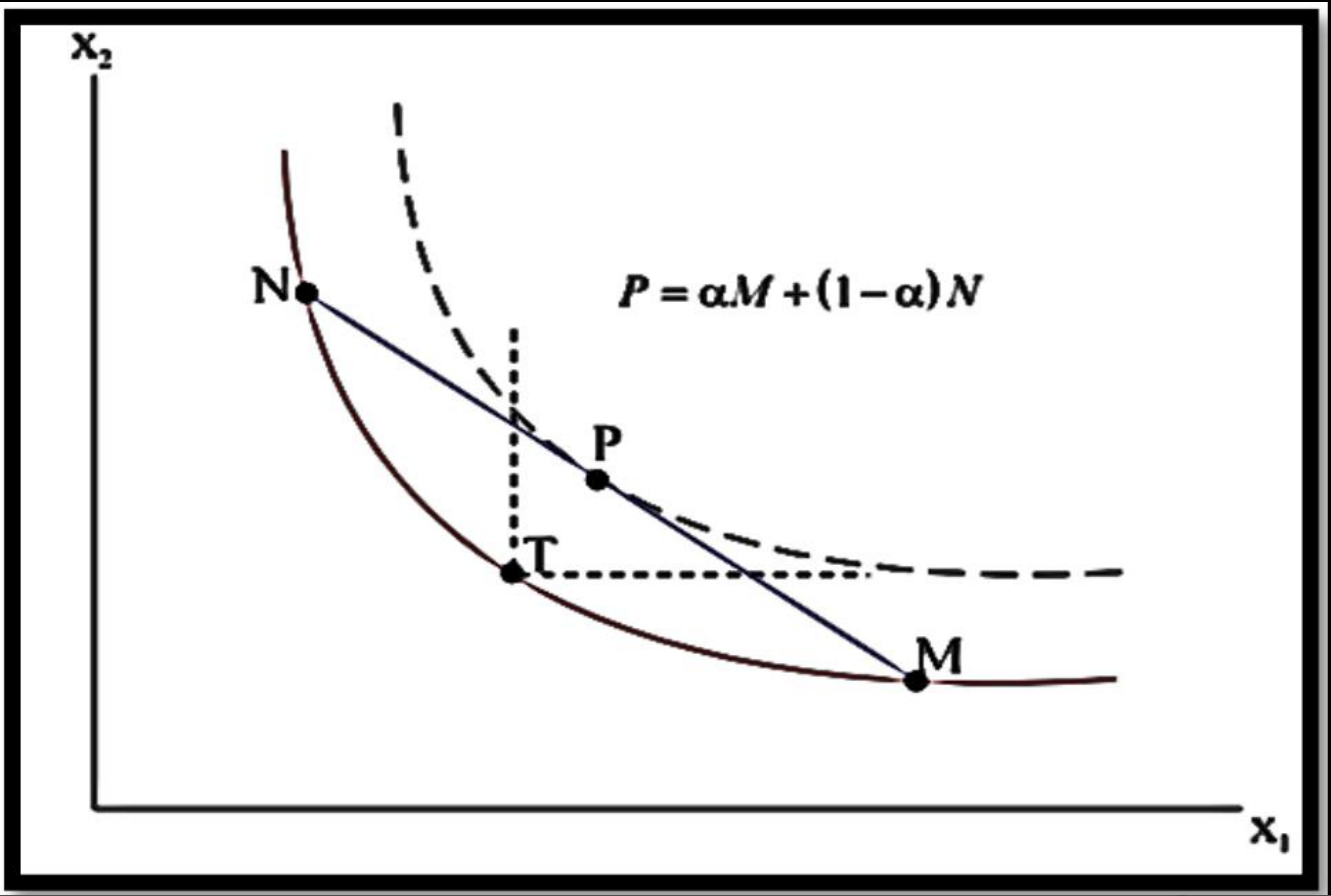
$$P = \alpha M + (1 - \alpha) N$$

$P \gtrsim M \sim N$.

Avec $\alpha \in [0,1]$

Les préférences “normales”

la convexité



II . LA NOTION D'UTILITÉ

L'utilité est la satisfaction qu'un individu tire de la consommation d'un bien.

- **Utilité cardinale** (mesurable, quantitative) : Jevons, Menger et Walras.

Tout individu est capable de mesurer, par un indice quantitatif, la satisfaction précise qu'il retire de la consommation d'un bien ou d'un panier de biens

II . LA NOTION D'UTILITÉ

L'utilité est la satisfaction qu'un individu tire de la consommation d'un bien.

- Utilité ordinale (satisfaction de préférences ordonnées) : Pareto. Tout individu est capable d'indiquer un ordre de préférences pour la consommation de différents biens ou paniers de biens

Utilité cardinale

Si on peut écrire

$U(X) = 2U(Y)$, (avec $U(Y) > 0$)

alors cela voudrait dire que le consommateur aime deux fois plus X que Y.

Utilité cardinale

1. En effet, considérons par exemple trois biens x, y et z et une relation de préférence telle que : $x \gtrsim y \gtrsim z$.
Supposons aussi que la traduction de cette préférence par une fonction d'utilité permet d'obtenir les valeurs suivantes:

$$u(x) = 40,\ u(y) = 20\ et\ u(z) = 10$$

La conception cardinale semble impertinente des lorsque les biens sont hétérogènes

Utilité cardinale

2 l'adoption de la conception cardinale de l'utilité implique que le niveau de satisfaction apportée par un bien soit le même quel que soit l'individu. En ce sens, l'utilité cardinale est une notion objective.

Utilité cardinale

Une autre implication de la conception cardinale est l'hypothèse de l'additivité de l'utilité et la séparabilité des arguments de la fonction d'utilité.

$$u_{x,y} = u_1(x) + u_2(y)$$

En effet pour Edgeworth, la séparabilité ne permet pas de tenir compte de l'interdépendance entre les biens
Il propose alors une nouvelle
formulation beaucoup plus générale telle que
$u_{x,y} = u(x, y)$.

Utilité ordinale

Proposée pour la première fois par Vilfredo Pareto l’approche ordinale n’a pas pour but d’attribuer une valeur chiffrée à l’utilité.

Elle se contente de déterminer l’ordre de préférence dans les choix du consommateur sans pour autant raisonner en valeur absolue. Elle permet de classer les paniers en indiquant uniquement l’ordre de préférence des paniers de biens.

Ainsi avec une utilité ordinale si $X \succ Y$

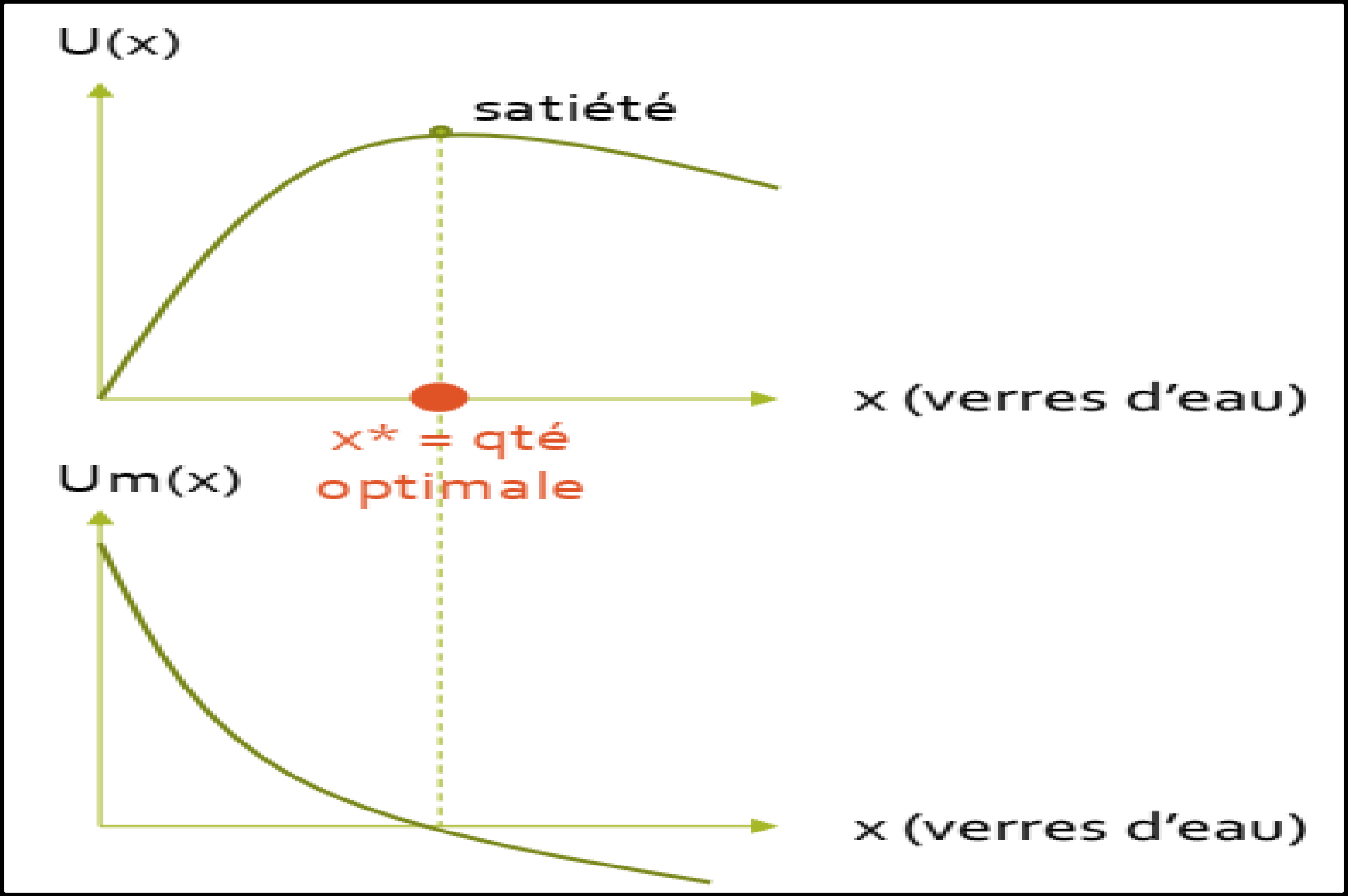
cela implique que: $U(X) > U(Y)$

Utilité totale-Utilité marginale

L'utilité totale U d'un bien d'un bien x mesure la satisfaction globale que l'individu retire de la consommation de ce bien. Le niveau de U dépend de la quantité de x, U est donc « fonction » de x : U = U(x)

L'utilité marginale (notée Um) mesure l'évolution de l'utilité totale à la marge c'est-à-dire pour une variation très petite de la quantité de x consommée.

Utilité totale-Utilité marginale

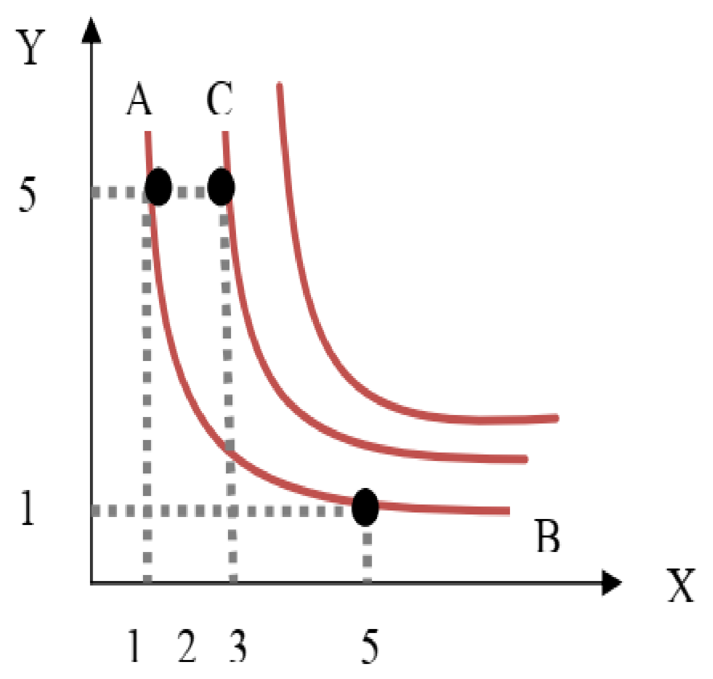


2.3. Les courbes d’indifférence (ou d’iso-utilité)

Définition

La CI représente l’ensemble des combinaisons de deux biens qui assurent au consommateur un niveau d’utilité identique.

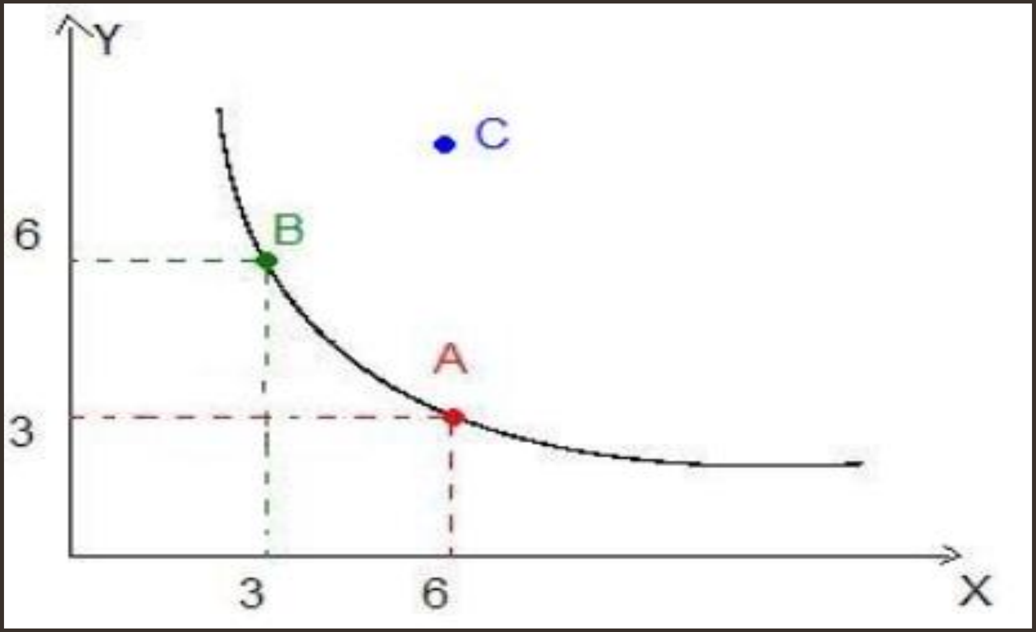
2.3. Les courbes d’indifférence (ou d’iso-utilité)

Présentation graphique	Commentaires
	L’utilité reste la même lorsqu’on se déplace le long d’une courbe d’indifférence et elle augmente lorsqu’on passe d’une courbe à l’autre vers la droite. A correspond à 5 y et 1 x ; B correspond à 1y et 5 x ; C correspond à 5 y et 3 x donc à un niveau d’utilité supérieur. L’ensemble des ces courbes constitue une **carte d’indifférence** et il existe autant de cartes d’indifférence que d’individus.

2.3. Les courbes d'indifférence (ou d'iso-utilité)

2.3.2. Les propriétés des courbes d'indifférence

Propriété 1: Les courbes d'indifférence sont décroissantes.

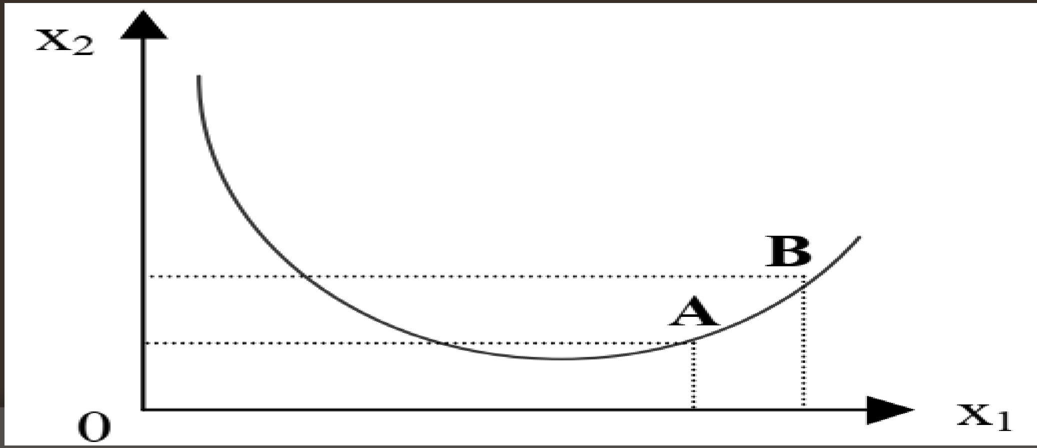


2.3. Les courbes d’indifférence (ou d’iso-utilité)

2.3.2. Les propriétés des courbes d’indifférence

Propriété 1: Les courbes d'indifférence sont décroissantes.

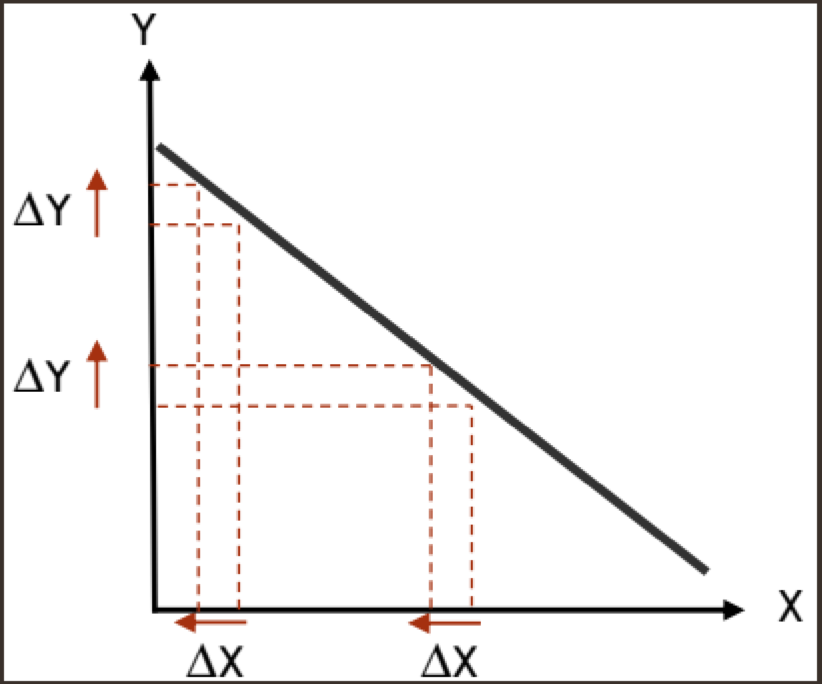
Cette propriété découle de l’hypothèse de non saturation des préférences.
Soient les paniers A et B, équivalents pour le consommateur puisque situés sur la même courbe d’indifférence. B contient plus des deux biens que A. Par conséquent, en vertu de la non saturation des préférences, B est strictement préféré à A. Il ne peut alors pas se situer sur la même courbe d’indifférence que A ; cette courbe ne peut donc pas être croissante.



2.3. Les courbes d'indifférence (ou d'iso-utilité)

2.3.2. Les propriétés des courbes d'indifférence

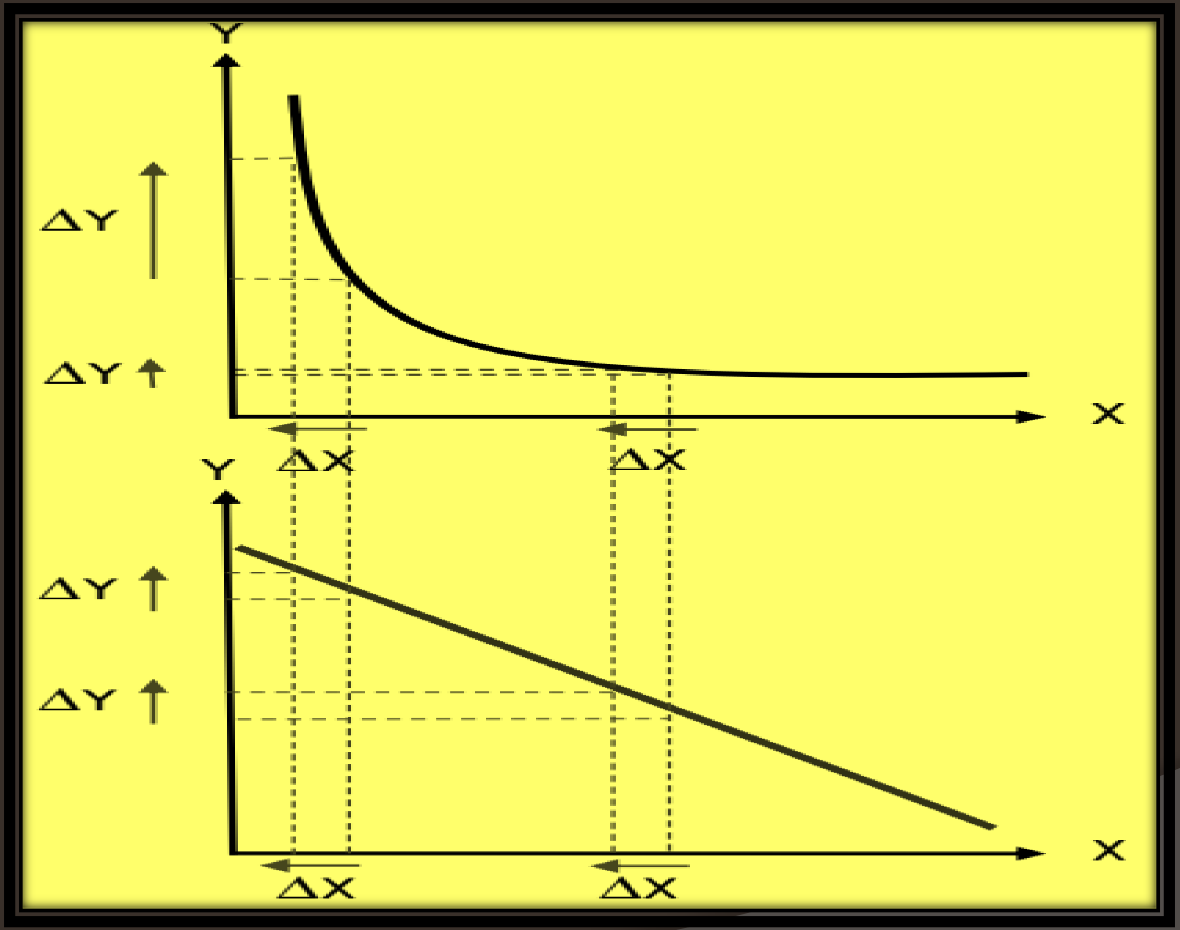
Propriété 2: Les courbes d'indifférence sont convexes



Si elles étaient linéaires, pour maintenir l'utilité constante, une diminution de X donnée supposerait une augmentation de Y qui serait identique quel que soit le niveau initial de X et de Y.

2.3.2. Les propriétés des courbes d'indifférence

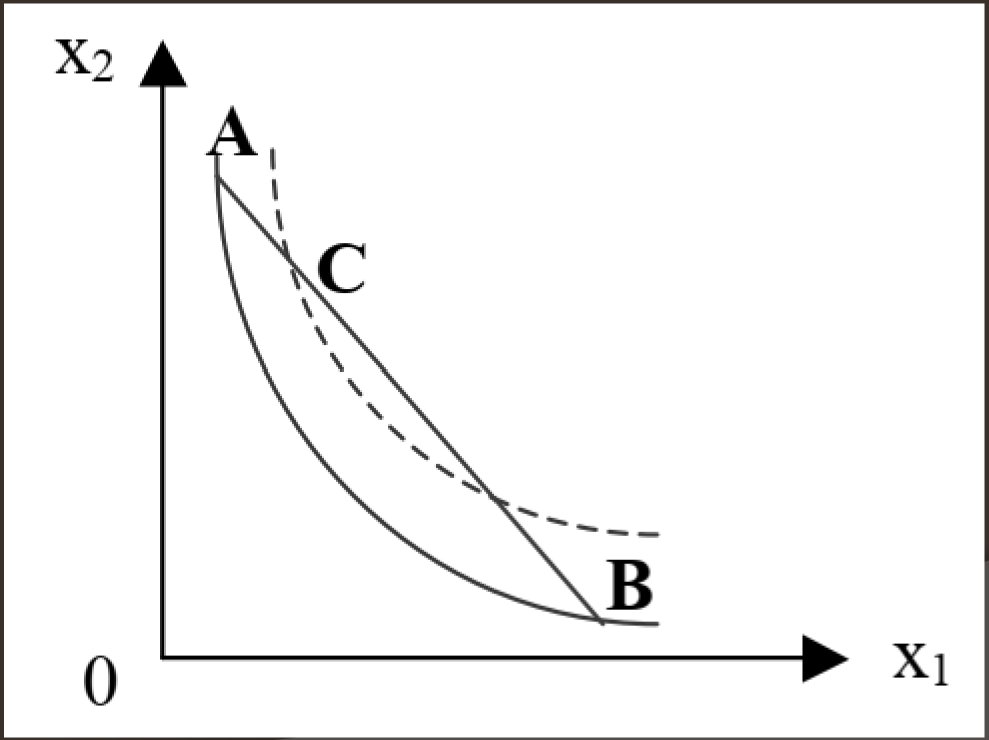
Propriété 2: Les courbes d'indifférence sont convexes



2.3.2. Les propriétés des courbes d'indifférence

Propriété 2: Les courbes d'indifférence sont convexes

Cette propriété résulte de l'hypothèse de convexité des préférences.
Soient A et B deux paniers équivalents pour le consommateur.
Le panier C, mélange des paniers A et B et situé sur le segment de droite [AB], est préféré à A et à B.



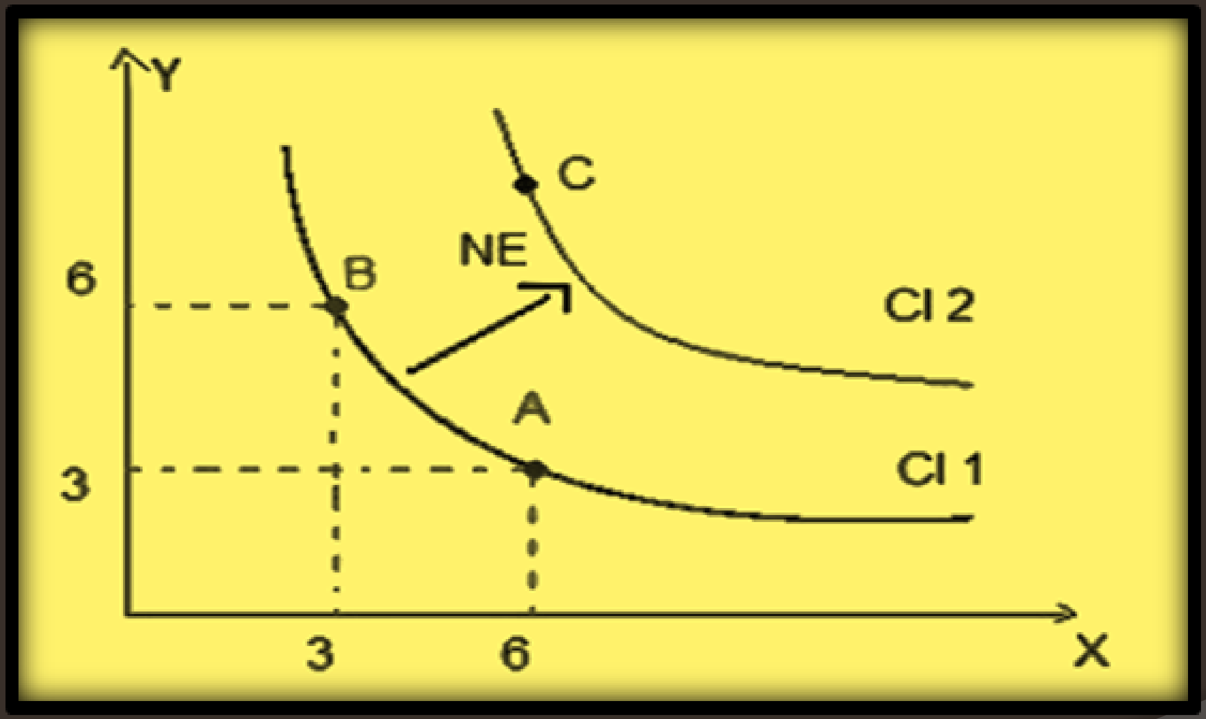
2.3.2. Les propriétés des courbes d'indifférence

Or, le long d'une courbe d'indifférence convexe, la diminution d'une même quantité de bien X doit être compensée par des quantités croissantes de bien Y.
Explication : Utilité marginale décroissante.

Lorsqu'on substitue du bien X par du bien Y, le bien X consommé se fait de plus en plus rare : il devient de plus en plus précieux et il faut de plus en plus
de bien Y pour compenser sa perte.
Remarque : cela fonctionne si X et Y sont imparfaitement substituables

2.3.2. Les propriétés des courbes d’indifférence

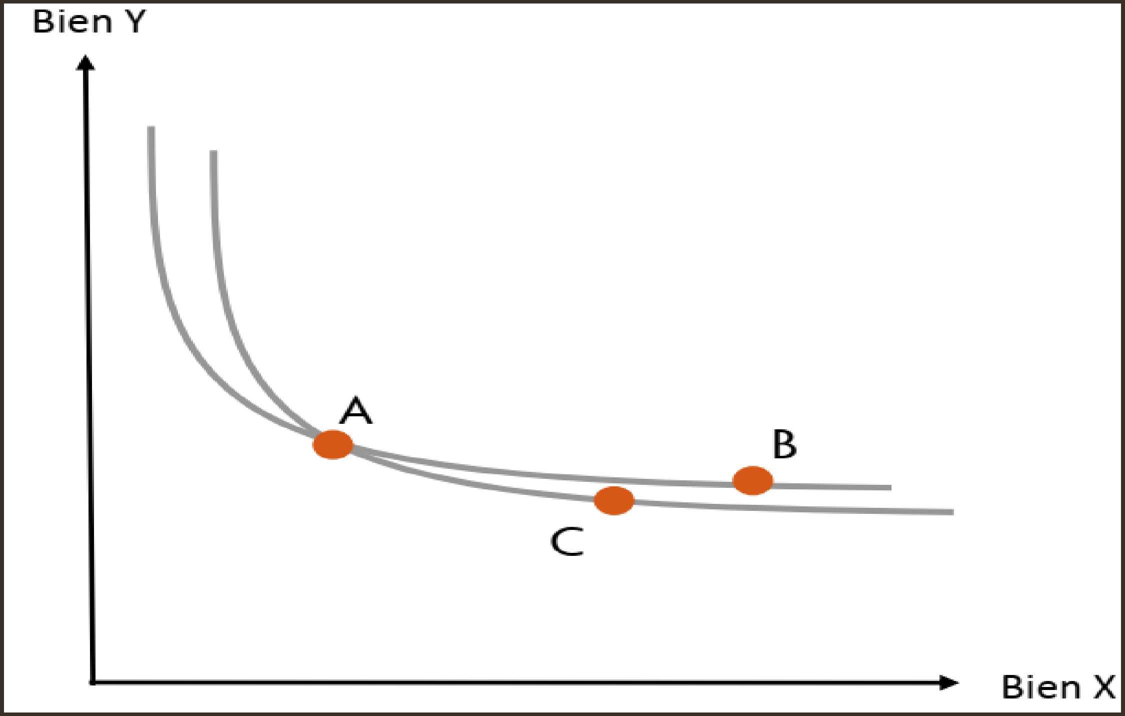
Propriété 3: Plus la courbe d'indifférence s'éloigne de son point d'origine, plus la satisfaction de l'agent est importante.



L’utilité est plus grande sur les courbes situées dans la zone Nord-Est (et donc + faible pour les courbes situées dans la zone Sud-Ouest)
Ainsi U (CI 2) ≻ U (CI 1)

2.3.2. Les propriétés des courbes d’indifférence

Propriété 4 : Les courbes d'indifférence ne se croisent pas.



CI b coupe CIc alors U(B)>U(C)
Or U(A)=U(B) ET
U(A)=U(C)
Par transitivite U(B)=U(C)

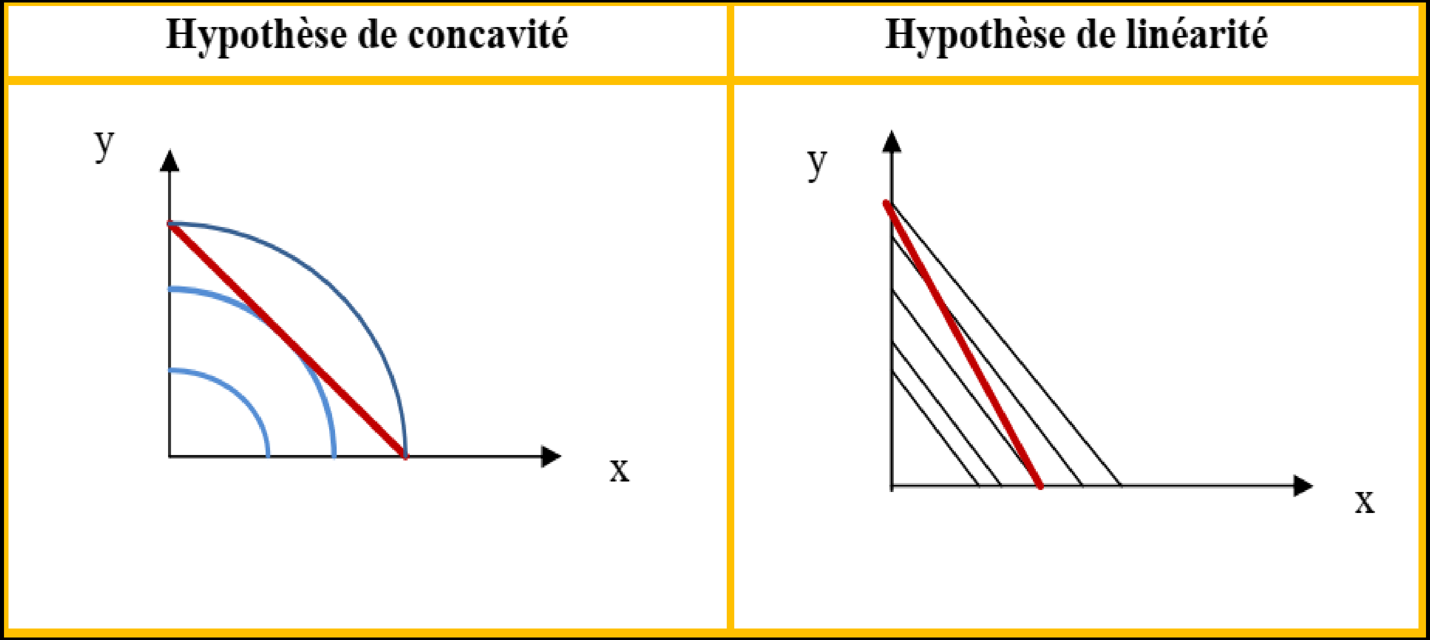
2.3.2. Les propriétés des courbes d’indifférence

Propriété 5: Le taux marginal de substitution est décroissant le long d'une courbe d'indifférence convexe.

Propriété 6: Lorsque l'agent a un goût pour la diversité, au point de consommation optimale le taux marginal de substitution est égal au rapport des prix des deux biens.

2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

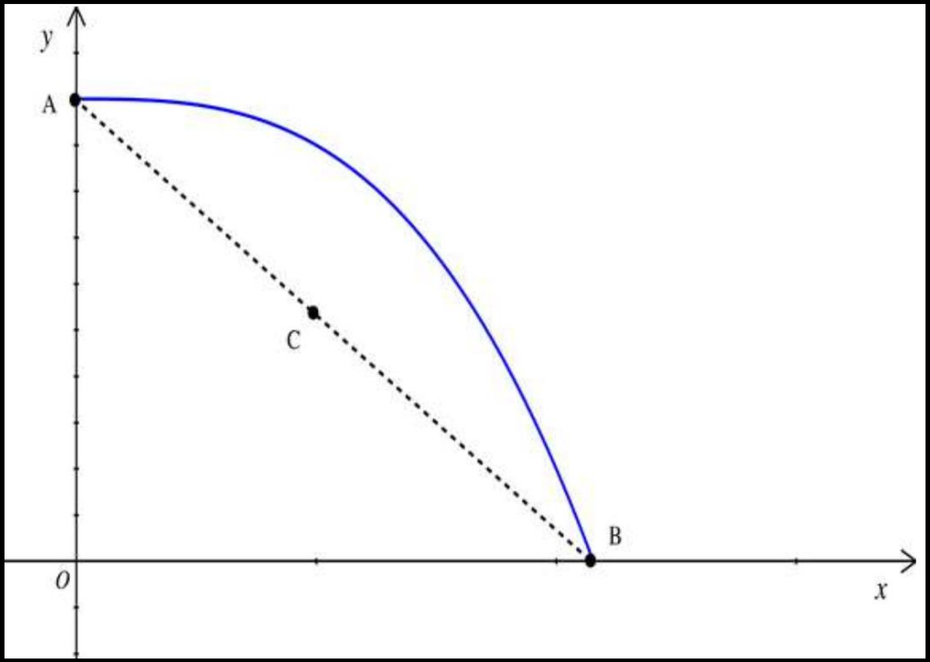
B. Des exemples de courbes d'indifférence particulières



2.5. Une typologie des biens et des fonctions d’utilité.

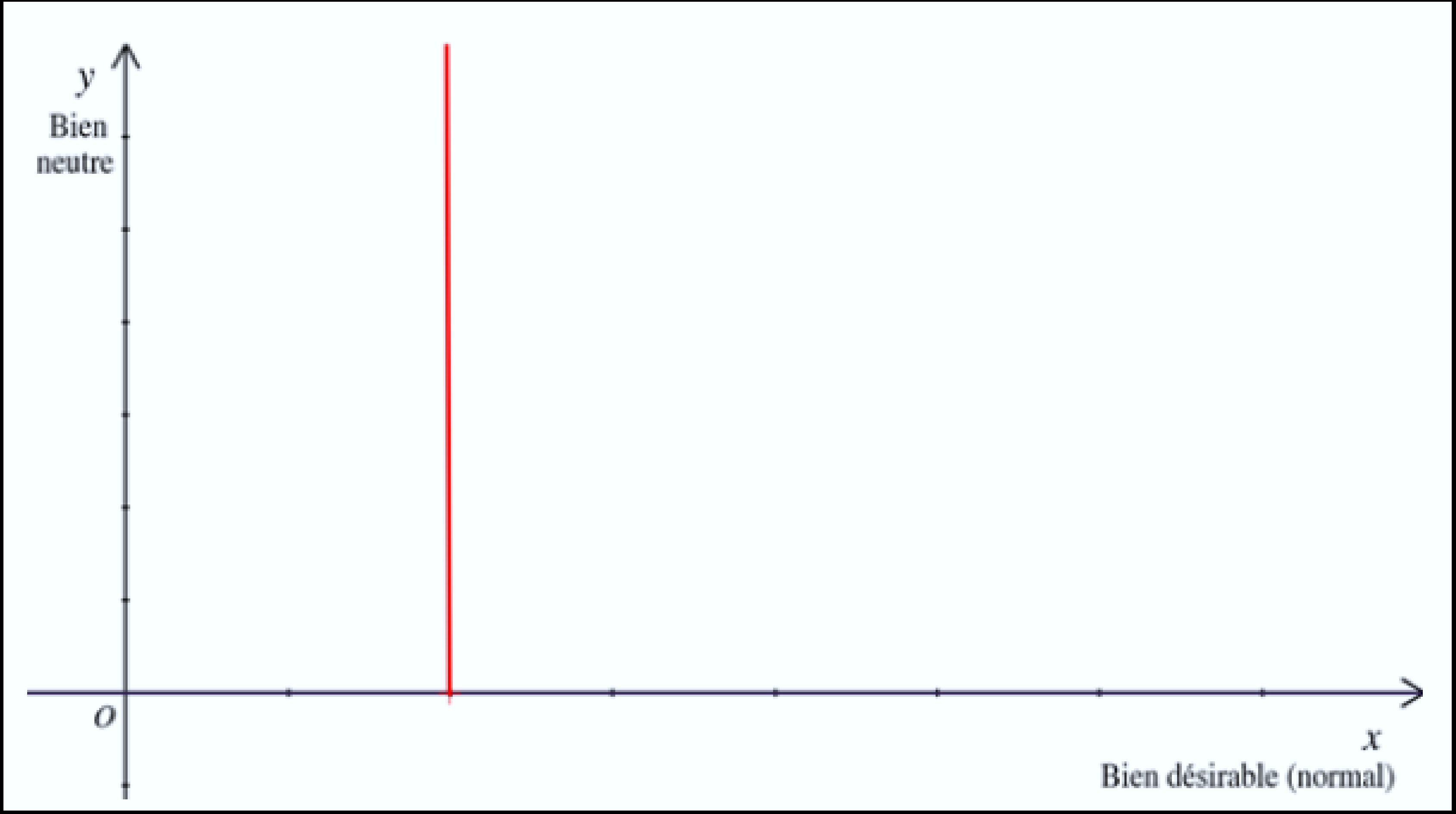
B. Des exemples de courbes d’indifférence particulières

Tout comme pour les préférences convexes, les points se trouvant sur le segment [AB] sont obtenus par une combinaison linéaire du panier A et du panier B à travers l’expression mathématique : $\lambda A + (1 - \lambda)B$ où $\lambda \in [0,1]$. Le segment [AB] est appelé ensemble concave.



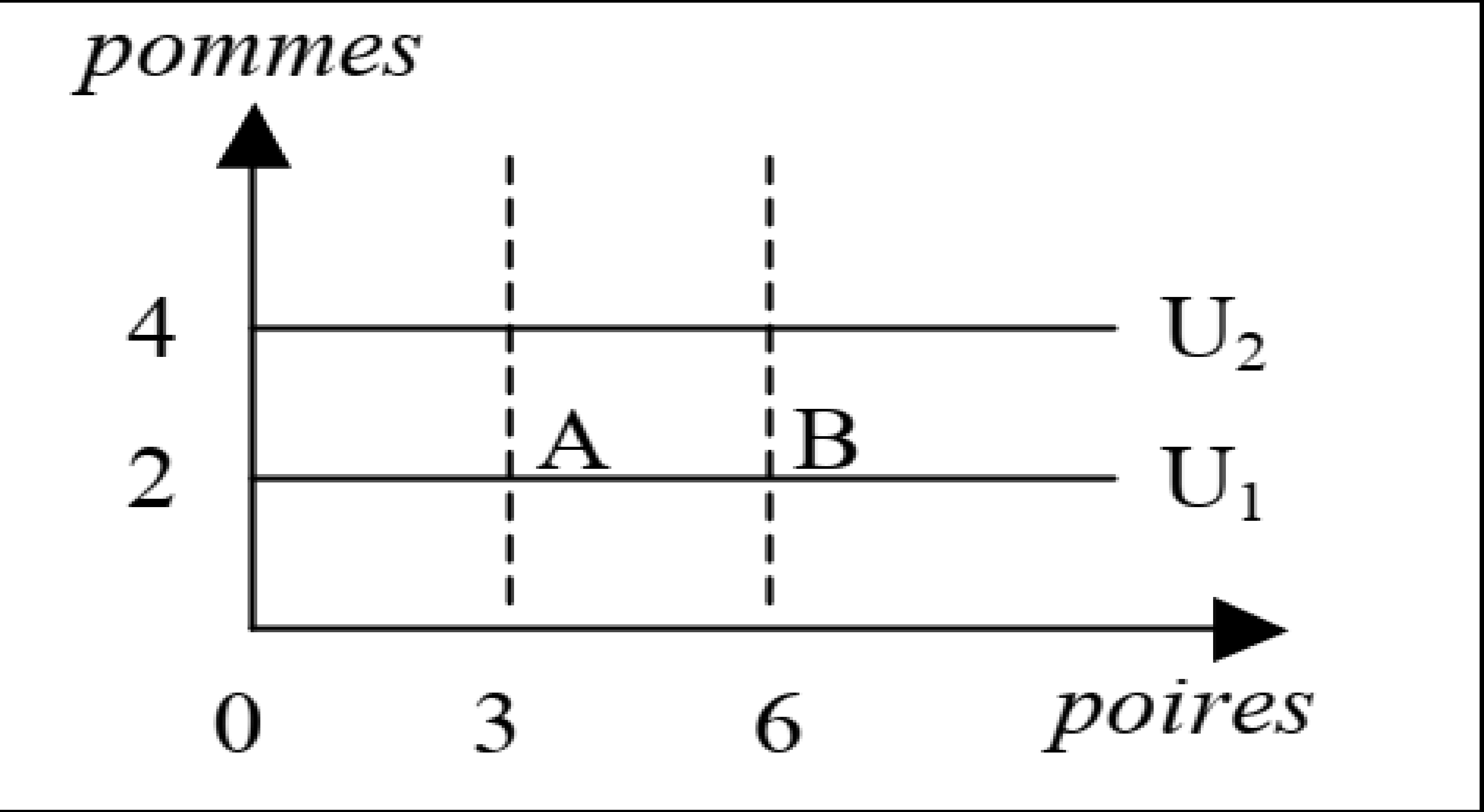
2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

B. Des exemples de courbes d'indifférence particulières



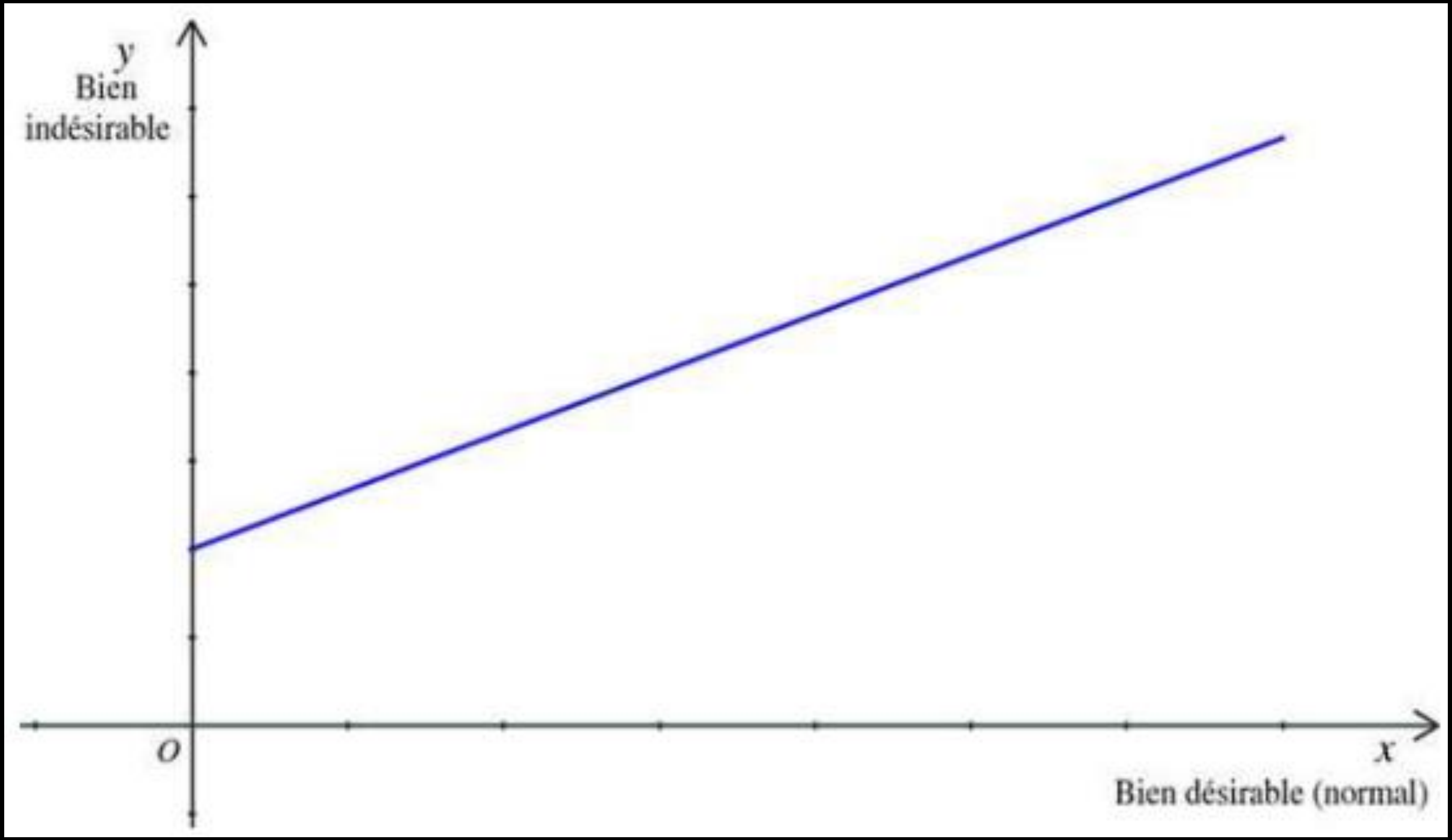
2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

B. Des exemples de courbes d'indifférence particulières



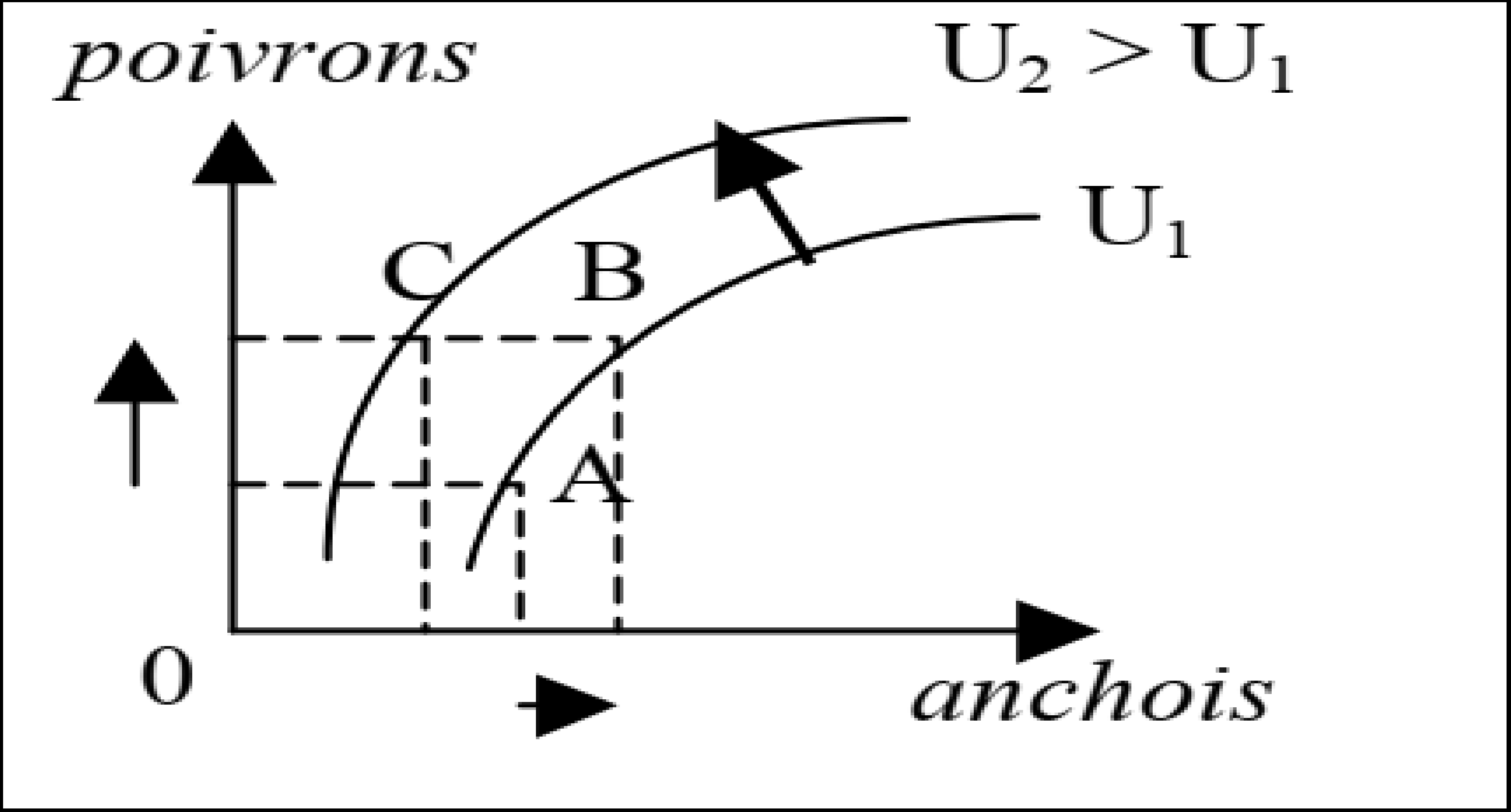
2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

B. Des exemples de courbes d'indifférence particulières



2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

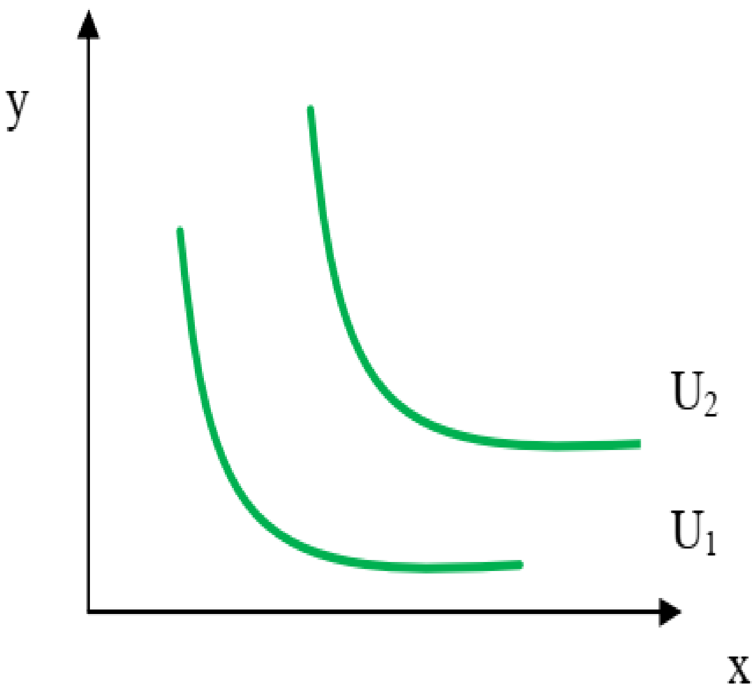
B. Des exemples de courbes d'indifférence particulières



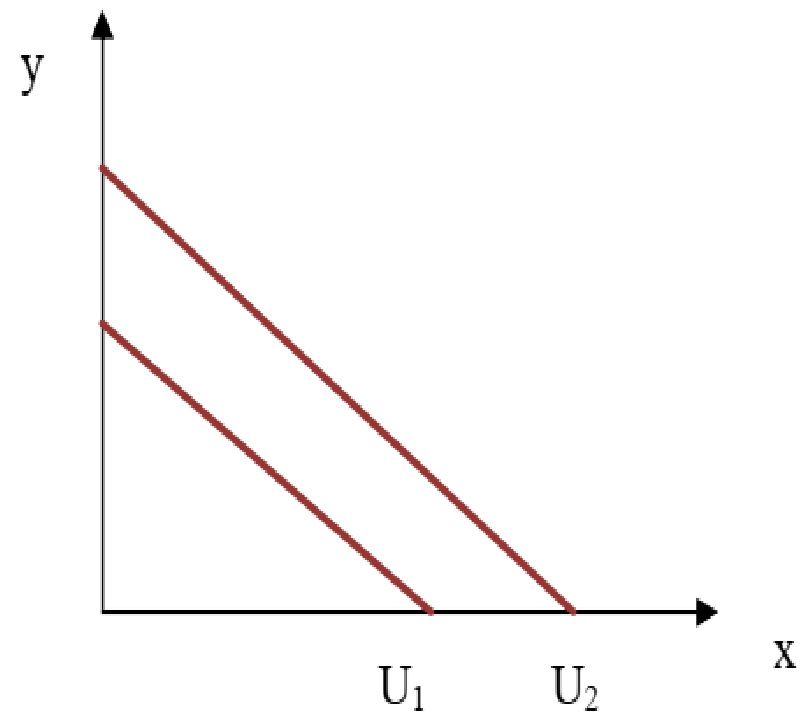
2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

Fonction d'utilité et courbe d'indifférence pour les biens substituables

3) **substituabilité imparfaite**. Le TMS est décroissant.

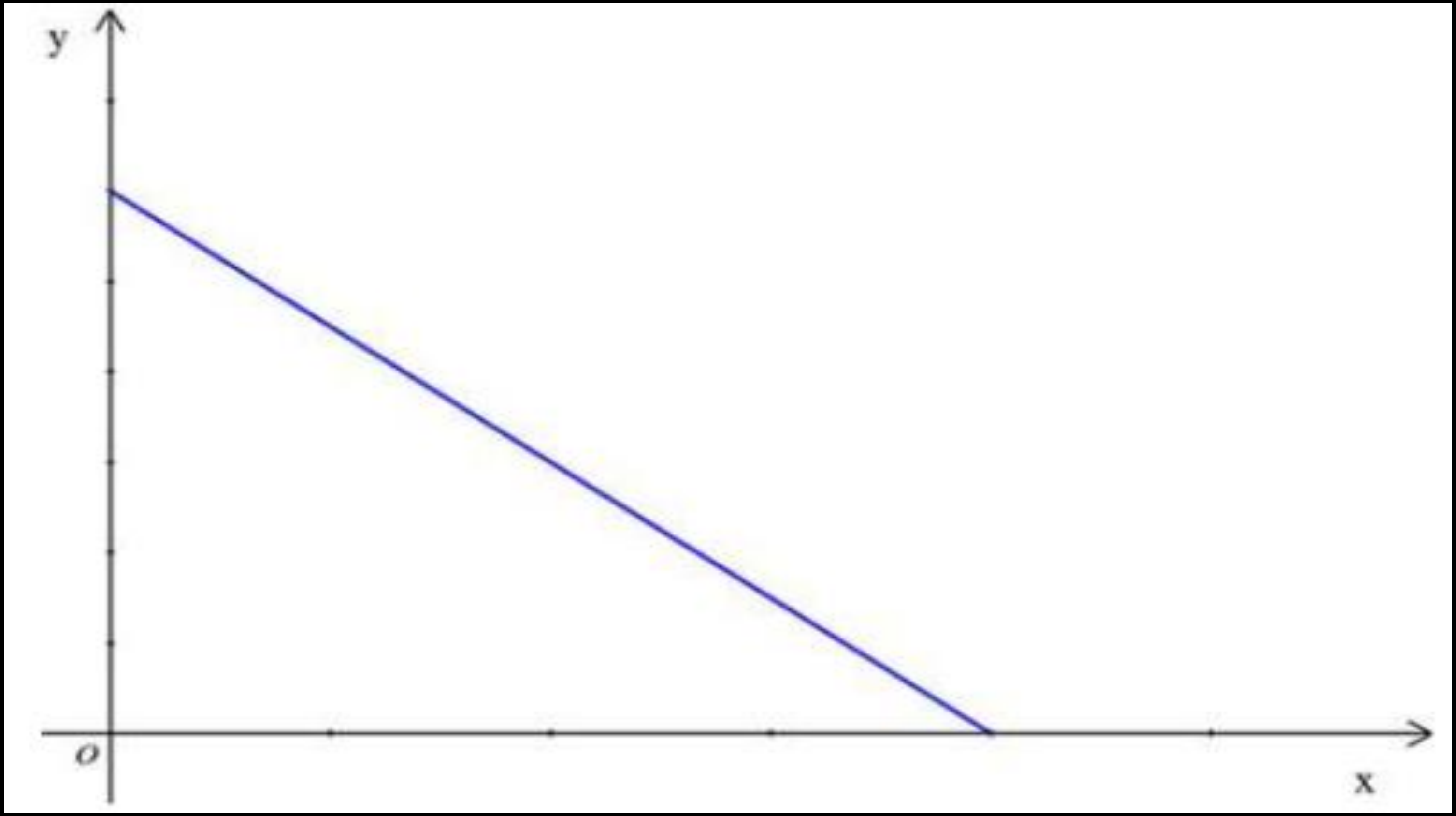


4) **Substituabilité parfaite**.



2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

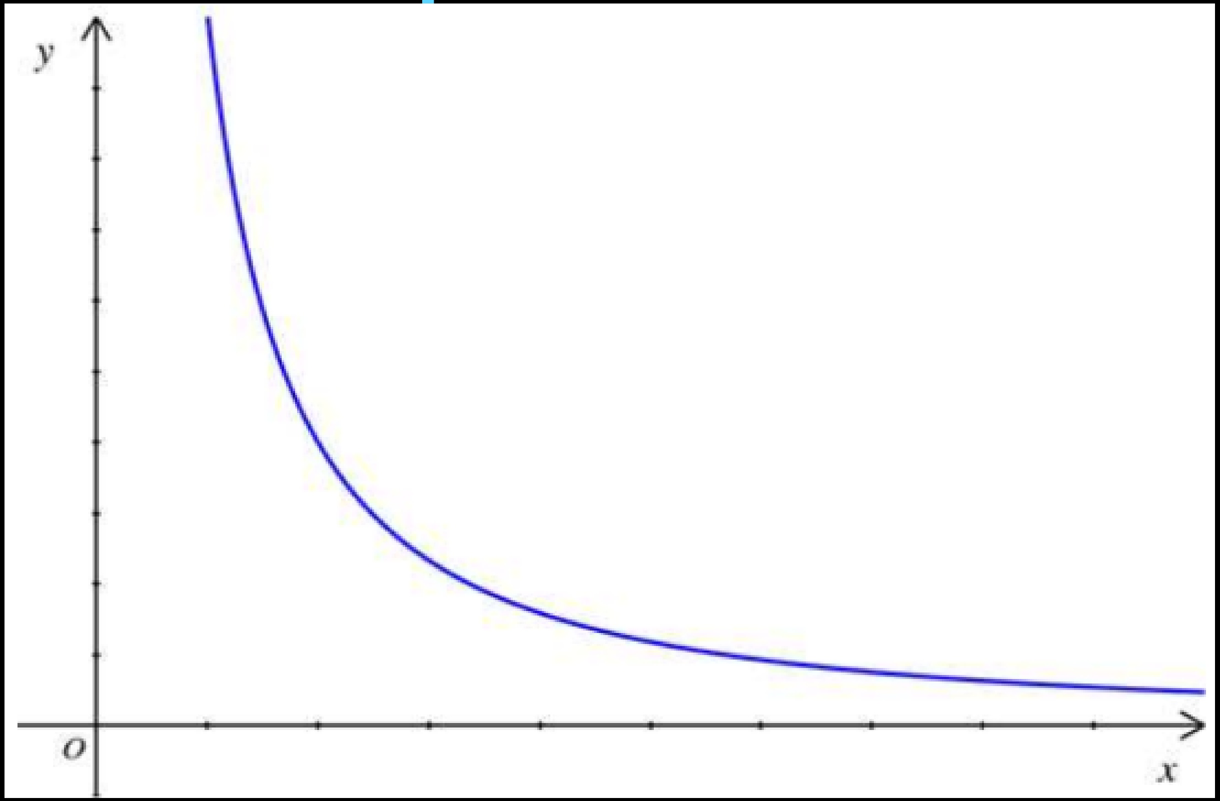
biens parfaitement substituables



$$u(x, y) = ax + by$$

2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

les biens imparfaitement substituables



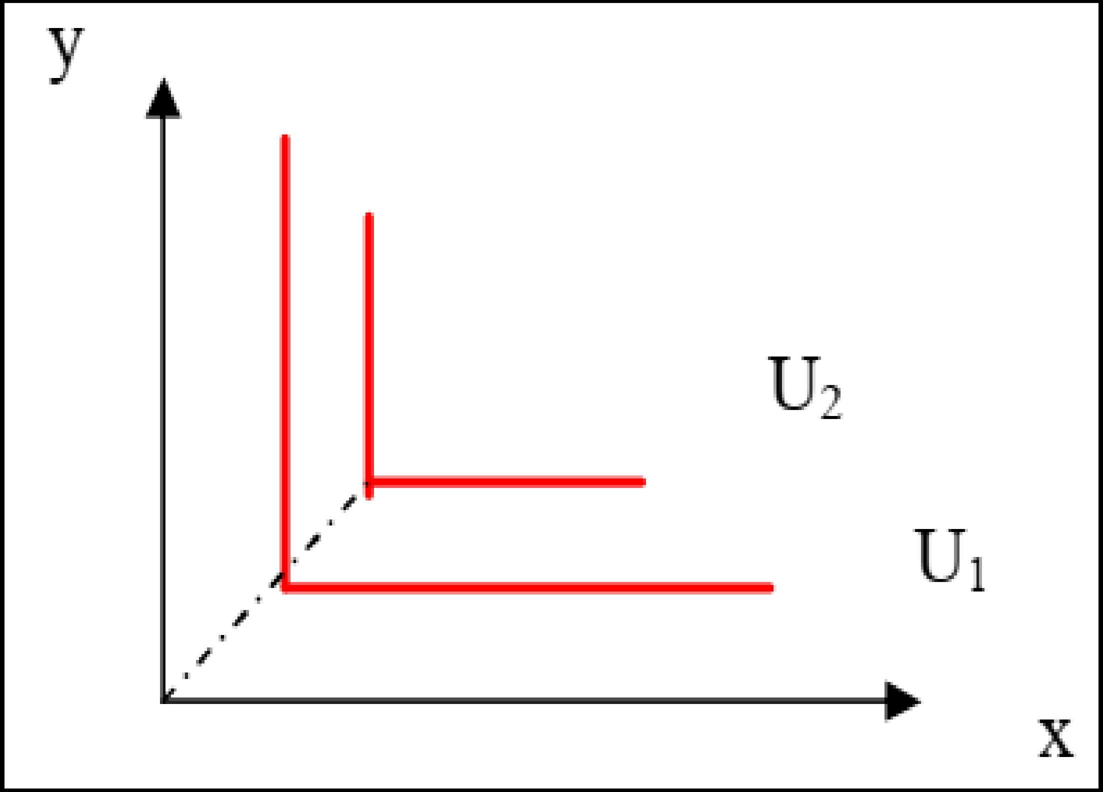
fonction d'utilité faiblement ou imparfaitement substituable

$$u(x, y) = aX^{\alpha}Y^{\beta}$$

2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

complémentarité stricte

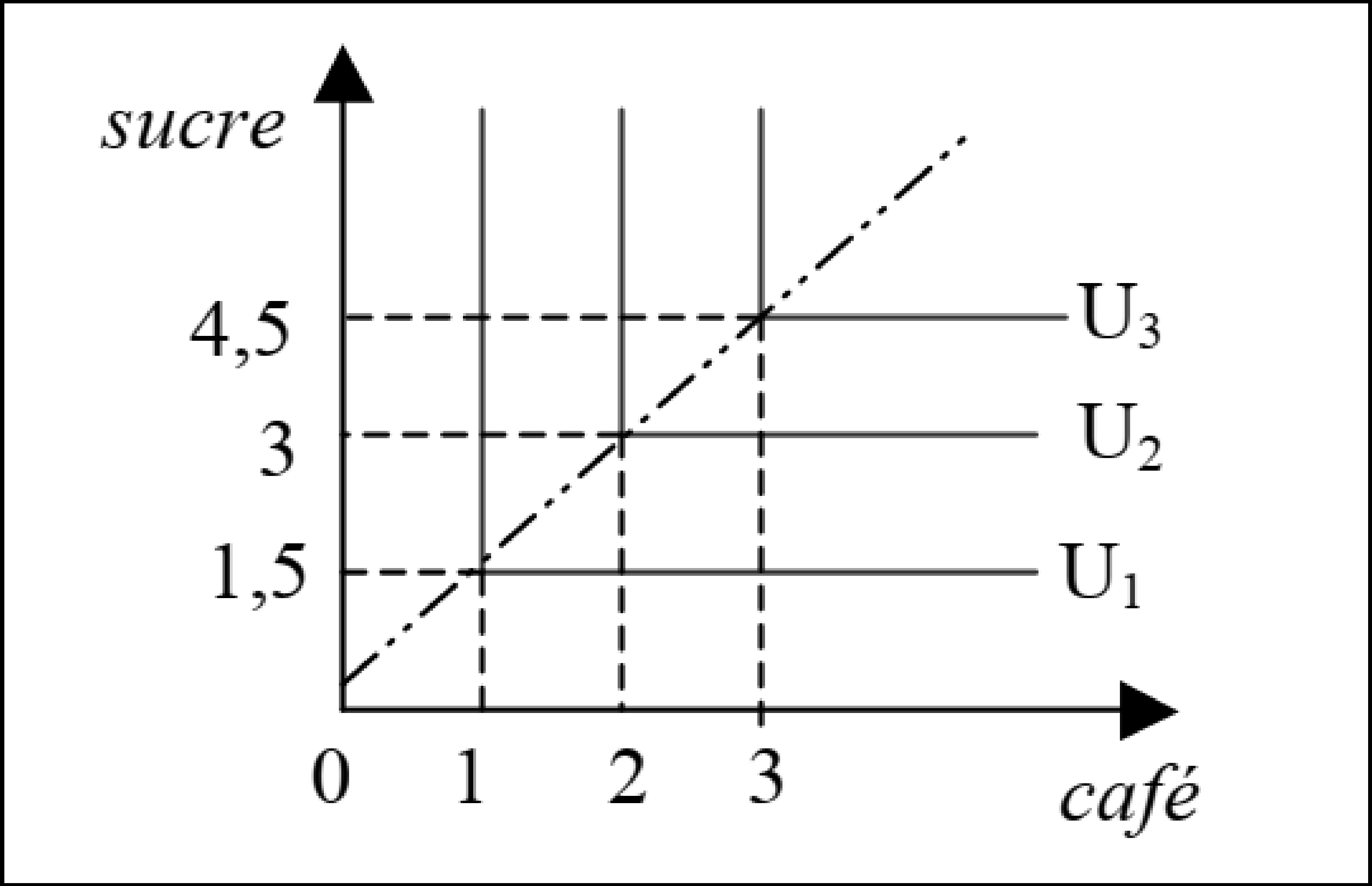
entre les deux biens, l'augmentation de la quantité de l'un des deux laisse inchangée l'utilité du consommateur.



$$U(X, Y) = min\ (X/a\ ;\ Y/b)$$

2.5. Une typologie des biens et des fonctions d'utilité.

Biens complémentaires



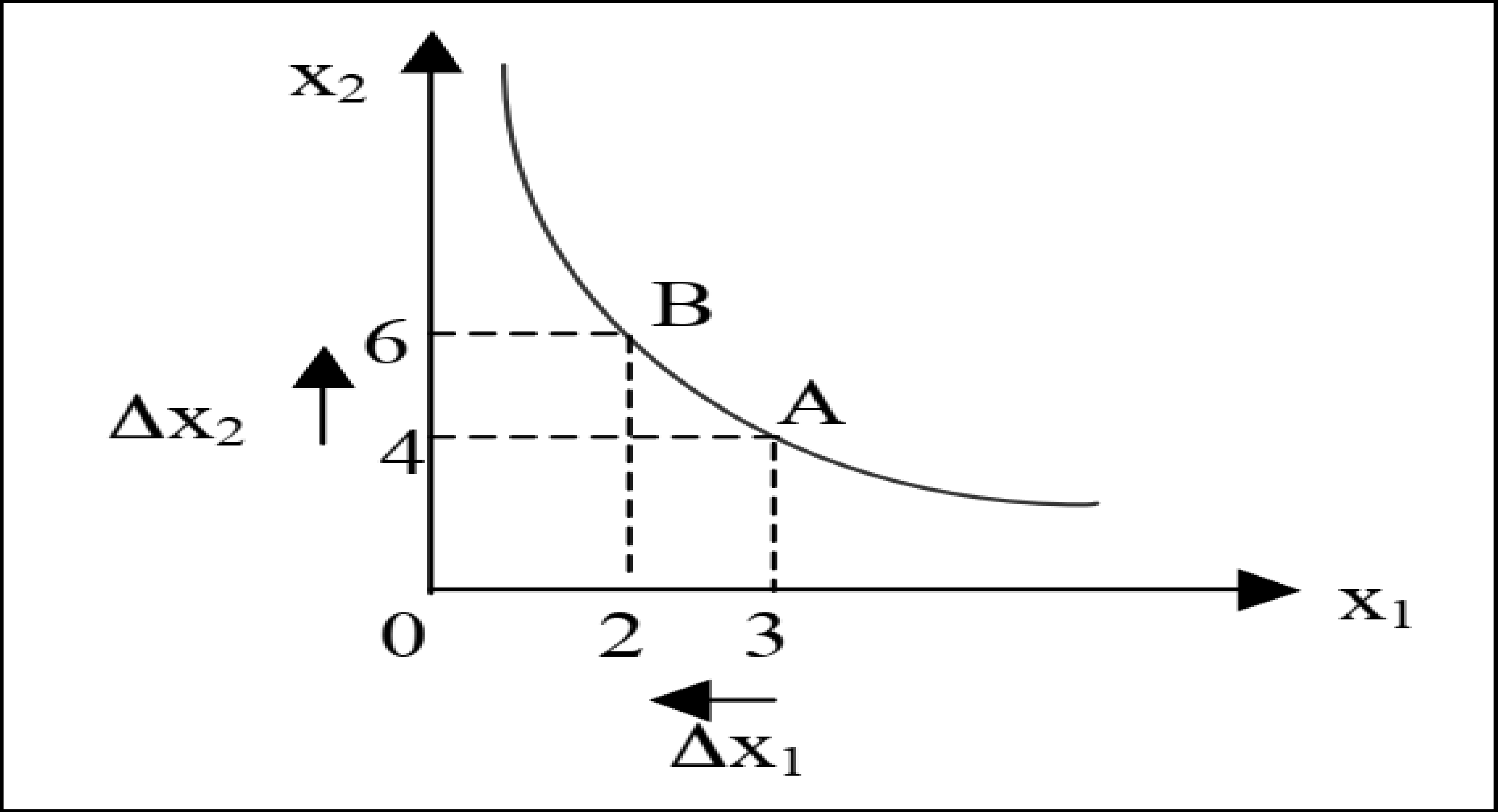
2.6. Le taux marginal de substitution (TMS).

2.4.1 Définition

Le taux marginal de substitution entre deux biens X1 et X2 (le TMS de X2 à X1 ou substitution de X2 à X1) est égal à la quantité de bien X2 qui est nécessaire pour compenser la perte d'utilité consécutive à une diminution d'une unité de la consommation de X1.

2.6. Le taux marginal de substitution (TMS).

2.6.1 Définition



2.6. Le taux marginal de substitution (TMS).

2.6.1 Définition

$$TMS = \lim_{\Delta x_1 \to 0} -\Delta x_2/\Delta x_1 = -dx_2/dx_1$$

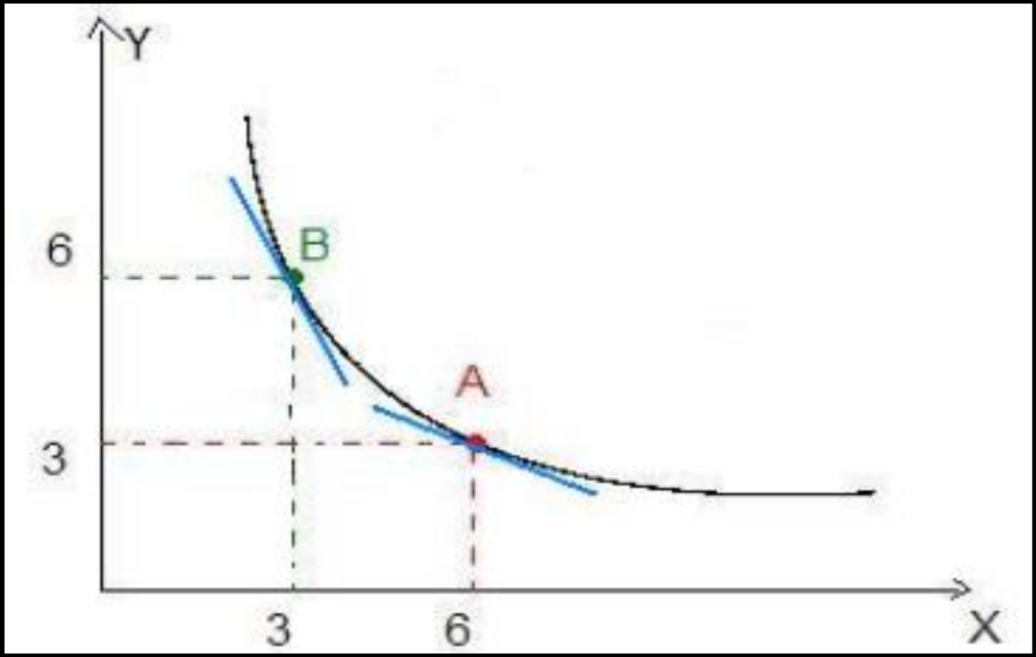
$$TMS_{X2X1} = -\frac{dX2}{dX1}$$

C'est aussi la pente des tangentes à la courbe d'indifférence

$$TMS = \lim_{\Delta x_1 \to 0} -\Delta x_2 / \Delta x_1 = -dx_2 / dx_1$$

2.4. Le taux marginal de substitution (TMS).

2.4.2. TMS- convexité de la courbe d'indifférence



Pour de petites variations, le TMS peut être assimilé à la pente de la tangente :
TMSy/x = $-\Delta Y/\Delta X$ avec $\Delta y < 0$ et $\Delta > 0$.
Le long d'une courbe convexe, la pente diminue.

2.4. Le taux marginal de substitution (TMS).

TMS et rapport des utilités marginales

La variation totale de l'utilité liée aux variations des quantités X et Y s'écrit :
$dU = UmX \times dX + UmY \times dY$
Par définition, le long d'une courbe d'indifférence,
$dU = 0$ donc
on a $0 = UmX \times dX + UmY \times dY$
soit $UmX \times dX = -UmY \times dY$
Et, enfin : $\frac{UmX}{UmY} = -\frac{dY}{dX}$

le TMS est égal au rapport des utilités marginales

Conclusion .

- Les relations de préférences permettent de classer les paniers de biens.
- Ce classement permet de définir les courbes d’indifférences qui regroupent les paniers apportant le même niveau de référence et qui délimite l’ensemble des paniers faiblement préférés et l’ensemble des paniers moins préférés à ses propres paniers .
- La nature des biens et les relations entre les biens influencent les formes des CI .
- Les TMS qui mesurent la pente d’une CI à un point précis correspondant à un taux auquel l’agent est disposé à échanger du bien 2 pour une quantité de bien 1
- La nature et l'évolution du TMS au long de la CI seront également influencées par la nature des biens et les relations entre les biens.

Exercice 1 : Soit un consommateur auquel on présente cinq paniers de biens.

Les relations de préférence de consommateur sont telles que : $P1 \succ P3$; $P5 \succ P4$; $P5 \prec P3$; $P4 \sim P2$; $P1 \prec P5$; $P5 \sim P2$.

Ce consommateur peut-il être considéré comme rationnel ?

$$U_3(x;y) = x^{\frac{1}{4}}y^{\frac{3}{4}}$$

$$U_4(x;y) = 2\min(\frac{1}{3}x + 2y)$$

Exercice

Soit un consommateur ayant une préférence pour les mélanges plutôt que les paniers extrêmes. Donner une fonction d'utilité qu'on peut potentiellement attribuer à ce consommateur. Calculez le $TMSy/x$ pour ce consommateur au point (x=3 ; y=5). Interprétez ce résultat.

CHAPITRE II. L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

I.Budget et la contrainte budgétaire.

Le budget du consommateur est la somme monétaire maximale dont il dispose pour réaliser ses dépenses.

Le budget s'équilibre en général en recettes (ressources, revenus) et en dépenses

R $= \sum_{i=1}^{n} P_i X_i$

R=ressources, revenus, recette

.$\sum_{i=1}^{n} P_i\, X_i$ = dépenses

CHAPITRE II. L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

I.Budget et la contrainte budgétaire

On appelle Contrainte budgétaire la relation

$XP_1 + YP_2 \leq R$

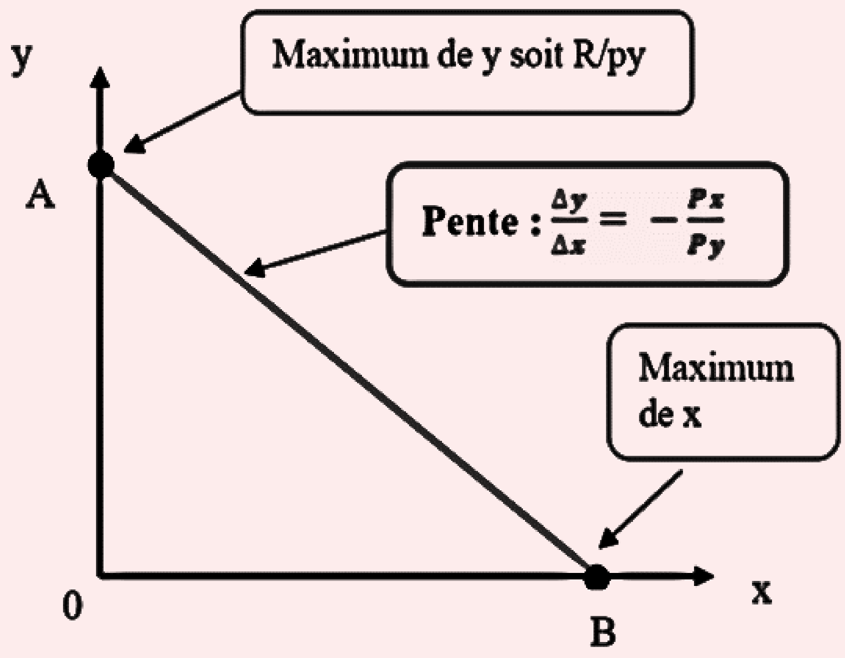
Si $XP_1 + YP_2 = R$, alors on dit que la contrainte est saturée

c'est à dire que les dépenses épuisent effectivement tout le revenu,

En se limitant à deux biens, la contrainte budgétaire est représentée par une droite, appelée droite de budget.

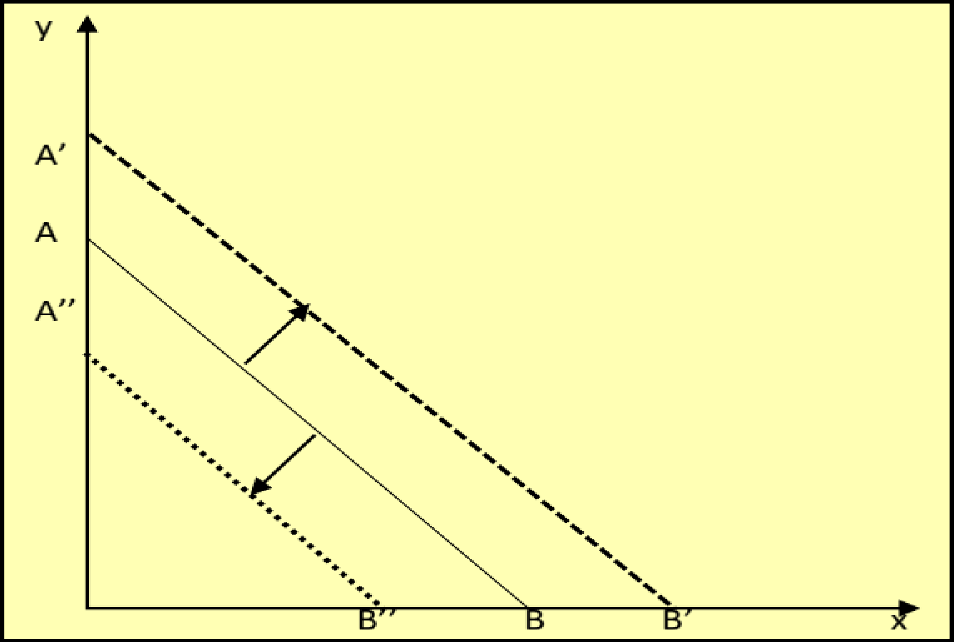
$Y = \frac{R}{P_2} - \frac{P_1}{P_2} X$ l'équation de la droite de budget

CHAPITRE II. L'EQUILIBRE DU CONSOMMATEUR

Présentation graphique	Commentaires
 **Le domaine du choix du consommateur** correspond au triangle OAB.	R = Px. X + Py. Y R – Px. X = Py. Y On divise par Py (R / Py) – (Px. X / Py) = Py. Y / Py Y = R / Py - Px / py .X Expression de la forme y = ax + b Dont la pente est a = - Px / Py

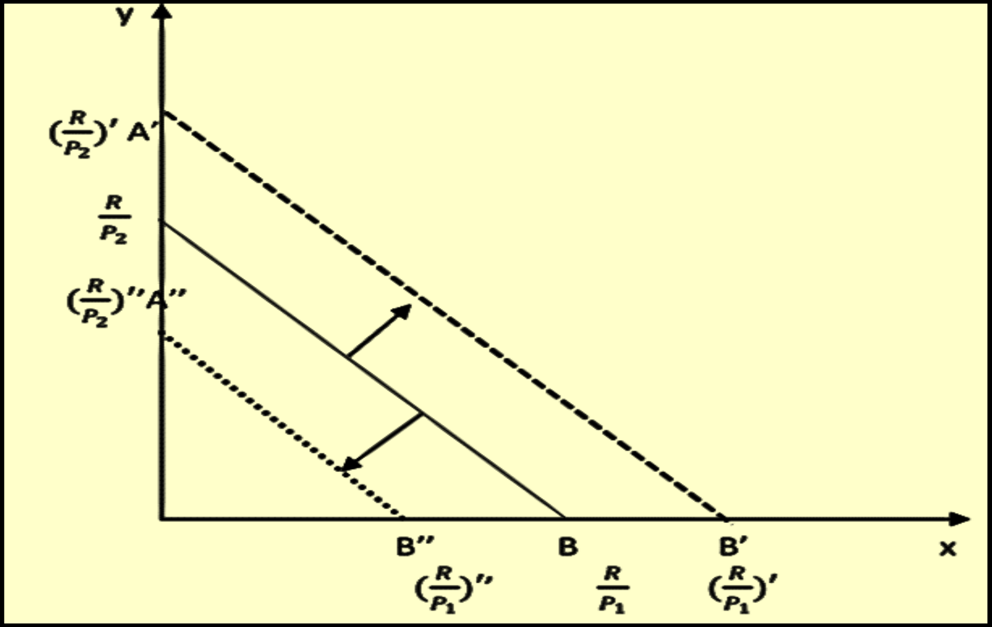
1. Les déplacements de la droite de budget : variation du revenu et des prix.

- **Variation du revenu**



Si le revenu augmente (ceteris paribus), la droite de budget se déplace vers le haut parallèlement à elle-même à droite si R ↗ ou à gauche si R ↘

1. Les déplacements de la droite de budget : variation du revenu et des prix.

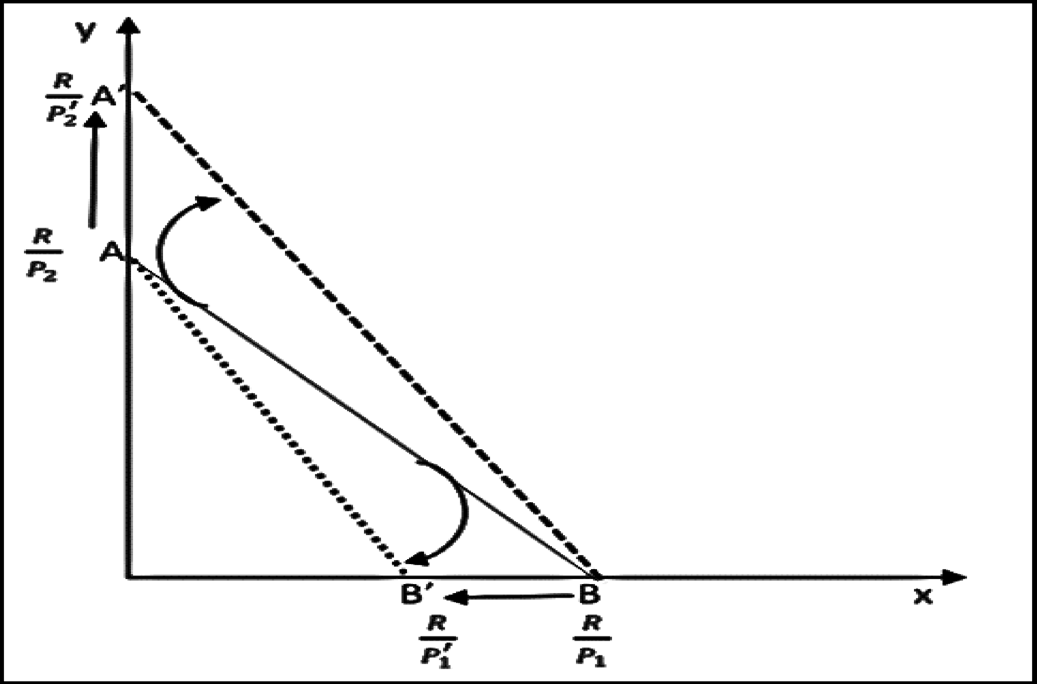


Une baisse équiproportionnelle de P1 et P2 entraine une augmentation de Y et X correspondant à la droite de budget (A', B') dont les qté Y et X max sont respectivement $(\frac{R}{P_2})'$ et $(\frac{R}{P_1})'$ aux points A' et B'.

La droite (A'', B'') correspond à un déplacement de la droite du budget initial du fait de l'augmentation équiproportionnelle des prix P1 et P2

1. **Les déplacements de la droite de budget : variation du revenu et des prix.**

- **Variation inverse des prix**



Si le prix du bien X augmente, toutes choses étant égales par ailleurs , la pente augmente en valeur absolue (droite plus raide) et la droite de budget passe toujours par le point A entrainant une baisse de qté de X avec X'= $\frac{R}{P'_1}$

II. l'équilibre du consommateur

Le consommateur est dit en équilibre, compte tenu de la contrainte imposée par son revenu et les prix des biens, quant il tire de ses dépenses une utilité (ou satisfaction) totale maximale. En d'autres termes, un consommateur en équilibre, quand étant donné, sa contrainte budgétaire, il atteint la courbe d'équivalence la plus élevée possible.

Il existe en général, trois méthodes de résolution du problème de maximisation du consommateur :

- La méthode géométrique
- La méthode de substitution
- la méthode du multiplicateur de Lagrange

Hypothèses

Les hypothèses suivantes sont implicites dans toute la théorie à suivre :

Information parfaite : Le consommateur connaît ses préférences, les prix et son revenu ;

Rationalité parfaite : Le consommateur peut résoudre, sans coût et sans erreur, n’importe quel problème d’optimisation sous contrainte.

II. l'équilibre du consommateur

On définit un équilibre du consommateur comme toute solution x^* du problème de maximisation de l'utilité suivant :

$$\text{Max } U(x),$$
$$\text{sous les contraintes : } \Sigma_k\, p_k\, x_k \leq R.$$
$$x \in X,$$

Le problème du consommateur est de choisir, dans son ensemble de consommation X et dans son ensemble de budget B, un panier de consommation x, pour obtenir une utilité U(x) la plus grande possible.

II. l'équilibre du consommateur

2.1. La méthode de substitution

$$\begin{cases} Max\ U = X\ Y & (1) \\ S/C\ 400 = 4.X + 10Y & (2) \end{cases}$$

1. On tire *Y* de (2) : $400=4X+10Y$

$\rightarrow$ **$Y = 40 – 2/5\ X$ C'est l'équation de la CB**

2. On remplace *Y dans U* , $U = XY \longrightarrow U = 40X\text{-}2/5X^2$

3. CPO dU/dX=0 $\longrightarrow$ 40 – 4/5 X = 0 $\longrightarrow$X = 50

Comme Y = 40 – 2/5X il vient Y = 20

E* (X*, Y*)=(50, 20) est l'équilibre du Ceur, il représente les quantités de X et Y à l'équilibre. E* est appelé aussi extrêmum

II. l'équilibre du consommateur

2.1. La méthode de substitution

U*=XY=50 x 20 = 1000

U*=1000 est l'indice de satisfaction correspondant à la courbe d'indifférence la plus élevée possible compte tenu du revenu et des prix.

4. CSO $\frac{d^2U}{dX^2} = -4/5 < 0 \longrightarrow$ **E* (X*, Y*)=(50, 20) est un maximum**

Si $\frac{d^2U}{dX^2} > 0$ **alors E* (X*, Y*) est un minimum**

II. l'équilibre du consommateur

2.2. la méthode du multiplicateur de Lagrange

L'approche du multiplicateur de Lagrange est une méthode qui permet de transformer un problème d'extremum sous contrainte (ou lié) en un extremum sans contrainte (libre).

Soit une fonction F(x1,x2) à maximiser sous la contrainte G(x1,x2).

Il est possible de former une nouvelle fonction en posant la contrainte égale à 0, de la multiplier par λ, constante indéterminée appelée multiplicateur de Lagrange, et en ajoutant (ou la retranchant) à la fonction initiale.

On forme ainsi la fonction de Lagrange :

£ (x1,x2, λ) = F(x1, x2) + λ G (x1, x2) = 0

ou plus simplement £ = F(x1, x2) + λ G (x1, x2)

Satisfaction de la Condition d'optimalité

$$\partial £/\partial x1 = F1 + \lambda.G1 = 0$$

$$\partial £/\partial x2 = F2 + \lambda.G2 = 0$$

$$\partial £/\partial \lambda = G(x1 + x2) = 0$$

où F1 et F2 sont respectivement les dérivées partielles de F par rapport à x1 et x2. La résolution de ces trois équations simultanées fournit les valeurs de x1 et x2 qui maximisent la fonction objectif F sous la contrainte G(x1, x2) = 0

$$\partial £/\partial X = \partial U/\partial X + \lambda.Px = 0$$

$$\partial £/\partial Y = \partial U/\partial Y + \lambda.PY = 0$$

$$\partial £/\partial \lambda = Px.X+Py.Y - R = 0$$

2.2.3 Conditions marginales

Supposons à nouveau que U(x) soit continûment différentiable.
La propriété suivante caractérise une solution intérieure du problème de minimisation de la dépense.

Si elle est intérieure à X, une solution x* du problème de minimisation de la dépense vérifie les conditions :

TMS1k = p1/pk, pour k = 1, …, K,
U(x*) = u,
où les TMS1k sont calculés en x*.

Pour un panier de bien Z=(x ,y) on obtient l'importante propriété :

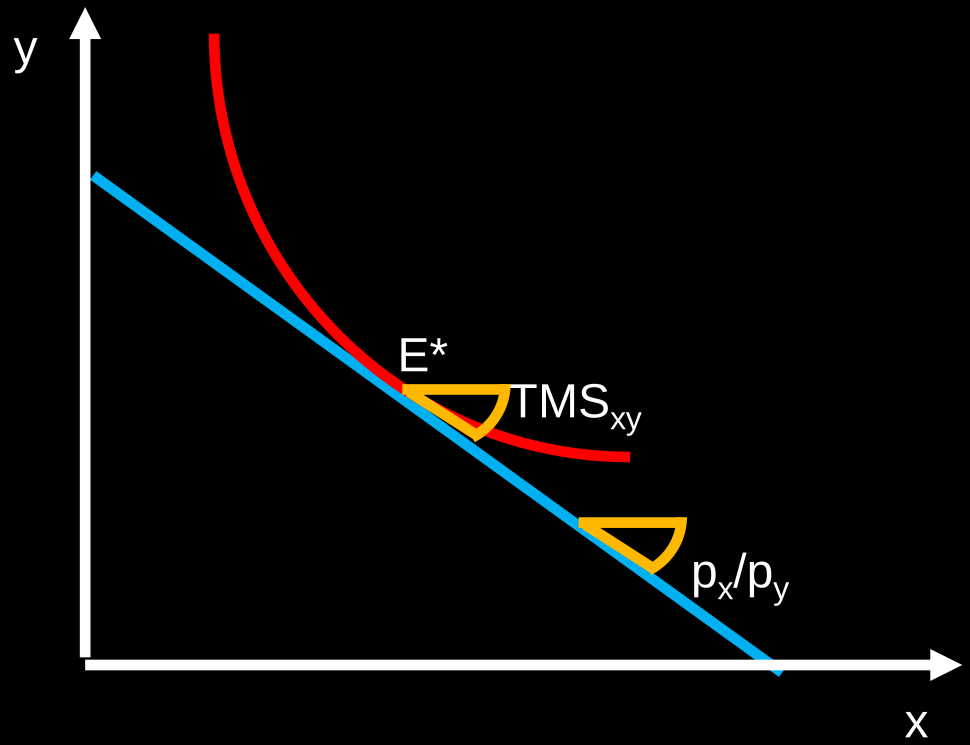
l'équilibre du consommateur E* vérifie les conditions :

$$TMS_{x/y} = p_X/p_Y,$$

$$p_x X^* + p_Y Y^* = R,$$

$$U(x^*,y^*) = U$$

2.2.3 Conditions marginales



Ce graphique illustre et justifie la propriété précédente.

U(x) = u

La solution E* du pb est au point de tangence entre la courbe d'indif.et la droite de budget.

Donc, $TMS_{xy} = p_x/p_y$ et U(x*y*) = u.

Méthode de Lagrange *APPLICATION*

On écrit le Lagrangien:

£ = U (x,y) + λ(R – x Px – y Py) soit £ = x.y + λ(400 – 4x – 10y)

On annule les dérivées partielles par rapport à x, y et λ :

£'x = y - 4 λ= 0 soit λ = 1 /4 y

£'y = x - 10 λ = 0 soit λ = 1/10x

£' λ = 400 – 4x – 10y = 0 $\Longrightarrow$ 400 = 4x + 10 y

On déduit des deux premières équations :

1 /4 y = 1/10x $\Longrightarrow$ y = 4/10 x = 2/5 x (et x = 5/2 y)

On remplace dans la troisième :

4x +10 (2/5 x) = 400

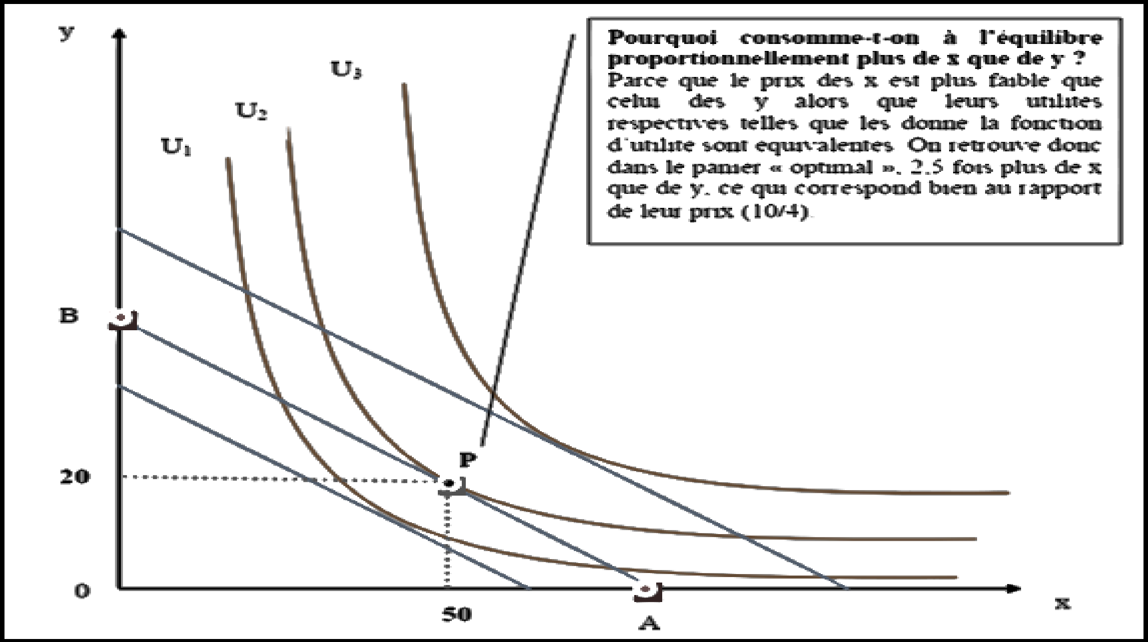
4x + 4x = 400

X* = 50

Donc 400 = 200 + 10 y => y* = 20 et λ *= 5.

50 unités du bien x et 20 unités du bien y sont les quantités qui maximisent son utilité.

La détermination graphique de l’optimum du consommateur.



Le consommateur rationnel qui désire maximiser son utilité avec un revenu limité doit trouver la courbe d’indifférence la plus élevée ayant au moins un point commun avec la droite de budget correspondant au niveau de son revenu.

Dans l’exemple considéré (avec R = 400), le maximum d’utilité est atteint au point P auquel la droite de budget BA est tangente à la courbe d’indifférence U2. Tout autre point de la droite BA correspond à un degré d’utilité moindre.

Fonction de demande Marshalienne vs Fonction de demande Hicksienne

L’analyse du problème de l’équilibre du consommateur peut se faire par la définition de deux fonctions de demande qui conduit soit à un programme primal ou soit à un programme dual;

- **Fonction de demande Marshalienne** (ou non compensée).

Le problème de maximisation de l'utilité sous contrainte du revenu

Max U = U(X,Y)

S/C R = **Px.X+Py.Y**

On définit la f° de demande marshallienne (ou non compensée), comme la fonction d(p, R), qui associe à tout vecteur de prix P = (P_x, P_y) et à tout revenu R, la solution correspondante E* = (x*,y*) du problème de maximisation de l'utilité.

- **Fonction de demande hicksienne** (ou compensée).

Le problème de minimisation de la dépense sous contrainte de l'utilité

Min D(P, R)= **Px.X+Py.Y**

S/C U = U(X,Y)

On définit la f° de demande hicksienne (ou compensée), comme la fonction h(p, u), qui associe à tout vecteur de prix P = (P_x, P_y) et à tout niveau d'utilité u ≥ U(0), la solution correspondante E* = (x*,y*) du problème de minimisation de la dépense.

Application de la dualité : le schéma logique de détermination des fonctions de demande.

$\max v(q)$ sous $pq = x$	$\leftarrow$ DUAL $\rightarrow$	$\min pq$ sous $v(q) = u$
| solution $\downarrow$		| solution $\downarrow$
Demandes marshalliennes $q = g(x, p)$		Demandes hicksiennes $q = h(u, p)$
| substitution $\downarrow$		| substitution $\downarrow$
F. d'utilité indirecte $u = \psi(x, p)$	$\leftarrow$ INVERSION $\rightarrow$	Fonction de coût $x = c(u, p)$

III. La Dynamique de l’environnement économique et l’équilibre du consommateur

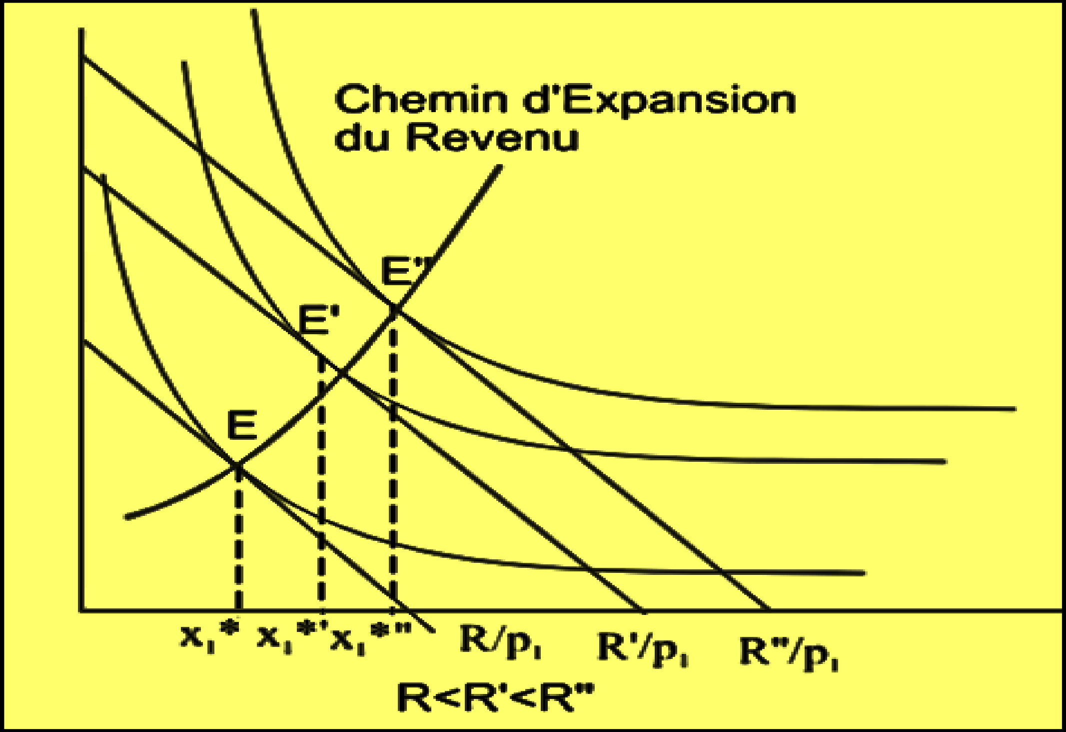
Le changement ou l’évolution de l’environnement économique peut conduire à une variation des prix et des revenus. Cela a nul doute une influence sur les quantités des biens et services à l’équilibre du consommateur.

Théoriquement, cela peut etre représenté par différentes courbes:

- La courbe revenu-consommation
- La courbe d’Engel
- La courbe prix-consommation

3.1. La courbe revenu - consommation

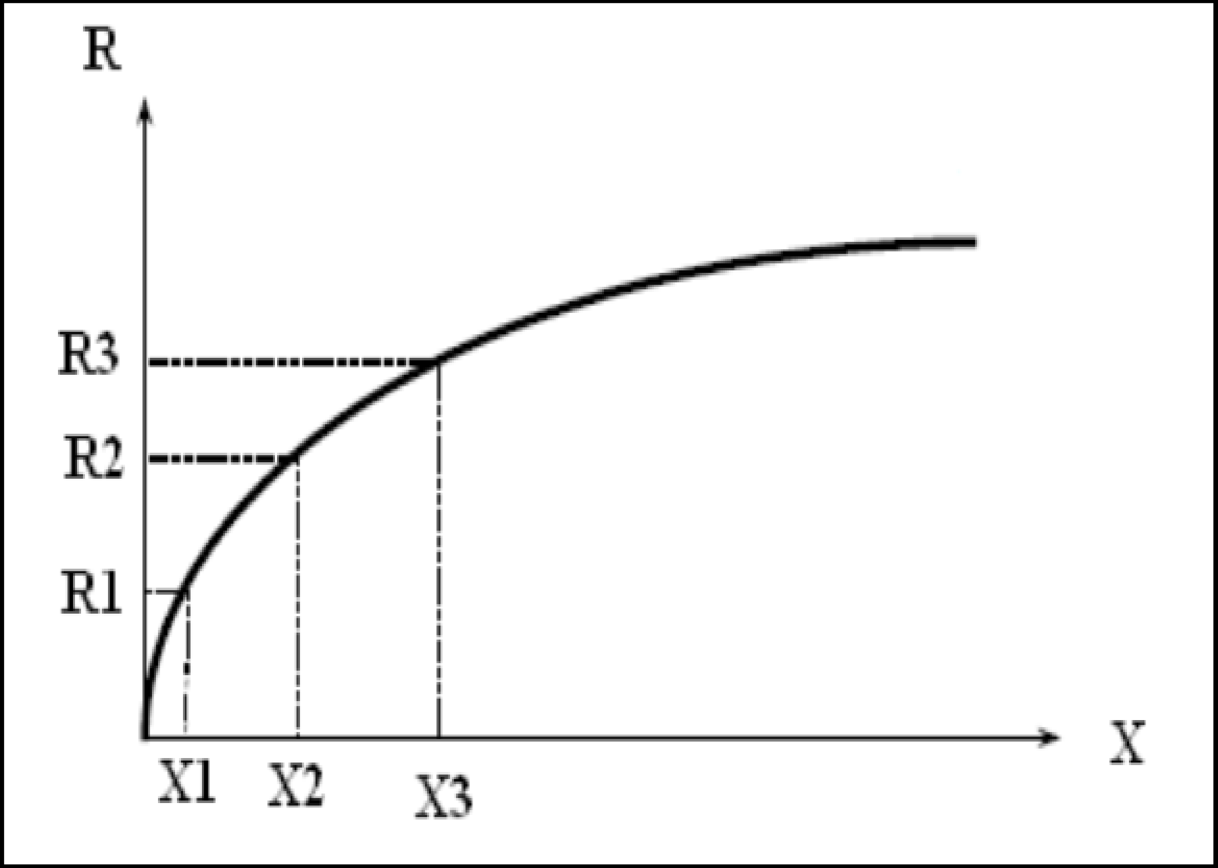
La courbe revenu-consommation est la liaison entre la variation du revenu et les quantités consommées, les prix des biens étant constants.



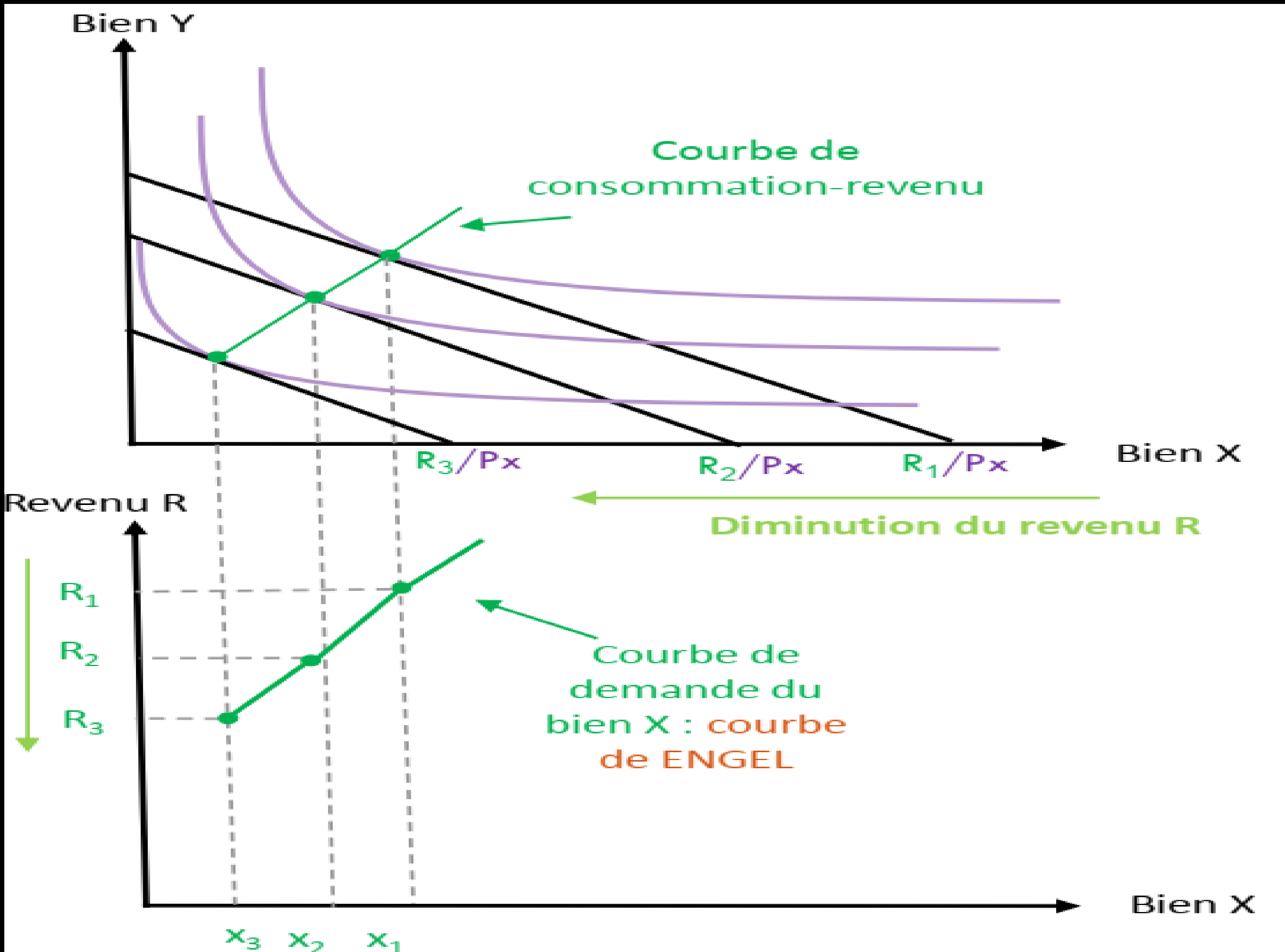
Remarque: La courbe revenu-consommation est l'ensemble des points optimum de consommation lorsque seul le revenu varie.

3.2. Courbe d’Engel

La courbe d’Engel pour un bien est une relation entre le revenu du consommateur et les quantités consommées de ce bien, toutes choses égales par ailleurs.

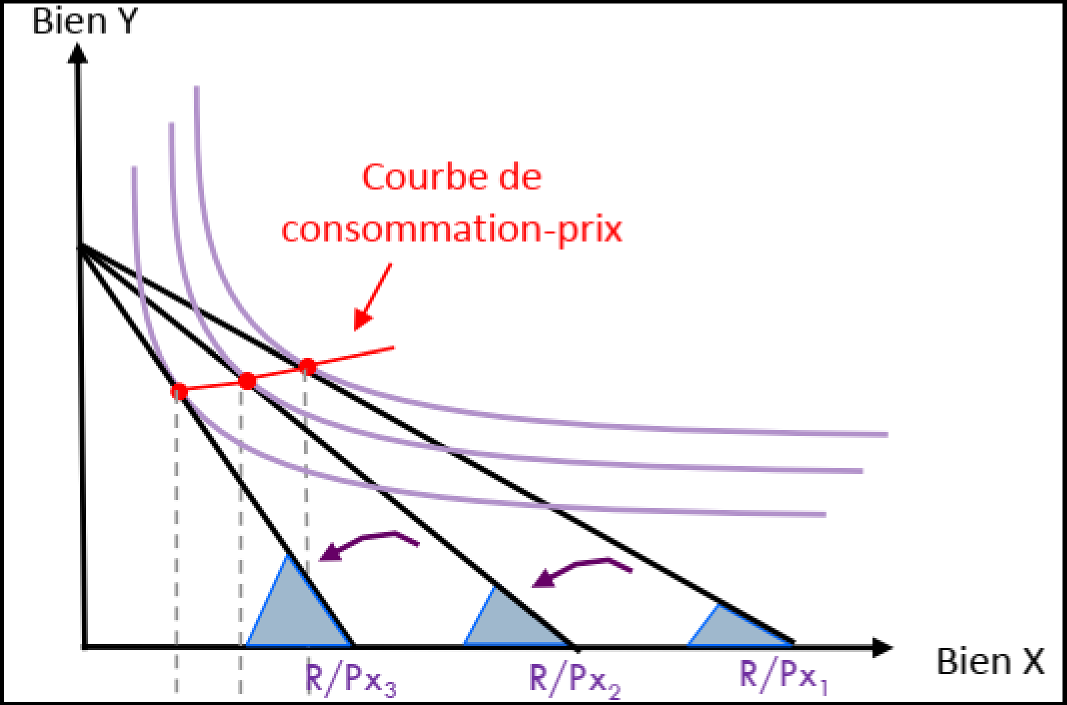


. Relation courbe de revenu-consommation - courbe d'Engel

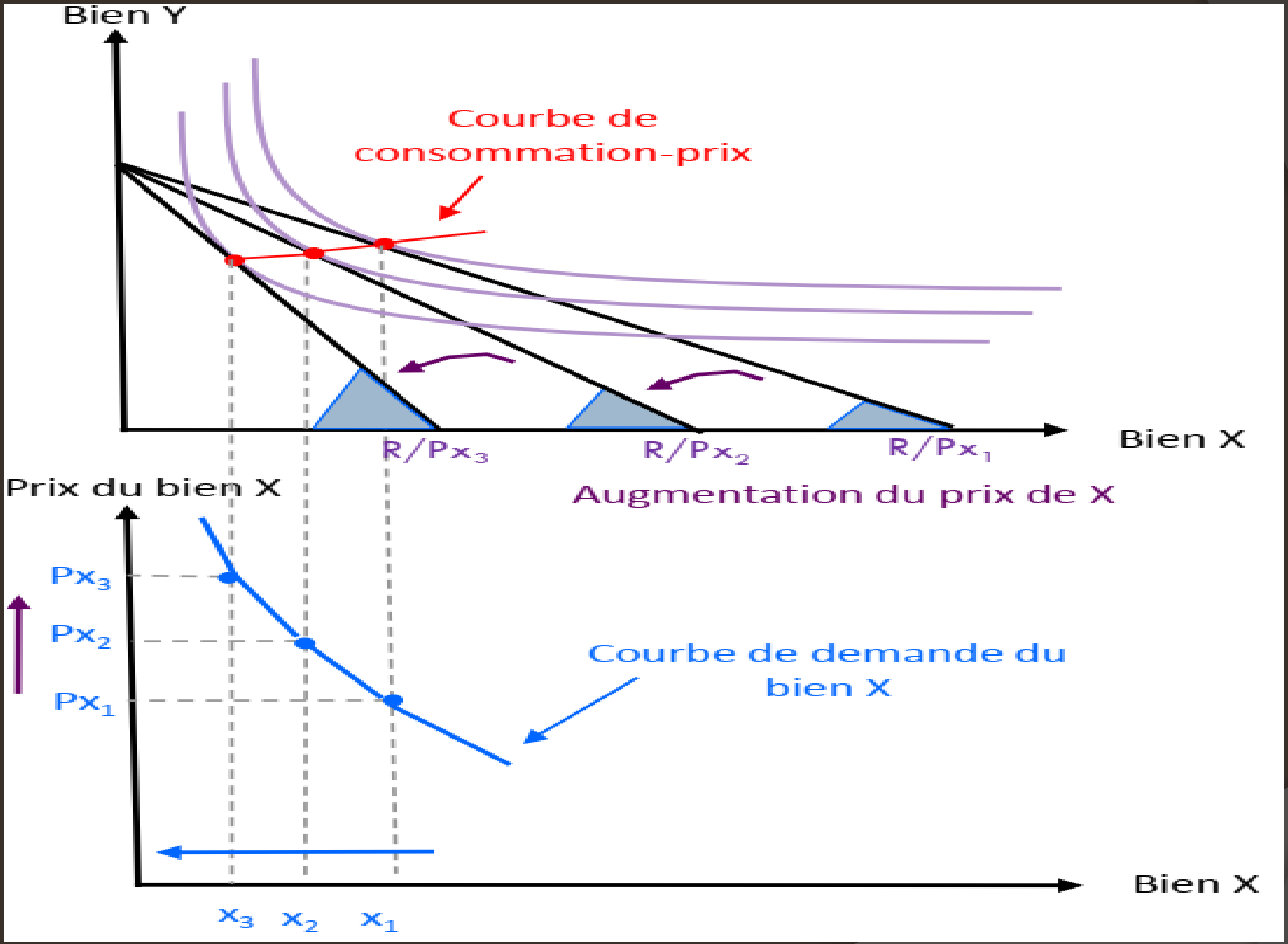


3.3. La courbe de prix-consommation

La courbe prix-consommation est la liaison entre la variation du prix d'un bien et les quantités consommées de ce bien, le revenu et le prix des autres biens étant constants.



La courbe de consommation-prix représente l'ensemble des points optimum de consommation lorsque seul le prix varie.


Bien Y
Courbe de consommation-prix
Bien X
R/Px3
R/Px2
R/Px1
Augmentation du prix de X
Prix du bien X
Px3
Px2
Px1
Courbe de demande du bien X
Bien X
x3
x2
x1

3.4. APPROCHE ANALYTIQUE

Soit la fonction d'utilité suivante : $X^{3/4}Y^{1/4}$ et une contrainte budgétaire : R = Px X + Py Y

Questions :

1) **Déterminer l'expression de la fonction de la courbe revenu consommation**

2) **Déterminer l'expression des fonctions de demande rationnelle de X et de Y et déduire l'expressions des fonctions des courbes d'Engel et Prix- consommation**

3.4.1: Approche analytique: Courbe revenu consommation

£ = $X^{3/4}Y^{1/4}$ **+ λ (R - Px.X - Py.Y)**

Condition de premier ordre :

∂£/∂X = 3/4 $X^{-1/4}$ $Y^{1/4}$ **- λ. Px = 0 (1)**

∂£/∂Y = 1/4$X^{3/4}Y^{-3/4}$ **- λ. Py = 0 (2)**

∂£/∂λ = R – Px X – Py Y = 0 (3)

$$\frac{(1)}{(2)} \rightarrow 3\,\frac{Y}{X} = \frac{P_X}{P_Y} \rightarrow Y = \frac{1}{3}\frac{P_X}{P_Y}X \quad \text{la CCR}$$

$$X = 3\frac{P_Y}{P_X}\,Y$$

3.4.2. l'expression des fonctions de demande rationnelle de X et de Y

En remplaçant Y ou X par son expression $X=3\frac{P_Y}{P_X}Y$ dans, (3): ∂£/∂λ = R – Px X – Py Y = 0 on aura:

Yd = R / 4Py : la fonction de demande de Y

Xd = 3R / 4Px : la fonction de demande de X

Pour R et P donnés, Xd=X* et Yd=Y* sont les solutions à l'équilibre du consommateur

3.4.3. la fonction de la courbe d'Engel

Rappel:

La courbe d'Engel pour un bien est une relation entre le revenu du consommateur et les quantités consommées de ce bien à l'optimum, toutes choses égales par ailleurs (ceteris paribus).

la variation de demande du bien qui résulte d'une variation du revenu ou budget du Ceur, à partir d'une situation d'équilibre.

3.4.3. la fonction de la courbe d'Engel

Si Py = $\overline{P}y$ = Cte Y= R/4$\overline{P}y$

siPx = $\overline{P}$x = Cte X= 3R/4$\overline{P}$x

représentent les courbes d'Engel

Aussi, on note que:

dY/dR = 1 / 4 $\overline{P}$y > 0 et dX/dR = 3 / 4 $\overline{P}$x > 0 $\Rightarrow$ la demande varie dans le même sens que le revenu.

3.4.4: Approche analytique: Courbe prix-consommation

Rappel: la fonction prix consommation est une relation entre le prix du bien et les quantités optimales du bien, cétéris paribus

Si R =$\bar{R}$ = Cte **Y= $\bar{R}$/4Py**

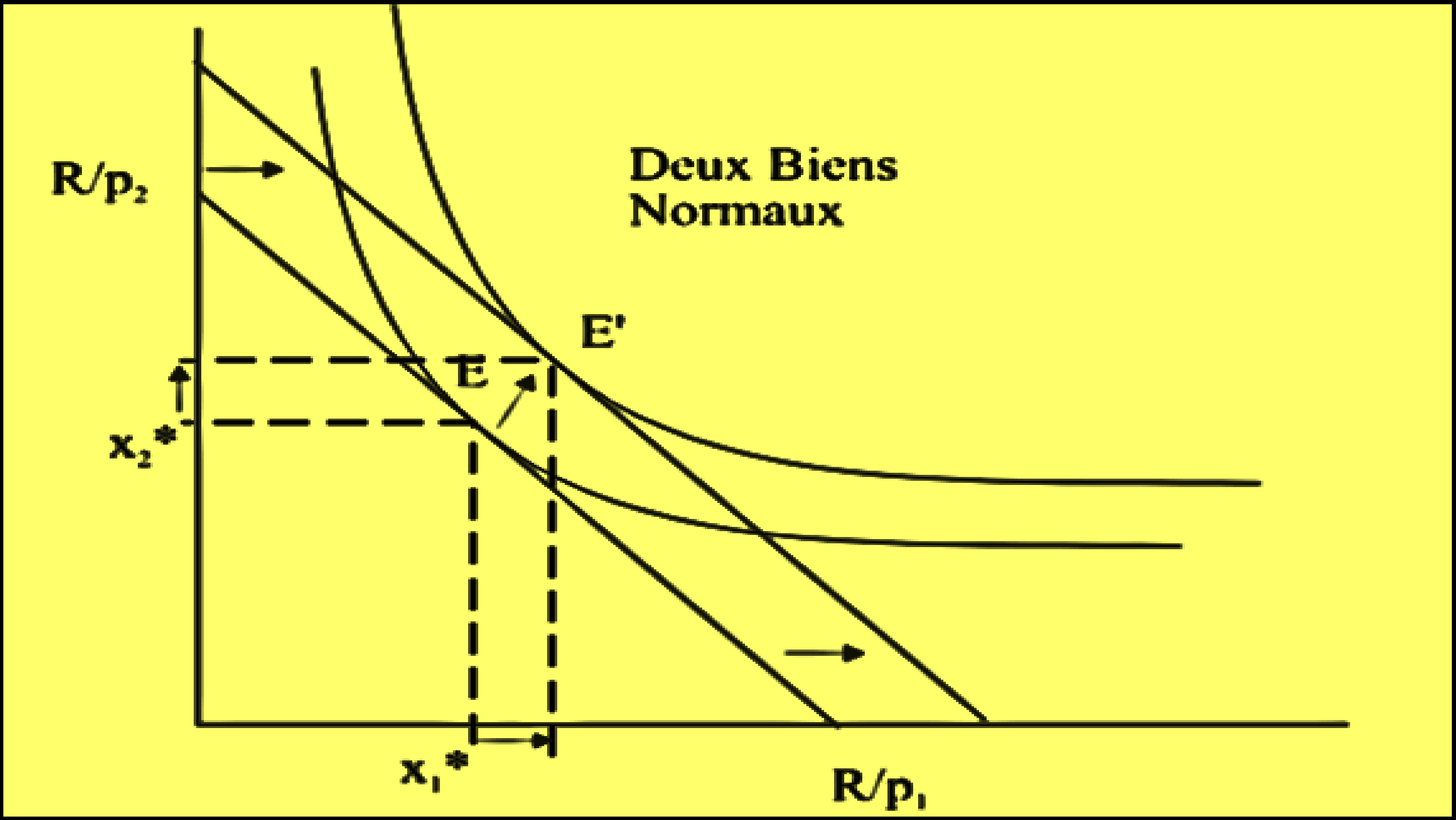
X= 3$\bar{R}$/4Px

représentent les fonctions des courbes prix-consommation

On note que:

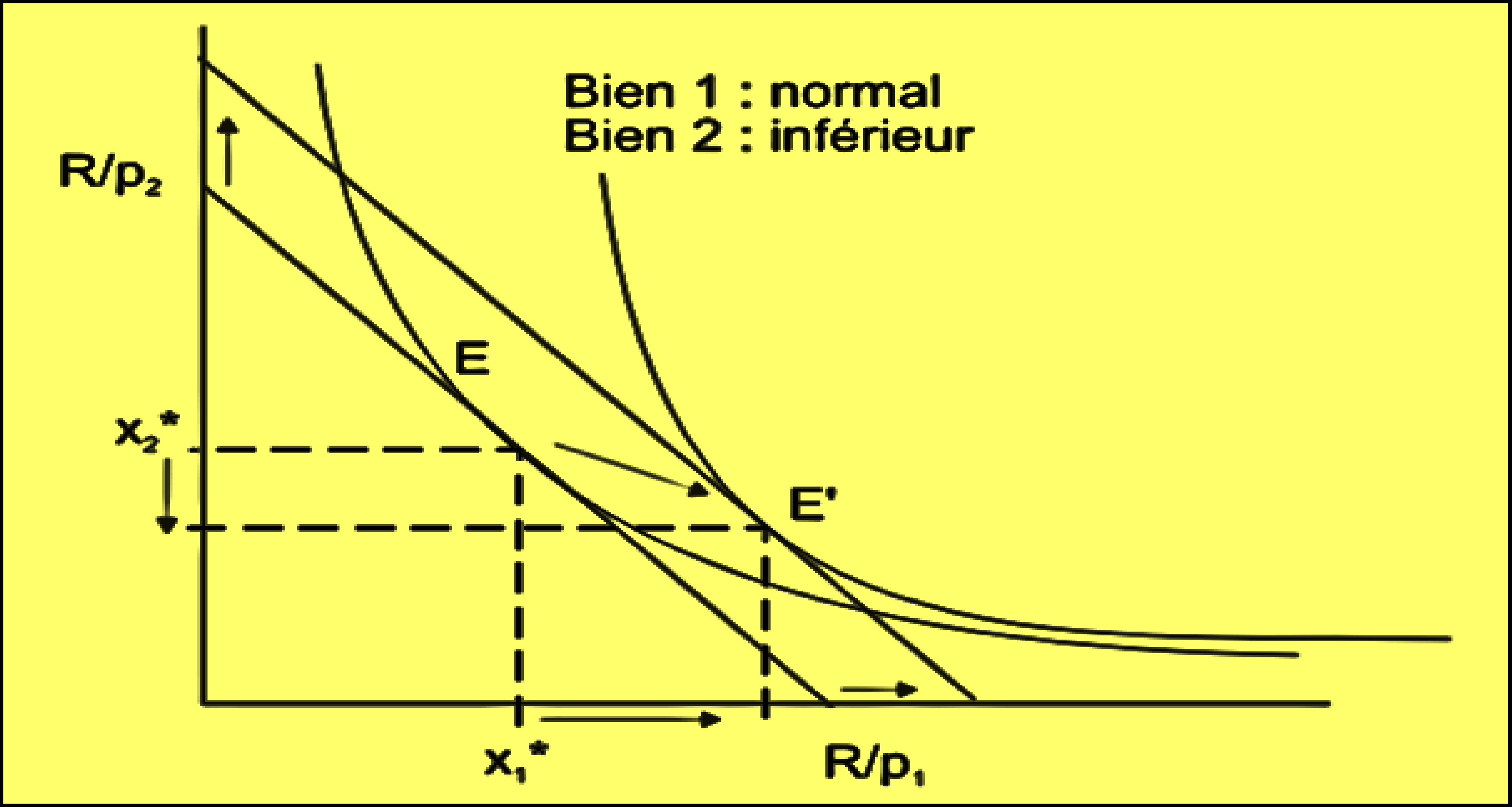
dY/dPy <0 et dX/dPx < 0 $\Longrightarrow$ La demande individuelle du bien en fonction de son prix est décroissante

Effets d'une variation du revenu et effets d'une variation de prix



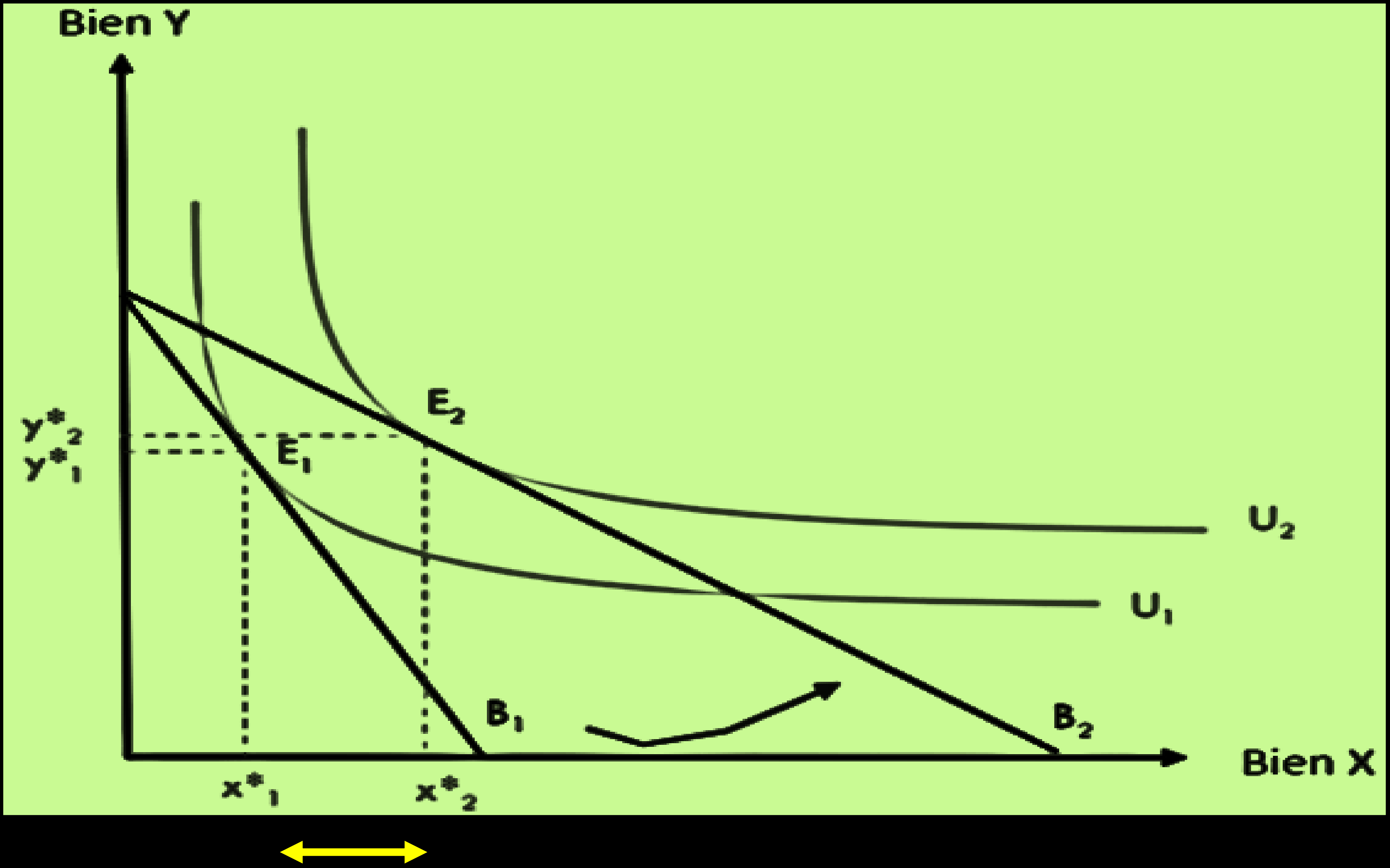
$$\frac{\delta Q_{X_1}}{\delta R} > 0 \qquad \frac{\delta Q_{X_2}}{\delta R} > 0$$

Effets d'une variation du revenu et effets d'une variation de prix



$$\frac{\delta Q_{X_1}}{\delta R} > 0 \qquad \frac{\delta Q_{X_2}}{\delta R} < 0$$

Effet Prix, Effet de substitution et Effet du revenu pour un bien normal



Effet prix ou effet total E1→E2

L'effet de substitution

mesure les effets, sur la demande d’un bien, de la variation de son prix relativement à celui de l’autre bien, pour un revenu réel constant.

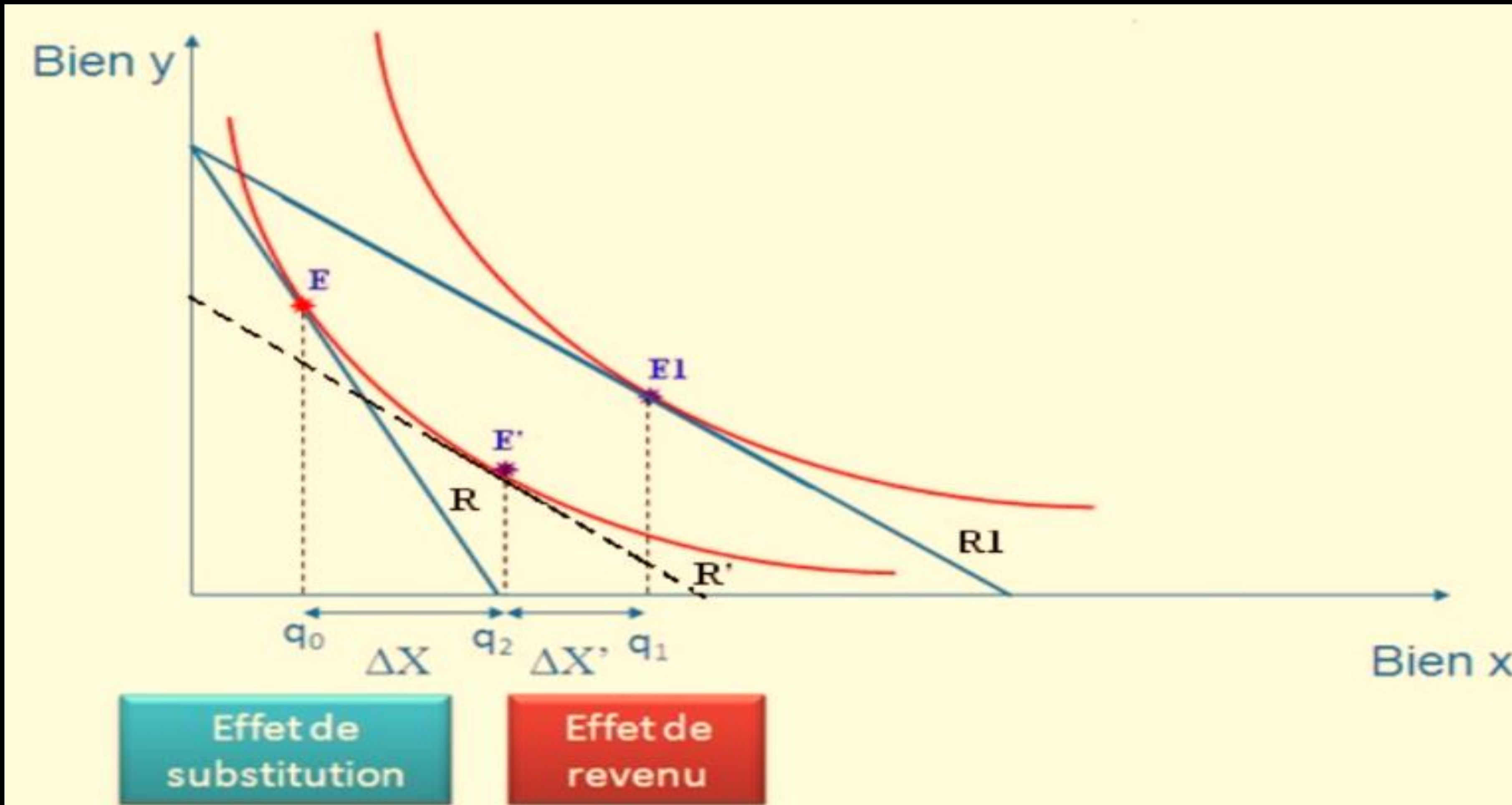
Ex. Si le prix de X diminue, celui-ci devient relativement moins cher que Y : le consommateur va substituer du bien X au bien Y.

L’effet revenu

mesure les effets, sur la demande des deux biens, de la variation de pouvoir d’achat consécutive à la variation du prix d’un bien.

Ex. Si le prix de X diminue, cela dégage une fraction de revenu qui peut être consacrée à la consommation des deux biens : Y mais aussi X.

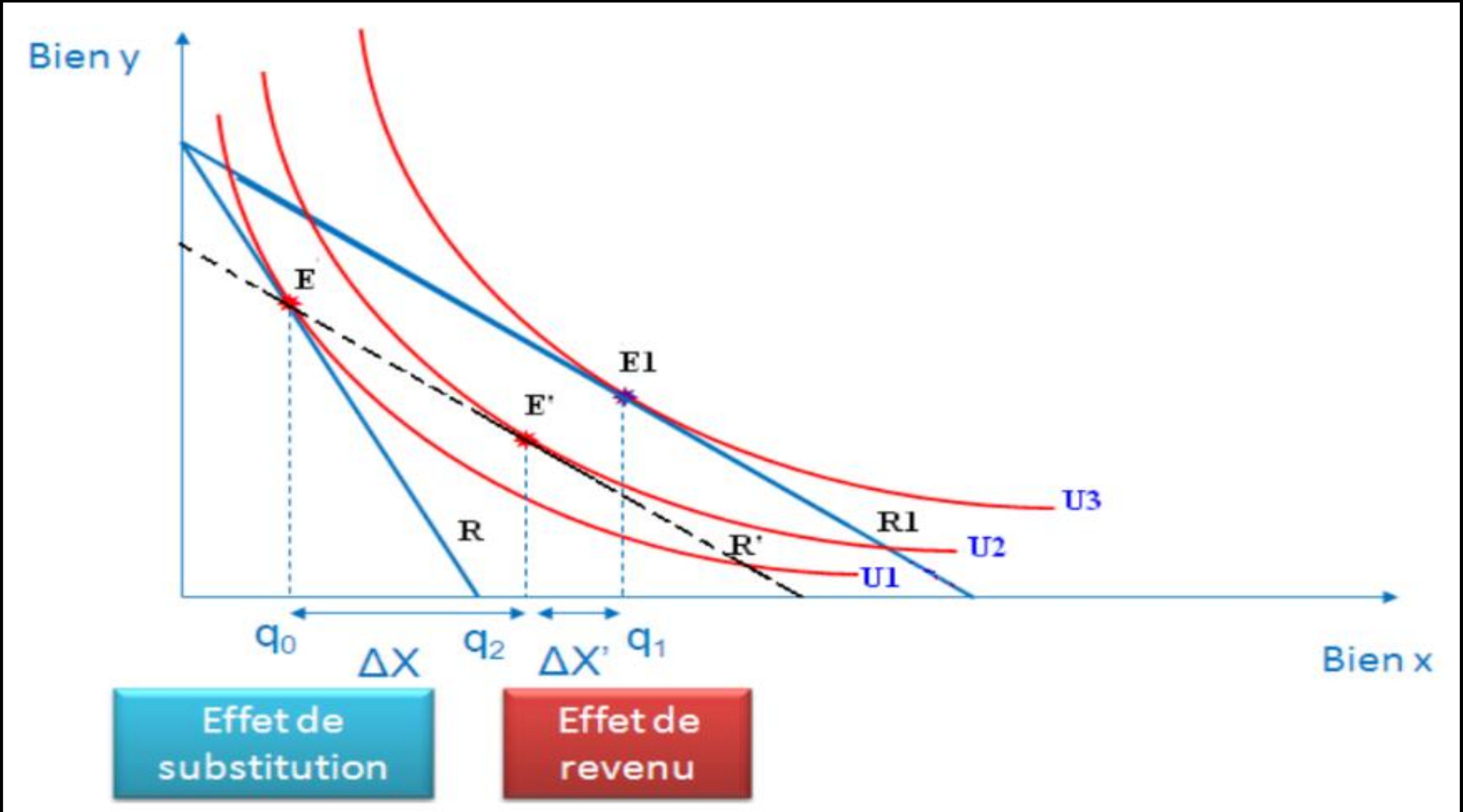
Effets de substitution et reveu selon Hicks



l'effet total résulte bien :

- l'effet de substitution, mesuré par l'écart (q2-q0)
- et l'effet de revenu, mesuré par l'écart (q1-q2)

Effets de substitution et reveu selon Slutsky



$$(E \longrightarrow E1) = (E \longrightarrow E') + (E' \longrightarrow E1)$$

$$\underbrace{(q1-q0)}_{\text{Effet Total}} = \underbrace{(q2-q0)}_{\text{Effet Subst}} + \underbrace{(q1-q2)}_{\text{Effet Revenu}}$$

2. Application

Soit la fonction d'utilité suivante : U = X (Y-1) avec Px=Py=1 et R=3

- **Calculer l'équilibre du consommateur?**
- **Calculer le nouvelle équilibre si Py=2 ?**
- **Décomposer le passage de la situation initiale à la situation finale en distinguant l'effet de substitution et l'effet de revenu.**

1) situation initiale

Système : $\begin{cases} U = X\,(Y-1) \\ 3 = X + Y \end{cases}$

Les conditions d'équilibre par définition

$$\begin{cases} TMS = (\partial U/\partial X)\,/\,(\partial U/\partial Y) = Px/Py \\ R = Px\,X + Py.\,Y \end{cases} \qquad \begin{cases} (Y-1)\,/\,X = 1 \\ 3 = X + Y \end{cases}$$

L'équilibre initial du consommateur se situe en $\boxed{\text{Eo(Xo=1, Y=2) et Uo=1}}$

2) <u>situation finale</u>

le nouveau système : $\begin{cases} (Y-1)\,/\,X = 1/2 \\ 3 = X + 2\,Y \end{cases} \longrightarrow \boxed{\text{E2 = (X2=1/2 , Y2=5/4) et U2}}$

46

3) situation intermédiaire

On considère une situation intermédiaire qui correspond aux choix qui auraient été faits par le consommateur avec le nouveau système de prix ($P_x=1$ et $P_y=2$) si celui-ci avait perçu une « variation compensatrice de revenu » permettant de se maintenir au même niveau de satisfaction initial.

Les 2 conditions de la situation intermédiaire sont :

$$\begin{cases} TMS = \frac{1}{2} \\ U = U_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (Y-1)/X = 1/2 \\ X(Y-1)=1 \end{cases}$$

L'équilibre intermédiaire se situe à $\boxed{E1\ (X1=2^{1/2}\ ,\ Y1=1+2^{-1/2})}$

situation intermédiaire
Cette situation est déterminée en maintenant constant le niveau d'utilité
dû à la variation compensatrice du revenu ''pouvoir d'achat'' .

U=Uo= 1
et on pose la condition d'équilibre qui est telle que
TMS= P1/P2=1/2
U=X(Y-1)=1
TMS= (Y-1)/X=1/2

Finalement l'équilibre intermédiaire est déterminé par la résolution du système

$$\begin{cases} X(Y-1)=1 \\ (Y-1)/X=1/2 \end{cases}$$

$E1\ (X1=2^{1/2}\ ,\ Y1=1+2^{-1/2})$

L'effet de substitution correspond au passage de la situation initiale à la situation intermédiaire et l'effet revenu au passage de la situation intermédiaire à la situation finale.

- ES : en terme de X : $\Delta X = X_1 - X_0 = 2^{1/2} - 1 > 0$

  en terme de Y : $\Delta Y = Y_1 - Y_0 = 2^{-1/2} - 1 < 0$

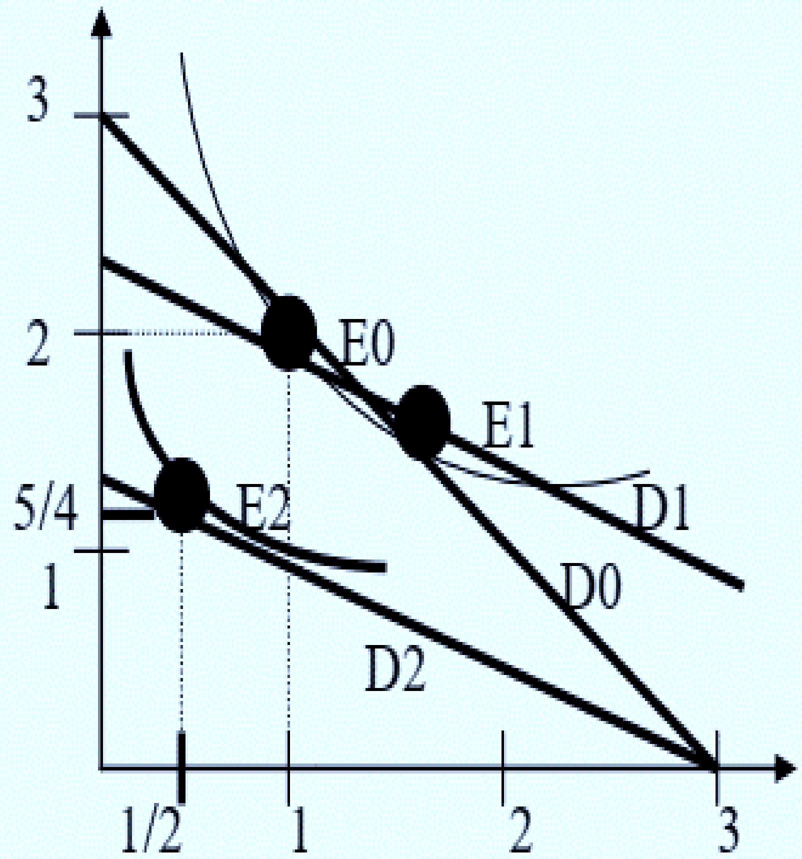
- ER en terme de X : $\Delta X = X_2 - X_1 = ½ - 2^{1/2} < 0$

  en terme de Y : $\Delta Y = Y_2 - Y_1 = ¼ - 2^{-1/2} < 0$

L'effet de substitution réduit la consommation de Y dont le prix a augmenté et augmente la consommation de X qui est devenu relativement plus avantageux. Comme les biens X et Y sont normaux, la hausse de Py réduit la consommation de ces biens par l'effet de revenu.

Pour le bien Y les effets de substitution et de revenu se cumulent et la consommation diminue. Pour le bien X, l'effet de revenu l'emporte sur l'effet de substitution et la consommation diminue : il n'y pas de substituabilité brute de X à Y.

Analyse graphique :



Les droites D0 et D2 correspondent à la contrainte budgétaire du consommateur respectivement dans la situation initiale et dans la situation finale

Les points E0 et E2 correspondent aux choix optimaux dans ces deux situations. Le point E1correspond à la situation intermédiaire : il est situé sur la courbe d'indifférence initiale (celle qui passe par E0), en un point où la pente est égale au nouveau rapport des prix $Px/Py = ½$ càd à la pente de la droite D1.

Pour garder le même niveau de satisfaction, le consommateur devrait bénéficier d'une variation compensatrice du revenu.

On reste sur la courbe d'indifférence initiale et en même temps on tient compte de la variation des rapport des prix :

$$Px.X1 + P'y\,Y1 = (1).2^{1/2} + 2\,(1+2^{-1/2}) = 2\,(1+2^{-1/2})$$

La variation compensatrice du revenu est : $\Delta R = 2\,(1+2^{-1/2}) - 3 \approx 1{,}83$

Le paradoxe de Giffen.
Dans le cas général, la hausse d'un prix du bien x provoque un effet revenu et un effet de substitution qui se renforcent l'un l'autre et entraînent une baisse de la consommation de x (il y a à la fois baisse du pouvoir d'achat et recherche de substituts).
Cependant, dans certains cas la hausse du prix d'un bien x engendre un effet de substitution qui devrait inciter à réduire la consommation de x mais la baisse du pouvoir d'achat qui en découle conduit au contraire à augmenter la consommation de x faute de ne pouvoir trouver d'autres biens semblables à un meilleur prix. L'effet revenu joue ici en sens inverse de l'effet de substitution.
Cette relation est notamment observée dans le cas des biens inférieurs de première nécessité occupant une part importante du budget d'une population à faible revenu.

Paradoxe de GIFFEN : Hausse prix de x => hausse de la demande de x.

CHAPITRE III. LA THEORIE DE LA DEMANDE ET ELASTICITE

I. La fonction de demande

On définit la demande ou la fonction de demande comme étant une relation fonctionnelle entre des prix et des quantités toutes choses étant égales par ailleurs.

Xd = fx (Px , Py , $\bar{R}$)

La demande individuelle

Considérons une économie composée de n consommateurs, notés i = 1, … ,n

Donc La demande x de bien 1 par un consommateur i est :

$X_1^i = (P_{1,} P_2, R^i)$

On suppose les consommateurs identiques , la demande totale pour le bien 1 est :

$$X_1\left(P_{1,}P_2,R^1,\dots,R^2\right)=\sum_{i=1}^{n}x_1^i(P_{1,}P_2,R^i)$$

Chaque fonction est propre à chaque individu car elle dépend de ses goûts

La fonction de demande exprime la relation entre variation des prix et des revenus d'une part, et variation de la demande d'autre part, lorsque le consommateur se maintient à l'équilibre.

Sous sa forme la plus générale, la fonction de demande f s'écrit

$X_i = f(p_1, p_2, \ldots, p_n, R, C)$

- X_i représente la demande du bien i à l'équilibre
- les p_1 à p_n représentent les prix des n biens de l'ensemble des biens, dont p_i, le prix du bien i
- R, le budget de consommation.
- C peut désigner les autres paramètres non économiques qui influencent la consommation

Ainsi formulée, f prend le nom de fonction de demande généralisée du bien i, ou encore de
Fonction de demande rationnelle

1.2. Propriété : la fonction de demande

La fonction de demande est une fonction homogène de degré zéro

Lorsque, à partir de la situation d'équilibre, tous les prix et le budget varient du même pourcentage. la quantité de bien i demandée par le consommateur ne varie pas et reste égale à xi

En effet. à l'équilibre initial.

$\Sigma p_i x_i = R$.

À supposer une variation de pourcentage t, la nouvelle situation d'équilibre est telle que

$$\sum_{i=1}^{n} (1+t)\, p_i x'_i = (1+t)R \Longrightarrow (1+t) \sum_{i=1}^{n} p_i x'_i = (1+t)R \Longrightarrow \sum_{i=1}^{n} p_i x'_i = R$$

Par conséquent. en comparant l'équilibre initial et l'équilibre final, on voit que : xi = x'.
On conclut que la fonction de demande d'un bien par rapport au prix et au budget est une fonction homogène de degré O. En d'autres termes, la fonction de demande est telle. que lorsque les prix et les revenus varient dans la même proportion, les quantités demandées n'en sont pas affectées..

Autrement si R, Px et Py sont multipliés par le même coefficient, la droite de budget reste inchangée et par conséquent le point d'équilibre reste le même

II. Les déterminants de la demande

D’après l’analyse sur l’équilibre du consommateur, il apparaît que la quantité demandée de chaque bien dépend en général en plus des préférences des individus :

du budget de l’individu

–du prix du bien X

-des prix des autres biens Yi

-les préférences et les gouts

-les facteurs sociologiques

2.3. La loi de la demande

La loi de la demande énonce que la quantité demandée d'un bien est une fonction inverse (ou décroissante) du prix de ce bien. Ainsi :

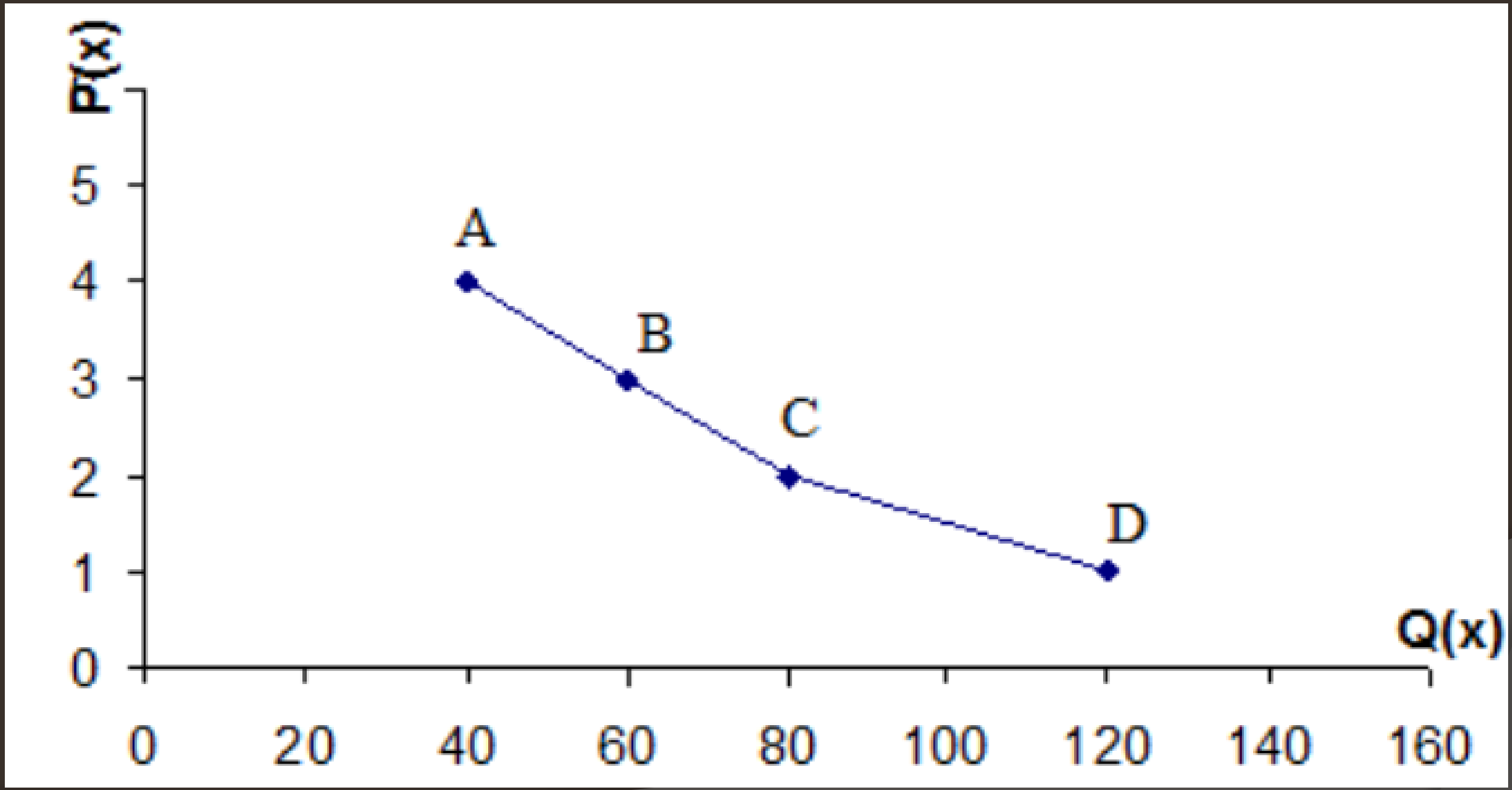
$Q(x) = f(Px)$ avec $f'(P) < 0$

Exemple :

Quantités demandées du bien X (Qx)	Prix unitaire du bien X (P(x))	Points sur la Courbe
40	4	A
60	3	B
80	2	C
120	1	D

Représentation graphique :

Si Q(x) = f (Px), on a cependant pris l'habitude depuis A.MARSHAL de représenter graphiquement la fonction en portant les quantités en abscisses et les prix en ordonnées.



Il existe des situations où cette loi ne fonctionne pas:
 L’effet Veblen: pour les biens supérieurs ou de luxe (si le prix diminue, la quantité diminue).
 L’effet Giffen: pour les biens inférieurs que l’on consomme par économie et que l’on délaisse lorsque le revenu augmente.
 Les réactions spéculatives: lorsque les prix augmentent, les consommateurs peuvent anticiper une poursuite de la hausse et accroître de ce fait leur demande.

III. La notion d'élasticité

La notion d’élasticité traduit la sensibilité d’une variable suite à la variation d’une autre grandeur.

3.1. L’élasticité prix de la demande

La notion d’élasticité de la demande par rapport au prix a été élaborée par les économistes pour décrire et mesurer l’influence du prix de vente d’un produit sur le volume de ses ventes.

L’intérêt de l’utilisation de cette méthode en marketing est de savoir jusqu'à quel niveau on peut augmenter le prix d’un bien sans que la baisse de la demande ne soit trop préjudiciable pour l’entreprise

Ainsi l’élasticité prix de la demande d’un bien est le rapport entre la variation relative de la demande d'un bien et la variation relative du prix de ce bien.

Ce rapport est généralement négatif car lorsque le prix et la demande varient en sens inverse ie quand le prix augmente, la quantité demandée diminue et réciproquement. (Q= Quantité, P =Prix)

$$e_{Q/P} = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta P/P} = \frac{\Delta Q}{Q} \times \frac{P}{\Delta P} = \frac{\Delta Q}{\Delta P} \times \frac{P}{Q} . ;$$

Avec: $\Delta Q = Q_t - Q_{t-1}$; $\Delta P = P_t - P_{t-1}$; $Q = Q_{t-1}$; $P = P_{t-1}$

Ou $e_{Q/P} = \frac{dQ}{dP} \times \frac{P}{Q}$

$| e_{Q/P} | > 1$ demande Elastique

$| e_{Q/P} | = \infty$ demande Parfaitement élastique

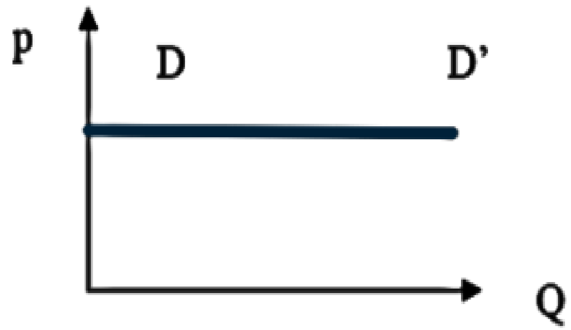
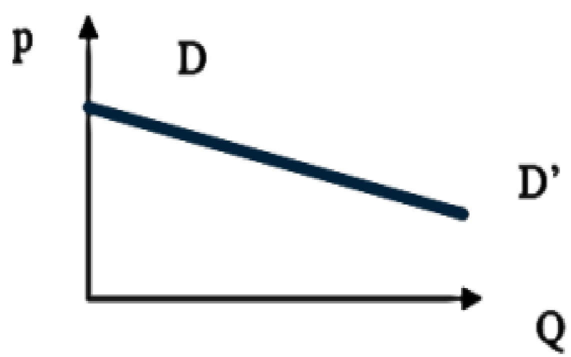
$| e_{Q/P} | = 1$ demande à élasticité Unitaire

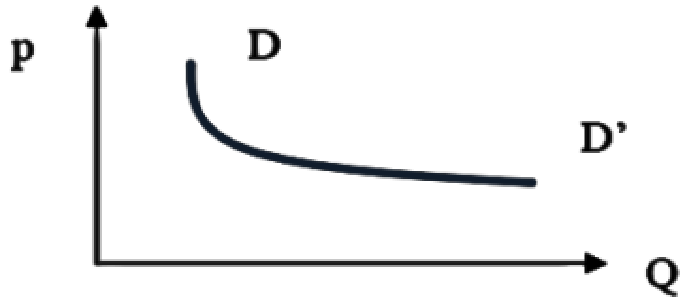
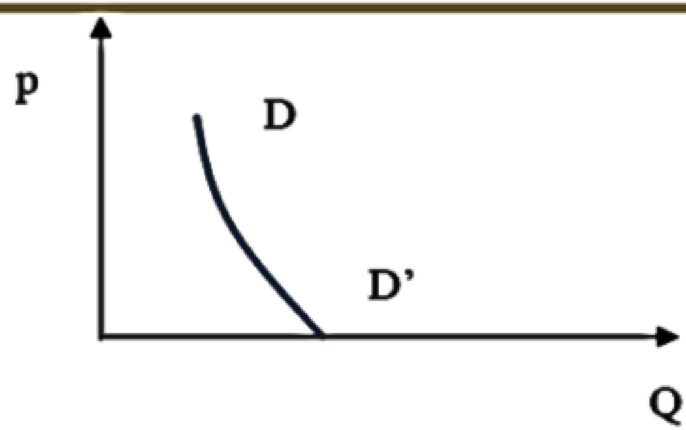
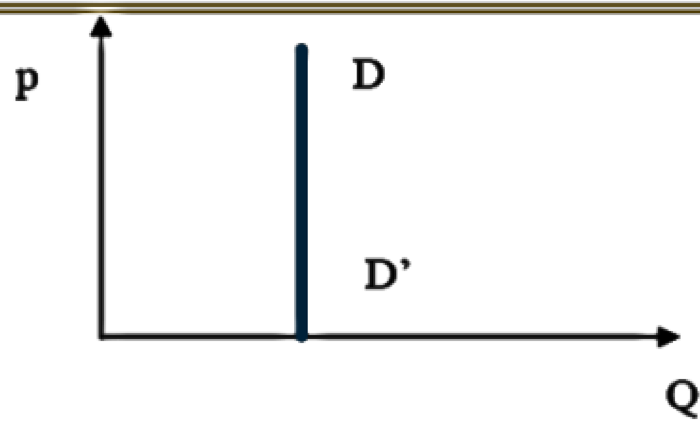
$| e_{Q/P} | < 1$ demande Inélastique

$| e_{Q/P} | = 0$ demande Parfaitement inélastique

Lorsque $| e_{Q/P} | > 0$, une augmentation de prix conduit à une augmentation de la demande

On distingue generalement 5 principaux types d’élasticité de la demande par rapport au prix

	Une demande est parfaitement élastique lorsqu’une variation infinitésimale du prix provoque une variation infiniment grande de la quantité demandée. Dans ce cas l’élasticité est infinie : $e_{D/p} = -\infty$
	Une demande est élastique lorsqu’à une variation donnée du prix correspond une variation finie mais plus que proportionnelle de la quantité demandée. $-\infty < e_{D/p} < -1$

	Une demande est d'élasticité unitaire lorsqu'une modification du prix entraîne une modification proportionnelle de la quantité demandée (la valeur absolue de $e_{D/p} = 1$).
	Une demande est inélastique lorsqu'à la variation du prix correspond une modification moins que proportionnelle de la quantité demandée. $-1 < e_{D/p} < 0$
	Une élasticité est parfaitement inélastique lorsqu'un changement du prix ne provoque aucune modification de la quantité demandée ; la demande est totalement insensible aux variations du prix. $e_{D/p} = 0$

3.2. L'Elasticité prix croisés

Elle se définit comme le rapport entre le pourcentage de variation de la quantité demandée de bien A et le pourcentage de variation du prix d'un bien B. En d'autres termes, elle est donnée par:

$$e_{Q_a/P_b} = \frac{\Delta Q_a / Q_a}{\Delta P_b / P_b} = \frac{\Delta Q_a}{Q_a} \times \frac{P_b}{\Delta P_b} = \frac{\Delta Q_a}{\Delta P_b} \times \frac{P_b}{Q_a}$$

Si $e_{Q_a/P_b} > 0$ Xa et Xb sont des bien substituables, EX: café-thé, beurre margarine ; etc.)

Si $e_{Q_a/P_b} < 0$ Xa et Xb sont des bien complémentaires, EX: thé-sucre, voiture essence ; etc.)

Si e_{Q_a/P_b} = 0 Xa et Xb sont indépendants

3.3. L’élasticité d’arc

L’élasticité d’arc mesure le coefficient pour une portion de la courbe de demande. Soit à déterminer l’élasticité d’arc entre les points A et B de l’exemple précédent.

$$e_{Q/P} = \frac{dQ}{dP} \times \frac{P}{Q}$$

Avec P et Q la moyenne des prix et des quantités

Elasticité revenu de la demande

L'élasticité de la demande par rapport au revenu définit le rapport de la variation relative de la demande d'un bien à la variation relative du revenu.
Comme tous les biens n'ont pas la même élasticité-revenu, l'augmentation du revenu change la structure de la consommation.

$$e_{Q/R} = \frac{\Delta Q/Q}{\Delta R/R} = \frac{\Delta Q}{Q} \times \frac{R}{\Delta R} = \frac{\Delta Q}{\Delta R} \times \frac{R}{Q}$$

Si $e_{Q/R}<0$, le bien est dit inférieur ou de première nécessité

Si $0< e_{Q/R}<1$, le bien est qualifie de bien normal.

Si $e_{Q/R} >1$, un bien de luxe

Relation Elasticité et recette de l'entreprise

L'élasticité de la demande influence évidemment les recettes de l'entreprise.

- **la recette totale**

Elle se définit comme le produit des quantités vendues par le prix de ces quantités :

R.T = P.Q (1)

R.T = f (Q) (2)

La fonction de demande étant de type Q= f (p), on peut la mettre sous la forme

P = f (Q) (3)

et en déduire la fonction de R.T.

❑ la recette totale

Exemple :

Soit la fonction de demande : $Q = -4P+12$

$\Longrightarrow \quad P = (-Q/4) + 3$

La R.T = P.Q = $((-Q/4) + 3)\ Q = (-Q^2/4) + (3Q)$

❑ la recette moyenne

La recette moyenne ou unitaire correspond à la recette par unité vendue. Elle est égale à :

RM=RT/Q=PQ/Q= P (4)

Exemple:

Elle correspond à l'équation de demande qui, dans notre cas, est

P = (-Q/4) +3 = R.M

❑ **la recette marginale**

Elle est définie comme le supplément de recette dû à l'accroissement des unités vendues. Mathématiquement, elle correspond à la dérivée première de la recette totale, par rapport aux quantités.

Rm= (R.T)' = f' (Q)

RT= P(Q)Q (5)

Avec P(Q) la fonction de demande inverse (cad que la fonction de demande est une expression de Q et non de P)

Rm=(RT)'= P+QdP/dQ

Dans notre exemple : R.m = (-Q/2) +3

❑ La relation recette-élasticité de la demande

RT=P(Q).Q

Rm=P+QdP/dQ

$$= P\left(1+\frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ}\right) \quad \text{avec} \quad \frac{Q}{P}\frac{dP}{dQ} = \frac{1}{e} \quad \text{et } e<0$$

$$= P\left(1+\frac{1}{e}\right)$$

$$= P\left(1-\frac{1}{|e|}\right)$$

Il existe un lien entre l'évolution des recettes et l'évolution de l'élasticité-prix le long de la courbe de demande.

□Lorsque l'élasticité-prix de la demande est supérieure à 1, la recette totale est croissante ; la Rm décroît mais reste positive. C.ad des variation de prix entrainent des variations plus que proportionnelles de la qté demandée.

- **Lorsque l’élasticité est égale à 1, la R.T est maximum, et la R.m=0→ Les variations de prix sont proportionnelles aux variations de la qté demandée**

- **Lorsque l’élasticité est comprise entre 0 et 1, la R.T est décroissante et la R.m<0.→Les variations de prix entrainent des variations moins que proportionnelles de la qté demandée**

IV. Le surplus du consommateur

4.1.Définition

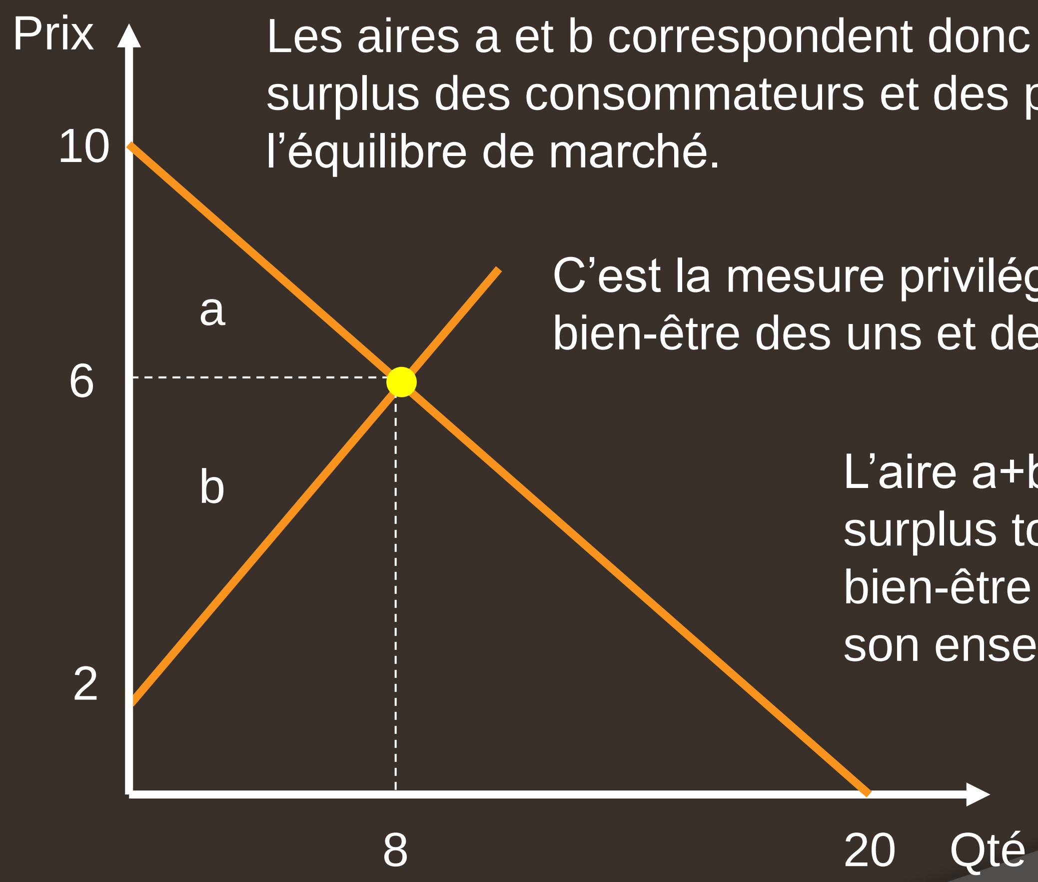
Le surplus du consommateur est la différence entre ce qu'on est disposé à payer (le consentement à payer) et ce qu'on paie effectivement (dépense effective pour acquérir le bien) pour une quantité donnée d'un bien.

Surplus = consentement à payer – dépense effective

4.2. Les déterminants du consentement à payer

- **les bénéfices retirés de l'acquisition et de la consommation du bien**
- **le revenu du consommateur**
- **La disponibilité d'autres biens et services**

Surplus des consommateurs et des producteurs à l’équilibre

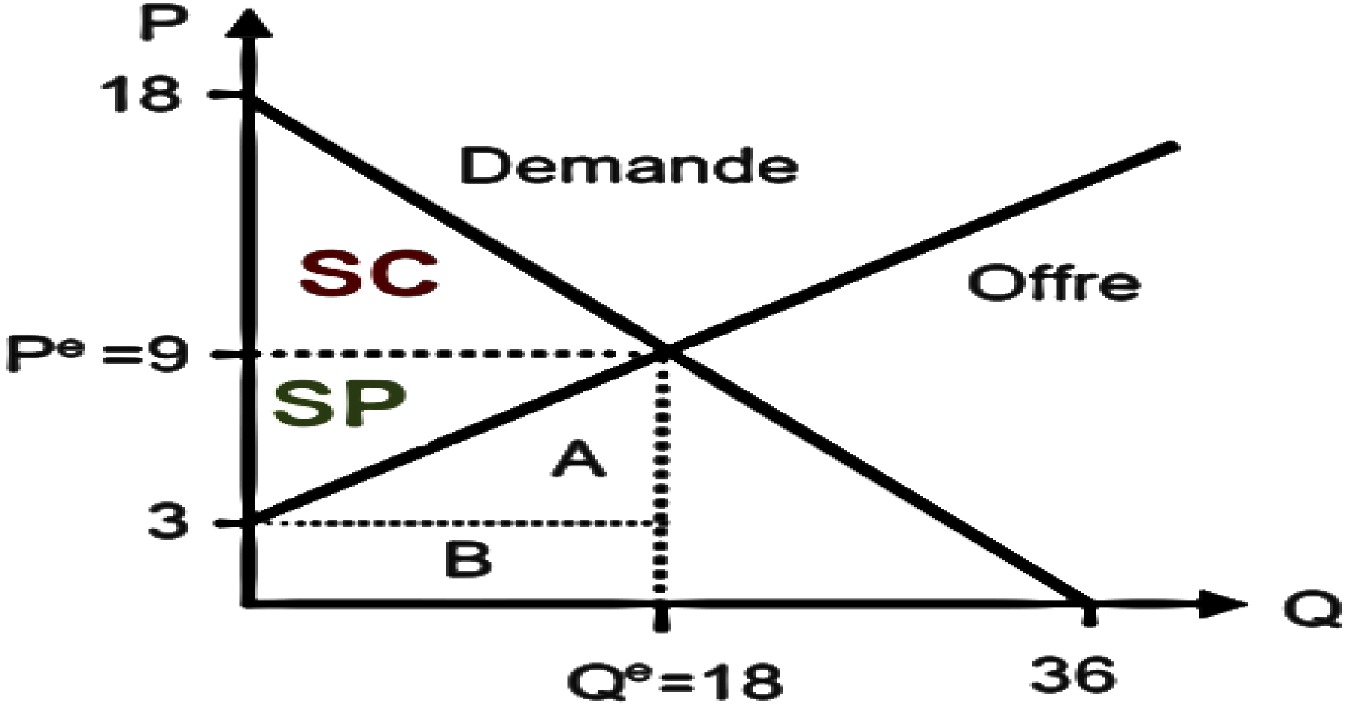


Les aires a et b correspondent donc respectivement au surplus des consommateurs et des producteurs à l’équilibre de marché.

C’est la mesure privilégiée pour évaluer le bien-être des uns et des autres.

L’aire a+b correspond au surplus total qui mesure le bien-être de la société dans son ensemble.

Exemple



Q^e = Quantité d'équilibre
P^e = Prix d'équilibre

Demande : $P = f(Q) = 18 - \frac{1}{2}Q$

$$SC = \frac{(18 - 9) * 18}{2} = 81$$

CHAPITRE IV : ANALYSE DE L'EQUILIBRE DE L'OFFRE ET DE LA DEMANDE SUR UN MARCHE

La courbe d'offre et la courbe de demande

Pour un bien normal donné si il existe une relation inverse entre le prix et la demande Cad quand P ↗, Q (P)↘ et vis versa, dans le cas de l'offre, le prix et cette dernière varie dans le même sens cad O(P) ↗ si P↗ et inversement. Les fonction de demande et d'offre sont données par :

$$Q_D = \sum_{i=1}^{n} p_{di} = f(p)$$

$$\boxed{Q_o = \sum_{j=1}^{n} p_{oj} = f(p)}$$

Prix et quantités d'équilibre sur un marché

L'équilibre de marché que nous cherchons est noté : E(p*,q*), avec p* et q* (> 0) avec p et q, respectivement le prix et la quantité qui satisfont offreurs et demandeurs.

La méthode : L'égalité entre l'offre et la demande

Le prix d'équilibre du marché est la solution mathématique en p, de l'équation Qd ≡ Qo.

On écrit soit : à l'équilibre Qd = Qo ou pour signifier réalisée l'égalité à l'équilibre.

L'équilibre partiel est un équilibre entre des quantités globales, au sens où l'on raisonne à partir de fonctions AGREGEES d'offre et de demande, et non plus sur les fonctions individuelles (consommateur i, producteur j).Ces fonctions sont obtenues par addition de fonctions individuelles. A l'équilibre Qo=Qd⟹ il en résulte le prix P* et la quantité Q* qui sont les conditions du marché

Cette solution existe puisque par définition : $dQd/dp < 0$ et $dQo/dp > 0$. Le prix d'équilibre

(p*) est donc le point d'intersection des courbes d'offre et de demande . En remplaçant sa

valeur dans la fonction d'offre ou dans celle de demande, on obtient les quantités d'équilibre

correspondantes (q*), soit : graphiquement

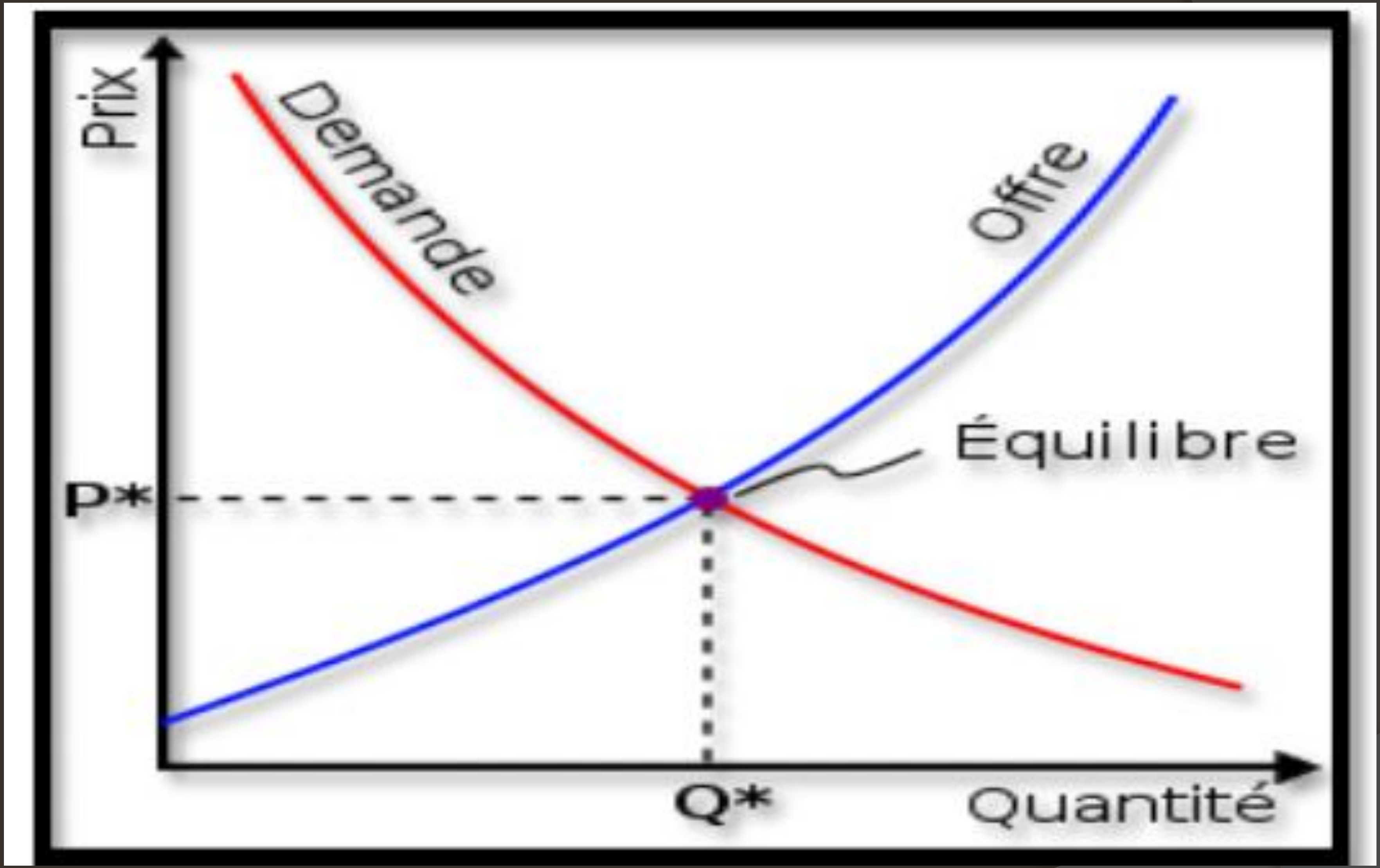


Fig équilibre sur le marché

Exemple : Soit les fonctions de demande et d'offre, linéaire :

$Qd = -2p + 10$, définie positive pour $p \leq 5$,

$Qo = 3p - 2$, positive pour $p \geq 2/3$

On détermine d'abord les fonctions inverses :

Prix d'offre : $Po = 1/3Q + 2/3$

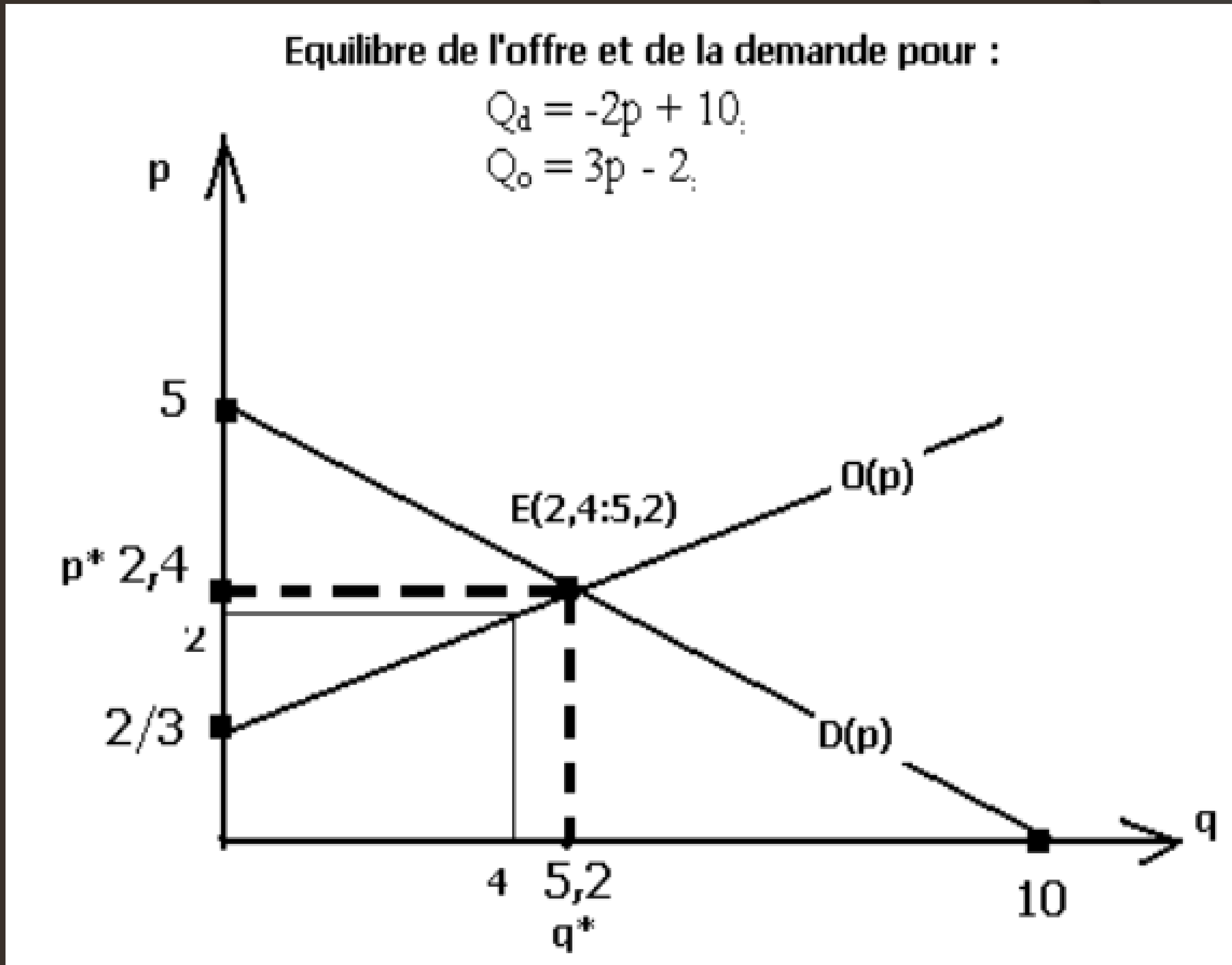
Prix de demande : $Pd = -1/2Q + 5$

On représente le graphique de l'équilibre pour obtenir, dans le plan (p,0,p) une solution géométrique (non suffisante) .

On utilise alors les 4 fonctions, puisque les deux premières donnent

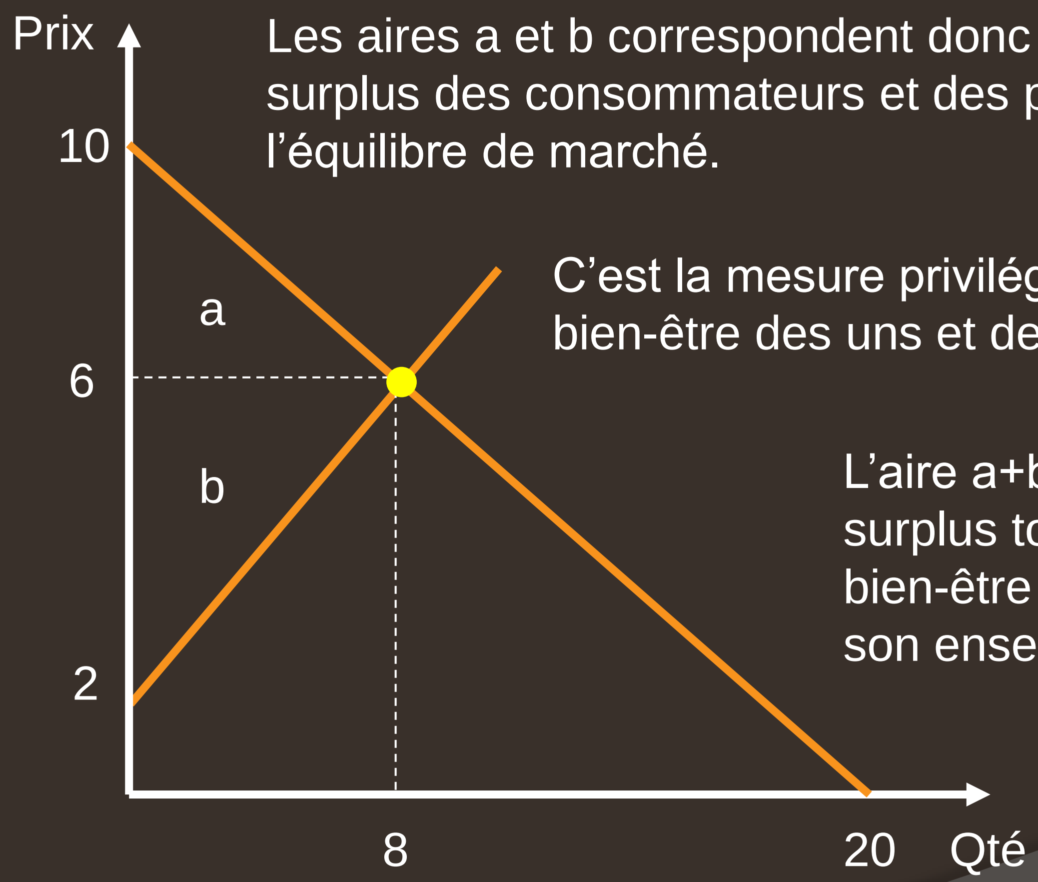
- l'abscisse à l'origine de $Qd = 10$ pour $p=0$

- l'ordonnée à l'origine : $Po = 2/3$ pour $q=0$, et $Pd = 5$ pour $q=0$.



Equilibre de l'offre et de la demande pour :
$Q_d = -2p + 10$;
$Q_o = 3p - 2$;
p
q
5
p* 2,4
2
2/3
4
5,2
q*
10
E(2,4:5,2)
O(p)
D(p)

Surplus des consommateurs et des producteurs à l'équilibre



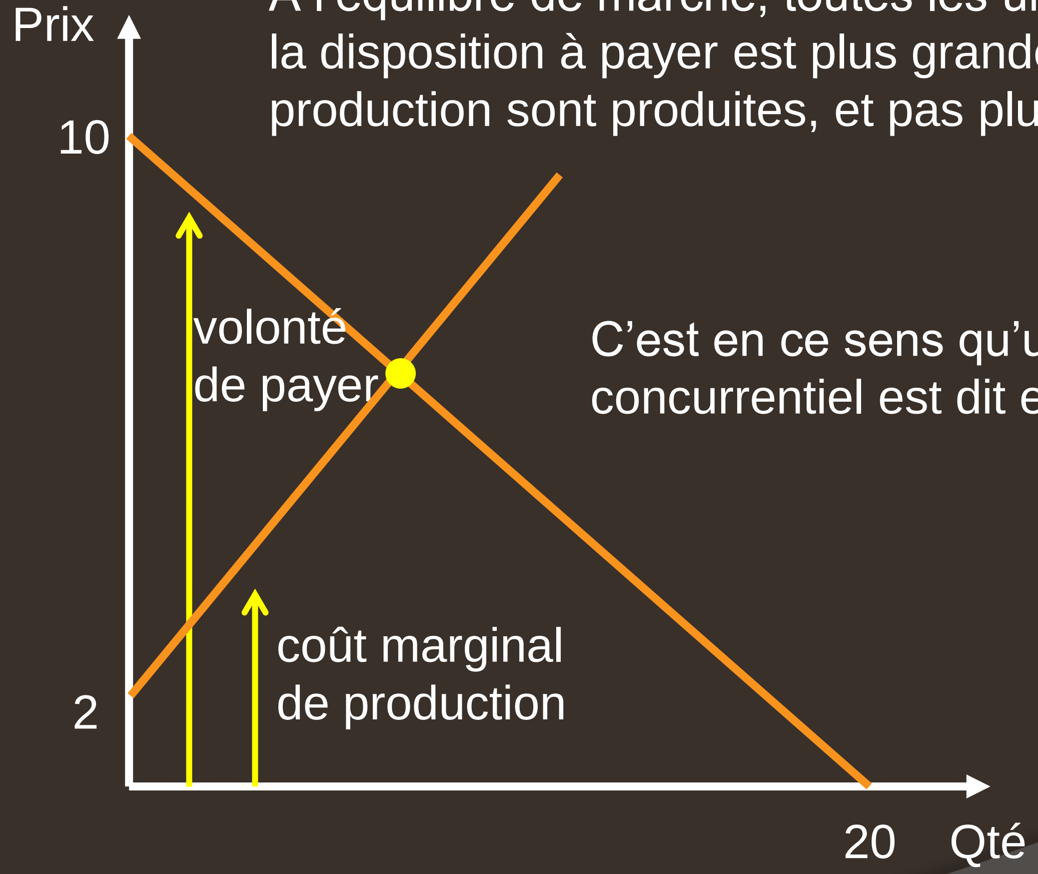
Les aires a et b correspondent donc respectivement au surplus des consommateurs et des producteurs à l'équilibre de marché.

C'est la mesure privilégiée pour évaluer le bien-être des uns et des autres.

L'aire a+b correspond au surplus total qui mesure le bien-être de la société dans son ensemble.

L’efficience des marchés

À l’équilibre de marché, toutes les unités pour lesquelles la disposition à payer est plus grande que le coût de production sont produites, et pas plus.



C’est en ce sens qu’un marché concurrentiel est dit efficient.

EXERCICE

Soit un consommateur qui consomme seulement deux biens X et Y. Ses préférences peuvent être représentées par la fonction d'utilité suivante: $U = \frac{1}{4}X^2Y$. Ce consommateur dispose d'un revenu R qu'il alloue en totalité à l'achat de ces deux biens. Soit P_X et P_Y les prix des biens X et Y.

1) Définissez la fonction d'utilité.

2) Supposons que le niveau d'utilité soit fixé à $U_0 = 16$, donnez l'équation de la courbe d'indifférence de ce consommateur et tracez-la.

3) Supposons que le revenu R=60 et $P_X = 6$ et $P_Y = 3$. Donnez l'équation de sa droite de budget et tracez-la sur le même graphique.

4) Déterminez le taux marginal de substitution du bien Y au bien X en un point quelconque.

5) Ecrivez le programme de maximisation du consommateur et déterminez ses fonctions de demande en bien X et en bien Y. Représentez ce panier optimal sur le graphique.

1) Définissez la fonction d’utilité.