2022-31-06

On fait un changement de géométrie

$$g_{ij} \to \alpha g_i j$$

Comment les autres quantité se transforment elles ?

$$g^{ij} = \alpha^{-1} g_{ij}$$
$$\Gamma^i_{jk} \to \Gamma^i_{jk}$$
$$R^i_{jkl} \to R^i_{jkl}$$
$$R_{ik} \to R_{ik}$$
$$R \to \alpha^{-1} R$$

Si on fait plutôt un changement de coordonnées

$$x^i \to \sqrt{\alpha} x^i$$

On obtiens

$$g^{ij} \to \alpha^{-1} g^{ij}$$
$$\Gamma^i_{jk} \to \alpha^{\frac{1}{2}} \Gamma^i_{jk}$$
$$R^i_{jkl} \to \alpha R^i_{jkl}$$
$$R_{ik} \to \alpha R_{ik}$$
$$R \to R$$

Si on fait le changement de coordonnées

isométrie (même métrique)$\begin{cases} x \to x'(x) \\ g'_{ij}(x) = g_{ij}(x) \end{cases}$

transformation infinitésimale

$$x'^i(x) = x^i + \epsilon \xi^i(x)$$

sous cette transfromation là, on a un isométrie ssi

$$g_{ik} \partial_j \xi^k + g_{jk} \partial_i \xi^k + \xi^k \partial_k g_{ij} = 0$$

$$\nabla \xi_k + \nabla_{ji} = 0$$

$$\nabla_i \xi_j = \partial_i \xi_j - \Gamma_{jk}{}^k \xi_k$$