

Version
D

EXAMEN DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 2

Session du 25 juillet 2023

Durée : 1 heure 30

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si vous trouver qu'aucune des solutions proposées n'est bonne alors vous devez cocher la case de la grille de réponse.

Q1 Pour tout couple (p, q) d'entiers naturels non nuls l'intégrale $\mathcal{B}(p, q) = \int_0^1 x^{p-1}(1-x)^{q-1}dx$ vaut

- [A] $\frac{(p-1)!(q-1)!}{(p+q+1)!}$ [B] $\frac{p!q!}{(p+q)!}$ [C] $\frac{(p-1)!(q-1)!}{(p+q-1)!}$ [D] $\frac{(p+1)!(q+1)!}{(p+q-1)!}$

Q2 On considère, pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, l'intégrale $I_n = \int_{-1}^1 (x^2 - 1)^n dx$. Une intégration par parties permet de trouver une relation entre I_n et I_{n+1} . Quelle est cette relation ?

- [A] $I_{n+1} = -\frac{2n+1}{2n+3} I_n$ [C] $I_{n+1} = \frac{2n+1}{2n+3} I_n$
 [B] $I_{n+1} = -\frac{2n+2}{2n+3} I_n$ [D] $I_{n+1} = \frac{2n+2}{2n+3} I_n$

Q3 La valeur de l'intégrale $\int_0^{\pi/2} \cos(3x) \cos^2(x) dx$ est

- [A] $\frac{2}{5}$ [B] $\frac{1}{15}$ [C] $\frac{7}{15}$ [D] $\frac{2}{15}$

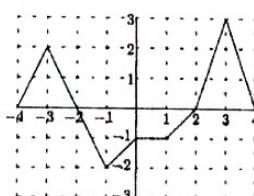
Q4 α étant un réel et $f : [0, \alpha] \rightarrow \mathbb{R}$ telle que pour tout $x \in [0, \alpha]$ $f(x) = -1$ et $f(x)f(\alpha - x) = 1$. Alors l'intégrale $\int_0^\alpha \frac{1}{1 + f(x)} dx$ est égale à

- [A] α [B] $\frac{1}{1+\alpha}$ [C] $1+\alpha$ [D] $\frac{\alpha}{2}$

Q5 En utilisant une somme de Riemann, calculer la valeur de $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \sqrt[n]{a^k}$

- [A] $\frac{a-1}{\ln(a)}$ [B] $\frac{a+1}{\ln(a)}$ [C] $\frac{a}{2} - a$ [D] 0

Q6 Ci dessous est donné le graphe sur $[-4, 4]$ d'une fonction f .



L'intégrale $\int_{-2}^2 f(x) dx$ est égale à :

- [A] $-\frac{3}{2}$ [B] 2 [C] -2 [D] $\frac{3}{2}$