UNIVERSIDADE TECNOLÓGICA FEDERAL DO PARANÁ

Valores médios e eficazes

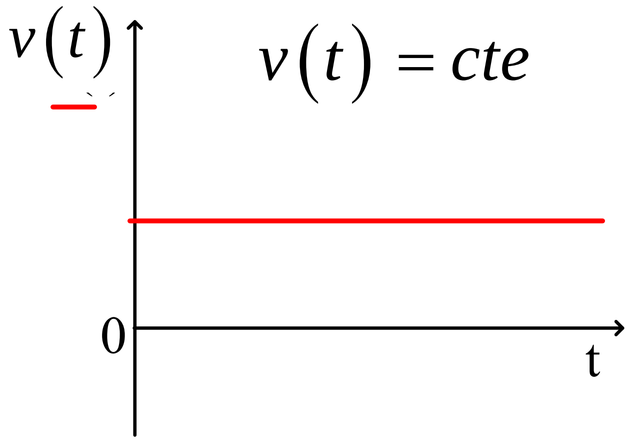
Prof. Alceu André Badin

Sinais CC e CA

- Corrente contínua (CC):

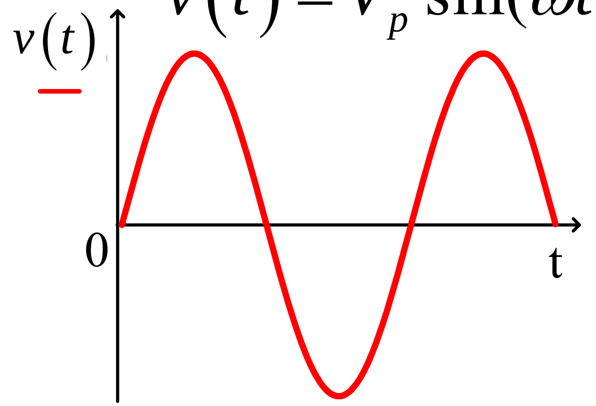
  constante para qualquer instante.

$$v(t) = cte$$



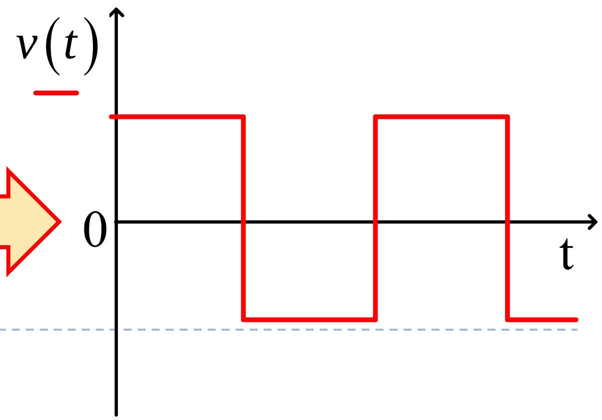
- Corrente alternada periódica (CA):
  - Valor variante no tempo e periódico.

$$v(t) = V_p \sin(\omega t)$$



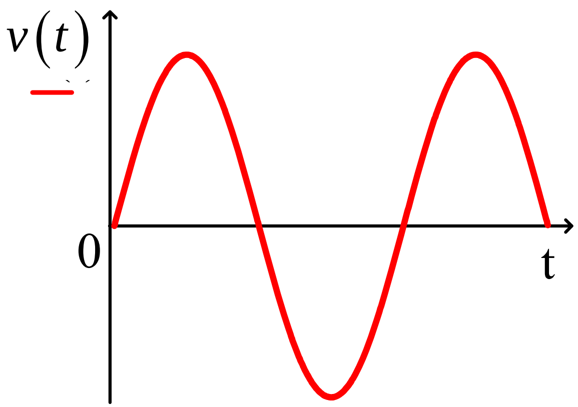
Definição de um período:

$$v(t) = \begin{cases} k \rightarrow 0 < t < T/2 \\ -k \rightarrow T/2 < t < T \end{cases}$$



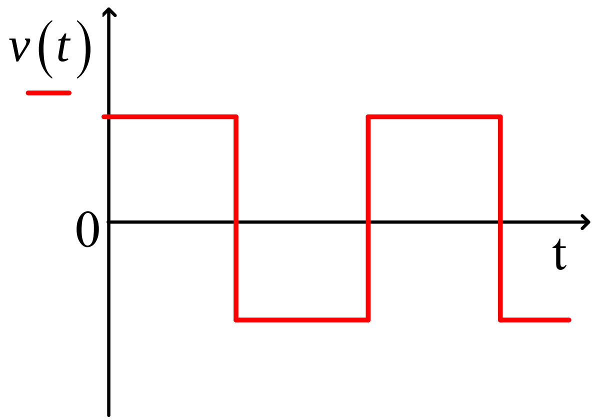
Sinais CA

- Corrente alternada periódica (CA):



Única componente harmônica

$$v(t) = V_p \sin(\omega t)$$

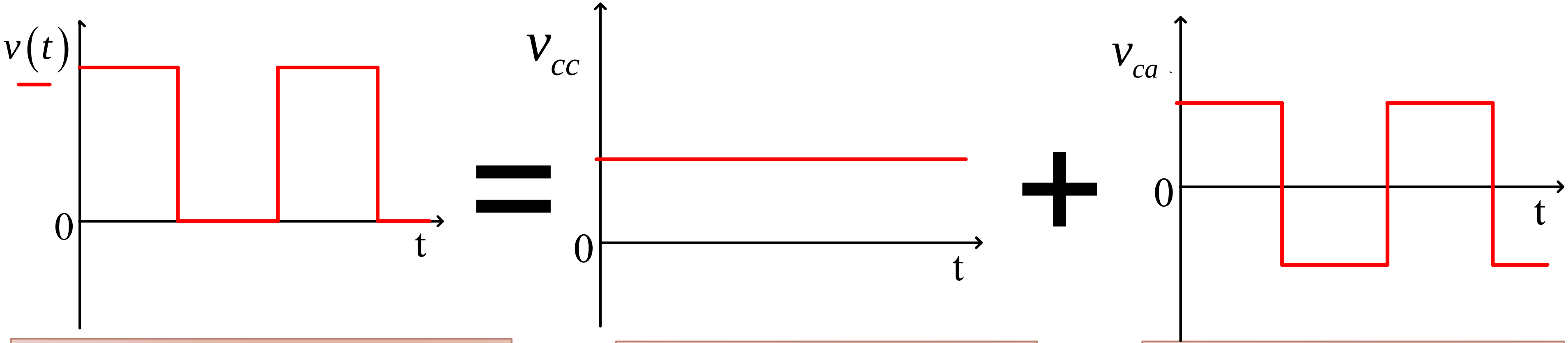


Somatório infinito de componentes harmônicos

$$v(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(t) = \sum_{n=1}^{\infty} V_{pn} sen(n \cdot \omega \cdot t + \phi_n)$$

$$v(t) = V_{p1} sen(\omega \cdot t + \phi_1) + V_{p3} sen(3.\omega \cdot t + \phi_3) + V_{p5} sen(5.\omega \cdot t + \phi_5) \ldots$$

Sinais CC+CA



Componente média + Somatório infinito de componentes harmônicos	Componente contínua	Componentes alternadas
$$v(t) = V_{med} + \sum_{n=1}^{\infty} V_n(t)$$	$$vcc = V_{med}$$	$$v_{CA} = \sum_{n=1}^{\infty} V_n(t)$$

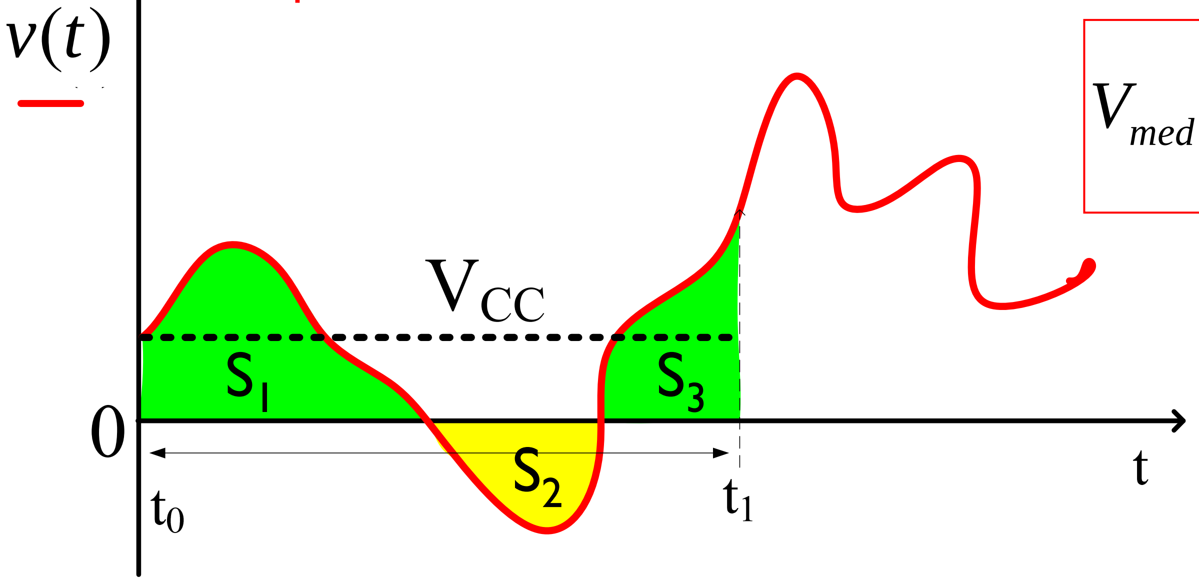
$$\boxed{v(t) = V_{med} + V_{p1} sen(\omega \cdot t + \phi_1) + V_{p3} sen(3.\omega \cdot t + \phi_3) + V_{p5} sen(5.\omega \cdot t + \phi_5) \ldots}$$

Cálculo do valor médio

- Valor médio de uma função no tempo: Define a média da função em um determinado intervalo de tempo.

$$f_{med} = \frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_0} f(t) \cdot dt$$

Exemplo:



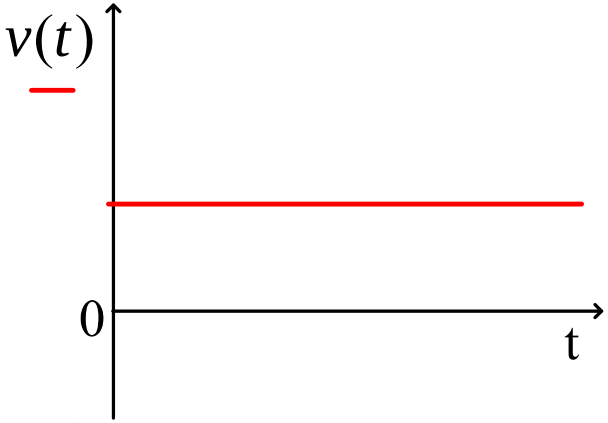
$$V_{med} = \frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_0} v(t) \cdot dt = V_{CC}$$

$$V_{med} = \frac{S_1 - S_2 + S_3}{t_1 - t_0} = V_{CC}$$

Cálculo do valor médio

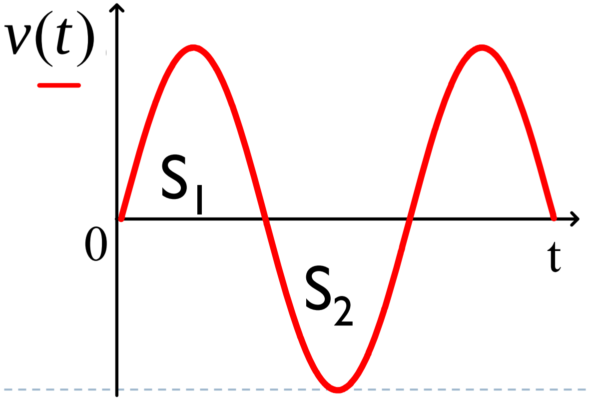
- Exemplos:

- função contínua:



$$\boxed{V_{med} = v(t)}$$

- função alternada periódica (CA):



$$\boxed{V_{med} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t) \cdot dt = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T Vp.\sin(\omega t) \cdot dt}$$

$$\boxed{V_{med} = \frac{S_1 - S_2}{T} = 0}$$

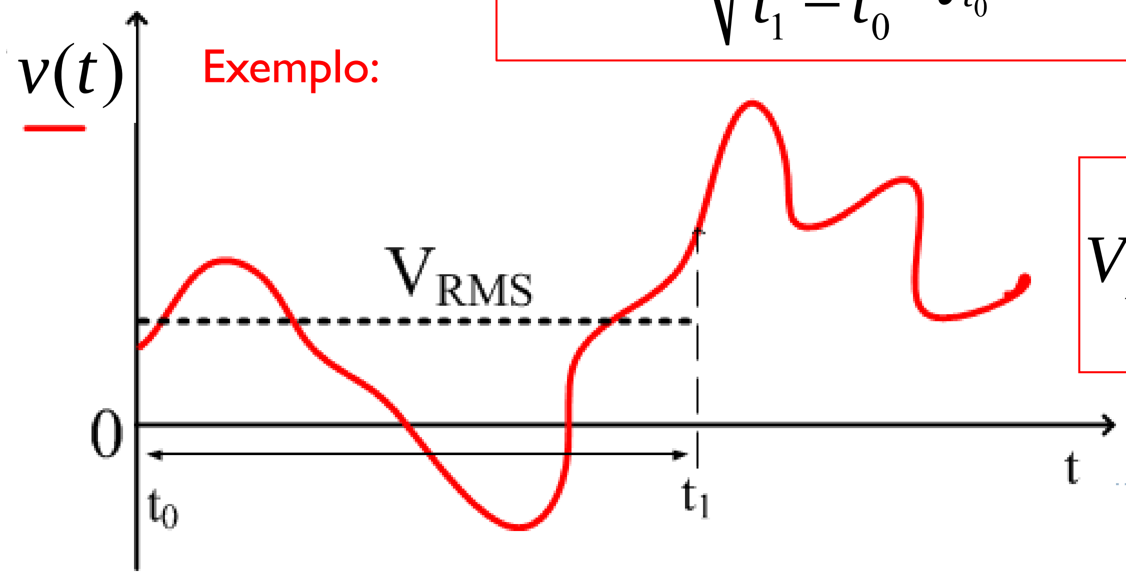
Cálculo do valor eficaz

- **Valor eficaz ou raiz do valor médio quadrado (RMS):** É a medida estatística da magnitude de uma quantidade variável em um determinado intervalo. Definida pela raiz quadrada da média aritmética da função quadrada.

$$f_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_1} f\left(t\right)^2 \cdot dt}$$

Definição para uma função contínua no tempo

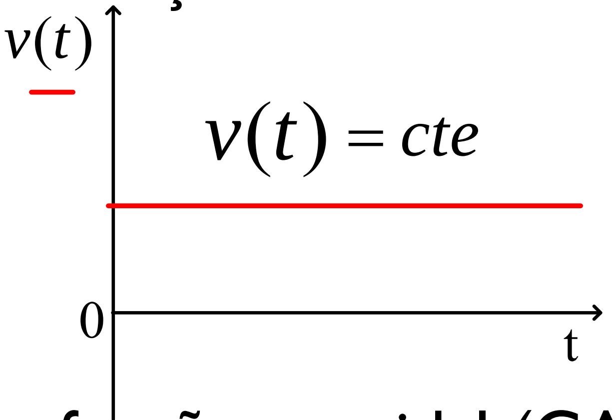
Exemplo:



$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_1} \left(v\left(t\right)\right)^2 \cdot dt}$$

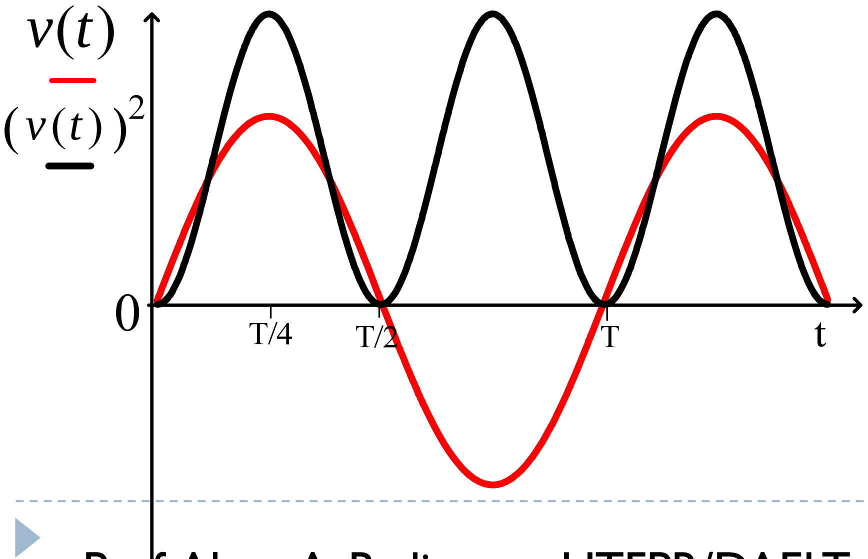
Cálculo do valor eficaz

- Função contínua.



$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{t_1 - t_0} \cdot \int_{t_0}^{t_1} v(t)^2 \cdot dt} = V_{med}$$

- função senoidal (CA):



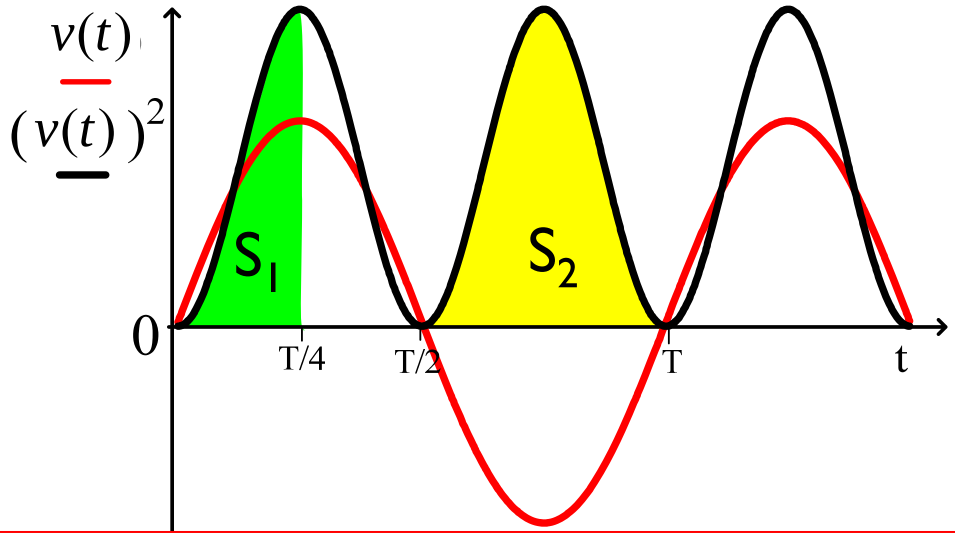
$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)^2 \cdot dt}$$

$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{4}{T} \cdot \int_0^{T/4} Vp^2 \sin(\omega t)^2 \cdot dt}$$

$$V_{RMS} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

Cálculo do valor eficaz

- Uso da simetria para cálculo de valores eficazes:

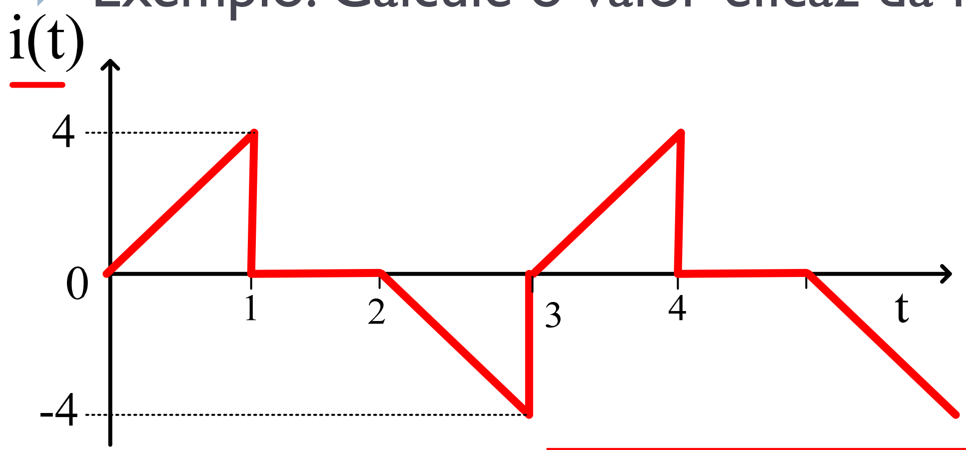


$$V_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T v(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{2}{T} \cdot \int_{T/2}^T v(t)^2 \cdot dt} = \sqrt{\frac{4}{T} \cdot \int_0^{T/4} v(t)^2 \cdot dt}$$

$$V_{RMS} = \frac{S_1}{\sqrt{T/4}} = \frac{S_2}{\sqrt{T/2}} = \frac{V_p}{\sqrt{2}}$$

Cálculo do valor eficaz

- Exemplo: Calcule o valor eficaz da função i(t).



Equação da reta

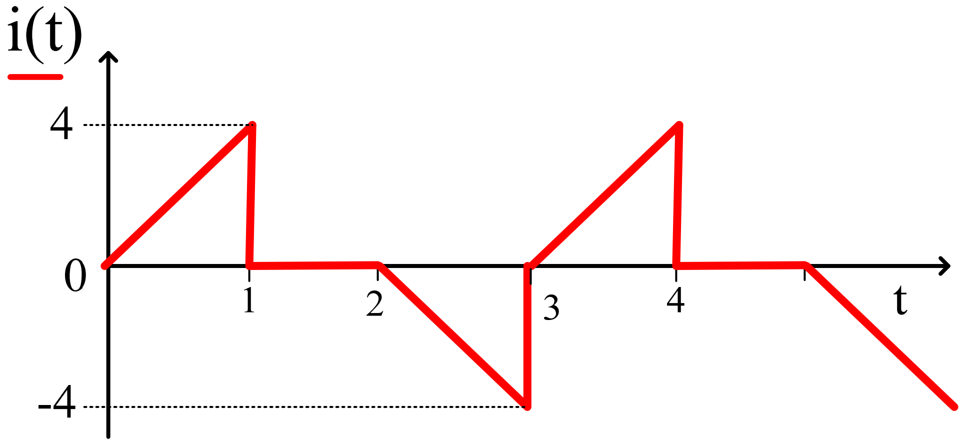
$$y(t) = \frac{(y_1 - y_0)}{(t_1 - t_0)} t + (y_0.t_1 - y_1.t_0)$$

Função i(t) em um período

$$i(t) = \begin{cases} 4t \rightarrow 0 < t \leq 1 \\ 0 \rightarrow 1 < t \leq 2 \\ 8 - 4t \rightarrow 2 < t \leq 3 \end{cases}$$

Cálculo do valor eficaz

- Exemplo: Calcule o valor eficaz da função i(t).



$$i(t) = \begin{cases} 4t \rightarrow 0 < t \le 1 \\ 0 \rightarrow 1 < t \le 2 \\ 8 - 4t \rightarrow 2 < t \le 3 \end{cases}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{T} \cdot \int_0^T i(t)^2 \cdot dt}$$

$$I_{RMS} = \sqrt{\frac{1}{3} \cdot \left[\int_0^1 (4t)^2 \cdot dt + \int_1^2 (0)^2 \cdot dt + \int_2^3 (8 - 4t)^2 \cdot dt \right]}$$

$$I_{RMS} = 1{,}89A$$

Referências

- Livro: Fundamentals of Power Electronics. Robert. W. Erickson. 1997.
- Livro: "Análise de circuitos para engenharia elétrica." David Irwin