2023-08-29

Principe Physique des ordinateurs quantique

intro

- Architectures d'ordinateurs quantiques
  - Qubit supraconducteurs
  - ions piégés
  - qubits de spin
  - qubits topologiques
  - qubits photoniques
- Défi d'un ordinateur quantique
  - Avoir un long temps de vie
  - Pouvoir faire des opération à un qubit
  - Pouvoir faire des opération à deux qubits
  - le long temp de vie et le contrôle ont des besoin contradictoire (beaucoup d'interaction vs le moins d'interaction possible)
- Circuit QED: Qubits supra (transmon) + cavité micro-onde

Plan

- Notion de base de l'info Q
- oscillateur harmoniques et circuits supra
- qubit supra
- interaction lumière-matière
- Dissipation
- info quantique

1 Info quantique: notion de base

1.1 Bits et qubits

$$\text{classique: } 0,1\ 0:\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ 1:\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix} \qquad \text{quantique: } \{\ \left|0\right\rangle,\left|1\right\rangle\}, 0\sim\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix},\ 1\sim\begin{pmatrix}0\\1\end{pmatrix}$$

Les qubits peuvent être en superposition

$$|\psi\rangle = \psi_0 |0\rangle + |1\rangle = \begin{pmatrix} \psi_0 \\ \psi_1 \end{pmatrix}$$

$$\langle \psi | \psi \rangle = 1$$

Plusieurs qubits:

$$|0\rangle \otimes |1\rangle \otimes |0\rangle \cdots \otimes |0\rangle = |010 \cdots 0\rangle$$

1.2 Opérations logiques

1.2.1 Opérations à 1 bit

$$\text{bit: } \mathbb{1}, \text{NOT}$$

$$\text{qubit: Une infinité d'opérations}$$

Les opération sur des qubits sont des matrices unitaires

$$U^\dagger U = \mathbb{1}$$

Les matrices de Pauli forment un base des opération unitaires.

$$\mathbb{1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, Y = \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}, Z = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$$

Ce sont les générateurs de rotation dans $\mathbb{R}^3$: isomorphisme entre SO3 et SU2.

$$R_z(\theta) = e^{\frac{-iZ\theta}{2}}$$

Plus généralement

$$R_{\hat{n}}(\theta) = e^{\frac{i\hat{n}\cdot\vec{\sigma}}{2}}$$

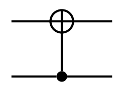
1.2.2 Opérations à 2 bits

`NAND` est une porte universelle! (On peut construire tout les portes à $n > 2$ bits avec)

La *version quantique* de cette porte et le `CNOT` (Control not)

$$\texttt{CNOT} = \begin{pmatrix} \mathbb{1} & 0 \\ 0 & X \end{pmatrix}$$

IN	OUT
00	00
01	01
10	11
11	10



1.3 Critère de D

Critères minimal pour avoir un ordinateur quantique

1. Un system avec des qubits bien définis pouvant être *mis à l'échelle* qubit: Système à deux niveau mise à l'échelle: requiert la correction d'erreur
2. Possibilité d'initialiser un état: Ôter l'entropie du system Un moyen de le faire dans un system suffisement froid: attendre la relaxation: $\langle 1|\psi\rangle \to 1$ pour $t \ll 1$

2023-08-30

1.3 Critère de DiVincinzo (suite)

3. Temps de cohérence plus long que les qubits logiques
   $T_1 : |1\rangle \to |0\rangle$ (temps de relaxation)
   $T_{2:}\, |+\rangle \to |-\rangle$ (temps de déphasage)
4. Ensemble universel de portes logiques { rotation à 1 qubit (SU2), `CNOT` }
   Ex: spin 1/2 dans $B(t)$

$$H(t)\frac{\hbar\gamma}{2}\left(B_x(t)\sigma_x + B_y(t)\sigma_y + B_z(t)\sigma_z\right)$$

$$U(t) = Te^{-i\int_0^t \mathrm{d}t' H(t')}$$

   opérateurs à deux qubits

$$\texttt{CNOT} \to H(t) = J(t)\sigma_{21}\sigma_{x2}$$

5. Mesure des qubits
   En ce moment la fidélité est de $> 99\%$ pout T_{mesure}

2 Circuit quantiques supraconducteurs

2.1 Oscillateurs LC

$$V_L = V_C \implies \phi_L = \phi_C \equiv \phi$$

$$I_L = \frac{\Phi}{L} = \frac{\phi}{L}$$

$I_C = \dot{Q} = C\dot{V} = c\ddot{\phi}$

$$I_1 + I_2 = c\ddot{\phi} + \frac{\phi}{l} = 0$$

$$\underbrace{\implies \ddot{\phi} + \omega_0^2\phi = 0}_{\text{Eq. d'Euleur-Lagrange}} \qquad \text{avec } \omega_0\sqrt{\frac{1}{LC}}$$

Le Lagrangien qui donne cette équation est

$$L = \frac{1}{2}C\dot{\phi}^2 - \frac{\phi^2}{2L} \leftrightarrow \frac{1}{2}mx^2 - \frac{1}{2}kx^2$$

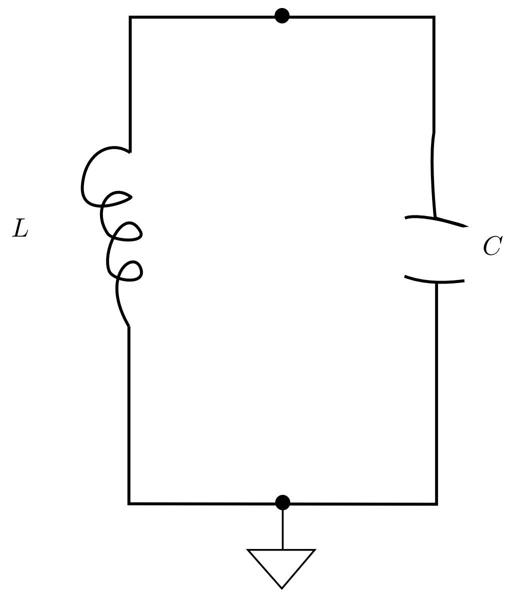


Figure 1: Circuit LC

L'Hamiltonien

$$H = \dot{\phi} q - L(\phi, \dot{\phi}) = \frac{q^2}{2c}\frac{\phi^2}{2L}$$

avec $q = \frac{\partial L}{\partial \dot{\phi}} = c\dot{\phi}$

Quantification:

$$q, \phi \rightarrow \hat{q},\ hat\phi$$

$$[A, B]_p \rightarrow \frac{1}{i\hbar}[A, B]$$

$$[\phi, q]_p = 1 \rightarrow [\hat{\phi}, \hat{q}] = i\hbar$$

On introduit les *opérateurs d'échelles* a et $a^\dagger$

$$\phi = \sqrt{\frac{\hbar Z_0}{2}}\left(a^\dagger + a\right) \qquad q = i\sqrt{\frac{\hbar}{2Z_0}}\left(a^\dagger - a\right)$$

$$H = \hbar\omega_0 \left(a^\dagger a + \frac{1}{2} \right) = \hbar\omega_o a^\dagger a$$

Valeur moyenne de ϕ dans $|0\rangle$: $\langle 0| \, \phi \, |0\rangle = 0$

La varience est non-nulle $\Delta\phi = \sqrt{\langle \phi^2 \rangle - \langle \phi \rangle^2} = \sqrt{\frac{\hbar Z_0}{2}}$

Est-ce possible d'opérer un circuit LC dans le régime quantique?

On veut $\omega_0 \gg \kappa = \frac{\omega_0}{Q}$

κ est le taux de perte d'énérgie

$$\kappa = \frac{1}{RC} \qquad Q = \omega_0 RC = \frac{R}{Z_0}$$

(pour un résistance en parallèle)

On veut que R (en parallèle) $\to 0$ pour avoir $Q \to \infty$

On veut aussi avoir $\hbar\omega_0 \gg K_B T$ afin d'éviter les excitation Harmoniques

À quoi correspondent les états $|n\rangle$

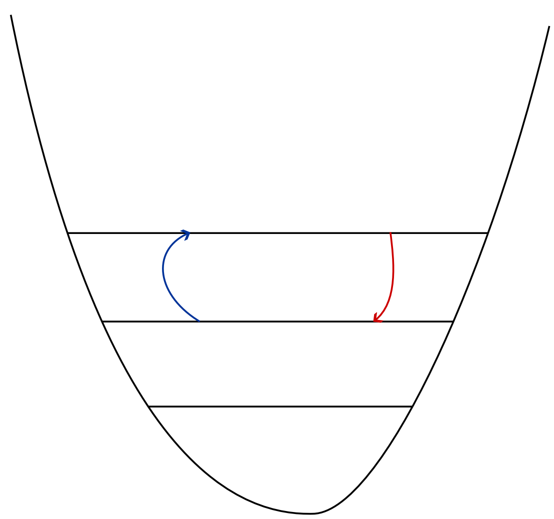


Figure 2: oscilleteur

Fluctuations quantiques du voltage

Opérateur voltage

$$q = CV \iff V = q/C$$

$$\Delta V = \sqrt{\langle 0| V^2 |0\rangle - \langle 0| V |0\rangle^2} = \sqrt{\frac{\hbar\omega_0}{2c}} \sim 2.5\mu V$$

Des micro volts c'est gros!

2.2 Hamiltonien d'un circuit: méthode des noeuds

Flux de branche: $\Phi_b(t) = \int_0^t \mathrm{d}t' V(t')$

Charge de branche: $Q_b(t) = \int_0^t \mathrm{d}t' i_b(t)$

Énérgie dans la branche b

$$E_b = \int \mathrm{d}t V_b(t) i_b(t)$$

branche capacitive

$$E_b = \cdots = \frac{1}{2} c_b \dot{\Phi}_b^2$$

branche inductive:

$$E_b = \cdots \frac{\Phi_b^2}{2L_c}$$

$\Phi_b = L_b i_b$

2023-09-05

2023-09-06

2.4 Osillateur harmonique entretenu

2023-09-12

3 Qubits supraconducteurs

3.1 Jonction Josephson

On a constaté que de piloter un circuit LC à sa fréquence de résonance génère un état cohérent (ce qui ne ressemble pas du tout à un système à deux niveau). Pour avoir un système à deux niveau on ajoute un élément non linéaire à notre circuit: la jonction josephson

3.1.1 Hamiltonien et relation de commutation

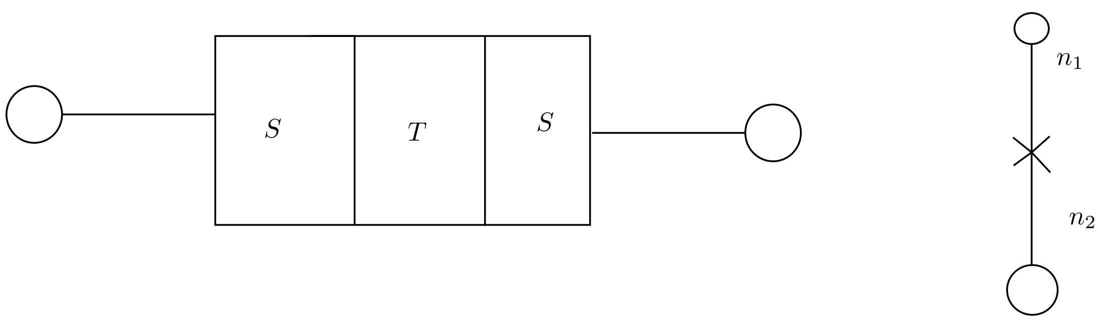


Figure 1: constitution de jj

$$n_1 + n_2 = \text{cte}$$

$$n = n_1 - n_2 \text{ peut changer par effet tunnel!}$$

<u>Description quantique</u>

Base de charge :

$$\hat{n}\,|n\rangle = n\,|n\rangle \quad n \in]-\infty, \infty[$$

Dans cette base, l'hamiltonien qui décrit l'effet tunnels de paires de cooper est

$$H_J = -\frac{E_J}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(|n\rangle\langle n+1| + |n+1\rangle\langle n|\right)$$

$E_J = \frac{h\Delta}{8e^2R_n}$ est l'énergie de Josephson

avec Δ l'énergie de gap et R_n la résitance de l'état normal

3.1.2 Base de phase

$$|\psi\rangle = \sum_{n=-\infty}^{\infty} e^{in\varphi}\,|n\rangle$$

avec $\varphi \in [0, 2\pi[$

De la même façon

$$|n\rangle = \frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi} \mathrm{d}\varphi e^{-in\varphi}\,|\psi\rangle$$

Dans cette base le Hamiltonien s'écrit

$$H_J = -\frac{E_J}{2}\sum_{n=-\infty}^{\infty}\left(\frac{1}{(2\pi)^2}\iint_0^{2\pi}\mathrm{d}\varphi\mathrm{d}\varphi' e^{-in\varphi}e^{i(n+1)\varphi'}\,|\varphi\rangle\langle\varphi'| + \mathrm{H.C.}\right)$$

$$= -\frac{E_J}{2}\frac{1}{2\pi}\int_0^{\infty}\mathrm{d}\varphi\left(e^{i\varphi} + e^{-i\varphi}\right)|\varphi\rangle\langle\varphi|$$

On introduit

$e^{i\hat{\varphi}} = \frac{1}{2\pi}\int \mathrm{d}\varphi e^{i\varphi}\,|\varphi\rangle\langle\varphi|$

qui agit sur $|n\rangle$ comme

$$e^{\pm i\hat{\varphi}}\,|n\rangle = |n \mp 1\rangle$$

$$H_g = E_J\frac{e^{i\hat{\varphi}} + e^{-i\varphi}}{2} = -E_J\cos\varphi$$

la variable $\varphi = \varphi_1 - \varphi_2$ s'interprète comme la différence de phase entre les deux côté de la jonction

3.1.3 Relation de commutation et relation constiutive

$$[e^{\pm i\hat{\varphi}}, \hat{n}] = e^{\pm i\hat{\varphi}}$$

C'est plus clair quand $\hat{\varphi}$ est dans une fonction periodique

En utilisant la représentation de Heisenberg on peut trouver comment les opérateurs évoluent

$$\frac{d\hat{\varphi}}{dt} = \frac{2e}{\hbar}\hat{V} \tag{1}$$
$$\hat{I} = I_c \sin\hat{\varphi} \tag{2}$$

$$I_c = \frac{2eE_J}{\hbar}\text{: le courant critique}$$

Le sinus est la non linéarité qu'on cherchait!

4 Transmons

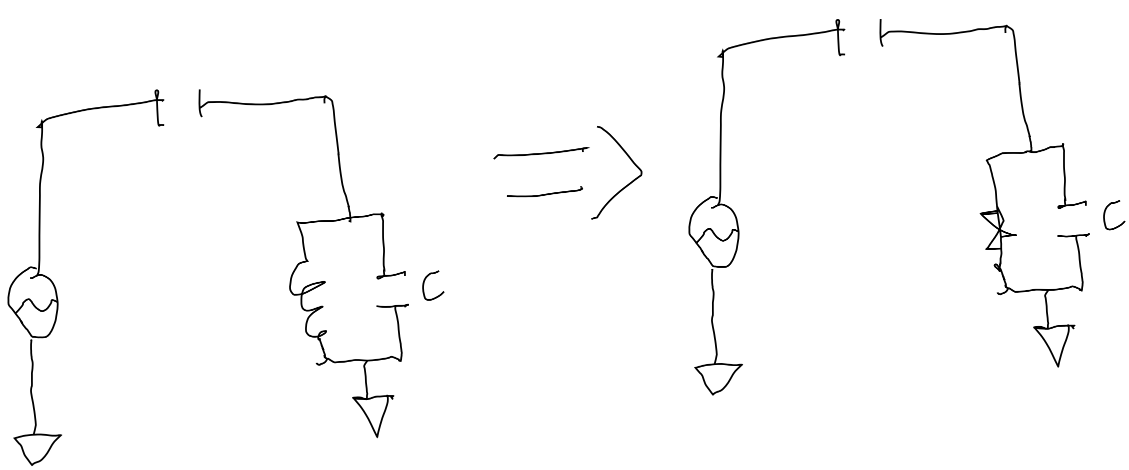


Figure 2: remplacement par une inductance non-lineaire

On remplace l'inductance par une jonction josephson qui agit dans un certain régime comme un inducteur linéaire

$$H = 4E_c\left(\hat{n} - n_g\right)^2 - E_J\hat{\varphi}$$

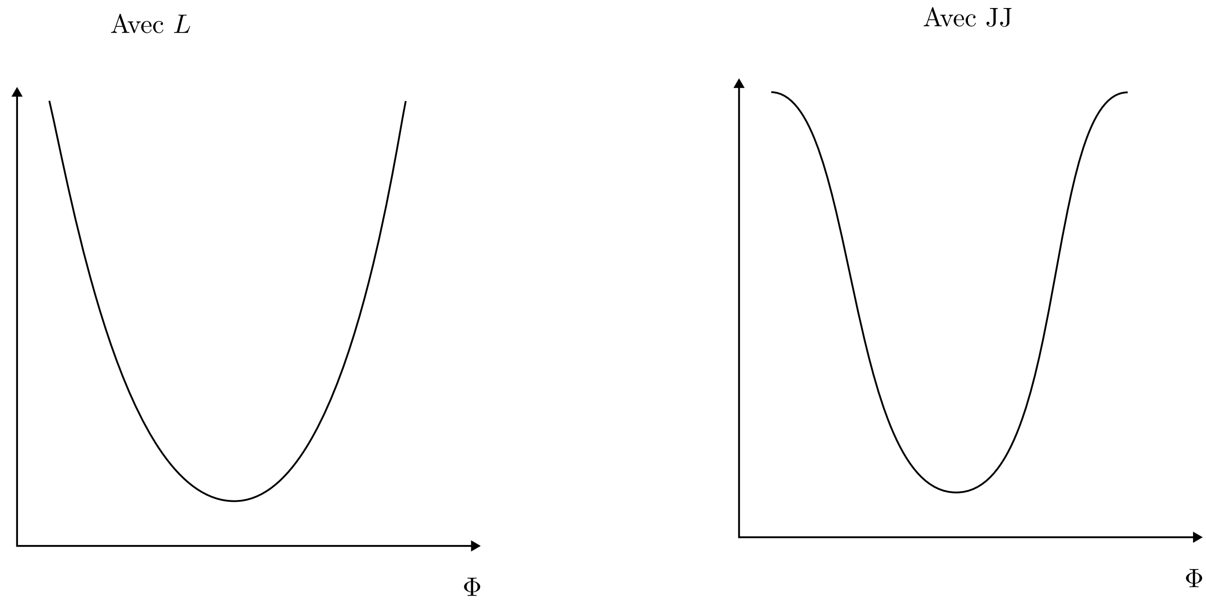


Figure 3: Energie en fonction du flux

H est controlé par un seul paramètre soit le ratio $\frac{E_J}{E_C}$. Quel ration donne le meilleur qubit? On veut une bonne anharmonicité et un bon temps de cohérence L'anharmonicité est $< alpha = E_{12} - E_{01}$

anharmonicité relative:

$$\alpha_r = \frac{\alpha}{E_{01}}$$

Temps de cohérence T_2: