

Version

**A**

**EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 2**

Session du 25 juillet 2023

Durée : 1 heure 30

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si vous trouvez qu'aucune des solutions proposées n'est bonne alors vous devez cocher la case **E** de la grille de réponse.

**Q1 (4 points)** – On considère l'équation différentielle  $x^2y' - y = e^{-1/x}$

La solution de cette équation sur  $]0, +\infty[$  est

**[A]**  $y = e^{-1/x} \left( C - \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

**[B]**  $y = e^{-1/x} \left( Cx + \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

**[C]**  $y = e^{-1/x} \left( Cx - \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

**[D]**  $y = e^{-1/x} \left( C + \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

**Q2 (4 points)** – On considère l'équation différentielle

$$y'' - 2y' = \sin(x).$$

La solution de cette équation différentielle est

**[A]**  $A + Be^{-2x} + \frac{1}{5} \sin(x) - \frac{2}{5} \cos(x)$

**[B]**  $y = A + Be^{2x} + \frac{1}{5} \sin(x) - \frac{2}{5} \cos(x)$

**[C]**  $y = A + Be^{-2x} - \frac{1}{5} \sin(x) + \frac{2}{5} \cos(x)$

**[D]**  $y = A + Be^{2x} - \frac{1}{5} \sin(x) + \frac{2}{5} \cos(x)$

où  $A$  et  $B$  sont des constantes réelles.

**Q3 (4 points)** – Soit  $f$  une solution de l'équation différentielle (E) :  $x^2y'' - 3xy' + 4y = x^2$  sur l'intervalle  $]0, +\infty[$ . On considère la fonction  $g$  définie sur  $]0, +\infty[$  telle que pour tout  $x \in ]0, +\infty[$ ,  $f(x) = x^2g(x)$ . Alors la fonction  $g$  est solution de l'équation différentielle

**[A]**  $x^2z'' + z' = \frac{1}{x}$       **[B]**  $xz'' + z' = \frac{1}{x}$       **[C]**  $x^2z'' - z' = \frac{1}{x}$       **[D]**  $z'' + xz' = \frac{1}{x}$

**Q4 (4 points)** – Soit la fonction  $f$  qui vérifie  $f(0) = 1$  et  $f(-1/2) = e$  et qui est solution de l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 4y = x^2e^{-2x}.$$

Alors la valeur  $f(1/2)$  est

**[A]**  $\frac{25}{24e}$

**[B]**  $\frac{23}{21e}$

**[C]**  $\frac{24}{25e}$

**[D]**  $\frac{21}{23e}$

**Q5 (4 points)** – Soit la fonction  $f$  qui vérifie  $f(0) = 1$  et qui est solution de l'équation différentielle

$$(1 + x^2)^2y' + 2x + 2xy^2 = 0.$$

Alors la valeur  $f(1)$  est

**[A]**  $\tan\left(-\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

**[B]**  $\arctan\left(-\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

**[C]**  $\tan\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

**[D]**  $\arctan\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$