Physique subatomique

Théorie quantique des champs

La QFT est une théorie très réductionniste. L'idée est de comprendre le monde à partir de l'échelle la plus petite possible.

Remarque (Historique/Paradigme)

Démocrite à la première théorie "réductionniste". Il pense que les atomes sont agencé de manière aléatoire (non divine). Il pense que tout les atomes sont différents. Un théorie qui s'y oppose est la théorie des élément qui viennent seulement en 4 types mais ou tout est continue.
Ces deux théorie on été "combinée" par Dalton qui parlait d'atome d'un nombre de type fini.
En théorie quantique des champs est très continue. Des champs émane les particules et non le contraire.

Il existe une correspondance en QFT entre les types de particules (ex. éléctrons). et les champs. Il y a deux grandes catégories de champs (particlues donc) : les fermions (qui ont un spin demi-entier) et les bosons (qui ont un spin entier). Les fermions sont beaucoup moins "classiques" que les bosons.

Familles

	Q	1	2	3
Leptons	0	ν_e	ν_μ	ν_τ
	-1	e	μ	τ
Quarks	$\frac{2}{3}$	u	c	t
	$\frac{-1}{3}$	d	s	b

Figure 1 – fermions

Il est impossible d'isoler un quark seul. On ne peut qu'observer des combinaisons de quarks.

Tout les fermions sont décris par l'équation de Dirac. Au contraire, les bosons sont décris par des théories de Gauge. Bien que ces transformation de Gauge soient présenté comme relativement peut importante dans le cadre de l'éléctromagnétiste, hot

γ Photon [EM]

W^+, Z [faible]

spin 1

g gluons [forte]

H Higgs sping 0

Graviton (Xd)

FIGURE 2 – bosons

c'est le fondement de la QFT.

Toutes les particules en QFT on une antiparticule qui leur est associé, bien que les bosons soient pour la plupart leur propre anti-particule (sauf $W^+ \leftrightarrow W^-$)

Les champ sont toujours dans leur état fondamentale, sauf lorsqu'il a des particules. L'exception à cette règle est le champ de Higgs qui a une valeur constante non-nulle.

Les masses

Remarque (unitées)

On n'utilise pas le système SI dans le cadre de la QFT. Les masses sont plutôt exprimées en MeV. On utilise également souvent les unités naturelles ($c = 1$ $\hbar = 1$). Le fait que $c = 1 \implies$ on ne fait pas de différente entre longeur et temps. $\hbar = 1 \implies E = \omega$. Comme tout peut finalement s'exprimer en énergie on prend une on peut prendre une unité d'énérgie : le MeV.

$(q, q, q) \leftrightarrow$ baryons (sont des fermions)

$$\text{proton} \to \text{uud} \sim 238\text{MeV} \sim 1\text{GeV}$$

$$\text{neutron} \to udd \sim 237MeV$$

mesons $\rightarrow q\bar{q}$ (sont des bosons)

$$\text{pions} \quad \pi^0 : u\bar{u} \quad \pi^+ : u\bar{d} \quad \pi^- : \bar{u}d$$

Les muons : on deux cents fois la masses de l'éléctron.

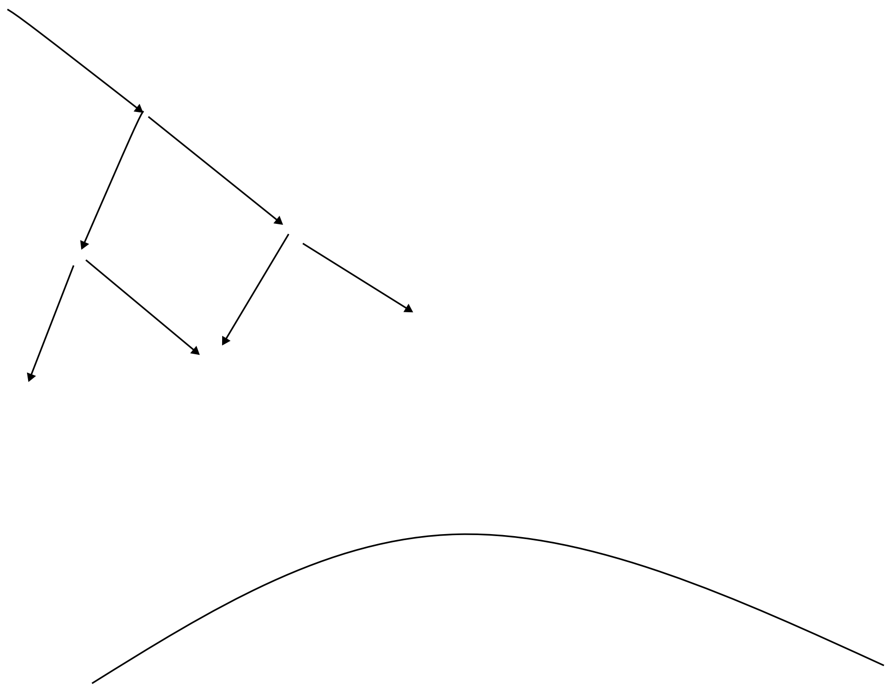

Figure 3 – pluie

Rappels sur la relativité

quadrivecteur :

$$x = (t, x, y, z)$$
$$x^\mu = [t, x, y, z]$$
$$p^\mu = [E, p]$$
$$k^\mu = [\omega, k] = \frac{1}{\hbar} p^\mu$$
$$j^\mu = [p, \vec{j}]$$
$$\partial_\mu = [\frac{\partial}{\partial t}, \boldsymbol{\nabla}]$$

$$A'^\mu = \Lambda^\mu_\nu A^\nu \text{Contravarient}$$
$$A'_\mu = (\Lambda^{-1})^\nu_\mu A_\nu \text{Covarient}$$

$$A_{mu} = g_{\nu\mu} A^\nu \qquad A^\mu = g^{\nu\mu} A_\nu$$

Où g est le tenseur métrique.

<u>Quadrivecteur :</u>

$$\partial_{mu} j^\mu(x) = \partial'_\mu j'^\mu \text{scalaire (donc invarient)}$$

Action je crois

$$S = \int_{t_i}^{t_f} \mathrm{d}t \frac{1}{2} m \mathbf{v}^2 (T) \quad \text{non-relativiste}$$

$$\to -m \int_A^V \mathrm{d}\tau = -m \int_A^B \mathrm{d}t \sqrt{1-\mathbf{v}^2} = -m \int_A^B \mathrm{d}t \{1 - \frac{1}{2}\mathbf{v}^{+} \frac{12}{\mathbf{v}^2} - \cdots\} = -m(t_B - T_a) + \frac{1}{2} \int_A^B \mathrm{d}\tau m \mathbf{v}^2 - \cdots$$

$L = -m\sqrt{1-\mathbf{v}^2}$

$$\mathbf{p} = \frac{\partial L}{\partial \mathbf{v}} = \frac{m\mathbf{v}}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2}}$$

$$H = \mathbf{p}\mathrm{d}\mathbf{v} - L = \frac{m\mathbf{v}^2}{\sqrt{1-v^2}} + m\sqrt{1-v^2} = \frac{m}{\sqrt{1-\mathbf{v}^2}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2}$$

<u>4-impulsion</u>

$p^\mu = (E, \mathbf{p}) = m u^\mu$

$$u^\mu = \frac{\mathrm{d}x^\mu}{\mathrm{d}\tau} = \left(\frac{\mathrm{d}t}{\mathrm{d}\tau}, \frac{\mathrm{d}\mathbf{r}}{\mathrm{d}\tau}\right) = \left(\frac{1}{\sqrt{1-v^2}}, \frac{\mathbf{v}}{\sqrt{1-v^2}}\right)$$

Invarient associé au quadri-vecteur

$$p^\mu p_{mu} = p^2 = E^2 - \mathbf{p}^2 = m^2 \cancelto{1}{u^2} = m^2$$
$$p^2 = m^2$$

$$\mathbf{v} = \frac{\mathbf{p}}{E}$$

masse nulle $\to p^2 = 0 \to T = |\mathbf{p}|$

$$p_\pi = (m_\pi, \mathbf{0})$$
$$p_\pi = p_\mu + p_\nu$$

$p_\nu = p_\pi - p_\mu$

$$p_\nu^2 = p_\pi^2 + p_\mu^2 - 2p_\pi p_\mu$$

$$0 = m_\pi^2 + m_\mu^2 - 2m_\pi E_\mu$$

$$E_\mu = \frac{m_\pi^2 + m_\mu^2}{2m_\pi}$$

$$E_{nu} = m_\pi - E_\mu = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi} = |\mathbf{p}_\nu| = |\mathbf{p}_\nu|$$

$$|\mathbf{v}_\mu| = \frac{m_\pi^2 - m_\mu^2}{m_\pi^2 - m_\mu^2}$$

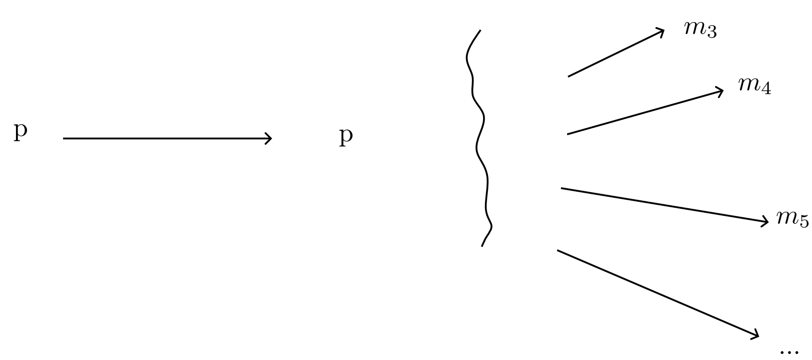

Figure 1 – proton incident

Énérgie de seuil ? (Plus d'Énérgie cinétique à la fin)

$$E = \sum_{i=3}^{N} m_i$$

$$p_1^\mu + p_2^\mu = \sum_{i=3}^{N} p_i^\mu$$

$$(p_1^\mu + p_2^\mu)^2 = \left[\sum_{i=3}^{N} p_i^\mu\right]^2 = \left(\sum_{i=3}^{N} m_i\right)^2$$

au seuil $p_i = (m_i, \mathbf{0})$

$$E_p = \frac{M_{\text{tot}}^2 - 2m_p^2}{2m_p}$$

L'énérige requise va comme le carré des masses.

Unités naturelles

$$\hbar c = 197\text{MeV}\cdot\text{fm}$$

$$\frac{\hbar c}{m_e c^2} = \frac{197\text{MeVfm}}{0,511\text{MeV}} = 400\text{fm} \quad \text{longueur d'onde de Compton}$$

Constante de structure fine

$$\alpha = \frac{e^2}{4\pi\hbar c} \sim \frac{1}{137}$$

Heaviside-Lorentz

$$\epsilon_0 = 1 \qquad \mu_0 = 1$$

$$\frac{\alpha\hbar}{m_e c} = \frac{e^2}{4\pi m_e c^2} = \text{ rayon classique de l'éléctron}$$

$$\frac{\hbar}{m_e \alpha c} = \frac{4\pi\hbar c\hbar}{e^2 m_e c} = \frac{4\pi\hbar^2}{m_e e^2} = \text{ rayon de bohr}$$

onde plane

$$\psi(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\nu}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$$

Condition au limite périodiques à l'univers (une boîte bien sûr)

$$e^{ip_x L_x} = 1$$
$$\mathbf{p} = 2\pi \left(\frac{n_x}{L_x}, \frac{n_y}{L_y}, \frac{n_z}{L_z} \right)$$

où $n \in \mathbb{Z}$

$$\Delta p_x = \frac{2\pi}{L_x} \leftrightarrow \Delta n_x = 1$$

$$\Delta p_x \Delta p_y \Delta p_z = \frac{(2\pi)^3}{L_x L_y L_z} = \frac{(2\pi)^3}{\nu}$$

$$\sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} = \nu \int \frac{\mathrm{d}P}{(2\pi)^3} f_{\mathbf{p}}$$

$$\langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = \delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \& \sum_{\mathbf{p}} |\mathbf{p}\rangle \langle \mathbf{p}| = \mathbb{1}$$

$$\langle \mathbf{r} | \mathbf{p} \rangle = \frac{1}{\sqrt{\nu}} e^{i\mathbf{p}\cdot\mathbf{r}}$$

$$\delta_{\mathbf{p}\mathbf{p}'} \to \frac{(2\pi)^3}{\nu} \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}')$$

$$\text{Normalisation continue} \begin{cases} \langle \mathbf{p}' | \mathbf{p} \rangle = (2\pi)^3 \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'') \\ \int \frac{\mathrm{d}^3 P}{(2\pi)^3} \langle \mathbf{p} | \mathbf{p} \rangle = \mathbb{1} \end{cases}$$

On a le problème que $\mathrm{d}^3 P$ n'est pas invarient de Lorentz
$\mathrm{d}^3 p \mathrm{d} p^0$ en revanche l'est

$$\mathrm{d}^3 \gamma \mathrm{d} t = \mathrm{d}^4 x = \mathrm{d}^4 x'$$

Le Jacobien

$$J = 1$$

$$\int \frac{\mathrm{d}^3 P}{(2\pi)^3} \to \int \frac{\mathrm{d}^4}{(2\pi)^3} \delta(p^2 - m) \theta(p^0)$$

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 P}{(2\pi)^3} \delta\left((p^0 - E_{\mathbf{p}})(p^0 + E_{\mathbf{p}}) \right) \Theta(p^0)$$

$$\boxed{E_{\mathbf{p}} = \sqrt{\mathbf{p}^2 + m^2} \qquad \delta(\beta x) = \frac{1}{|\beta|} \delta(x)}$$

$$\int \frac{\mathrm{d}^4 P}{(2\pi^3) 2E_p} \delta(p^0 - \underset{4}{E_p}) = \int \frac{\mathrm{d}^3 P}{(2\pi)^3 2E_p}$$

$$\text{Normalisation relativiste} \begin{cases} \int \frac{\mathrm{d}^3 P}{(2\pi)^3 2E_p} \langle \mathbf{p} | \mathbf{p} \rangle = \mathbb{1} \\ \langle \mathbf{p} | \mathbf{p}' \rangle = 2E_{\mathbf{p}} \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}'(2\pi)^2) \end{cases}$$

2022-09-08

Exercice : Effet compton

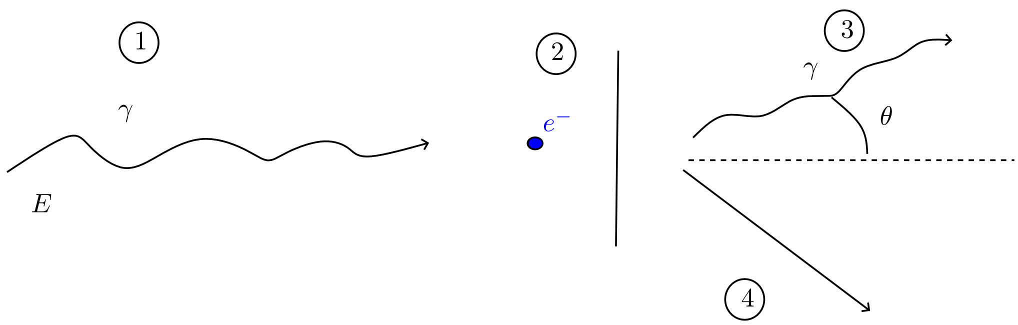

FIGURE 1 – effet compton

Formulation en termes de 4-vecteur :

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4$$

$$(p_1 + p_2 - p_3)^2 = p_4^2 = m^2$$

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + 2p_1p_2 - 2p_1p_3 - 2p_2p_3 = m^2$$

$$\boxed{p_1p_2 = p_1^0p_2^0 - \cancelto{0}{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2} = Em}$$

$$\boxed{p_1p_3 = EE' = \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 = EE' - EE'\cos\theta = EE'(1 - \cos\theta)}$$

$$0 + m^2 + 0 + 2Em - 2EE'(1-\cos\theta) - 2E'm = m^2$$
$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{m}(1-\cos\theta) - \frac{1}{E} = 0$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{|\mathbf{k}|} = \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

$$\implies \bar{\lambda}' = \bar{\lambda} + \underbrace{\frac{1}{m}}_{\bar{\lambda}_c}(1-\cos\theta)$$

Désintégration

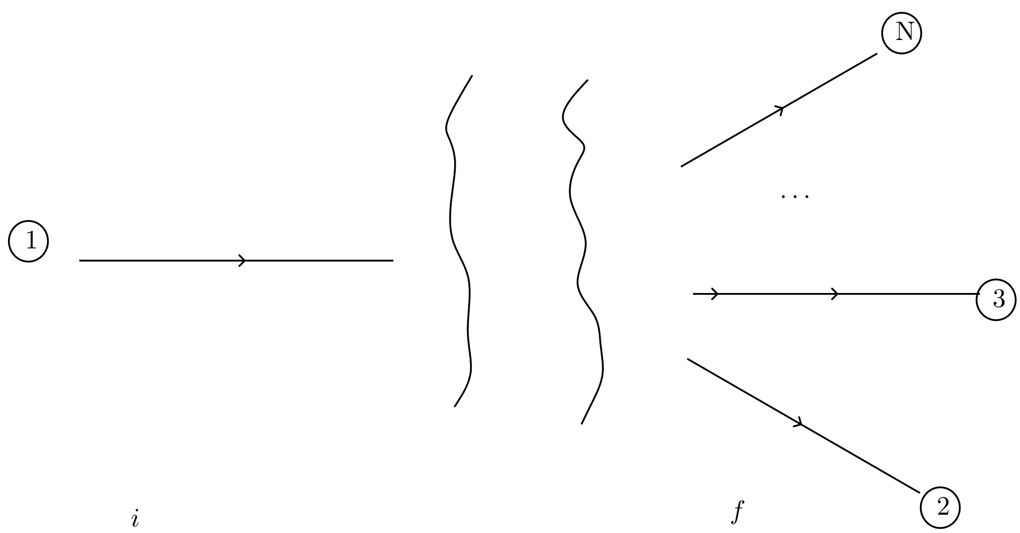

Figure 2 – Désintégration

Règle d'or de Fermi

$$\Gamma_{i\to f} = 2\pi |M_{fi}|^2 \delta(E_i - E_f)$$

$$M_{fi} = \langle f|\, V \,|i\rangle + \sum_n \frac{\langle f|\, V \,|n\rangle \langle n|\, V \,|i\rangle}{E_i - E_n + i0^+} + \sum_{n,m} \frac{\bar{f} V \,|n\rangle \langle n|\, V \,|m\rangle \langle m|\, V \,|i\rangle}{(E_i - E_0 + i0^+)\,(E - E_m + i0^+)} + \cdots$$

La désintégration est un processus irréversible car il y a beaucoup plus d'état désintégré qu'autrement $\implies \Delta S > 0$

$$\mathrm{d}\Gamma = 2\pi |M_{fi}|^2 \frac{\mathrm{d}^3 P_2}{(2\pi^3)} \frac{\mathrm{d}^3 P_3}{(2\pi^3)} \cdots \frac{\mathrm{d}^3 P_N}{(2\pi^3)} \delta(E_1 - E_2 - E_3 - \cdots - E_N)$$

$$M_{fi} = \mathcal{M} \delta_{\mathbf{p_1} - \mathbf{p_2} - \cdots}$$

$$\implies \mathrm{d}\Gamma = 2\pi |\mathcal{M}_{fi}|^2 (2\pi)^2 \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \cdots - \mathbf{p}_N) \delta(E_1 - E_2 - \cdots - E_n) \frac{\mathrm{d}^3 P_2}{(2\pi^3)} \frac{\mathrm{d}^3 P_3}{(2\pi^3)} \cdots \frac{\mathrm{d}^3 P_N}{(2\pi^3)}$$

$$= (2\pi)^4 \delta^4 (p_1 - p_2 - p_3 - \cdots - p_N) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{\mathrm{d}^3 P_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{\mathrm{d}^3 P_n}{2E_n (2\pi)^3} \frac{1}{2E_1} \qquad \text{N.C. N.R.}$$

La normalisation relativiste implique que le taux de transition est un invariant relativiste.

Désintégration à deux corps

$$\mathrm{d}\Gamma = |M_{fi}|^2 \frac{1}{2E_1} \frac{\mathrm{d}p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{\mathrm{d}^3 P_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta^4 (p_1 - p_2 - p_3)$$

Référentielle de la particule 1

$$E_1 = m_1$$

intègre sur $\mathrm{d}^3 p_3 \to \delta(\cancelto{0}{\mathbf{p}_1} - \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3)$

$$\mathbf{p_3} \to -\mathbf{p_2}$$

$$\mathrm{d}^3 p = p^2 \mathrm{d}p \mathrm{d}\Omega$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi m_1} \int p^2 \mathrm{d}p |M_{fi}|^2 \frac{\delta(m_1 - \sqrt{p^2 + m_?^2} - \sqrt{p^2 - m_?^2})}{\sqrt{}\sqrt{}}$$

Nouvelle variable d'intégration $E = \sqrt{p^2 + m_2^2} \sqrt{p^2 + m_3^2}$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi m_1} \int_{m_2 + m_3}^{\infty} \mathrm{d}E \frac{p}{E} \delta(m_1 - E) |M_{fi}|^2 = \frac{1}{8\pi m_1^2} \left. |M_{fi}|^2 \right|_{E = m_1} |\mathbf{p}_2|$$

$(m_1 > m_2 + m_3)$

Loi exponentielle

$N(t)$: Nombre de particules

$$N(t + \mathrm{d}t) = N(t) - N\Gamma\mathrm{d}t$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\Gamma N \to N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}$$

vie moyenne : $\tau \equiv \frac{1}{\Gamma}$

demi-vie : $t_{1/2} = \tau \ln 2$

$$\tau \Delta E \sim 1$$

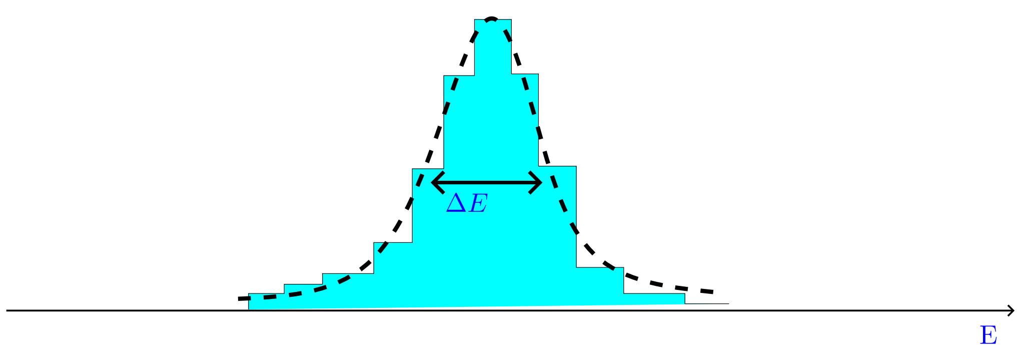

Figure 3 – histogramme avec pic

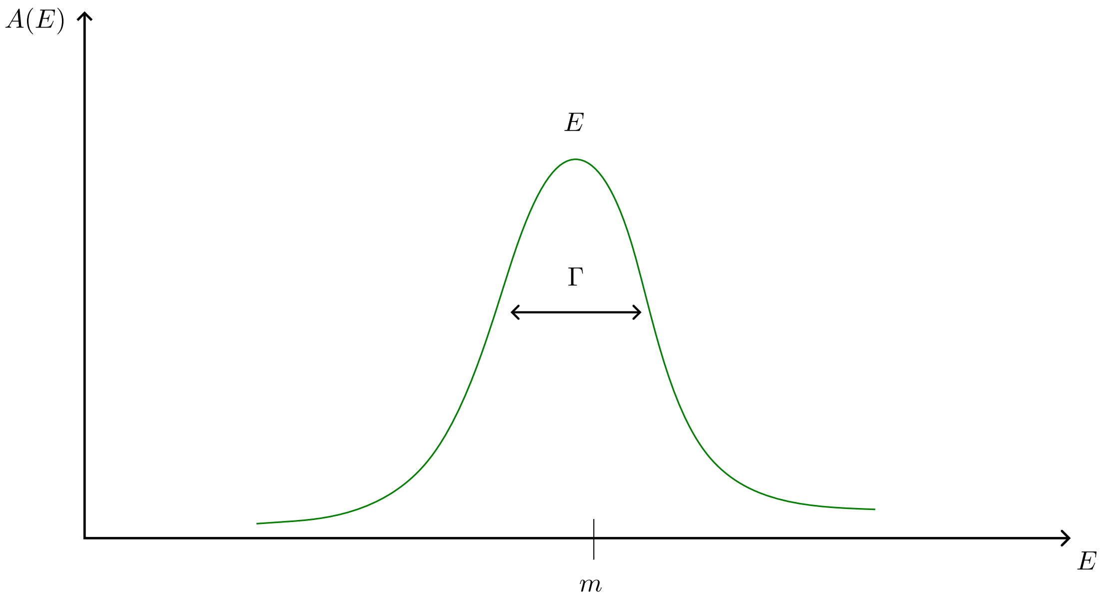

Figure 4 – blip bloup

$$A(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(E - m^2)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Section Efficace : Brève révision

$$\Phi : \text{ Flux } \quad \frac{\# \text{ de particules}}{\text{surface} \cdot \text{temps}}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \text{ Section différentiable}$$

$$\sigma = \int \mathrm{d}\Omega \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \text{ Section efficace}$$

2022-09-12

Section différentielle de diffusion

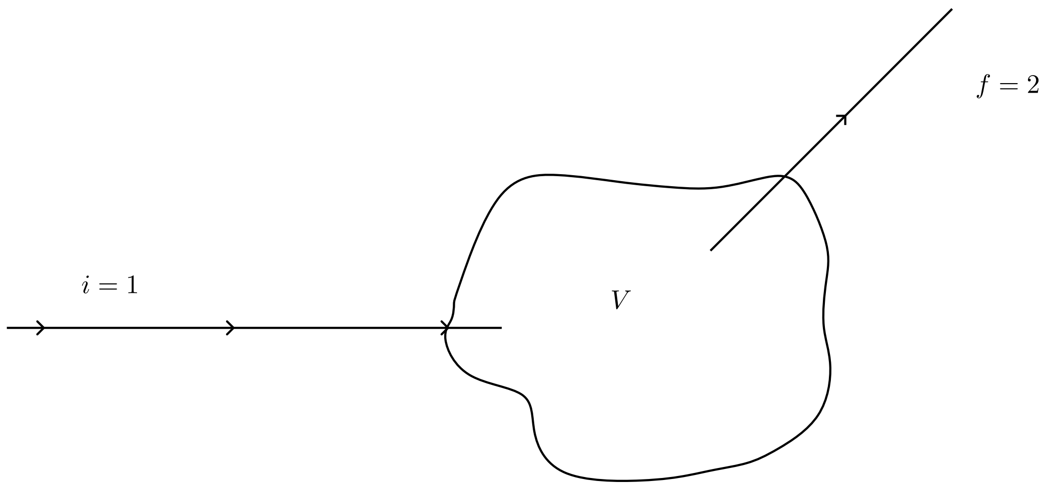

Figure 1 – diffusion par un potentiel fixe

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{\Phi}\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\Omega}$$

$$\Gamma = 2\pi\frac{1}{\nu}\int\frac{\mathrm{d}^3P_?}{(2\pi)^3}|M_{fi}|^2\delta(E_2 - E_1)$$

L'intégrale deviens, en coord sphérique :

$$\frac{1}{\nu}\int\frac{p_2^2\mathrm{d}p_2\mathrm{d}\Omega}{(2\pi)^3}$$

Non relativiste : $E_2 = \frac{p_2^2}{2m}$

$$\mathrm{d}E_2 = \frac{p_2}{m}\mathrm{d}p_2$$

$$\frac{\mathrm{d}\Gamma}{\mathrm{d}\Omega} = \frac{1}{(2\pi)^3}\nu\int|M_fi|^2p_2m\mathrm{d}E_3\delta(E_{2-E_1}) = \frac{1}{(2\pi)^3}\nu|M_fi|^2|\mathbf{p}|m$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{m}{2\pi}\right)^2 \nu^2 |M_{fi}|^2$$

$$\text{Flux : } \rho \underbrace{v}_{\text{vitesse} = \frac{|\mathbf{p}|}{m}}$$

$$M_{fi} = \langle f| V |i\rangle = \langle \mathbf{p}_2| V |\mathbf{p}_1\rangle = d^3 r \langle \mathbf{p}_2|\mathbf{r}\rangle V(\mathbf{r}) \langle \mathbf{r}|\mathbf{p}_1\rangle$$

$$= \frac{1}{\nu} \int \mathrm{d}^3 r e^{-i(\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1)\cdot \mathbf{r}}$$

$$= \frac{1}{\nu} \tilde{V}(\underbrace{\mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_1}_{\mathbf{q}=\text{tansfert de } p})$$

$$\boxed{\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{m}{2\pi}\right)^2 \left|\tilde{V}(\mathbf{q})\right|^2}$$

Exemple : Loi de Coulomb

$$V(\mathbf{r}) = \frac{e_1 e_2}{4\pi r}$$

$$\nabla^2 \phi = -\delta(\mathbf{r}) \qquad \phi(\mathbf{r}) = \frac{1}{4\pi r}$$

$$-\mathbf{q}^2 \tilde{\phi}(\mathbf{q}) = -1 \to \tilde{\phi}(\mathbf{q}) = \frac{1}{|q|^2}$$

$$\mathbf{q}^2 = \cdots 4 = \mathbf{p}^2 \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Omega} = \left(\frac{m e_1 e_2}{8\pi p^2}\right)^2 \mathrm{cosec}^4 \frac{\theta}{2}$$

$$\sigma = \int \mathrm{d}\Omega \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}\Omega} \to \infty$$

<u>distribution de charge</u>

$$V(\mathbf{r}) = \frac{e_1 e_2}{4\pi r} \to \frac{e_1 e_2}{4\pi r} \int \mathrm{d}^3 r' \frac{\rho(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$$

c'est une convolution !

$$\tilde{V}(\mathbf{q}) = \frac{1}{|\mathbf{q}|^2} \tilde{\rho}(\mathbf{q})$$

On obtiens donc un simple facteur de correction

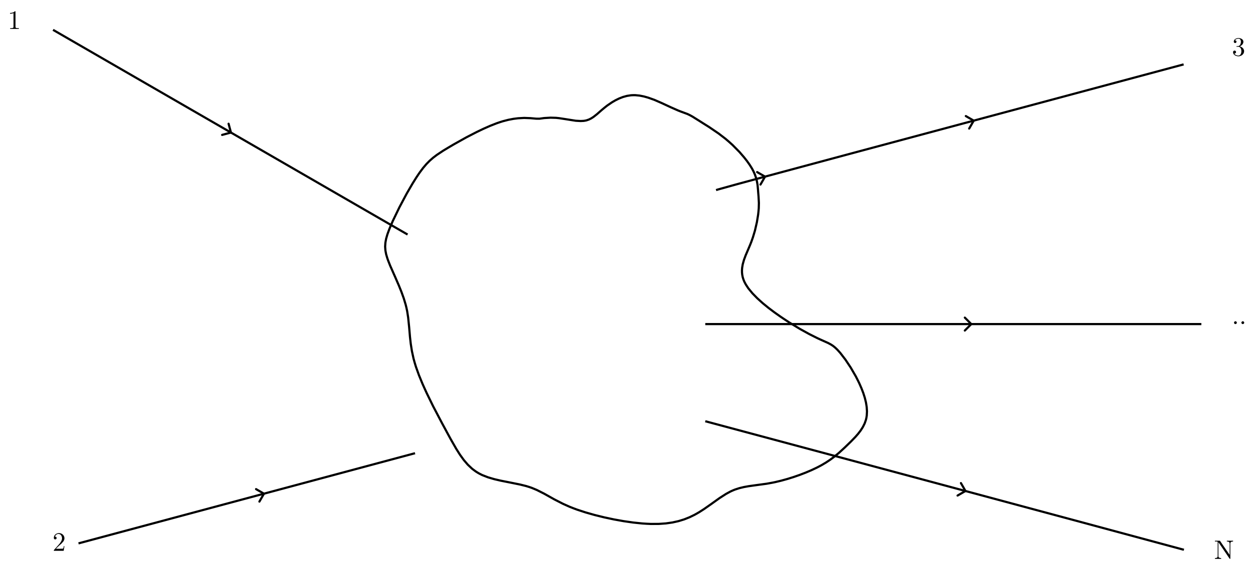

FIGURE 2 – diffusions à plusieurs particules

Diffusion à plusieurs particules

$$\mathrm{d}\Gamma = |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{\mathrm{d}^3 P}{(2\pi)^3} (2\pi)^4 \delta^4 (p_{1+p_2} - p_3 - p_4 - \cdots - p_N) \qquad \text{[N.C.]}$$

$$\text{NC} \to \text{NR} \qquad |\mathbf{p}\rangle_{\text{NC}} = \frac{1}{\sqrt{2E}} |\mathbf{p}\rangle_{\text{NR}}$$

$$\mathrm{d}\sigma = |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{E_1}{|\mathbf{p}|} \frac{\mathrm{d}^3 p_3}{(2\pi)^3} \cdots$$

On veut trouver une quanité qui est egale à $\mathbf{p}_1$ dans le référentiel du laboratoire mais est aussi un invariant

$$(\underbrace{\mathbf{p}_1}_{(E_1,\mathbf{p}_1)} \underbrace{\mathbf{p}_2}_{(m_2,\mathbf{0})})^2 - (m_1 m_2)^2$$

$$E_1^2 m_2^2 - m_1^2 m_2^2 = (E_1^2 - m_1^2) m_2^2 = \mathbf{p}_1^2 m_1^2 (m_2, \mathbf{0})$$

$$\mathrm{d} = |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{1}{4\sqrt{(p_1 p_2)^2 - (m_1 m_2)^2}} \frac{\mathrm{d}^3 p_2}{2E_3(2\pi)^3} \cdots (2\pi)^4 \delta(p_1 + p_2 - p_3 - \cdots - p_N)$$

Résonances & masse invariante

Masse invariente de N particules

$$M^2 = \underbrace{(p_1 + p_2 + \cdots + p_N)}_{p_{\text{tot}}}^{2} = (E_1 + \cdots + E_n) - (\mathbf{p}_1 + \mathbf{p}_2 + \cdots + \mathbf{p}_N)^2$$

$$\rho(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{(E-M)^2 + \left(\frac{\Gamma}{2}\right)^2}$$

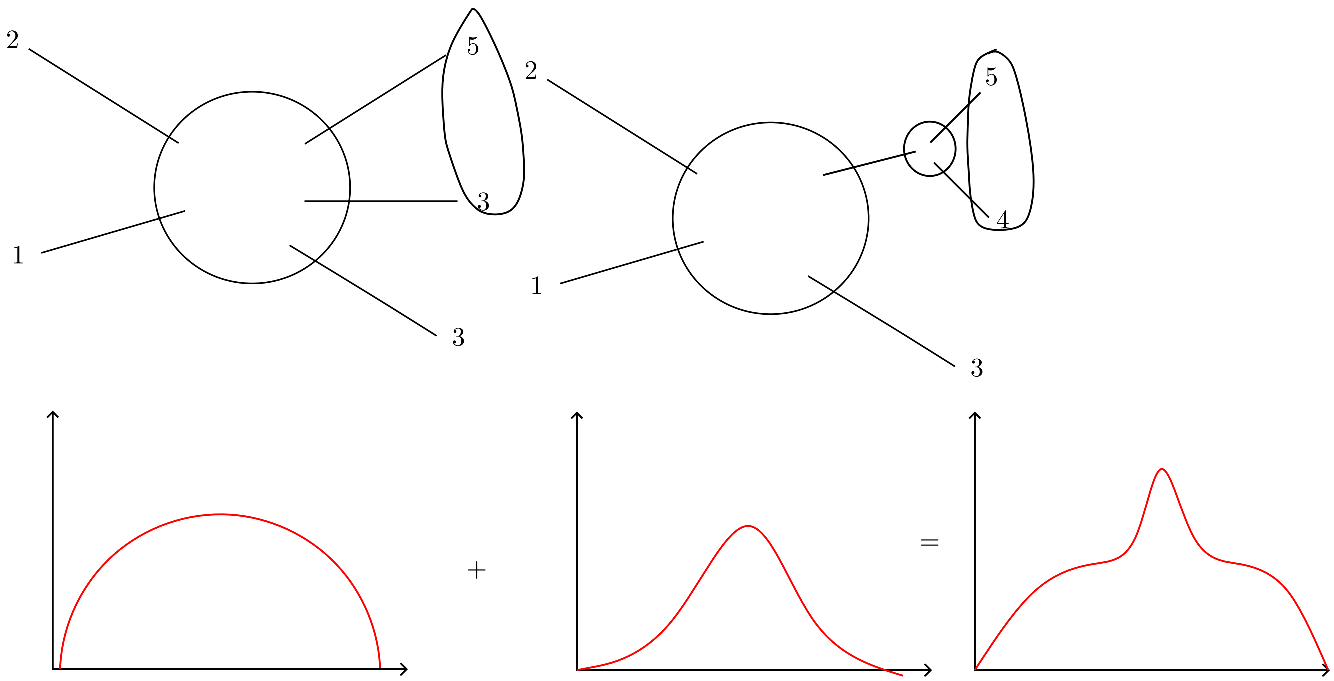

Figure 3 – Désintégration 2

Chaîne de masse μ

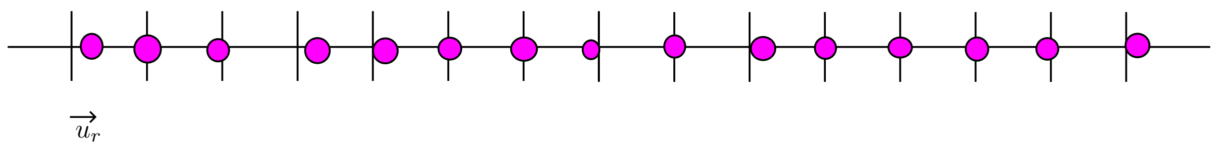

Figure 4 – Chaîne de masse

$$\mathcal{L} = \frac{1}{2}\mu \sum_{r=1}^{N} \left\{ \dot{u}_r^2 - \Omega^2 u_r^2 - \Gamma^2 \left(u_r - u_{r+1}\right)^2 \right\}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \dot{u}_r} - \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial u_r} = 0$$

On tourne la manivelle :

$$\omega_q = \sqrt{\Omega^2 + 2\Gamma^2(1 - \cos q)}$$

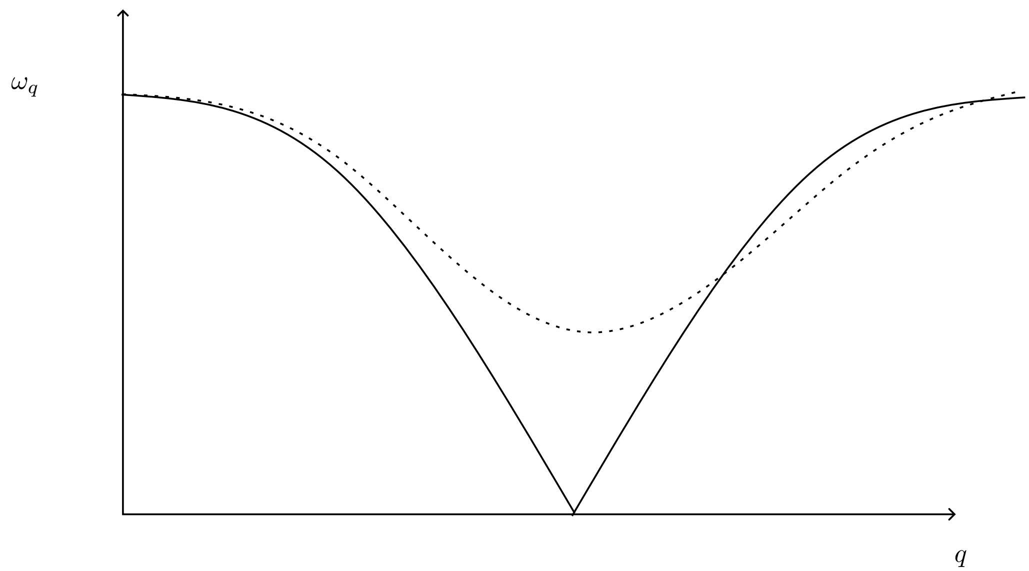

FIGURE 5 – relation de dispersion