Université Nangui Abrogoua
UFR SFA

Année Universitaire : 2022/2023
Licence 1 : Maths-Info & Phys-Chimie

Version
A

EXAMEN DE L'ECUE 2 DE L'UE ANALYSE 2
Session du 25 juillet 2023
Durée : 1 heure 30

Il n'y a qu'une seule réponse exacte par question. Les mauvaises réponses ne rapportent aucun point. Si vous trouver qu'aucune des solutions proposées n'est bonne alors vous devez cocher la case $\boxed{\text{E}}$ de la grille de réponse.

Q1 (4 points) – On considère l'équation différentielle $x^2y' - y = \mathrm{e}^{-1/x}$
La solution de cette équation sur $]0, +\infty[$ est

$\boxed{\text{A}}$ $y = \mathrm{e}^{-1/x}\left(C - \dfrac{1}{x}\right),\ C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\text{B}}$ $y = \mathrm{e}^{-1/x}\left(Cx + \dfrac{1}{x}\right),\ C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\text{C}}$ $y = \mathrm{e}^{-1/x}\left(Cx - \dfrac{1}{x}\right),\ C \in \mathbb{R}$

$\boxed{\text{D}}$ $y = \mathrm{e}^{-1/x}\left(C + \dfrac{1}{x}\right),\ C \in \mathbb{R}$

Q2 (4 points) – On considère l'équation différentielle

$$y'' - 2y' = \sin(x).$$

La solution de cette équation différentielle est

$\boxed{\text{A}}$ $A + B\mathrm{e}^{-2x} + \dfrac{1}{5}\sin(x) - \dfrac{2}{5}\cos(x)$

$\boxed{\text{B}}$ $y = A + B\mathrm{e}^{2x} + \dfrac{1}{5}\sin(x) - \dfrac{2}{5}\cos(x)$

$\boxed{\text{C}}$ $y = A + B\mathrm{e}^{-2x} - \dfrac{1}{5}\sin(x) + \dfrac{2}{5}\cos(x)$

$\boxed{\text{D}}$ $y = A + B\mathrm{e}^{2x} - \dfrac{1}{5}\sin(x) + \dfrac{2}{5}\cos(x)$

où A et B sont des constantes réelles.

Q3 (4 points) – Soit f une solution de l'équation différentielle (E) : $x^2y'' - 3xy' + 4y = x^2$ sur l'intervalle $]0, +\infty[$. On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ telle que pour tout $x \in]0, +\infty[$, $f(x) = x^2 g(x)$. Alors la fonction g est solution de l'équation différentielle

$\boxed{\text{A}}$ $x^2z'' + z' = \dfrac{1}{x}$ $\quad$ $\boxed{\text{B}}$ $xz'' + z' = \dfrac{1}{x}$ $\quad$ $\boxed{\text{C}}$ $x^2z'' - z' = \dfrac{1}{x}$ $\quad$ $\boxed{\text{D}}$ $z'' + xz' = \dfrac{1}{x}$

Q4 (4 points) – Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = 1$ et $f(-1/2) = \mathrm{e}$ et qui est solution de l'équation différentielle

$$y'' + 4y' + 4y = x^2\mathrm{e}^{-2x}.$$

Alors la valeur $f(1/2)$ est

$\boxed{\text{A}}$ $\dfrac{25}{24\mathrm{e}}$ $\quad$ $\boxed{\text{B}}$ $\dfrac{23}{21\mathrm{e}}$ $\quad$ $\boxed{\text{C}}$ $\dfrac{24}{25\mathrm{e}}$ $\quad$ $\boxed{\text{D}}$ $\dfrac{21}{23\mathrm{e}}$

Q5 (4 points) – Soit la fonction f qui vérifie $f(0) = 1$ et qui est solution de l'équation différentielle

$$(1 + x^2)^2y' + 2x + 2xy^2 = 0.$$

Alors la valeur $f(1)$ est

$\boxed{\text{A}}$ $\tan\left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)$ $\quad$ $\boxed{\text{B}}$ $\arctan\left(-\dfrac{1}{2} + \dfrac{\pi}{4}\right)$ $\quad$ $\boxed{\text{C}}$ $\tan\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$ $\quad$ $\boxed{\text{D}}$ $\arctan\left(\dfrac{1}{2} - \dfrac{\pi}{4}\right)$