

Version

A

EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 2

Session du 25 juillet 2023

Durée : 1 heure 30

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si vous trouvez qu'aucune des solutions proposées n'est bonne alors vous devez cocher la case **E** de la grille de réponse.

Q1 (4 points) – On considère l'équation différentielle $x^2y' - y = e^{-1/x}$
La solution de cette équation sur $]0, +\infty[$ est

☐ **A** $y = e^{-1/x} \left(C - \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

☐ **C** $y = e^{-1/x} \left(Cx - \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

☐ **B** $y = e^{-1/x} \left(Cx + \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

☐ **D** $y = e^{-1/x} \left(C + \frac{1}{x} \right), C \in \mathbb{R}$

Q2 (4 points) – On considère l'équation différentielle

$$y'' - 2y' = \sin(x).$$

La solution de cette équation différentielle est

☐ **A** $A + Be^{-2x} + \frac{1}{5} \sin(x) - \frac{2}{5} \cos(x)$

☐ **C** $y = A + Be^{-2x} - \frac{1}{5} \sin(x) + \frac{2}{5} \cos(x)$

☐ **B** $y = A + Be^{2x} + \frac{1}{5} \sin(x) - \frac{2}{5} \cos(x)$

☐ **D** $y = A + Be^{2x} - \frac{1}{5} \sin(x) + \frac{2}{5} \cos(x)$

où A et B sont des constantes réelles.

Q3 (4 points) – Soit f une solution de l'équation différentielle (E) : $x^2y'' - 3xy' + 4y = x^2$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$. On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ telle que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f(x) = x^2g(x)$. Alors la fonction g est solution de l'équation différentielle

☐ **A** $x^2z'' + z' = \frac{1}{x}$

☐ **B** $xz'' + z' = \frac{1}{x}$

☐ **C** $x^2z'' - z' = \frac{1}{x}$

☐ **D** $z'' + xz' = \frac{1}{x}$

Q4 (4 points) – Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = 1$ et $f(-1/2) = e$ et qui est solution de l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 4y = x^2e^{-2x}.$$

Alors la valeur $f(1/2)$ est

☐ **A** $\frac{25}{24e}$

☐ **B** $\frac{23}{21e}$

☐ **C** $\frac{24}{25e}$

☐ **D** $\frac{21}{23e}$

Q5 (4 points) – Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = 1$ et qui est solution de l'équation différentielle

$$(1 + x^2)^2y' + 2x + 2xy^2 = 0.$$

Alors la valeur $f(1)$ est

☐ **A** $\tan\left(-\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

☐ **B** $\arctan\left(-\frac{1}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

☐ **C** $\tan\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$

☐ **D** $\arctan\left(\frac{1}{2} - \frac{\pi}{4}\right)$