Examen d'Analyse 1
ECUE 1
Durée : 1 heure 30

VERSION B

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il n' y a pas de pénalité en cas de réponse incorrecte, ou en cas d'absence de réponse.

Q 1. La fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} x - x^2 + x^4 \sin(\frac{1}{x}) \text{ si } x \neq 0 \\ 0 \text{ si } x = 0 \end{cases}$ admet un développement limité en 0 à l'ordre n si et seulement si $n \leq 3$

(A) vrai (B) faux

Q 2. Si x un nombre réel tel que x^7 et x^{12} sont des rationnels, alors x est rationnel.

(A) faux (B) vrai

Q 3. La fonction $f : x \longmapsto x + e^x$ est une bijection sur $\mathbb{R}$. On note g sa bijection réciproque qui est dérivable sur $\mathbb{R}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$

(A) $g'(x) = 1 + e^x$
(B) $g'(x) = \dfrac{1}{1+e^x}$
(C) $g'(x) = 1 + e^{g(x)}$
(D) $g'(x) = \dfrac{1}{1+e^{g(x)}}$

Q 4. La fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$, qui à tout réel associe s'il existe, le nombre réel : $f(x) = \arcsin(\ln(\arctan x))$. L'ensemble de définition de f est égale à

(A) $]0, \tan e]$.
(B) $\mathbb{R}_+^*$
(C) $[\tan(1/e), \tan e]$
(D) $]0, \pi/4]$

Q 5. Soit f une fonction indéfiniment dérivable sur $\mathbb{R}$. On suppose que f est impaire.

(A) La limite quand x tend vers 0 de la fonction $x \longmapsto \dfrac{f(x)}{\sin x}$ existe forcément.
(B) Dans le développement limité d'ordre 2 en 0 de la fonction $x \longmapsto f(\cos x)$, le terme constant est forcément nul.
(C) La limite quand x tend vers 0 de la fonction $x \longmapsto \dfrac{f'(x)}{f''(x)}$ existe forcément.
(D) Le développement limité en 0 de la fonction $x \longmapsto f(\sin x)$ ne contient que des termes de degrés impairs.

Q6. Laquelle des affirmations suivantes est correcte.

(A) L'image d'un intervalle $]a, b[$ par une fonction continue est un intervalle $]c, d[$.
(B) L'image d'un intervalle $[a, b]$ par une fonction continue est un intervalle $[c, d]$.
(C) L'image d'un intervalle $]a, b]$ par une fonction continue est un intervalle $]c, d]$.
(D) L'image d'un intervalle $[a, b[$ par une fonction continue est un intervalle $[c, d[$.

Q7. La limite $\lim\limits_{x \to 2} \dfrac{\ln(x^2 - 1)}{\ln(\tan(\frac{\pi}{6}x))}$ est égale à

(A) $-\infty$ (C) $\frac{8}{\pi}$
(B) $+\infty$ (D) $-\frac{8}{\pi}$

Q8. Entre deux nombres rationnels distincts, il existe toujours un nombre entier

(A) faux (B) vrai

Q9. La fonction $x \longmapsto \sqrt{x}$ admet un développement limité en 0.

(A) vrai (B) faux

24

Dans les questions Q 10 à Q 12, E désigne la fonction partie entière.

2

Q 10. Pour tout $x \in \mathbb{R}^+$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, on a $E(nx) = nE(x)$

(A) vrai (B) faux

Q 11. Pour tout $x \in \mathbb{R}$ et pour tout $y \in \mathbb{R}$, on a $E(x + y) = E(x) + E(y)$

(A) vrai (B) faux

Q 12. Pour tout $x \in \mathbb{R}^+$, on a $E(-x) = \begin{cases} -E(x) - 1 \text{ si } x \in \mathbb{R} \backslash \mathbb{Z} \\ -E(x) \text{ si } x \in \mathbb{Z} \end{cases}$

(A) vrai (B) faux

Q 13. La fonction $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} x^2 \ln|x| \text{ si } x \neq 0 \\ 0 \text{ si } x = 0 \end{cases}$ est dérivable en 0.

(A) vrai (B) faux

Q 14. Existe-t-il une fonction f derivable sur $\mathbb{R}$ telle que $f(0) = -1$, $f(2) = 4$ et pour tout $x \in \mathbb{R}$ $f(x) \leq 2$.

(A) non

(B) oui

Q 15. Si f est une fonction derivable sur un intervalle $[a, b]$ avec $f(a) = f(b)$ alors il existe un unique $c \in]a, b[$ tel que $f(c) = 0$.

(A) faux

(B) vrai

Q 16. La limite $\lim\limits_{x \to +\infty} x^2 \left[\exp(\frac{x-1}{x^2}) - \sqrt{1 + \frac{2}{x}} \right]$ est égale à

(A) $\frac{1}{e}$

(B) $+\infty$

(C) 0

(D) e

Q 17. Soit f et g deux fonctions admettant en 0 les développements limités suivants

$$f(x) = 1 + x^2 + o(x^2) \text{ et } g(x) = 1 - x^2 + o(x^3).$$

$\frac{1+x^2}{1-x^2}$

On a

(A) $f(x) \times g(x) = 2x^2 + o(x^3)$.

(B) $f(x) + g(x) = 2 + o(x^3)$.

(C) $\dfrac{f(x)}{g(x)} = 1 + o(x^2)$.

(D) $f(g(x) - 1) = 1 + x^4 + o(x^4)$

Q 18. Toute fonction $f : \mathbb{R}^+ \longrightarrow \mathbb{R}$ continue et admettant une limite finie en $+\infty$ est bornée.

(A) vrai.

(B) faux.

Q 19. La fonction $x \longmapsto \cos(2\pi x) + \sin(\pi x)$ est périodique de période

(A) 2.

(B) 2π.

(C) π.

(D) 1.

Q 20. Il existe des réels positifs a et b tels que la fonction f définie par $f(x) = \begin{cases} -e^x \text{ si } x < 0 \\ ax^2 + b \text{ si } x \geq 0 \end{cases}$ soit continue.

(A) faux.

(B) vrai.

Q 21. L'ensemble $\mathbb{Z} \cap]-\infty, \sqrt{2}[$

(A) admet une borne inférieure atteine et une borne supérieure atteinte.
(B) n'admet pas de borne inférieure mais admet une borne supérieure atteinte.
(C) n'admet pas de borne inférieure mais admet une borne supérieure non atteinte.
(D) admet une borne inférieure atteinte et une borne supérieure non atteinte.

Q 22. Si $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ est une fonction strictement croissante, alors la fonction $x \longmapsto f(x^2)$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

(A) faux
(B) vrai

Dans les questions Q 23 à Q 25, I désigne un intervalle de $\mathbb{R}$.

Q 23. Si I est majoré alors il admet un plus grand élément

(A) faux
(B) vrai

Q 24. Si I contient -2 et 1 alors $[0, 1] \subset I$

(A) vrai
(B) faux

Q 25. Si I contient un nombre rationnel et un nombre irrationnel alors il contient une infinité de nombres décimaux

(A) vrai
(B) faux

4

Q 26. La dérivée de la fonction $f : x \longmapsto Arctan x + Arctan(1/x)$ est nulle sur $\mathbb{R}^*$, donc

(A) f est constante sur $\mathbb{R}^*_-$ et est constante sur $\mathbb{R}^*_+$.
(B) f est prolongeable par continuité en 0
(C) f est constante sur $\mathbb{R}$
(D) f est constante sur $\mathbb{R}^*$

Q 27. Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction et on considère les propositions :

P1 f est continue

P2 f est lipchitzienne

P3 f est uniformément continue

(A) $P2 \Longrightarrow P1 \Longrightarrow P3$
(B) $P3 \Longrightarrow P2 \Longrightarrow P1$
(C) $P1 \Longrightarrow P2 \Longrightarrow P3$
(D) $P2 \Longrightarrow P3 \Longrightarrow P1$

Examen d'Analyse 1
ECUE 2
Durée : 1 heure 30

VERSION A

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il n' y a pas de pénalité en cas de réponse incorrecte, ou en cas d'absence de réponse.

Q1. Combien de solutions non réelles possède l'équation $z^5 = 1$.

(A) 1
(B) 5
(C) 0
(D) 4

Q2. Soit z un nombre comlexe tel que $z = a + ib$ avec $a, b \in \mathbb{C}$. On a l'équivalence :

$$z = 0 \Leftrightarrow a = 0 \text{ et } b = 0$$

(A) vrai
(B) faux

Q3. Toute suite de nombres réels bornée est forcément convergente..

(A) vrai
(B) faux

Q4. Si une suite de nombres réels (u_n) converge alors $u_n \sim u_{n+1}$

(A) faux
(B) vrai

Q5. Soit $n \in \mathbb{N}^*\setminus\{1\}$. La somme $\sum_{k=0}^{n-1}(-1)^k e^{ik\frac{2\pi}{n}}$ est égale à

(A) $\dfrac{1}{\cos\frac{\pi}{n}e^{i\frac{\pi}{n}}}$ pour tout n impair de $\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$
(B) 0 pour tout n impair de $\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$
(C) 0 pour tout $n \in \mathbb{N}^*\setminus\{1\}$
(D) $\dfrac{1}{\cos\frac{\pi}{n}e^{i\frac{\pi}{n}}}$ pour tout n pair de $\mathbb{N}^*\setminus\{1\}$

Q6. Soit (u_n) la suite définie par $u_n = 1 - \sin(\frac{1}{n})$. On considère une suite (v_n) adjacente avec la suite (u_n). Alors

(A) (v_n) est convergente et vers $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n < 1$.
(B) (v_n) est décroissante et converge vers 1.
(C) (v_n) est convergente et vers $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n > 1$.
(D) (v_n) est croissante et converge vers 1.

Q7. (u_n) et (v_n) sont deux suites de nombres réels telles que $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n - v_n) = 0$. On a forcément $\lim\limits_{n\to+\infty}(u_n) = \lim\limits_{n\to+\infty}(v_n)$.

(A) vrai
(B) faux

Q8. Un équivalent simple de la suite (u_n) définie par $u_n = n^{1/n} - 1$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ est

(A) $\frac{1}{n}$
(B) $\frac{n}{\ln n}$
(C) $n^{1/n}$.
(D) $\frac{\ln n}{n}$

Q9. Pour toute racine n-ième z_0 de l'unité, on a $\sum\limits_{k=0}^{n-1} z^k = 0$.

(A) faux
(B) vrai

Q10. (u_n) et (v_n) sont deux suites de nombres réels telles que

- (u_n) est croissante
- (v_n) est décroissante
- Pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n \leq v_n$.

(A) (u_n) et (v_n) sont des suites adjacentes
(B) (u_n) converge et (v_n) diverge
(C) (u_n) et (v_n) convergent
(D) (u_n) diverge et (v_n) converge

Q11. Parmi les conditions suivantes, laquelle est suffisante pour que la suite de nombres réels (u_n) converge vers 2.

(A) La suite $(|u_n|)$ converge vers 2
(B) Il existe un entier n_0 tel que pour tout $n \geq n_0$, $|u_n - 2| \leq e^{-n}$.
(C) (u_n) est décroissante et minorée par 2.
(D) La suite (u_n) est équivalente à la suite e^{-n-2}.

Pour les questions Q 12 à Q 14, on pose $z = -\sqrt{2+\sqrt{2}} + i\sqrt{2-\sqrt{2}}$

Q 12. La partie réelle de z^2 est l'opposé de sa partie imaginaire

(A) faux

(B) vrai

Q 13. L'argument de z^2 est $-\pi/4$

(A) faux

(B) vrai

Q 14. Le module de z est 2

(A) faux

(B) vrai

Q 15. Toute suite de nombres réels ayant $-\infty$ pour limite est forcément minorée.

(A) faux

(B) vrai

Q 16. Soit a et b deux nombres réels positifs non nuls. La suite (u_n) définie par $u_n = \dfrac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$ converge vers 1 pour

(A) $a = b$

(B) $a < b$

(C) $a \leq b$

(D) $a > b$.

Q 17. Parmi les affirmations suivantes, laquelle est fausse ?

(A) Si deux nombres complexes ont le même argument alors leur produit est réel.

(B) Si deux nombres complexes non nuls ont le même argument alors leur quotient est réel.

(C) Tout nombre réel strictement négatif a pour argument π.

(D) Le conjugué d'un nombre imaginaire pur est égal à son opposé.

Q 18. La suite (u_n) définie pour tout $n \in \mathbb{N}^*$ par $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n)$ est décroissante.

(A) faux

(B) vrai

Q 19. L'ensemble des entiers $n \in \mathbb{Z}$ tels que $(\sqrt{3}+i)^n$ est un réel est égal à

(A) $\{12k;\ k \in \mathbb{Z}\}$

(B) $\{6k;\ k \in \mathbb{Z}\}$

(C) $\emptyset$

(D) $\mathbb{Z}$

Université Nangui Abrogoua
L1 Physique Chimie et Maths Info

Année Universitaire : 2017/2018
Semestre 1

EXAMEN DE LA SESSION 1 DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 1

Durée : 1 heure 30

Version C

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il peut avoir plusieurs réponses exactes dans une question.
- Il y a une pénalité de - 1 point en cas de réponse incorrecte.
- Il n'y a pas de penalité en cas d'absence de réponse.
- Dans la question Q 6, E désigne la fonction partie entière.

Q1. Soient $\begin{array}{rcl} f : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sqrt[3]{1-x^2} \end{array}$ et $\begin{array}{rcl} g : \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & e^{\frac{1}{x}} \sqrt[4]{1-|x|} \end{array}$. On notera D_f et D_g le domaine de définition de f et g respectivement. Quelles sont les assertions vraies ?

(A) $D_f = \mathbb{R}$

(B) $D_g = \mathbb{R}^*$

(C) $D_f = [-1, 1]$

(D) $D_g = [-1, 0[\cup]0, 1]$

Q2. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x^3 \sin(1/x) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Le plus grand entier n tel que f soit de classe C^n sur $\mathbb{R}$ est

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 0

Q3. Soit $A = \left\{ 2 - \frac{1}{2^n} ; n \in \mathbb{N}^* \right\}$. On a

(A) $\max(A) = 2$ et $\min(A) = 3/2$

(B) $\max(A) = 2$ et $\min(A) = 0$

(C) $\sup(A) = 2$ et $\inf(A) = 0$

(D) $\sup(A) = 2$ et $\inf(A) = 3/2$

Q4. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + e^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) $(f^{-1})'(1) = \frac{1}{1+e}$.

(B) $(f^{-1})'(1) = 1 + \frac{1}{e}$.

(C) $(f^{-1})'(1) = 1 + e$.

(D) $(f^{-1})'(1) = \frac{1}{2}$.

Q5. Soit a et b des réels tels que $1 < a < b$. À quelle fonction doit-on appliquer le théorème des accroissements finis pour qu'il existe un réel $c \in]a, b[$ tel que $\frac{\ln a}{\ln b} = \exp\left(\frac{a-b}{c \ln(c)}\right)$?

(A) $x \longmapsto \ln(\ln x)$ (B) $x \longmapsto \ln x$ (C) $x \longmapsto \exp(x)$ (D) $x \longmapsto x \ln x$

Q 6. $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ étant une fonction définie en $x_0 \in \mathbb{R}$. Parmi les propriétés suivantes, quelles sont celles qui impliquent que f est continue en x_0 ?

(A) $\lim\limits_{x \to x_0} \exp(f(x)) = \exp(f(x_0))$.

(B) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)^3 = f(x_0)^3$.

(C) $\lim\limits_{x \to x_0} f(x)^2 = f(x_0)^2$.

(D) $\lim\limits_{x \to x_0} E(f(x)) = E(f(x_0))$.

Q 7. La limite $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{(\ln x)^2}{e^{1/x} + (1 + \ln x)^2}$ vaut

(A) $-\infty$ (B) 1 (C) 0. (D) $+\infty$

Q 8. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0, 1]$ par $f(x) = x^2 - x$ pour tout $x \in [0, 1]$. Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) f ne vérifie pas les hypothèses du théorème des accroissements finis.

(B) f vérifie les hypothèses du théorème de Rolle et une valeur vérifiant la conclusion de ce théorème est $\dfrac{1}{2}$.

(C) f vérifie les hypothèses du théorème des accroissements finis et une valeur vérifiant la conclusion de ce théorème est $\dfrac{1}{2}$.

(D) f ne vérifie pas les hypothèses du théorème de Rolle.

Q 9. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable. La limite $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(3x) - f(x)}{x}$ est égale à 9

(A) $4f'(0)$. (B) $2f'(0)$. (C) $3f'(0)$. (D) $f'(0)$.

Q 10. Le développement limité en 0 à l'ordre 4 de la fonction $f : x \longmapsto \cos(e^x - \cos(x))$ est

(A) $f(x) = 1 - \dfrac{x^2}{2} - x^3 - \dfrac{5x^4}{8} + o(x^4)$.

(B) $f(x) = 1 + x - \dfrac{x^2}{2} - x^3 - \dfrac{5x^4}{8} + o(x^4)$.

(C) $f(x) = 1 + \dfrac{x^2}{2} + x^3 + \dfrac{5x^4}{8} + o(x^4)$.

(D) $f(x) = 1 + \dfrac{x}{2} - x^3 - \dfrac{5x^4}{8} + o(x^4)$.

Q 11. Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue (avec $a < b$). Quelles assertions sont vraies ?

(A) Si $f(a) \cdot f(b) < 0$ et f croissante alors f s'annule une unique fois sur $[a, b]$.

(B) Si $f(a) \cdot f(b) < 0$ et f n'est pas strictement monotone alors f s'annule au moins deux fois sur $[a, b]$.

(C) Si $f(a) \cdot f(b) < 0$ et f strictement décroissante, alors f s'annule une unique fois sur $[a, b]$.

(D) Si $f(a) \cdot f(b) < 0$ alors f s'annule un nombre fini de fois sur $[a, b]$.

EXAMEN DE LA SESSION 1 DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 1

Durée : 1 heure 30 **Version A**

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il peut avoir plusieurs réponses exactes dans une question.
- Il y a une pénalité de - 1 point en cas de réponse incorrecte.
- Il n'y a pas de penalité en cas d'absence de réponse.

Q1. La somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{6}\left(\sin\frac{2\pi k}{7} - i\cos\frac{2\pi k}{7}\right)$ est égale à

(A) 1. (B) i. X(C) $-i$. (D) -1.

Q2. L'équation (E) : $(z^2+1)^2+z^2=0$, $z\in\mathbb{C}$ admet pour ensemble des solutions

(A) $\left\{-\frac{1+\sqrt{3}}{2}, \frac{1+\sqrt{3}}{2}, -\frac{1-\sqrt{3}}{2}, \frac{1-\sqrt{3}}{2}\right\}$.

(B) $\left\{-\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1+\sqrt{5}}{2}, -\frac{1-\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\right\}$.

(C) $\left\{-\frac{1+\sqrt{3}}{2}i, \frac{1+\sqrt{3}}{2}i, -\frac{1-\sqrt{3}}{2}i, \frac{1-\sqrt{3}}{2}i\right\}$.

(D) $\left\{-\frac{1+\sqrt{5}}{2}i, \frac{1+\sqrt{5}}{2}i, -\frac{1-\sqrt{5}}{2}i, \frac{1-\sqrt{5}}{2}i\right\}$.

Q3. Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes. Alors, $|z_1+z_2|^2+|z_1-z_2|^2$ est égal à :

(A) $2|z_1|^2+2|z_2|^2$. X(B) $|z_1|^2+|z_2|^2$. (C) $2|z_1|^2-2|z_2|^2$. (D) $|z_1|^2-|z_2|^2$.

Q4. Soit $n\in\mathbb{N}\setminus\{0,1\}$ et $z_1, z_2, \cdots, z_n$ les racines n-ièmes de l'unité. Alors

(A) $z_1+z_2+\cdots z_n=1$.
(B) $z_1z_2\cdots z_n=(-1)^{n-1}$.
(C) $z_1+z_2+\cdots z_n=0$.
X(D) $z^n-1=(z-z_1)(z-z_2)\cdots(z-z_n)$, pour tout $z\in\mathbb{C}$.

Q5. Soit $\theta\in\left]\frac{\pi}{2},\pi\right[$ et $z=e^{i2\theta}$. Un argument du nombre complexe $\frac{z}{1+z}$ est

(A) $\pi+\theta$. (B) θ. (C) $\theta-\pi$. (D) $\pi-\theta$.

Q6. Soient a et b deux réels tels que $a > b > 0$. On pose $u_n = \dfrac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$ et $v_n = \dfrac{na^{2n} - b^{2n}}{a^{2n} + b^{2n}}$.
Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.
(B) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} v_n = +\infty$.
(C) La suite (u_n) est convergente et la suite (v_n) est divergente.
(D) Les suites (u_n) et (v_n) sont divergentes.

Q7. Laquelle des assertions suivantes est vraie ?

(A) Une suite de nombres réels qui converge vers 0 est décroissante.
(B) Une suite de nombres réels positifs non majorée diverge vers $+\infty$.
(C) Une suite de nombres réels positifs qui converge vers 0 est décroissante.
(D) Une suite de nombres réels non majorée diverge vers $+\infty$.

Q8. On note $j = e^{2i\pi/3}$ Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) Pour tout $(a, b) \in \mathbb{R}^2$, $a + jb = 0 \Longleftrightarrow a = b$ et $b = 0$.
(B) j est une racine sixième de l'unité.
(C) $j^2 + 1 = j$.
(D) $\forall n \in \mathbb{N}^*$, $j^{2n} = j$.

Q9. On considère les suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ définie pour tout entier $n \in \mathbb{N}^*$ par

$$u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k^2} \qquad \text{et} \qquad v_n = u_n + \frac{1}{n}.$$

Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) La suite $(u_n)_n$ est décroissante et la suite $(v_n)_n$ est croissante.
(B) $(u_n)_n$ est croissante et $(v_n)_n$ est décroissante.
(C) La suite $(u_n)_n$ diverge et $(v_n)_n$ converge.
(D) Les suites $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ convergent vers 0.

Q10. Le terme général de la suite récurrente $(u_n)_n$ définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = u_n^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$ est donnée pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

(A) $u_n = 3^n$. (B) $u_n = 2^{3n}$. (C) $u_n = 3^{2n}$. (D) $u_n = 3^{2^n}$.

EXAMEN DE LA SESSION 2 DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 1

Durée : 1 heure 30 **Version C**

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il y a une pénalité de - 1 point en cas de réponse incorrecte.
- Il n'y a pas de penalité en cas d'absence de réponse.

Q1. On considère la fonction f définie sur l'intervalle $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2e^x$ pour tout $x \in \mathbb{R}$. Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) $(f^{-1})'(1) = 1 + \dfrac{1}{e}$.

(B) $(f^{-1})'(1) = \dfrac{1}{3}$.

(C) $(f^{-1})'(1) = 1 + e$.

(D) $(f^{-1})'(1) = \dfrac{1}{1+2e}$.

Q2. Le développement limité en 0 à l'ordre 3 de la fonction $f : x \longmapsto \ln(1 + e^x)$ est

(A) $f(x) = \ln 2 - \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{8} + o(x^3)$.

(B) $f(x) = \ln 2 + \dfrac{x}{2} - \dfrac{x^2}{8} + o(x^3)$.

x(C) $f(x) = \ln 2 - \dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{8} + o(x^3)$.

(D) $f(x) = \ln 2 + \dfrac{x}{2} + \dfrac{x^2}{8} + o(x^3)$.

Q3. La limite $\lim\limits_{x \to +\infty} \dfrac{xe^{-x} + x^2}{\ln x - x}$ vaut

(A) 1

(B) $+\infty$

(C) 0.

X(D) $-\infty$

Q4. Soit $X = \sqrt[3]{\sqrt{5}+2} - \sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$. En calculant X^3, on montre que X vaut :

(A) 2

(B) 3

(C) 1

(D) 0

Q5. Soit f et g deux fonctions dérivables telles que $f(-2) = 8$, $f'(-2) = 4$, $f'(5) = 3$, $g(5) = -2$ et $g'(5) = 6$. On a $F = f \circ g$. La valeur de $F'(5)$ est égale :

(A) 8

x(B) 12

x(C) 24

(D) 20

Q6. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction dérivable. La limite $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{f(3x) - f(2x)}{x}$ est égale à

x(A) $f'(0)$.

(B) $2f'(0)$.

(C) $4f'(0)$.

(D) $3f'(0)$.

Q7. Soient $\begin{array}{rcl} f:\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \sqrt[3]{1-x^2} \end{array}$ et $\begin{array}{rcl} g:\mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & e^{\frac{1}{x}}\sqrt[4]{1-|x|} \end{array}$. On notera D_f et D_g le domaine de définition de f et g respectivement. Quelles sont les assertions vraies ?

(A) $D_f = \mathbb{R}$
(B) $D_g = \mathbb{R}^*$
(C) $D_f = [-1, 1]$
(D) $D_g = [-1, 0[\cup]0, 1]$

Q8. Soit f la fonction définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = |x|$. On note f' la fonction dérivée de f.

(A) $f'(0) = 1$.
(B) $f'(0) = 0$.
(C) $f'(0) = -1$.
(D) f n'est pas dérivable en 0.

Q9. On considère une fonction f définie et continue sur l'intervalle $[-1, 3]$ telle que $f(-1) = 4$ et $f(3) = 7$. Par le théorème des valeurs intermédiaire, on conclut qu'il existe

(A) $c \in]4, 7[$ tel que $f(c) = 5$.
(B) $c \in]-1, 3[$ tel que $f(c) = 5$.
(C) $c \in]4, 7[$ tel que $f(c) = 0$.
(D) $c \in]-1, 3[$ tel que $f(c) = 0$.

Q10. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ la fonction définie par $f(x) = \begin{cases} x^3\cos(1/x) & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$. Le plus grand entier n tel que f soit de classe C^n sur $\mathbb{R}$ est

(A) 3
(B) 1
(C) 2
(D) 0

EXAMEN DE LA SESSION 2 DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 1

Durée : 1 heure 30

Version B

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une réponse exacte par question.
- Il y a une pénalité de - 1 point en cas de réponse incorrecte.
- Il n'y a pas de penalité en cas d'absence de réponse.

Q1. Laquelle des assertions suivantes est vraie ?

(A) ~~Une suite de nombres réels~~ non majorée ~~diverge vers~~ $+\infty$.
(B) Une suite de nombres réels positifs non majorée diverge vers $+\infty$.
(C) Une suite de nombres réels qui converge vers 0 est décroissante.
(D) Une suite de nombres réels positifs qui converge vers 0 est décroissante.

Q2. Soient a et b deux réels tels que $a > b > 0$. On pose $u_n = \dfrac{a^n - b^n}{a^n + b^n}$. Quelle est la bonne réponse ?

(A) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = -1$.
(B) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 0$.
(C) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = 1$.
(D) $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = +\infty$.

Q3. On note $j = e^{2i\pi/3}$ Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) $j^3 = j$.
(B) $1 + j + j^2 = 0$
(C) $j^2 + 1 = j$.
(D) $j^2 = j$

Q4. Soit $\theta \in \left]0, \frac{\pi}{2}\right[$ et $z = e^{i2\theta}$. Un argument du nombre complexe $\dfrac{z}{1+z}$ est

(A) 2θ.
(B) θ.
(C) $\pi - \theta$.
(D) $\pi + \theta$.

Q5. L'équation $z^3 = \bar{z}$ admet dans $\mathbb{C}$.

(A) 5 solutions
(B) 3 solutions
(C) 2 solutions
(D) 4 solutions

Q6. La somme $\displaystyle\sum_{k=1}^{6} \left(\sin \frac{2\pi k}{7} + i \cos \frac{2\pi k}{7} \right)$ est égale à

(A) $-i$.
(B) 1.
(C) -1.
(D) i.

Q7. Le terme général de la suite récurrente $(u_n)_n$ définie par $u_0 = 3$ et $u_{n+1} = u_n^2$ $\forall n \in \mathbb{N}$ est donnée pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

(A) $u_n = 2^{3n}$. (B) $u_n = 3^{2n}$. (C) $u_n = 3^{2^n}$. (D) $u_n = 3^n$.

Q8. Soit $(u_n)_n$ et $(v_n)_n$ deux suites. Quelles sont les bonnes réponses ?

(A) Si $(u_n)_n$ est croissante et si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n \leq v_n$ alors la suite $(u_n)_n$ est convergente.
(B) Si $(u_n)_n$ est croissante , si $(v_n)_n$ est décroissante et si pour tout $n \in \mathbb{N}$ $u_n \leq v_n$ alors la suite $(u_n)_n$ est convergente.
(C) Si $\lim\limits_{n\to+\infty} (u_n - v_n) = 0$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n = \lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.
(D) Si $\forall n \in \mathbb{N}$, $u_n > v_n$ alors $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n > \lim\limits_{n\to+\infty} v_n$.

Q9. Soit $n \in \mathbb{N}\backslash\{0,1\}$. Le produit des racines n-ièmes de l'unité est égal à

(A) 0. (B) $(-1)^{n+1}$. (C) $(-1)^n$. (D) 1.

Q10. Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes. Alors, $|z_1 + z_2|^2 - |z_1 - z_2|^2$ est égal à :

(A) $4z_1\bar{z}_2$. (B) $4z_1z_2$. (C) $2z_1\bar{z}_2 + 2z_2\bar{z}_1$. (D) $4\bar{z}_1z_2$.

Examen de l'ECUE 1 d'Analyse 1
Session du 15 janvier 2020
Durée : 1 heure 30

VERSION C

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il n' y a pas de pénalité en cas de réponse incorrecte, ou en cas d'absence de réponse.

Q1. Lequel des ensembles suivants n'est pas borné dans $\mathbb{R}$?

(A) $\left\{\dfrac{(-1)^n}{n},\ n \in \mathbb{N}^*\right\}$ (C) $\left\{(-1)^n n,\ n \in \mathbb{N}\right\}$.

(B) $\left\{\dfrac{n+1}{n+2},\ n \in \mathbb{N}\right\}$ (D) $\left\{(-1)^n,\ n \in \mathbb{N}\right\}$

15

Q2. On vous donne le tableau de variations d'une fonction continue g :

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
g	$\sqrt{2}$	$\nearrow$	e	$\searrow$	-1	$\nearrow$	$+\infty$

Le nombre de solution de l'équation $g(x) = e$ est

(A) 2 (B) 1 (C) 0 (D) 3

Q3. Soit f une fonction numérique dérivable en 0. La limite $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{f^2(2x) - f^2(-2x)}{x}$ est égale à

(A) $8f(0)(f'(0))^2$ (B) $8f(0)f'(0)$ (C) $8(f(0))^2(f'(0))^2$ (D) $8f^2(0)f'(0)$

Q4. L'ensemble de définition de la fonction numérique f de la variable réelle x donnée par $f(x) = \arcsin\left(\frac{x}{x-1}\right)$ est

(A) $\frac{1}{2}$ (C) $\mathcal{D}_f = \left[\frac{1}{2}, +\infty\right[$

(B) $\mathcal{D}_f = \left]-\infty, \frac{1}{2}\right]$ (D) $\mathcal{D}_f = \mathbb{R}\setminus\{1\}$

Q5. Le nombre de solution de l'équation $x^5 - 5x + 2 = 0$ est

(A) 2 (B) 3 (C) 1 (D) 5

Q6. E désignant la fonction partie entière. La limite suivante $\lim_{x \to 1} \frac{E(x)^2 - 1}{x^2 - 1}$

1 (A) est égale à 1 (B) est égale à 2 (C) n'existe pas (D) est égale à 0

Q7. Le développement limité de la fonction $f(x) = e^{\sqrt{1+4x}}$ en 0 à l'ordre 2 est

(A) $f(x) = e(1 + 2x - 2x^2 + o(x^2))$ (C) $f(x) = e(1 + 2x + o(x^2))$
(B) $f(x) = 1 + 2x + o(x^2)$ (D) $f(x) = 2 + 2x + o(x^2)$

Q8. La fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 3x - 2$ est bijective. On note f^{-1} sa bijection réciproque. Laquelle des affirmations suivantes est-elle correcte ?

1 (A) f^{-1} est continue et dérivable sur $\mathbb{R}$
(B) $(f^{-1})'(-2) = 1$ 17
(C) f^{-1} est continue sur $\mathbb{R}$ et dérivable sur $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$
(D) $(f^{-1})'(-2) = 0$

Q9. Soient $x, y \in \mathbb{R}$ tels que $x < y$. Laquelle des affirmations suivantes n'est pas vraie ?

(A) $\exists c \in \mathbb{R}\setminus\mathbb{Q},\ x < c < y$ (C) $\exists c \in \mathbb{Q},\ x < c < y$
(B) $\exists c \in \mathbb{D},\ x < c < y$ (D) $\exists c \in \mathbb{Z},\ x < c < y$.

Q10. Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$,
$f(x) = (1+x)(1+2x)\cdots(1+nx) = \prod_{k=1}^{n}(1+kx)$. On $f'(0)$ est égale à

(A) $(n+1)!$ (B) $\frac{n(n+1)}{2}$ (C) $n!$ (D) 1

Examen de l'ECUE 2 d'Analyse 1
Session du 15 janvier 2020
Durée : 1 heure 30

VERSION B

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il n' y a pas de pénalité en cas de réponse incorrecte, ou en cas d'absence de réponse.

Q1. Le plus petit entier naturel non nul pour lequel le nombre complexe $\left(\frac{2i}{1+i}\right)^n$ est un entier positif est

(A) 2 (B) 4 (C) 16 (D) 8

Q2. Le nombre de racines non réelles de l'équation $z^6 = 1$ est

(A) 1 (B) 3 (C) 2 (D) 4

Q3. On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définies par

$$u_{n+1} = \frac{u_n + 2v_n}{3} \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \frac{u_n + 3v_n}{4}, \qquad \forall n \in \mathbb{N}.$$

La suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par $w_n = u_n - v_n$ est

(A) une suite ni géométrique, ni arithmétique
(B) une suite artimétique
(C) une suite constante
(D) une suite géométrique

Q4. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_{n+1} = u_n + \frac{1+u_n}{1+2u_n}$ pour tout $n \in \mathbb{N}$ et $u_0 = 1$. Laquelle des affirmations suivantes est-elle vraie ?

(A) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et positive
(B) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente
(C) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est majorée
(D) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et positive

Q 5. Soit u une racine cinquième de 1 tel que $u \neq 1$. Alors $1 + u + u^2 + u^3$ est égale à

(A) $\frac{1}{u+1}$ (B) $-\frac{1}{u}$ (C) $\frac{1}{u}$ (D) $\frac{1}{u-1}$

Q 6. Un argument du nombre complexe $z = -2e^{-2i\frac{\pi}{3}}$ est

(A) $\frac{\pi}{3}$ (B) $-\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{2\pi}{3}$ (D) $-\frac{\pi}{3}$

Q 7. Le terme général de la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie par $u_0 = 2$ et $u_{n+1} = u_n^2$, $\forall n \in \mathbb{N}$ est donné par

(A) $u_n = 2^{2n}$ (B) $u_n = 2n$ (C) $(2n)^2$ (D) $u_n = 2^{2^n}$

Q 8. Soit a et b des réels tels que $a^2 + b^2 = 1$. Le nombre complexe $\frac{1+a+ib}{1+a-ib}$ est égal

(A) $b + ia$ (B) $b - ia$ (C) $a + ib$ (D) $a - ib$

Q 9. On considère la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k} - \ln(n+1)$ pour tout $n \in \mathbb{N}^*$. Laquelle des affirmations suivantes est-elle vraie ?

(A) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est décroissante, positive et convergente
(B) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ n'est ni décroissante, ni positive mais convergente
(C) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ n'est ni croissante, ni positive mais divergente
(D) la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est croissante, positive et convergente

19

Q 10. Le nombre de solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $z^5 = \bar{z}$ est

(A) 7 (B) 1 (C) 5 (D) 2

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2019/2020
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chimie

VERSION B

EXAMEN DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 1
Première session
Durée : 1 heure

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.

Q1 (3 points) Le minimum de la fonction $x \mapsto x^2 \ln x$ est

[A] $-\frac{1}{\sqrt{e}}$ [B] $\frac{1}{\sqrt{e}}$ [C] $-\frac{1}{2e}$ [D] $-\frac{1}{e}$

Q2 (4 points) Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} 1-2x & \text{si } x \leq 1 \\ -x^2 & \text{si } x > 1 \end{cases}$. Laquelle des propositions suivantes est-elle vraie ?

I. $\lim\limits_{x \to 1} f(x)$ existe. II. f est continue en 1. III. f est dérivable en 1.

[A] I seulement.
[B] II et III seulement.
[C] I, II et III.
[D] I et II seulement.

Q3 (3 points) La fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & x\left(\frac{1}{2} + \frac{1}{e^x - 1}\right) \end{array}$ est

19

[A] impaire [B] bornée [C] périodique [D] est paire

Q4 (3 points) L'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \ln\left(\frac{2-|x|}{|x|-1}\right) \end{array}$ est

[A] $]-\infty, 2[\cup]1, +\infty[$ [B] $]-2, -1[\cup]1, 2[$ [C] $\mathbb{R} \setminus \{-2, -1, 1, 2\}$ [D] $]1, 2[$

Q5 (2 points) Soit $f : x \mapsto (x^2+1)^x$. Alors la valeur de $f'(1)$ est

[A] $2 + \ln 4$ [B] $2 + \ln 2$ [C] $1 + \ln 2$ [D] 2

Q6 (2 points) Soient f et g des fonctions définies sur $\mathbb{R}$. Si f est paire et g est impaire, alors $f \circ g$ est

[A] impaire
[B] paire et impaire
[C] ni paire, ni impaire
[D] paire

Q7 (3 points) Soient x et y deux réels tels que $-1 < x < 4$ et $\cancel{-3 < y < -4}$. Laquelle des affirmations ci-dessous est-elle vraie ?
$-4 < y < -3$

[A] $1 < \frac{x}{y} < \frac{4}{3}$ [B] $-4 < \frac{x}{y} < 1$ [C] $1 < \frac{x}{y} < 4$ [D] $3 < \frac{x}{y} < 4$

Version B

EXAMEN DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 1

Première session

Durée : 1 heure 15

Consigne :
Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.
Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case $\boxed{E}$ de la grille de répo...

Q1 (2 points) – On considère la fonction $F : x \longmapsto x - \mathrm{E}(x)$ où $\mathrm{E}(x)$ désigne la partie entière de x

$\boxed{A}$ $7 \leq x < 8 \Longrightarrow F(x) = 7$

$\boxed{B}$ $F(x) = 0 \Leftrightarrow 0 \leq x < 1$

$\boxed{C}$ $F(x) = F(y) \Longrightarrow x - y \in \mathbb{Z}$

$\boxed{D}$ $x = -0,2 \Longrightarrow F(x) = -0,2$

Q2 (3 points) La fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & \ln\left(x + \sqrt{x^2+1}\right) \end{array}$ est

$\boxed{A}$ est paire $\boxed{B}$ périodique $\boxed{C}$ bornée $\boxed{D}$ impaire

Q3 (3 points) Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ telle que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $|f(x)| \leq x^2$. Alors en 0 la fonction f est

21

$\boxed{A}$ dérivable mais non continue

$\boxed{B}$ continue et dérivable

$\boxed{C}$ ni continue, ni dérivable

$\boxed{D}$ continue mais non dérivable

Q4 (3 points) L'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de la fonction $f : \begin{array}{ccc} \mathbb{R} & \longrightarrow & \mathbb{R} \\ x & \longmapsto & e^{1/x} \cdot \sqrt[3]{\dfrac{1-x}{1+x}} \end{array}$ est

$\boxed{A}$ $]-1,1]$ $\boxed{B}$ $\mathbb{R} \setminus \{-1,0\}$ $\boxed{C}$ $[-1,1] \setminus \{0\}$ $\boxed{D}$ $]-1,1[\setminus \{0\}$

Q5 (3 points) Soient f et g deux fonctions dérivables sur $[0,1]$ telle que $f(0) = 2 = g(1)$, $g(0) = 0$ et $f(1) = 6$. Alors il existe $c \in [0,1]$ tel que

$\boxed{A}$ $f'(c) = g'(c)$ $\boxed{B}$ $2f'(c) = g'(c)$ $\boxed{C}$ $2f'(c) = 3g'(c)$ $\boxed{D}$ $f'(c) = 2g'(c)$

Q6 (3 points) Pour quelle valeur du réel a a-t-on $\lim\limits_{x \to 0} \left(1 + \dfrac{a}{x} - \dfrac{4}{x^2}\right)^{2x} = e^3$?

$\boxed{A}$ $a = \dfrac{2}{3}$ $\boxed{B}$ $a = \dfrac{1}{2}$ $\boxed{C}$ $a = \dfrac{5}{2}$ $\boxed{D}$ $a = \dfrac{3}{2}$

Q7 (3 points) Laquelle des fonctions ci-dessous est dérivable en 0 ?

$\boxed{A}$ $x \mapsto \sin(|x|) - |x|$ $\boxed{B}$ $x \mapsto \cos(|x|) + |x|$ $\boxed{C}$ $x \mapsto \cos(|x|) - |x|$ $\boxed{D}$ $\mapsto \sin(|x|) + |$

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2019/2020
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chimie

VERSION A

EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 1
Première session
Durée : 1 heure

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.

Q1 (2 points) La somme $\sum_{k=1}^{6}\left(\sin\frac{\pi k}{3} - i\cos\frac{\pi k}{3}\right)$ est

[A] 0 [B] i [C] 1 [D] $-i$

Q2 (2 points) Parmi les conditions suivantes, laquelle est suffisante pour que la suite numérique (u_n) converge vers $\ln 2$.

[A] (u_n) est décroissante et minorée par $\ln 2$
[B] $(|u_n|)$ converge $\ln 2$
[C] Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - \ln 2| \leq \frac{cos^2(n)}{n^{2020}}$
[D] u_n est croissante et majorée par $\ln 2$

Q3 (4 points) La limite de la suite de terme général $u_n = \frac{2^n - 3^n}{2^n + 3^n}$est

[A] 1 [B] -1 [C] $-\infty$ [D] $+\infty$

Q4 (3 points) Soit w une racine cubique de 1 différente de 1 telle qu'il existe des réels a et b tels que $(1+w)^5 = a + bw$. Alors le couple (a, b) est égal à

[A] $(-1,-1)$ [B] $(1,-1)$ [C] $(1,1)$ [D] $(0,-1)$

Q5 (3 points) Soient (u_n) et (v_n) deux suites numériques vérifiant :

$$(u_n) \text{ décroissante, } v_n \text{ crossante et pour tout } n \in \mathbb{N},\ v_n \leq u_n.$$

[A] (u_n) converge et (v_n) converge
[B] (u_n) diverge et (v_n) converge
[C] Les suites (u_n) et (v_n) adjacentes
[D] (u_n) converge et (v_n) diverge

Q6 (3 points) Si z est un nombre complexe, alors la partie réelle de $iz + \bar{z}$ est égale à

[A] $2\mathcal{R}e(z)$ [B] $\mathcal{R}e(z) + \mathcal{I}m(z)$ [C] $2\mathcal{I}m(z)$ [D] $\mathcal{R}e(z) - \mathcal{I}m(z)$

Q7 (3 points) Soient (u_n) et (v_n) deux suites adjacentes. On suppose que pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n = 1 + \cos\frac{1}{n}$.
Laquelle des informations ci-dessus n'est pas vraie ?

[A] (v_n) est décroissante
[B] $\lim_{n\to+\infty} v_n = 0$
[C] (v_n) est croissante
[D] Pour tout $n \in \mathbb{N}^*$, $u_n \geq v_n$.

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2019/2
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chi

Version C

EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 1
Deuxième session
Durée : 1 heure 15

Consigne :
Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun po
Si vous trouver qu'aucune des solutions proposées n'est bonne alors vous devez cocher la case E d
grille de réponse.

Q1 (3 points) Soit z_1 et z_2 deux nombres complexes tels que $\mathrm{Re}(z_1) = |z_1 - 2|$, $\mathrm{Re}(z_2) = |z_2 - 2|$ $\mathrm{Arg}(z_1 - z_2) = \frac{\pi}{3}$. Alors $\mathrm{Im}(z_1 - z_2)$ est égal à :

A $\frac{4}{\sqrt{3}}$ B $\frac{1}{\sqrt{3}}$ C $\frac{2}{\sqrt{3}}$ D $\frac{4}{\sqrt{3}}$

Q2 (2,5 points) Soient $z = -1 + i\sqrt{3}$ et n un entier naturel qui n'est pas multiple de 3. Alors $z^{2n} + 2^n z^n + 2^{2n}$ est égal :

A 1 B 0 C -1 D i

Q3 (3 points) La suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ définie par récurrence $u_1 = 1$ et $u_{n+1} = \dfrac{4 + 3u_n}{3 + 2u_n}$ pour tout $n \geq 1$ convergente. Sa limite est

23

A $-\sqrt{2}$ B $\sqrt{2}$ C 2 D $\frac{3}{2}$

Q4 (3 points) Soient (u_n) et (v_n) deux suites numériques vérifiant :

$$(u_n) \text{ décroissante, } (v_n) \text{ croissante et pour tout } n \in \mathbb{N},\ v_n \leq u_n.$$

A (u_n) diverge et (v_n) converge
B (u_n) converge et (v_n) converge
C Les suites (u_n) et (v_n) adjacentes
D (u_n) converge et (v_n) diverge

Q5 (3 points) Si $z = x + iy$ est un nombre complexe où $x, y \in \mathbb{R}$ telle que $|z - 4| < |z - 2|$ alors

A $x < 0$ et $y > 0$ B $x > 2$ et $y > 3$ C $x > 0$ et $y > 0$ D $x > 3$

Q6 (2,5 points) Parmi les conditions suivantes, laquelle est suffisante pour que la suite numérique converge vers 2.

A (u_n) est décroissante et minorée par 2
B $(|u_n|)$ converge 2
C Pour tout $n \in \mathbb{N}$, $|u_n - 2| \leq \mathrm{e}^{-2021 \ln(n)}$
D u_n est croissante et majorée par 2

Q7 (3 points) Soit $x \in \mathbb{R}$. E désignant la fonction partie entière, la limite $\lim\limits_{n\to+\infty} \sum\limits_{k=1}^{n} \dfrac{\mathrm{E}(kx)}{n^2}$ est égale

A $+\infty$ si $x > 1$ B $\frac{x}{2}$ C x D 0 si $0 < x <$

Université Nangui Abrogoua

Licence 1 : MI & PC

République de Côte d'Ivoire

Année Universitaire : 2020/2021

Version A

EXAMEN DE L'ECUE 1 D'ANALYSE 1 (Session 1)

Durée : 1 heure

Version A

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case E de la grille de réponses.

Q1 (3 points) – Soient a et b des éléments de $\mathbb{R}$, en appliquant le théorème de Rolle à la fonction $f : x \longmapsto f(x) = 2x^3 + ax^2 + bx$ sur $[-1, 1]$, il existe $c = \frac{1}{2}$ tel que $f'(c) = 0$. Que vaut $2a + b$?

A -1 B -2 C 1 D 2

Q2 (3 points) – On considère la fonction bijective $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définie pour tout $x \in \mathbb{R}$ par $f(x) = x^3 + 3x + 1$. Alors la valeur de $(f^{-1})''(5)$ vaut :

A $\frac{1}{6}$ B $\frac{1}{36}$ C $-\frac{1}{36}$ D $-\frac{1}{72}$

Q3 (2,5 points) – Le développement limité en 0 à l'ordre 3 de la fonction $x \longmapsto f(x) = \sqrt{1 + \sin x}$ est :

A $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 - \frac{1}{48}x^3 + o(x^3)$

B $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 - \frac{1}{48}x^3 + o(x^3)$

C $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{8}x^2 + \frac{1}{48}x^3 + o(x^3)$

D $f(x) = 1 + \frac{1}{2}x - \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{48}x^3 + o(x^3)$

Q4 (3 points) – Pour la partie $A = \left\{ \frac{1}{n} + (-1)^n \ ; \ n \in \mathbb{N}^* \right\}$ de $\mathbb{R}$, on a

A $\sup(A) = 2$ et $\inf(A) = 0$

B $\sup(A) = \frac{1}{2}$ et $\inf(A) = 0$

C $\sup(A) = 1$ et $\inf(A) = -1$

D $\sup(A) = \frac{3}{2}$ et $\inf(A) = -1$

Q5 (3 points) – Soit f une fonction deux fois dérivables sur $[0, 1]$ telle que pour tout $x \in [0, 1]$, $f''(x) < 0$. Alors la fonction φ définie sur $[0, 1]$ par $\varphi(x) = f(x) + f(1 - x)$ pour tout $x \in [0, 1]$ est :

A décroissante sur $[1/2, 1]$

B croissante sur $[1/2, 1]$

C décroissante sur $[0, 1]$

D croissante sur $[0, 1]$

Q6 (2,5 points) – La valeur de $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{\cos\left(\frac{\pi}{2}\cos x\right)}{\sin(\sin x)}$ est égale à

A -1 B 0 C 1 D $+\infty$

Q7 (3 points) – L'ensemble des réels k strictement positifs tels l'équation $ke^x - x = 0$ ait exactement deux racines réelles distinctes est :

A $]0, 1/e[$ B $]0, 1[$ C $]1/e, 1[$ D $]1/e, +\infty[$

Université Nangui Abrogoua

Licence 1 : MI & PC

République de Côte d'Ivoire

Année Universitaire : 2020/2021

Version D	**EXAMEN DE L'ECUE 2 D'ANALYSE 1 (Session 1)** Durée : 1 heure	Version D

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case E de la grille de réponses.

Q1 (3 points) Soient a, b, x et y des nombres réels tels que $(a+ib)^{11} = x+iy$. Alors $(b+ai)^{11}$ est égal à

A $-x-iy$ | B $y+ix$ | C $x-iy$ | D $-y-ix$

Q2 (3 points) Si ω est une racine cubique de 1 différente de 1 alors $(1+\omega-\omega^2)^7$ est égal à :

A 128ω | B $128\omega^2$ | C -128ω | D $-128\omega^2$

Q3 (3 points) $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étant une suite de nombres réels, dans quel cas peut-on dire que la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge ?

25

A La suite $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante et la suite $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

B Les suites $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ et $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ convergent.

C La suite $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est convergente et la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

D La suite $(u_{2n})_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante et la suite $(u_{2n+1})_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

Q4 (3 points) Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite de nombres réels vérifiant

$$u_0 = u_1 = 1 \quad \text{et } \forall n \in \mathbb{N},\ u_{n+2} = 4u_{n+1} - 4u_n.$$

Le nombre $\dfrac{u_{2021}}{2019}$ est égal à

A -2^{2019} | B -2^{2021} | C -2^{2022} | D -2^{2020}

Q5 (3 points) Le nombre de solution de l'équation $z^3 + 3\dfrac{(\overline{z})^2}{|z|} = 0$ dans $\mathbb{C}$ est

A 2 | B 6 | C | D 5

Q6 (3 points) Pour tout $x \in \mathbb{R}$, $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n^2}\sum_{k=1}^{n} \mathrm{E}(x)$ est égale à

A $\dfrac{x}{2}$ | B x | C $+\infty$ | D $\dfrac{x}{3}$

Q7 (2 points) – Soit la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ de nombres réels définie par :

$$u_0 = 1 \quad \text{et} \quad u_{n+1} = u_n + \mathrm{e}^{-u_n},\ \forall n \in \mathbb{N}.$$

La limite quand n tend vers $+\infty$ de la suite u_n est égale à :

A 0 | B $+\infty$ | C 1 | D $-\infty$

Université Nangui Abrogoua
Licence 1 : MI & PC

République de Côte d'Ivoire
Année Universitaire : 2020/2021

EXAMEN DE L'ECUE 1 D'ANALYSE 1 (Session 2)

Durée : 1 heure 15

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case [E] de la grille de réponses.

Version A

QUESTIONS INDÉPENDANTES

Q1 La limite : $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{e^{x^2}-\cos(x)}{\sin^2(x)}$ est égale à

[A] $\dfrac{3}{2}$ [B] 1 [C] 2 [D] 0

Q2 Soit a, b, c et d des réels tels que $a<b<c$ et $f:\mathbb{R}\longrightarrow\mathbb{R}$ une fonction continue sur $\mathbb{R}$ telle que $f(a)=b$, $f(b)=c$ et $f(c)=a$. Lesquelles des propositions ci-dessoussont-elles vraies ?

(P1) $\exists\alpha\in]a,c[,\ f(\alpha)=\alpha.$
(P2) $\exists\beta\in]a,b[,\ f(\beta)=\beta.$
(P3) $\exists\gamma\in]a,b[,\ (f\circ f)(\gamma)=\gamma.$
(P4) $\exists\delta\in]a,b[,\ (f\circ f\circ f)(\delta)=\delta.$

[A] (P3) et (P4) [B] (P1) et (P4) [C] (P1) et (P3) [D] (P1) et (P2)

Q3 Soient f et g des fonctions définies sur $\mathbb{R}$. Si f est paire et g est impaire, alors $f\circ g$ est

[A] impaire
[B] paire et impaire
[C] ni paire, ni impaire
[D] paire

Q4 Soient a, b et c des réels tels que $-2\le a\le -1$, $-1\le b\le 3$ et $-3\le c\le 2$. Alors le réel $b^2(a-c)$ est compris entre :

[A] 0 et 18 [B] -9 et 27 [C] -36 et 18 [D] -4 et 18

EXERCICE 1

On considère la fonctions bijectives f de $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ vers un intervalle J de $\mathbb{R}$ définie pour tout $x \in \left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ par $f(x) = x + \ln(\cos x)$

Q5 L'intervalle J est égal à :

A $\left[-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right[$

B $\left]-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right[$

C $\left]-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right]$

D $\left[-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right]$

Q6 La bijection réciproque f^{-1} est dérivable sur

A $\left[-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right[$

B $\left[-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right]$

C $\left]-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right[$

D $\left]-\frac{\pi}{4} - \frac{1}{2}\ln 2, \frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2\right]$

Q7 La valeur de $(f^{-1})'(0)$ est :

A 0 B -1 C $\frac{\sqrt{2}}{2}$ D 1

EXERCICE 2

Soit $f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ et vérifiant les rélations :

$$\forall x \in [0,1],\ x^2 \leq f(x).$$
$$\forall x \in [0,1],\ x - x^2 \leq f(x).$$
$$\forall x \in [0,1],\ x \geq f(x).$$

Q8 La valeur de $f(0)$ est :

A 1 B -1 C 2 D 0

Q9 La valeur de $f(1)$ est :

A 1 B 0 C 2 D -1

Q10 La valeur de $f'(0)$ est :

A 0 B 2 C -1 D 1

EXAMEN DE L'ECUE 2 D'ANALYSE 1 (Session 2)

Durée : 1 heure 30

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case $\boxed{E}$ de la grille de réponses.

Version D

EXERCICE 1

On considère nombre complexe écrite sous la forme exponentielle $z = re^{i\theta}$ et on pose $Z = \dfrac{z^2+1}{z^2}$.

Q1 La forme exponentielle de Z s'écrit :

$\boxed{A}$ $1 - \dfrac{1}{r^2}e^{2i\theta}$ $\boxed{B}$ $1 - \dfrac{1}{r^2}e^{-2i\theta}$ $\boxed{C}$ $1 + \dfrac{1}{r^2}e^{-2i\theta}$ $\boxed{D}$ $\dfrac{1}{r^2}e^{-2i\theta}$

Q2 La partie imaginaire de Z s'écrit

$\boxed{A}$ $-\dfrac{1}{r^2}\sin(2\theta)$

$\boxed{B}$ $1 + \dfrac{1}{r^2}\cos(-2\theta)$

$\boxed{C}$ $1 + \dfrac{1}{r^2}\sin(2\theta)$

$\boxed{D}$ $1 + \cos(-2\theta)$

Q3 La partie réelle de Z s'écrit

$\boxed{A}$ $1 + \sin(2\theta)$

$\boxed{B}$ $\dfrac{1}{r^2}\cos(-2\theta)$

$\boxed{C}$ $1 + \dfrac{1}{r^2}\cos(2\theta)$

$\boxed{D}$ $1 + \cos(-2\theta)$

EXERCICE 2

Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique telle que $u_0 = 2$, $u_1 = 6$ et vérifiant pour tout entier naturel n la relation :

$$u_{n+2} - 5u_{n+1} + 6u_n = 2n - 1. \qquad (\star)$$

Q4 Pour quel couple de réels (a, b) la suite $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definie par $v_n = an + b$, $\forall n \in \mathbb{N}$, vérifie la relation $(\star)$?

$\boxed{A}$ $(-1, 1)$ $\boxed{B}$ $(1, 1)$ $\boxed{C}$ $(0, 2)$ $\boxed{D}$ $(1, -1)$

Q5 On considère la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ definie par $w_n = u_n - v_n$, $\forall n \in \mathbb{N}$. Alors la suite $(w_n)_{n\in\mathbb{N}}$ vérifie pour tout $n \in \mathbb{N}$ la relation :

A $w_{n+2} + 5w_{n+1} - 6w_n = 0$

B $5w_{n+2} - w_{n+1} + 6w_n = 0$

C $w_{n+2} - 5w_{n+1} + 6w_n = 0$

D $w_{n+2} - 5w_{n+1} - 6w_n = 0$

Q6 On a

A $u_{2020} = 2.3^{2020}$

B $u_{2020} < 2.3^{2020}$

C $u_{2020} = 2.3^{2021}$

D $u_{2020} > 2.3^{2020}$

QUESTIONS INDÉPENDANTES

Q7 Soit $a > 0$ et $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par $u_0 = a$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} = u_n e^{u_n}$. Alors :

A $u_0 \geq u_1$.

B $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est bornée.

C $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est décroissante.

D $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est croissante.

Q8 On considère les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie pour tout $n \in \mathbb{N}$ par

$$u_{n+1} = \frac{u_n + v_n}{2} \quad \text{et} \quad v_{n+1} = \frac{2u_n v_n}{u_n + v_n}.$$

Sachant que les suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sont convergentes, en calculant pour tout $n \in \mathbb{N}$, $u_{n+1} \cdot v_{n+}$ on montre que la limite ℓ des suites $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ et $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est

A 4 B 5 C -2 D 2

Q9 Soit $z = \frac{\sqrt{3}}{2} - \frac{1}{2}\text{i}$. Alors le plus petit entier naturel n tel que $(z^{95} + \text{i}^{67})^{94} = z^n$ est

A 9 B 10 C 12 D 8

Q10 $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ étant une suite numérique, laquelle des affirmations suivantes est-elle vraie ?

A Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est converge vers un réel ℓ alors la suite $(u_{n^2})_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ .

B Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ est encardrée par deux suites convergentes alors $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge.

C Si $(|u_n|)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel ℓ alors la suite $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge soit vers ℓ, soit vers $-\ell$

D Si $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers un réel ℓ alors la suite $(u_{n^2})_{n\in\mathbb{N}}$ converge vers ℓ^2.

Q11 Le nombre de solution de l'équation $z(\overline{z - 2i}) = 2(2 + i)$ est

A 3 B 1 C 0 D 2

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2016/2017
Licence 1 : maths-Info/ Phys-Chimie

Examen d'Analyse 2
ECUE 1
Durée : 1 heure 30

VERSION B

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il n' y a pas de pénalité en cas de réponse incorrecte, ou en cas d'absence de réponse.

Q1. E désignant la fonction partie entière. On a $\int_0^2 E(x)dx = 1$

(A) faux

(B) vrai

Q2. Si f est une fonction continue positive sur un intervalle I alors pour tout $(a, b) \in I^2$, $\int_a^b f(x)dx \geq 0$.

(A) faux

(B) vrai

Q3. Pour tout entier $n \in \mathbb{N}$, on pose $I_n = \int_0^1 \frac{1}{(1+x^2)^n}dx$. Une intégration par partie permet de trouver une relation entre I_n et I_{n+1}. Quelle est cette relation ?

(A) $I_{n+1} = \frac{2n-1}{2n}I_n$

(B) $I_{n+1} = \frac{1}{2n2^n} + \frac{2n-1}{2n}I_n$

(C) $I_{n+1} = \frac{1}{2^n} + \frac{2n-1}{2n}I_n$

(D) $I_{n+1} = \frac{1}{2n2^n} + \frac{2n}{2n-1}I_n$

Q4. Toute fonction continue sur un intervalle $[a, b]$ admet une primitive qui s'annule b.

(A) faux

(B) vrai

Q5. Soit g la bijection réciproque de la fonction $f : \begin{array}{l} \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R} \\ x \longmapsto x^3 + x \end{array}$. Pour tout $x \in \mathbb{R}$, on pose $G(x) = \int_0^x g(t)dt$. Alors on a

(A) $G(x) = \frac{x^4}{4} - \frac{x^2}{2}$

(B) $G(x) = xg(x) - \frac{g(x)^4}{4} - \frac{g(x)^2}{2}$

(C) $G(x) = g(x)^3 + g(x)$

(D) $G(x) = \frac{g(x)^4}{4} + \frac{g(x)^2}{2}$

Q 6. Une fonction dérivable sur $\mathbb{R}^*$ de dérivée nulle est forcément constante sur $\mathbb{R}^*$.

(A) faux

(B) vrai

Q 7. La limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2 + k^2}$ est

(A) $\frac{\pi}{4}$

(B) $\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) 1

Pour les questions Q 8 à Q 10, on considère la fonction numérique de la variable réelle

$$F : x \longmapsto F(x) = \int_{1-x}^{x^2} \sqrt{t}e^t dt.$$

Q 8. L'ensemble de définition de F est égal à

(A) $]-\infty, 1]$

(B) $[0, 1]$

(C) $[0, +\infty[$

(D) $[1, +\infty[$

Q 9. La fonction F est dérivable sur son ensemble de définition

(A) faux

(B) vrai

2

Q 10. La dérivée de la fonction F sur son ensemble de dérivabilité est donnée par

(A) $F'(x) = 2x|x|e^{x^2} - \sqrt{1-x}e^{1-x}$

(B) $F'(x) = 2x|x|e^{x^2} + \sqrt{1-x}e^{1-x}$

(C) $F'(x) = |x|e^{x^2} - \sqrt{1-x}e^{1-x}$

(D) $F'(x) = 2x^2e^{x^2} - \sqrt{1-x}e^{1-x}$

Pour les questions Q 11 à Q 14, on considère l'intégrale

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \arctan(x)dx.$$

Q 11. Par une intégration par partie, on obtient

(A) $I = \left[\left(x - \frac{1}{x}\right)\frac{1}{1+x^2}\right]_{1/2}^{2} - \int_{1/2}^{2} \frac{x^2-1}{x(1+x^2)}dx.$

(B) $I = \left[\left(x + \frac{1}{x^2}\right)\arctan(x)\right]_{1/2}^{2} - \int_{1/2}^{2} \frac{x^2-1}{x(1+x^2)}dx.$

(C) $I = \left[\left(x + \frac{1}{x}\right)\arctan(x)\right]_{1/2}^{2} - \int_{1/2}^{2} \frac{x^2-1}{x(1+x^2)}dx.$

(D) $I = \left[\left(x - \frac{1}{x}\right)\arctan(x)\right]_{1/2}^{2} - \int_{1/2}^{2} \frac{x^2-1}{x(1+x^2)}dx.$

Q 12. Pour tout $x \in \mathbb{R}^*$, on a

(A) $\frac{x^2-1}{x(1+x^2)} = \frac{-1}{x} + \frac{x}{(1+x^2)}$

(B) $\frac{x^2-1}{x(1+x^2)} = \frac{-1}{x} + \frac{2x}{(1+x^2)}$

(C) $\frac{x^2-1}{x(1+x^2)} = \frac{-1}{x} - \frac{2x}{(1+x^2)}$

(D) $\frac{x^2-1}{x(1+x^2)} = \frac{1}{x} + \frac{2x}{(1+x^2)}$

Q 13. L'intégrale $\int_{\frac{1}{2}}^{2} \frac{x^2-1}{x(1+x^2)} dx$ est égale à

(A) 1 (B) $\frac{\pi}{2}$ (C) -1 (D) 0

Q 14. En remarquant que, pour tout $x \in]0, +\infty[$, $\arctan(x) + \arctan\left(\frac{1}{x}\right) = \frac{\pi}{2}$, on conclut que la valeur de I est

(A) $\frac{\pi}{6}$ (B) $\frac{2\pi}{3}$ (C) $\frac{\pi}{2}$ (D) $\frac{3\pi}{4}$

Q 15. Pour tout réel a strictement positif $\int_{a}^{1/a} \frac{\ln x}{1+x^2} dx = 0$.

(A) faux (B) vrai

Q 16. Le changement de variable $t = \tan x$ donne

$$\cos^2 x dx = \frac{1}{(1+t^2)^2} dt \quad \text{et} \quad \int_0^{\pi} \cos^2 x dx = \int_{\tan 0}^{\tan \pi} \frac{1}{(1+t^2)^2} dt.$$

(A) faux (B) vrai

Q 17. Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction continue et on pose pour tout $x \in \mathbb{R}$, $F(x) = \int_0^x f(t)dt$. On définit ainsi une fonction F de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$. Laquelle des propositions suivantes n'est pas correcte ?

(A) Si f est positive sur $\mathbb{R}$ alors F est positive sur $\mathbb{R}$.
(B) Si f est paire alors F est impaire.
(C) F est dérivable sur $\mathbb{R}$ de dérivée f.
(D) F est continue sur $\mathbb{R}$.

Examen d'Analyse 2
ECUE 2
Durée : 1 heure 30

VERSION B

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il n' y a pas de pénalité en cas de réponse incorrecte, ou en cas d'absence de réponse.

Q1. La fonction $y : t \longmapsto \dfrac{1}{t}$ est une solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle

$$(1-t^2)y' + t^2y + y^2 = 2t$$

(A) faux (B) vrai

Q2. Sur quel intervalle peut-on résoudre l'équation différentielle $(x \ln x - x)y' + xy = 2$?

(A) $[0, +\infty[$ (B) $\mathbb{R}$ (C) $[o, e]$ (D) $]0, e[$

Q3. Toutes les solutions de l'équation différentielle $y'' + 4y' + 5y = 2e^{-x}$ sont bornées

(A) faux (B) vrai

Q4. L'ensemble des fonctions $y : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ solutions de l'équation différentielle (E) : $2y'' - 3y' - 2y = xe^{2x}$ qui s'annulent en zéro est composé

(A) des fonctions $x \longmapsto \left(\dfrac{1}{10}x^2 - \dfrac{2}{25}x + \lambda\right)e^{2x} - \lambda e^{-x/2}$, où $\lambda \in \mathbb{R}$.

(B) des fonctions $x \longmapsto \left(\dfrac{1}{10}x^2 - \dfrac{2}{25}x + \lambda\right)e^{2x} - \gamma e^{-x/2}$, où $\lambda, \gamma \in \mathbb{R}$.

(C) de la fonction $x \longmapsto \left(\dfrac{1}{10}x^2 - \dfrac{2}{25}x\right)e^{2x}$.

(D) de la fonction $x \longmapsto \left(\dfrac{1}{10}x^2 - \dfrac{2}{25}x + 1\right)e^{2x} - e^{-x/2}$.

Q5. Si y_1 et y_2 sont des solutions d'une équation différentielles linéaire d'ordre 2 à coefficients constants alors $y_2 - y_1$ est une solution de l'équation homogène associée.

(A) faux (B) vrai

Q6. Soit a et b deux fonctions continues sur un intervalle I et à valeurs dans $\mathbb{R}$. Si y_1 et y_2 sont des solutions distinctes de l'équation différentielle $y' + a(x)y = b(x)$, alors l'ensemble des solutions de cette équation est l'ensemble des fonctions

$$y = y_1 + \lambda(y_1 - y_2) \text{ où } \lambda \in \mathbb{R}.$$

(A) faux (B) vrai

Q7. L'équation différentielle $xy' + y = \cos x$ admet une solution vérifiant $y(0) = 0$.

(A) faux (B) vrai

Q8. On considère l'équation différentielle $my'' - (1 + m^2)y' + my = xe^x$ où $m \in \mathbb{R}^*$. Pour que l'équation ci dessus admette des solutions homogènes de la forme

$$y_h = (Ax + B)e^{\alpha x},$$

il faut et il suffit que

(A) $m = 1$
(B) $m = -1$
(C) $m \notin \{-1, 1\}$
(D) $m \in \{-1, 1\}$ X

Q9. Une solution particulière y_p de l'équation différentielle

$$y'' - 2y' + y = 2e^x$$

est de la forme $y_p(x) = P(x)e^x$ où P est un polynôme de degré :

(A) 3 X(B) 0 (C) 1 (D) 2

Q10. La fonction $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ définie par $f(x) = \begin{cases} \dfrac{\ln(x^2+1)}{x} & \text{si } x \neq 0 \\ 0 & \text{si } x = 0 \end{cases}$ est l'unique solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $xy' + y = \dfrac{2x}{x^2+1}$

(A) vrai (B) faux

Q11. Pour trouver une solution particulière de l'équation $y' + 2xe^{x^2}y = x$, par la méthode de variation de la constante, on est ramené à déterminer une primitive de

(A) $x \longmapsto e^{x^2}$ (B) $x \longmapsto xe^{e^{x^2}}$ (C) $x \longmapsto xe^{x^2}$ (D) $x \longmapsto 2x^2$

Q 12. Soit l'équation différentielle $(E) : z'' - z = 0$.
Soit $f :]0, +\infty[\longrightarrow \mathbb{R}$ une fonction deux fois dérivable sur $]0, +\infty[$ et qui vérifie

$$4xf''(x) + 2f'(x) - f(x) = 0, \text{ pour tout } x \in]0, +\infty[.$$

Pour que $g : x \longmapsto g(x)$ soit solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation (E), vous opérez le changement

(A) $f(x) = g(\sqrt{x})$.
(B) $f(x) = g(e^x)$.
(C) $f(x) = g(\ln x)$.
(D) $f(x) = g(x^2)$.

Q 13. La solution générale sur $]0\pi[$ de l'équation différentielle $y' \sin x + y \cos x = -\sin(2x)$ est

(A) $y = \dfrac{\cos(2x)}{2\sin x} + \dfrac{k}{\sin x}$, $k \in \mathbb{R}$
(B) $y = \dfrac{2\sin x}{\cos(2x)} + \dfrac{k}{\sin x}$, $k \in \mathbb{R}$
(C) $y = \dfrac{\cos^2(x)}{2\sin x} + \dfrac{k}{\sin x}$, $k \in \mathbb{R}$
(D) $y = \sin x + \dfrac{k}{\sin x}$, $k \in \mathbb{R}$.

Q 14. Soit $\alpha \in \mathbb{R}_+^*$. L'équation différentielle $y'' + \alpha^2 y = 0$ admet pour solution

$$y = Ae^{\alpha x} + Be^{-\alpha x},\ A, B \in \mathbb{R}$$

(A) vrai
(B) faux

Q 15. Laquelle des équations différentielles suivantes est linéaire et d'ordre 1?

(A) $2y'y + (\ln x)y = x$
(B) $x^3y' + (\ln x)\sqrt{y} = e^x$
(C) $x^3y' + (\ln xy) = e^x$
(D) $x^3y' + (\ln x)y = e^x$

Q 16. Les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $(E) : y'' - y = x^2$ sont les fonctions $y : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}$ définies par

(A) $x \longmapsto -x^2 + k$, où $k \in \mathbb{R}$.
(B) $x \longmapsto -x^2 + ke^{-x} + qe^x$, où $k, q \in \mathbb{R}$.
(C) $x \longmapsto -x^2 - 2 + ke^{-x} + qe^x$, où $k, q \in \mathbb{R}$.
(D) $x \longmapsto -x^2 + r + ke^{-x} + qe^x$, où $r, k, q \in \mathbb{R}$.

Q 17. De quelle équation différentielle la fonction $x \longmapsto e^{2x} + e^{-x}$ est-elle solution ?

(A) $y'' - 5y' + 6y = 0$
(B) $y'' - 2y' - 3y = 0$
(C) $y'' + 2y' + 3y = 0$
(D) $y'' + 2y' + y = 0$

Université Nangui Abrogoua
L1 Physique–Chimie et Maths–Info

Année Universitaire : 2017/2018
Semestre 2

EXAMEN DE LA SESSION 1 DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 2

Durée : 1 heure 30

Version A

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il y a une pénalité de - 1 point en cas de réponse incorrecte.
- Il n'y a pas de penalité en cas d'absence de réponse.

Q1. La dérivée de la fonction $f : x \longmapsto \int_2^{x^2+x+1} e^{-\sqrt{t}}dt$ est donnée pour tout $x \in \mathbb{R}$ par

(A) $f'(x) = e^{-\sqrt{x^2+x+1}}$

(B) $f'(x) = -\dfrac{2x+1}{2\sqrt{x^2+x+1}}e^{-\sqrt{x^2+x+1}}$

(C) $f'(x) = -\dfrac{1}{2\sqrt{x^2+x+1}}e^{-\sqrt{x^2+x+1}}$

(D) $f'(x) = -\dfrac{2x+1}{\sqrt{x^2+x+1}}e^{-\sqrt{x^2+x+1}}$

Q2. La limite de la suite $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{n}{n^2+k^2}$ est égale à

(A) $\frac{\pi}{2}$ (B) 0 (C) $\frac{\pi}{4}$ (D) $+\infty$

Q3. E désignant la fonction partie entière. Pour tous entiers p et q vérifiant $p \leq q$, la valeur de l'intégrale $\int_p^q E(x)dx$ est

(A) $p+q-1$. (B) $q-p$ (C) $\frac{q-p}{2}$ (D) $\frac{q-p}{2}(p+q-1)$

Q4. La valeur de l'intégrale $\int_0^1 x\sqrt{\sqrt{\sqrt{x}}}dx$ est

(A) 2 (B) $\frac{8}{17}$ (C) $\frac{17}{8}$ (D) 1

Q5. Considérons la fonction f définie sur $[0;10]$ par $f(x) = \ln(1+x)$.
Soit $n \in \mathbb{N}^*$ et $x_0, x_1, \cdots, x_n$ des réels tels que $0 = x_0 < x_1 < x_2 \cdots < x_{n-1} < x_n = 10$.
Laquelle des expressions suivantes est la plus grande ?

(A) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(x_k - x_{k-1})f(x_{k-1})$.

(B) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(x_k - x_{k-1})f(x_k)$.

(C) $\displaystyle\int_0^{10} f(x)dx$.

(D) $\displaystyle\sum_{k=1}^{n}(x_k - x_{k-1})f\left(\frac{x_k + x_{k-1}}{2}\right)$.

Q6. L'intégrale $\displaystyle\int_0^{\pi/2} \frac{1}{\cos t + \sin t}dt$ est égale à

(A) $\displaystyle -2\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 2x - 1}dx$.

(B) $\displaystyle -2\int_0^1 \frac{1}{x^2 + 2x + 1}dx$.

(C) $\displaystyle -2\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 2x + 1}dx$.

(D) $\displaystyle 2\int_0^1 \frac{1}{x^2 - 2x - 1}dx$.

Pour les questions Q 7, Q 8 et Q 9 , on considère l'intégrale

$$I = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right) \arctan(x)dx.$$

Q7. Par le changement de variable $t = \dfrac{1}{x}$, on obtient : 8

(A) $\displaystyle I = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(1 + \frac{1}{t^2}\right) \arctan(\frac{1}{t})dt$.

(B) $\displaystyle I = \int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(1 + t^2\right) \arctan(\frac{1}{t})dt$.

(C) $\displaystyle I = \int_{2}^{\frac{1}{2}} \left(1 + t^2\right) \arctan(\frac{1}{t})dt$.

(D) $\displaystyle I = \int_{2}^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{t^2}\right) \arctan(\frac{1}{t})dt$.

Q8. En remarquant que pour tout $x > 0$, $\arctan(x) + \arctan\left(\dfrac{1}{x}\right) = \dfrac{\pi}{2}$, on peut dire que

(A) $\displaystyle I = \frac{\pi}{4}\int_{\frac{1}{2}}^{2} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)dx$.

(B) $\displaystyle I = \frac{\pi}{4}\int_{\frac{1}{2}}^{2} (1 + x^2)dx$.

(C) $\displaystyle I = \frac{\pi}{4}\int_{2}^{\frac{1}{2}} \left(1 + \frac{1}{x^2}\right)dx$.

(D) $\displaystyle I = \frac{\pi}{4}\int_{2}^{\frac{1}{2}} (1 + x^2)dx$.

Q9. On en déduit que

(A) $I = \dfrac{3\pi}{4}$.

(B) $I = -\dfrac{33}{8}$.

(C) $I = -\dfrac{3\pi}{4}$.

(D) $I = \dfrac{33}{8}$.

Q 10. Soit f est une fonction continue sur un intervalle $[a,b]$ telle que $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = 0$. Laquelle des assertions suivantes est elle vraie ?

(A) f est la fonction nulle sur $[a,b]$.

(B) f est une fonction impaire.

(C) Il existe $c \in [a,b]$ tel que $f(c) = 0$.

(D) $f(a) = f(b)$.

Université Nangui Abrogoua
L1 Physique–Chimie et Maths–Info

Année Universitaire : 2017/2018
Semestre 2

EXAMEN DE LA SESSION 1 DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 2

Durée : 1 heure 30

Version C

Instructions:

- Répondre à toutes les questions posées sur la grille-réponse.
- Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
- Il y a une pénalité de - 1 point en cas de réponse incorrecte.
- Il n'y a pas de penalité en cas d'absence de réponse.

Q1. Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = 0$ et qui est solution de l'équation différentielle

$$2(x-1)y' + y = \sin(2x) + x^2.$$

Alors la valeur $f''(0)$ est

(A) -1. (B) 0. (C) 2. (D) -2.

Q2. Soient f une fonction vérifiant pour tout $x \in \mathbb{R}_+^*$, $x^2 f''(x) + 4xf'(x) + (2-x^2)f(x) = 1$, et g la fonction définie par $\forall x > 0$, $g(x) = x^2 f(x)$. On a pour tout $x > 0$,

(A) $g''(x) + \frac{4}{x}g'(x) + \left(\frac{2}{x^2} - 1\right)g(x) = 1$

(B) La fonction $g''(x) + g(x) = 1$

(C) $g''(x) + \frac{4'}{g}(x) + (2-x)g(x) = 1$

(D) $g''(x) - g(x) = 1$

Q3. Les fonctions de la forme $y = e^x + \alpha e^{-x}$, $(\alpha \in \mathbb{R})$ sont solutions de l'équation

(A) $y'' + y' - 2y = 0$

(B) $y'' + 3y' + 2y = 0$

(C) $y'' - y = 0$.

(D) aucune des propositions précédentes.

Q4. Une solution particulière y_p de l'équation différentielle, $y'' + 2y' + y = e^{-x}$, est de la forme (A et B étant des constantes réelles)

(A) $y_p = Axe^{-x}$

(B) $y_p = (A + Bx)e^{-x}$

(C) $y_p = Ax^2e^{-x}$

(D) $y_p = Ae^{-x}$

Q5. L'équation différentielle, $xy' - y'sin(x) + y^5 = 0$, est

(A) de Bernouli (B) homogène (C) de Ricatti (D) linéaire

Q6. L'équation différentielle, $(y')^2 + \sin(t)y' - y = t^3$, est

(A) non linéaire et d'ordre 2

(B) non linéaire et d'ordre 1

(C) linéaire et d'ordre 2

(D) linéaire et d'ordre 1

Pour les questions Q7, Q8 et Q9, m est un nombre réel et on considère l'équation différentielle

$$my'' - (1+m^2)y' + my = e^x$$

Q7. L'équation différentielle (E_m) est linéaire et d'ordre 2

(A) Vrai

(B) Faux

Q8. Pour quelle valeur de m, l'équation (E_m) admet-elle une solution particulière $y_p = P(x)e^x$ où P est un polynome de degré 2?

(A) $m \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$.

(B) $m = 1$.

(C) $m = -1$.

(D) $m \in \mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

10

Q9. L'équation (E_m) admet pour solution homogène, $y_h = Ae^{mx} + Be^{\frac{x}{m}}$, A et B étant des constantes réelles si et seulement si

(A) $m = 1$.

(B) $m \in \mathbb{R}\setminus\{-1,1\}$

(C) $m \in \mathbb{R}\setminus\{-1,0,1\}$

(D) $m = -1$.

Q10. Soit f une fonction vérifiant $f(1) = 2$ et solution de l'équation différentielle $y' + \frac{1}{x}y = x^2y^2$. La valeur de $f(2)$ est

(A) $-\frac{1}{4}$

(B) $-\frac{1}{2}$

(C) 0

(D) $-\frac{3}{2}$

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2018/2019
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chimie

D

EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 2

Session du 30 janvier 2020

Durée : 1 heure 15

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.

Q1 (4 points) – Soit f une solution de l'équation différentielle (E) : $x^2y'' + 3xy' + y = 1$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$. On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : pour tout $x \in \mathbb{R}$, $g(x) = f(e^x)$. Alors la fonction g est solution de l'équation différentielle

- [A] $z'' + 3z' - z = 1$
- [B] $z'' - 2z' + z = 1$
- [C] $z'' + 3z' + z = 1$
- [D] $z'' + 2z' + z = 1$

Q2 (3 points) – On considère l'équation différentielle

$$y'' - 4y' + 5y = e^{2x}\cos(x).$$

Une solution particulière de cette équation différentielle sera cherchée sous la forme (a, b, c et d désignant des constantes réelles)

- [A] $y_p = e^{2x}\left[a\cos(x) + b\sin(x)\right]$
- [B] $y_p = ae^{2x}\sin(x)$
- [C] $y_p = ae^{2x}\cos(x)$
- [D] $y_p = e^{2x}\left[(ax+b)\cos(x) + (cx+d)\sin(x)\right]$

(E)

Q3 (6 points) – Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = -\frac{1}{4}$ et $f'(0) = 1$, et qui est solution de l'équation différentielle

$$y'' + 2y' + y = xe^x.$$

Alors la valeur $f(1)$ est

- [A] $-e$
- [B] $\frac{1}{e}$
- [C] e
- [D] $-\frac{1}{e}$

Q4 (3 points) – On considère l'équation différentielle

$$(1-x^2)y' - 2xy = x^2.$$

Une solution de l'équation homogène associée sur $]-1,1[$ est

- [A] $y_h = C(1-x^2)$, $C \in \mathbb{R}$
- [B] $y_h = -\ln(1-x^2) + C$, $C \in \mathbb{R}$
- [C] $y_h = \frac{C}{1-x^2}$, $C \in \mathbb{R}$
- [D] $y_h = C(1+x^2)$, $C \in \mathbb{R}$

Q5 (4 points) – Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = 2$ et qui est solution de l'équation différentielle

$$2(x-1)y' + y = \sin(2x) + x^2.$$

Alors la valeur $f''(0)$ est

- [A] 1
- [B] $\frac{1}{2}$
- [C] 0
- [D] -1

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2018/2019
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chimie

D

EXAMEN DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 2

Session du 30 janvier 2020

Durée : 1 heure 30

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Chaque bonne réponse rapporte 2 points. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.

Q1 L'intégrale $\int_0^{\pi} \frac{1}{1+\sin x}dx$ est égale à

A 0 B 1 C π D 2

Q2 Laquelle des limites ci dessus est elle égale à $\frac{2882}{5}$?

A $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(3+\frac{2k}{n}\right)^4$

B $\lim_{n\to+\infty} \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(3+\frac{2k}{n}\right)^4$

C $\lim_{n\to+\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(3+\frac{k}{n}\right)^4$

D $\lim_{n\to+\infty} \frac{2}{n}\sum_{k=1}^{n}\left(3+\frac{k}{n}\right)^4$

Q3 Soient f et g des fonctions continûment dérivables sur l'intervalle [0,1]. Le tableau suivant donne les valeurs de f, f', g et g' en 0 et 1 :

x	$f(x)$	$f'(x)$	$g(x)$	$g'(x)$
0	2	6	-4	2
1	4	-3	3	-1

Si $\int_0^1 f'(x)g(x)dx = 5$ alors l'intégrale $\int_0^1 f(x)g'(x)dx$ est égale à

A -13 B 15 C 7 D -2

Q4 Laquelle des propositions suivantes n'est pas vraie ?

A Soit E la fonction partie entière et $n \geq 1$ un entier naturel. On a $\int_1^n E(x)dx = \frac{n(n-1)}{2}$

B Toute fonction dérivable sur $\mathbb{R}$ admet une primitive sur $\mathbb{R}$.

C Toute fonction continue sur $\mathbb{R}$ admet une primitive qui s'annule sur $\mathbb{R}$.

D Ttoute primitive sur $\mathbb{R}$ d'une fonction périodique est une fonction périodique.

Q5 Soit f est une fonction continue sur un intervalle $[a,b]$ telle que $\int_a^b f(x)dx = 0$. Laquelle des assertions suivantes est elle vraie ?

A $f(a) = f(b)$

B f est impaire

C $\exists c \in [a,b]$ tel que $f(c) = 0$

D $\forall x \in [a,b]$, $f(x) = 0$

Q6 La valeur de l'intégrale $\int_4^5 \frac{2x-1}{x^2-5x+6}dx$ est

A $\ln\left(\frac{2}{3}\right) + 5\ln 3$ B $3\ln\left(\frac{2}{3}\right) + 5\ln 2$ C $4\ln\left(\frac{2}{3}\right) + 7\ln 2$ D $3\ln\left(\frac{3}{2}\right) + 5\ln 2$

D

Q7 On considère, pour tout entier $n \geq 1$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Une intégration par parties permet de trouver une relation entre I_n et I_{n-1}. Quelle est cette relation ?

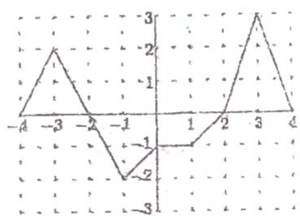
[A] $I_n = \frac{e^2}{2} + \frac{n}{2} I_{n-1}$

[B] $I_n = \frac{e^2}{4} - \frac{n-1}{2} I_{n-1}$

[C] $I_n = \frac{e^2}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}$

[D] $I_n = \frac{e^2}{4} + \frac{n-1}{2} I_{n-1}$

Q8 Ci dessous est donné le graphe sur $[-4,4]$ d'une fonction f.



L'intégrale $\int_{-4}^{4} f(x)dx$ est égale à :

[A] -1 [B] 9 [C] 1 [D] 2

Q9 La valeur de l'intégrale $\int_0^2 \sqrt{x^2 - 2x + 1}\,dx$ est

[A] 2 [B] 4 [C] 1 [D] 3

Q10 Sur $[1, +\infty[$, on définit la fonction f par $f(x) = \int_1^{x^3} \frac{1}{1 + \ln t} dt$ pour tout $x \geq 1$. Alors la dérivée $f'(2)$ de f en 2 est égale à

[A] $\frac{1}{1+\ln 8}$ [B] $\frac{12}{1+\ln 8}$ [C] $\frac{12}{1+\ln 2}$ [D] $\frac{1}{1+\ln 2}$

13

$f' = u'(x) \ldots$

$= 3x^2 \,(x^3)$

$= 3x^2 \times \frac{1}{1 + \ln x^3}$

$f'(2) = \frac{3 \times 2^2}{1 + \ln 2^3} = \frac{12}{1 + \ln 8}$ B

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2019/2020
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chimie

Version B

EXAMEN DE L'ECUE 1 DE L'UE ANALYSE 2

Première session

Durée : 1 heure

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question.
Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.

Q1 (3 points) On considère la fonction numérique de la variable $f : x \to f(x) = \int_{1-x^2}^{x^2} \sqrt{t}e^t dt$. Quel est l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f ?

- [A] $\mathcal{D}_f = [0, 1]$
- [B] $\mathcal{D}_f = [-1, 1]$.
- [C] $\mathcal{D}_f =]-\infty, 1]$
- [D] $\mathcal{D}_f = [0, +\infty[$

Q2 (2,5 points) On considère pour tout entier $n \geq 1$, l'intégrale $I_n = \int_0^1 x^n e^{2x} dx$. Une intégration par parties permet de trouver une relation de récurrence entre I_n et I_{n-1}. Quelle est cette relation ?

- [A] $I_n = 2e^2 - \frac{n}{2} I_{n-1}$.
- [B] $I_n = \frac{e^2}{2} + \frac{n}{2} I_{n-1}$.
- [C] $I_n = \frac{e^2}{6} - \frac{n-1}{2} I_{n-1}$.
- [D] $I_n = \frac{e^2}{2} - \frac{n}{2} I_{n-1}$.

Q3 (3 points) Quelle est la limite de la suite numérique de terme général $u_n = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{k+n}$?

- [A] $\ln 2$
- [B] 0
- [C] 1
- [D] $1 - \ln 2$

Q4 (4,5 points) Quelle est la valeur de l'intégrale $\int_1^9 \frac{1}{1+\sqrt{x}} dx$?

- [A] $2 - 2\ln 2$
- [B] $2 - \ln 2$
- [C] $4 - \ln 4$
- [D] $2 + \sqrt{2}$

Q5 (3,5 points) Quelle est la valeur de l'intégrale $\int_{-1}^{1} (|x+1| + |x| + |2x-1|)\, dx$?

- [A] $\frac{19}{2}$
- [B] $\frac{27}{2}$
- [C] $\frac{11}{2}$
- [D] $\frac{7}{2}$

Q6 (3,5 points) Soit $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ une fonction continue telle que, pour tout $x \in [a, b]$, on a

$$f(a+b-x) = f(x).$$

L'intégrale $\int_a^b x f(x) dx$ est égale à

- [A] $\frac{a+b}{2} \int_a^b f(x) dx$.
- [B] $(a-b) \int_a^b f(x) dx$.
- [C] $(a+b) \int_a^b f(x) dx$.
- [D] $\frac{a-b}{2} \int_a^b f(x) dx$.

Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Version D

EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 2

Première session

Durée : 1 heure

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point.

Q1 (2 points) – Pour quelles valeurs $m \in \mathbb{R}$ l'équation différentielle

$$(m^2 - m - 2)y'' + (m-1)y' + my = 0$$

est - elle linéaire et d'ordre 1 ?

[A] $m \in \mathbb{R}$ [B] $m = 1$ [C] $m \in \mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$ [D] $m \in \{-1, 2\}$

Q2 (6,5 points) Soit g la fonction solution de l'équation différentielle

$$y'' + 3y' + 2y = \mathrm{e}^{-x}$$

vérifiant $g(0) = 0$ et $g'(0) = 1$. La valeur de $g(-2)$ est égale à

[A] $2\mathrm{e}^4$. [B] $-\mathrm{e}^4$. [C] e^2. E $-2e^{2}$ [D] $4\mathrm{e}^2$.

Q3 (3,5 points) – La solution de l'équation différentielle

15

$$y' = e^{2x-y} - 2xe^{-y}$$

est constituée des fonctions y de la forme (C étant une constante réelle qui permet l'existence de la solution)

[A] $y = \ln\left(\frac{1}{2}e^{-2x} - x^2 + C\right)$

[B] $y = \ln\left(-\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C\right)$

[C] $y = \ln\left(\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C\right)$

[D] $y = -\ln\left(\frac{1}{2}e^{2x} - x^2 + C\right)$

Q4 (4,5 points) Soit f la fonction solution de l'équation différentielle

$$2(x-1)y' + y = \sin(2x) + 2x^2$$

vérifiant $f(0) = 0$. La valeur de $f^{(4)}(0)$ est égale à

[A] $-\frac{47}{4}$. [B] $-\frac{37}{4}$. [C] $-\frac{33}{4}$. [D] $-\frac{7}{4}$.

Q5 (3,5 points) Soit h la fonction solution de l'équation différentielle

$$y' + 2y = \mathrm{e}^{-2x}\cos x$$

vérifiant $h(0) = 1$. Alors pour tout $x \in \mathbb{R}$, On a

[A] $h(x) = -\frac{1}{2}(\mathrm{e}^{-2x} + \mathrm{e}^{-2x})\cos x$.

[B] $h(x) = -\frac{1}{2}\mathrm{e}^{-2x}\sin x$.

[C] $h(x) = \ln(1 + \mathrm{e}^{-2x}\cos x)$.

[D] $h(x) = (1 + \sin x)\mathrm{e}^{-2x}$.

Licence ... MI & PC

République de Côte d'Ivoire

Année Universitaire : 2020/2021

Version A

EXAMEN DE L'ECUE 1 D'ANALYSE 2 (Session 1)

Durée : 1 heure

Version A

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case E de la grille de réponses.

Q1 (4 points) La valeur de $\int_{\pi/2}^{\pi/4} \sin^3(x)\cos^2(x)\mathrm{d}x$ est :

A $-\dfrac{7}{60\sqrt{2}}$

B $\dfrac{7}{18\sqrt{2}}$

C $\dfrac{7}{60\sqrt{2}}$

D $\dfrac{1}{60\sqrt{2}}$

Q2 (4 points) – Pour tous entiers naturels non nuls m et n on pose : $I_{m,n} = \int \cos^m(x)\cos(nx)\mathrm{d}x$. Par une intégration par partie, on obtient que $(m+n)I_{m,n} - mI_{m-1,n-1}$ est égal à (c étant une constante réelle)

A $-\cos^m(x)\cos(nx) + c$

B $\dfrac{\cos^m(x)\cos(nx)}{n} + c$

C $\cos^m(x)\sin(nx) + c$

D $\dfrac{\cos^m(x)\sin(nx)}{n} + c$

Q3 (4 points) – E désignant la fonction partie entière, l'intégrale $\int_0^{3/2} \mathrm{E}(x^2)\mathrm{d}x$ vaut :

A 2

B $2+\sqrt{2}$

C -2

D $2-\sqrt{2}$

Q4 (4 points) – Pour quelle valeur du réel posisitif a a-t-on

$$\lim_{n\to+\infty} \frac{\sum_{k=1}^{n} k^a}{(n+1)^a \sum_{k=1}^{n}(na+k)} = \frac{1}{60}?$$

E

A 2

B 1

C 3

D 7

Q5 (4 points) – La valeur de $\int_1^{\mathrm{e}} \dfrac{1+\ln(x)}{x}\mathrm{d}x$ est égale à

A $\dfrac{1}{2}$

B $\dfrac{\mathrm{e}}{2}$

C $\dfrac{\mathrm{e}}{3}$

D $\dfrac{3}{2}$

Université Nangui Abrogoua — République de Côte d'Ivoire

Licence 1 : MI & PC — Année Universitaire : 2020/2021

Version C

EXAMEN DE L'ECUE 2 D'ANALYSE 2 (Session 1)

Durée : 1 heure

Version C

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si aucune des propositions de réponses n'est bonne alors vous cocherez la case $\boxed{E}$ de la grille de réponses.

Q1 (4points) La solution de l'équation différentielle $y' = \dfrac{y\cos(x)}{1+2y^2}$ sur un intervalle convenable est définie par la formule : (c étant une constante réelle)

$\boxed{A}$ $\ln|y| + y = \cos(x) + c$

$\boxed{B}$ $\ln|y| + y^2 = \sin(x) + c$

$\boxed{C}$ $\ln|y| + y = \sin(x) + c$

$\boxed{D}$ $\ln|y| + y^2 = \cos(x) + c$

Q2 (5 points) Soit f la fonction solution de l'équation différentielle $y'' - 3y' - 4y = 3e^{3x}$ telle que $f(0) = -\dfrac{1}{2}$ et $f'(0) = 4$. Alors la valeur de $f(1)$ est

$\boxed{A}$ $\dfrac{2e^5 - e^3 - 2}{2e}$

$\boxed{B}$ $\dfrac{2e^5 + e^3 - 2}{e}$

17

$\boxed{C}$ $\dfrac{2e^5 + e^3 + 2}{2e}$

$\boxed{D}$ $\dfrac{e^5 - e^3 - 2}{e}$

E

Q3 (4 points) – Soit f la fonction solution de l'équation différentielle $y' + y\tan(x) = \sin(2x)$ telle que $f(0) = 1$. La valeur de $f(\pi)$ est

$\boxed{A}$ -5

$\boxed{B}$ -1

$\boxed{C}$ 5

$\boxed{D}$ 1

Q4 (4 points) Lequel des changements de variables ci-dessous permet de passer de l'équation différentielles $x^2y'' - 3xy' + 4y = 0$, $x \in]0, +\infty[$, à une équation différentielle linéaire d'ordre 2 à coefficients constants en z ?

$\boxed{A}$ $z(t) = y(\ln(t))$

$\boxed{B}$ $z(t) = y(2e^t)$

$\boxed{C}$ $z(t) = y(e^t)$

$\boxed{D}$ $z(t) = y(e^{2t})$

Q5 (3 points) Soit f la fonction solution de l'équation différentielle $yy' + xy^2 + x = 0$ telle que $f(0) = 1$. La valeur de $f''(0)$ est

$\boxed{A}$ -2

$\boxed{B}$ 2

$\boxed{C}$ 0

$\boxed{D}$ 1