

**ECUE 2 : Séries statistiques à deux variables**

Durée : 8 heures

**Exercice 1** On considère la statistique double définie par le tableau de contingence suivant :

$X \setminus Y$	$y_1$	$y_2$	$y_3$
$x_1$	128	81	17
$x_2$	64	22	88

- Déterminer  $N$  (l'effectif total),  $n_{12}$ ,  $n_{22}$ ,  $n_{2\bullet}$ ,  $f_{23}$ ,  $f_{1\bullet}$ ,  $f_{y_2/x_1}$ ,  $f_{x_2/y_2}$ .
- Donner la distribution conditionnelle de  $X$  sachant que  $Y = y_2$ .

**Exercice 2** Considérons la distribution statistique du couple  $(X, Y)$  définie par le tableau suivant :

$X \setminus Y$	1	2	3	4
-1	10	42	80	17
0	21	7	12	4
1	32	8	6	11

Dresser le tableau correspondant des fréquences des fréquences  $f_{ij}$  et des fréquences marginales  $f_{i\cdot}$  et  $f_{\cdot j}$ .

**Exercice 3** Compléter les tableaux suivants, sachant que dans chaque cas,  $X$  et  $Y$  sont indépendants.

1)	$X \setminus Y$	0	20	30	50	Distribution marginale de $X$
	1					0,45
	2					0,55
	Distribution marginale de $Y$	0,1	0,3	0,4	0,2	1

2)	$X \setminus Y$	100	200	300
	10	8	12	2
	20		24	
	30			5

**Exercice 4** On considère la distribution statistique donné par le tableau de contingence suivant :

$X \setminus Y$	3	5	7
7	1	3	1
1	2	2	2

1. Calculer la moyenne de  $X$  et la moyenne de  $Y$ .
2. Calculer l'écart-type de  $X$  et l'écart-type de  $Y$ .
3. Calculer  $\text{Cov}(X, Y)$
4. Les variables  $X$  et  $Y$  sont-elles indépendantes ?
5. Représenter graphiquement cette série statistique.

**Exercice 5** A l'oral du Baccalauréat série A, chaque candidat est interrogé en première langue où il obtient la note  $X$  et en seconde langue où il obtient la note  $Y$  (notes sur 20). Les résultats obtenus par 100 candidats sont donnés dans le tableau ci-dessous.

$X \setminus Y$	$[0; 4[$	$[4; 8[$	$[8; 12[$	$[12; 16[$	$[16; 20[$
$[0; 4[$	2	5	2		
$[4; 8[$	1	12	10	3	
$[8; 12[$		3	28	12	1
$[12; 16[$		1	5	10	2
$[16; 20[$				1	2

1. Déterminer, dans deux tableaux différents, les distributions marginales en  $X$  et en  $Y$ .
2. Déterminer la distribution conditionnelle de  $X$  sachant  $Y \in [4; 8[$ .
3. Calculer la fréquence conditionnelle dans chacun des cas suivants :
  - a)  $X \in [8; 12[$  sachant  $Y \in [0; 4[$ ;
  - b)  $Y \in [12; 16[$  sachant  $X \in [4; 8[$ .

**NB : Les résultats seront donnés sous forme de fraction irréductible.**

**Exercice 6**

Le nuage de points d'une série statistique double  $(X, Y)$  a été ajusté par ses deux droites de regression. Ces deux droites ont pour equation dans le même repère :

$$y = -3x + 7 \quad \text{et} \quad y = -\frac{10}{3}x + \frac{23}{3}.$$

1. Déterminer les coordonnées du point moyen  $G$  de ce nuage de points.
2. Calculer le coefficient de corrélation linéaire et interpreter le résultat obtenu.
3. Sachant que la somme de la variance de  $X$  et la variance de  $Y$  est égale à 22, calculer :
  - a) la variance de  $X$ ,
  - b) la variance de  $Y$ ,
  - c) la covariance de  $X$  et  $Y$ .

**Exercice 7** Soit la répartition par taille et par poids de 40 animaux d'une race donnée.

$X$ taille en cm \ $Y$ : Poids en kg	[3, 9[	[9, 13[	[13, 19[
De 60 à 100	15	1	0
De 100 à 120	2	10	1
De 120 à 140	1	2	1
De 140 à 180	0	0	17

1. Calculer le coefficient de corrélation linéaire entre  $X$  et  $Y$ . Que peut-on en déduire ?
2. Déterminer l'équation de la droite de régression de  $Y$  en  $X$  et celle de  $X$  en  $Y$ .

**Exercice 8**

**Dans cet exercice, les résultats seront éventuellement arrondis au dixième près.**

On considère la distribution donnée par le tableau à double entrée suivant :

$X \setminus Y$	7	9	16
3	2	3	7
4	12	18	42
5	6	9	21
8	4	6	14

1. Représenter graphiquement cette série statistique
2. Déterminer le coefficient de corrélation linéaire de  $(X, Y)$ .