

Principe Physique des ordinateurs quantique

intro

- Architectures d'ordinateurs quantiques
 - Qubit supraconducteurs
 - ions piégés
 - qubits de spin
 - qubits topologiques
 - qubits photoniques
- Défi d'un ordinateur quantique
 - Avoir un long temps de vie
 - Pouvoir faire des opération à un qubit
 - Pouvoir faire des opération à deux qubits
 - le long temp de vie et le contrôle ont des besoin contradictoire (beaucoup d'interaction vs le moins d'interaction possible)
- Circuit QED: Qubits supra (transmon) + cavité micro-onde

Plan

- Notion de base de l'info Q
- oscillateur harmoniques et circuits supra
- qubit supra
- interaction lumière-matière
- Dissipation
- info quantique

1 Info quantique: notion de base

1.1 Bits et qubits

classique: $0, 1$ $0 : \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, 1 : \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ quantique: $\{ |0\rangle, |1\rangle \}, 0 \sim \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, 1 \sim \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$

Les qubits peuvent être en superposition

$$|\psi\rangle = \psi_0 |0\rangle + \psi_1 |1\rangle = \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{pmatrix}$$
$$\langle\psi|\psi\rangle = 1$$

Plusieurs qubits:

$$|0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \cdots \otimes |0\rangle = |010\cdots 0\rangle$$

1.2 Opérations logiques

1.2.1 Opérations à 1 bit

bit: $\mathbb{1}$, NOT

qubit: Une infinité d'opérations

Les opération sur des qubits sont des matrices unitaires

$$U^\dagger U = \mathbb{1}$$

Les matrices de Pauli forment un base des opération unitaires.

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ce sont les générateurs de rotation dans \mathbb{R}^3 : isomorphisme entre SO3 et SU2.

$$R_z(\theta) = e^{\frac{-iZ\theta}{2}}$$

Plus généralement

$$R_{\hat{n}}(\theta) = e^{\frac{i\hat{n}\cdot\vec{\sigma}}{2}}$$

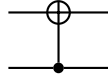
1.2.2 Opérations à 2 bits

NAND est une porte universelle! (On peut construire tout les portes à $n > 2$ bits avec)

La *version quantique* de cette porte et le CNOT (Control not)

$$\text{CNOT} = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & X \end{pmatrix}$$

IN	OUT
00	00
01	01
10	11
11	10



1.3 Critère de D

Critères minimal pour avoir un ordinateur quantique

1. Un system avec des qubits bien définis pouvant être *mis à l'échelle* qubit: Système à deux niveau mise à l'échelle: requiert la correction d'erreur
2. Possibilité d'initialiser un état: Ôter l'entropie du system Un moyen de le faire dans un system suffisamment froid: attendre la relaxation: $\langle 1|\psi \rangle \rightarrow 1$ pour $t \ll 1$

1.3 Critère de DiVincinzo (suite)

3. Temps de cohérence plus long que les qubits logiques

$T_1 : |1\rangle \rightarrow |0\rangle$ (temps de relaxation)

$T_2 : |+\rangle \rightarrow |-\rangle$ (temps de déphasage)

4. Ensemble universel de portes logiques { rotation à 1 qubit (SU2), CNOT }

Ex: spin 1/2 dans $B(t)$

$$H(t) \frac{\hbar\gamma}{2} (B_x(t)\sigma_x + B_y(t)\sigma_y + B_z(t)\sigma_z)$$

$$U(t) = T e^{-i \int_0^t dt' H(t')}$$

opérateurs à deux qubits

$$\text{CNOT} \rightarrow H(t) = J(t)\sigma_{21}\sigma_{x2}$$

5. Mesure des qubits

En ce moment la fidélité est de $> 99\%$ pour T_{mesure}

2 Circuit quantiques supraconducteurs

2.1 Oscillateurs LC

$$V_L = V_C \implies \phi_L = \phi_C \equiv \phi$$

$$I_L = \frac{\Phi}{L} = \frac{\phi}{L}$$

$$I_C = \dot{Q} = C\dot{V} = c\ddot{\phi}$$

$$I_1 + I_2 = c\ddot{\phi} + \frac{\phi}{l} = 0$$

$$\underbrace{\implies \ddot{\phi} + \omega_0^2 \phi = 0}_{\text{Eq. d'Euler-Lagrange}} \quad \text{avec } \omega_0 \sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Le Lagrangien qui donne cette équation est

$$L = \frac{1}{2}C\dot{\phi}^2 - \frac{\phi^2}{2L} \leftrightarrow \frac{1}{2}m\dot{x}^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

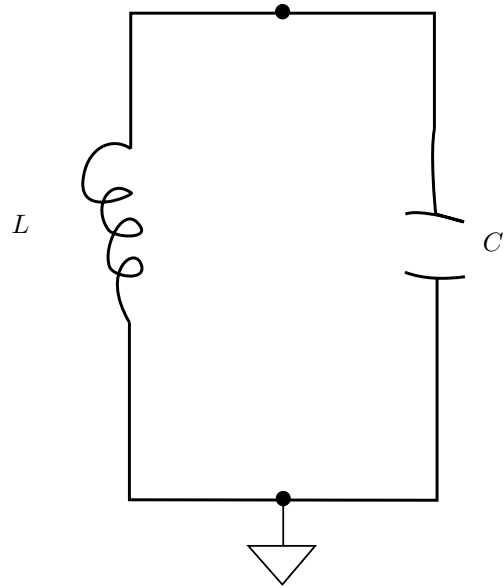


Figure 1: Circuit LC

L'Hamiltonien

$$H = \dot{\phi}q - L(\phi, \dot{\phi}) = \frac{q^2}{2c} \frac{\phi^2}{2L}$$

avec $q = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = c\dot{\phi}$

Quantification:

$$q, \phi \rightarrow \hat{q}, \hat{\phi}$$

$$[A, B]_p \rightarrow \frac{1}{i\hbar} [A, B]$$

$$[\phi, q]_p = 1 \rightarrow [\hat{\phi}, \hat{q}] = i\hbar$$

On introduit les *opérateurs d'échelles* a et a^\dagger

$$\phi = \sqrt{\frac{\hbar Z_0}{2}} (a^\dagger + a) \quad q = i\sqrt{\frac{\hbar}{2Z_0}} (a^\dagger - a)$$

$$H = \hbar\omega_0 \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) = \hbar\omega_0 a^\dagger a$$

Valeur moyenne de ϕ dans $|0\rangle$: $\langle 0 | \phi | 0 \rangle = 0$

La variance est non-nulle $\Delta\phi = \sqrt{\langle \phi^2 \rangle - \langle \phi \rangle^2} = \sqrt{\frac{\hbar Z_0}{2}}$

Est-ce possible d'opérer un circuit LC dans le régime quantique?

On veut $\omega_0 \gg \kappa = \frac{\omega_0}{Q}$

κ est le taux de perte d'énergie

$$\kappa = \frac{1}{RC} \quad Q = \omega_0 RC = \frac{R}{Z_0}$$

(pour une résistance en parallèle)

On veut que R (en parallèle) $\rightarrow 0$ pour avoir $Q \rightarrow \infty$

On veut aussi avoir $\hbar\omega_0 \gg K_B T$ afin d'éviter les excitations harmoniques

À quoi correspondent les états $|n\rangle$

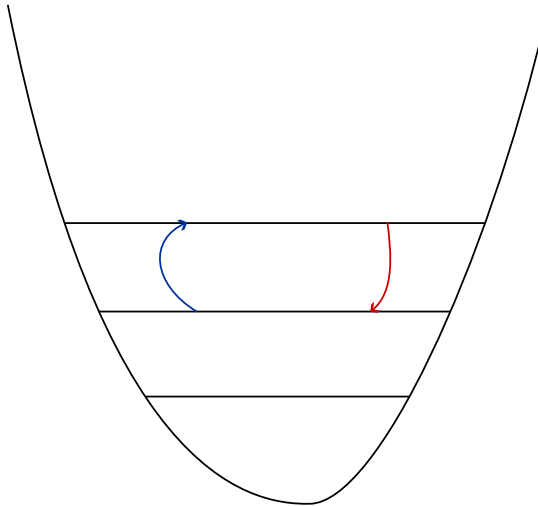


Figure 2: oscilleteur

Fluctuations quantiques du voltage

Opérateur voltage

$$q = CV \iff V = q/C$$

$$\Delta V = \sqrt{\langle 0|V^2|0\rangle - \langle 0|V|0\rangle^2} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2c}} \sim 2.5\mu V$$

Des micro volts c'est gros!

2.2 Hamiltonien d'un circuit: méthode des noeuds

Flux de branche: $\Phi_b(t) = \int_0^t dt' V(t')$

Charge de branche: $Q_b(t) = \int_0^t dt' i_b(t')$

Énergie dans la branche b

$$E_b = \int dt V_b(t) i_b(t)$$

branche capacitive

$$E_b = \dots = \frac{1}{2} c_b \dot{\Phi}_b^2$$

branche inductive:

$$E_b = \dots = \frac{\Phi_b^2}{2L_c}$$

$$\Phi_b = L_b i_b$$