

ECUE 2 : Séries statistiques à deux variables

Durée : 8 heures

Exercice 1 On considère la statistique double définie par le tableau de contingence suivant :

$X \setminus Y$	y_1	y_2	y_3
x_1	128	81	17
x_2	64	22	88

- Déterminer N (l'effectif total), n_{12} n_{22} $n_{2\bullet}$ f_{23} $f_{1\bullet}$ f_{y_2/x_1} f_{x_2/y_2} .
- Donner la distribution conditionnelle de X sachant que $Y = y_2$.

Exercice 2 Considérons la distribution statistique du couple (X, Y) définie par le tableau suivant :

$X \setminus Y$	1	2	3	4
-1	10	42	80	17
0	21	7	12	4
1	32	8	6	11

Dresser le tableau correspondant des fréquences des fréquences f_{ij} et des fréquences marginales $f_{i\cdot}$ et $f_{\cdot j}$.

Exercice 3 Compléter les tableaux suivants, sachant que dans chaque cas, X et Y sont indépendants.

$X \setminus Y$		0	20	30	50	Distribution marginale de X
1)	1					0,45
	2					0,55
Distribution marginale de Y		0,1	0,3	0,4	0,2	1

$X \setminus Y$	100	200	300
10	8	12	2
20		24	
30			5

Exercice 4 On considère la distribution statistique donné par le tableau de contingence suivant :

$X \setminus Y$	3	5	7
7	1	3	1
1	2	2	2

1. Calculer la moyenne de X et la moyenne de Y .
2. Calculer l'écart-type de X et l'écart-type de Y .
3. Calculer $\text{Cov}(X, Y)$
4. Les variables X et Y sont-elles indépendantes ?
5. Représenter graphiquement cette série statistique.

Exercice 5 A l'oral du Baccalauréat série A, chaque candidat est interrogé en première langue où il obtient la note X et en seconde langue où il obtient la note Y (notes sur 20). Les résultats obtenus par 100 candidats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

$X \setminus Y$	[0; 4[[4; 8[[8; 12[[12; 16[[16; 20[
[0; 4[2	5	2		
[4; 8[1	12	10	3	
[8; 12[3	28	12	1
[12; 16[1	5	10	2
[16; 20[1	2

1. Déterminer, dans deux tableaux différents, les distributions marginales en X et en Y .
2. Déterminer la distribution conditionnelle de X sachant $Y \in [4; 8[$.
3. Calculer la fréquence conditionnelle dans chacun des cas suivants :
 - a) $X \in [8; 12[$ sachant $Y \in [0; 4[$;
 - b) $Y \in [12; 16[$ sachant $X \in [4; 8[$.

NB : Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.

Exercice 6

Le nuage de points d'une série statistique double (X, Y) a été ajusté par ses deux droites de régression. Ces deux droites ont pour équation dans le même repère :

$$y = -3x + 7 \quad \text{et} \quad y = -\frac{10}{3}x + \frac{23}{3}.$$

1. Déterminer les coordonnées du point moyen G de ce nuage de points.
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire et interpréter le résultat obtenu.
3. Sachant que la somme de la variance de X et la variance de Y est égale à 22, calculer :
 - a) la variance de X ,
 - b) la variance de Y ,
 - c) la covariance de X et Y .

Exercice 7 Soit la répartition par taille et par poids de 40 animaux d'une race donnée.

X taille en cm \ Y : Poids en kg	[3, 9[[9, 13[[13, 19[
De 60 à 100	15	1	0
De 100 à 120	2	10	1
De 120 à 140	1	2	1
De 140 à 180	0	0	17

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre X et Y . Que peut-on en déduire ?
2. Déterminer l'équation de la droite de régression de Y en X et celle de X en Y .

Exercice 8

Dans cet exercice, les résultats seront éventuellement arrondis au dixième près.

On considère la distribution donnée par le tableau à double entrée suivant :

$X \setminus Y$	7	9	16
3	2	3	7
4	12	18	42
5	6	9	21
8	4	6	14

1. Représenter graphiquement cette série statistique
2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de (X, Y) .