UNA SFA L1, Semestre 1, 2018-2019, Sujet de géométrie 1, ECUE 2, Durée 1h 30'.

VERSION C, 2ième Session, Mars 2020.

Exercice 1

Soit $\mathcal{E} = \mathbb{R}^3$ l'espace affine muni de ses structures euclidienne et affine et de son repère cartésien $\mathcal{R} = \mathcal{R}(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. On pose $\overrightarrow{u_1} = (1, 0, -1)$, $\overrightarrow{u_2} = (1, 1, 0)$, $\overrightarrow{u_3} = (1, -1, 1)$, le point $A(0,1,1)$, le plan vectoriel $\vec{P} = vec(\overrightarrow{u_1}, \overrightarrow{u_2})$, et la droite affine $\mathcal{D} = A + vect(\overrightarrow{u_3})$ de sorte que l'espace vectoriel $E = \mathbb{R}^3 = \vec{P} + \vec{D}$.

Déterminer l'expression analytique de la symétrie affine s par rapport à $\mathcal{D}$ suivant la direction $\vec{P}$.

Questions

1- Déterminer une équation cartésienne de $\mathcal{D}$.

a- $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$

b- $\begin{cases} x + y - 1 = 0 \\ x + z + 1 = 0 \end{cases}$

c- $\begin{cases} x + y + 1 = 0 \\ x - z + 1 = 0 \end{cases}$

2- Donner la définition de la symétrie s.

a- $s : \mathcal{E} \to E \quad M(x, y, z) \mapsto s(M) = M'(x', y', z'), \begin{cases} \overrightarrow{MM'} \in \vec{P} \\ M' \in \mathcal{D} \end{cases}$

b- $s : \mathcal{E} \to \mathcal{E} \quad M(x, y, z) \mapsto s(M) = M'(x', y', z'), \begin{cases} \overrightarrow{MM'} \in \vec{P} \\ mil[MM'] \in \mathcal{D} \end{cases}$

c- $s : \mathcal{E} \to \mathcal{E} \quad M(x, y, z) \mapsto s(M) = M'(x', y', z'), \begin{cases} \overrightarrow{MM'} \in \vec{D} \\ mil[MM'] \in P \end{cases}$

3- L'équation cartésienne du plan vectoriel $\vec{P}$ est :

a- $x + y + z = 0$

b- $x + y - z = 0$

c- $x - y + z = 0$

4- L'expression analytique de la symétrie s sur par rapport à $\mathcal{D}$ suivant la direction $\vec{P}$ est :

a- $s : \begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x - 2y + 2z) \\ y' = \frac{1}{3}(-x - 2y + z + 6) \\ z' = \frac{1}{3}(-x - y + 2z + 6) \end{cases}$

b- $s : \begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x - 2y + 2z) \\ y' = \frac{1}{3}(-x - 2y + z + 6) \\ z' = \frac{1}{3}(-x + y + 2z + 6) \end{cases}$

c- $s : \begin{cases} x' = \frac{1}{3}(-x - 2y + 2z) \\ y' = \frac{1}{3}(-2x - y - 2z + 6) \\ z' = \frac{1}{3}(2x - 2y - z + 6) \end{cases}$

Exercice 2 : Soit $\mathcal{E} = \mathbb{R}^3$ l'espace affine muni de ses structures euclidienne et affine et de son repère cartésien $\mathcal{R} = \mathcal{R}(O; \vec{\imath}, \vec{\jmath}, \vec{k})$. Faire une étude et construire la courbe paramétrée suivante :

$$\gamma(t) = (x(t), y(t)) \text{ où } \begin{cases} x(t) = t - \frac{1}{t} \\ y(t) = t + \frac{1}{t} \end{cases}$$

Questions

5- Le domaine de définition D_γ de γ est :
 a- $\mathbb{R}\backslash\{0\}$
 b- $\mathbb{R}^+\backslash\{0\}$

6- On peut réduire le domaine d'étude à $\mathbb{R}^+\backslash\{0\}$ car :
 a- $M(-t) = S_{(Oy)}(M(t))$
 b- $M(-t) = S_{(Ox)}(M(t))$
 c- *Autre*

7- On peut réduire le domaine d'étude à $]0; 1]$ car :
 a- $M\left(\frac{1}{t}\right) = S_{(Oy)}(M(t))$
 b- $M\left(\frac{1}{t}\right) = S_{(Ox)}(M(t))$
 c- *Autre*

8- Soit Γ la courbe sur D_γ .Choisir la bonne réponse :
 a- on trace Γ_1 la courbe sur $D_1 = \mathbb{R}^+\backslash\{0\}$ et on a $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma_1} \cup \boldsymbol{S_{(Oy)}(\Gamma_1)}$
 b- on trace Γ_2 la courbe sur $D_2 =]0; 1]$ $\boldsymbol{\Gamma_1}$ la courbe sur $D_1 = \mathbb{R}^+\backslash\{0\}$ et on a $\boldsymbol{\Gamma} = \boldsymbol{\Gamma_1} \cup \boldsymbol{S_{(Ox)}(\Gamma_1)}$ et $\boldsymbol{\Gamma_1} = \boldsymbol{\Gamma_2} \cup \boldsymbol{S_{(Oy)}(\Gamma_2)}$
 c- Autre

9- Tableau de variation
 a-

t	0 1
X'(t)	+
X(t)	↗
Y(t)	↘
Y'(t)	-

b-

T	-1		0		1
X'(t)		+		+	
X(t)		↗		↗	
Y(t)		↗		↘	
Y'(t)		+		−	

c-

T	$-\infty$		-1		0		1		$+\infty$
X'(t)		+		+		+		+	
X(t)		↗		↗		↗		↗	
Y(t)		↘		↗		↘		↗	
Y'(t)		-		+		−		+	

10- Γ la courbe sur D_γ

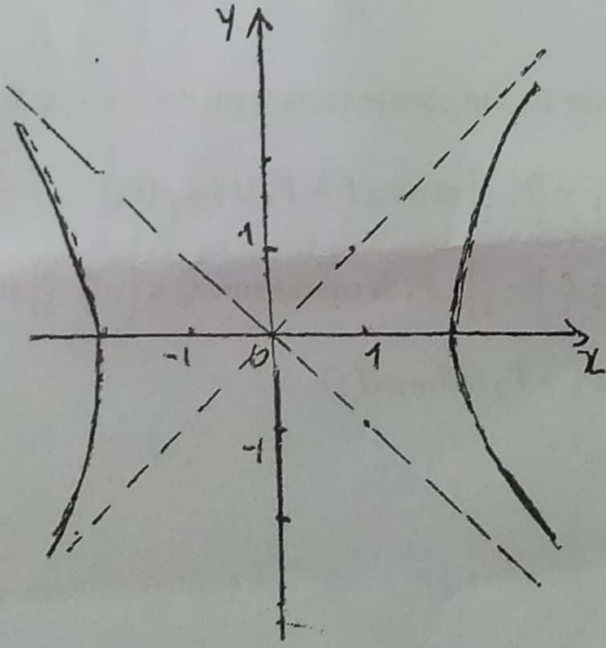
a- Admet une asymptote la droite d'équation : $y = x$.

b- Présente une branche parabolique de direction la droite d'équation : $y = -x$.

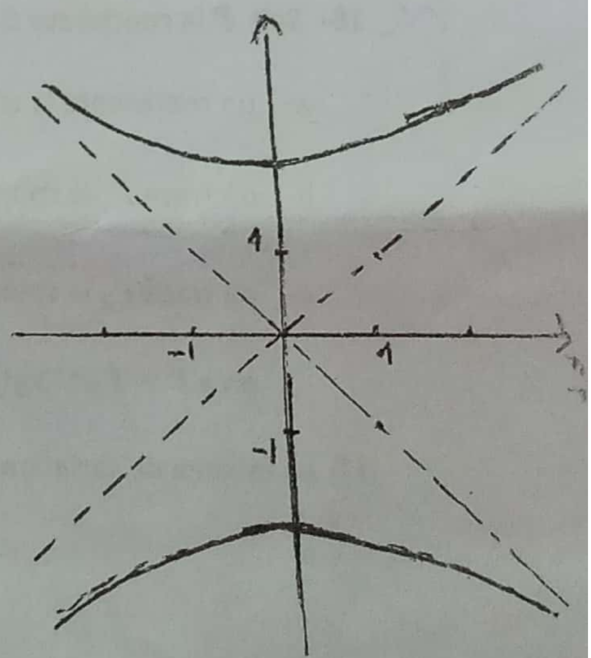
c- Admet une asymptote la droite d'équation : $y = -x$.

11- La courbe Γ est :

b-



b-



Exercice 3

Etudier et construire la courbe d'équation polaire $r(\theta) = \sin 2\theta$.

Questions

12- Le domaine D_r de définition de r est :

a- $[-\pi\,;\,\pi]$

b- $[0\,;\,\pi]$

c- $\mathbb{R}$

13- On peut réduire le domaine d'étude à $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ car :

a- $r(\theta+\pi) = r(\theta)$

b- $r(-\theta) = -r(\theta)$

14- la droite d'équation polaire $\theta = 0$ est un axe de symétrie à la courbe Γ

a- Vrai

b- Faux

15- la droite d'équation polaire $\theta = \frac{\pi}{2}$ est un axe de symétrie à la courbe Γ

a- Vrai

b- Faux

16- Soit Γ la courbe sur D_r on a :

a- on représente la courbe Γ_1 sur D_r , on obtient toute la courbe $\Gamma = \Gamma_1 \cup S_0(\Gamma)$

b- on trace Γ_1 la courbe sur $D_1 = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$ et on a $\Gamma = \Gamma_1 \cup S_{(Oy)}(\Gamma_1)$

c- on trace Γ_2 la courbe sur $D_2 = \left[0; \frac{\pi}{2}\right]$, Γ_1 la courbe sur $D_1 = \left[-\frac{\pi}{2}; \frac{\pi}{2}\right]$ et on a $\Gamma = \Gamma_1 \cup S_O(\Gamma_1)$ et $\Gamma_1 = \Gamma_2 \cup S_{(Oy)}(\Gamma_2)$.

17- Le tableau de variation de r est :

a-

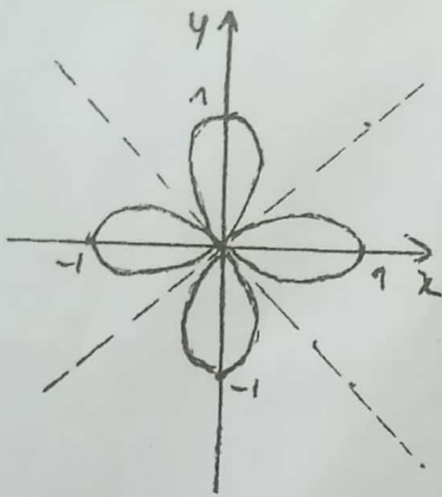
	0	$\pi/4$	$\pi/2$
(θ)	+		+
$r(\theta)$	↗		↗

b-

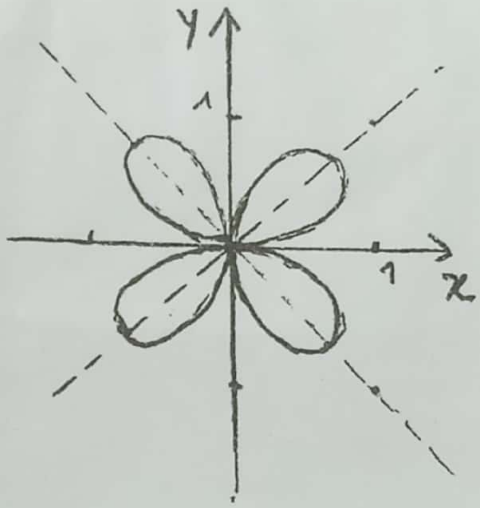
θ	0	$\pi/4$	$\pi/2$
$r'(\theta)$	+		-
$r(\theta)$	↗		↘

18- La courbe Γ est :

a-



b-



c-