2023-10-31

5 système quantiques ouverts

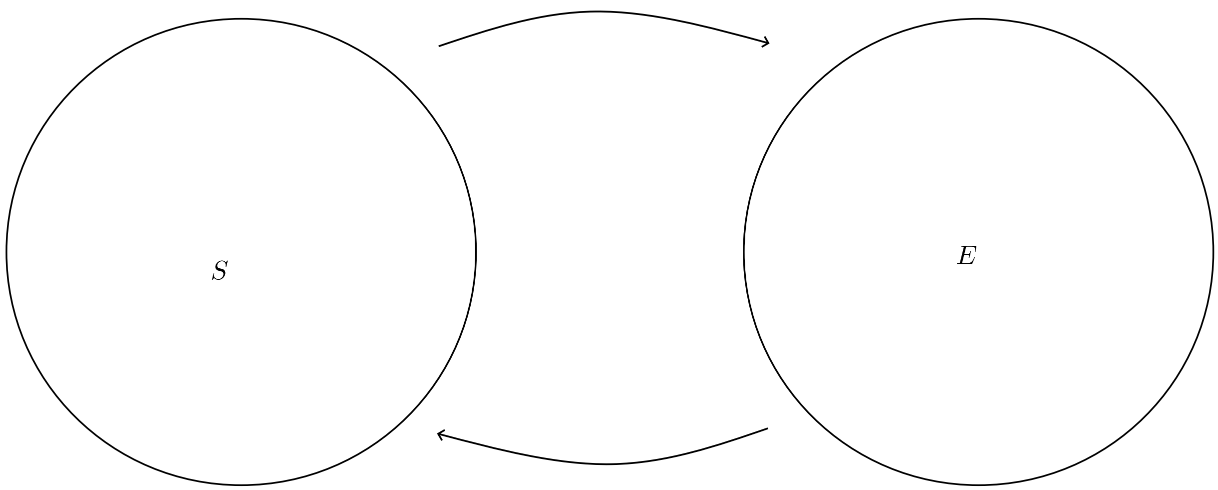

Figure 1: systeme en interaction avec un bain

5.1 Matrices densité

On s'imagine avoir préparer l'état dans $|+\rangle$

Après un mesure dans le base z quel est l'état?

$|\psi_p\rangle = \sqrt{1-p}\,|0\rangle + \sqrt{p}\,|1\rangle$?

Évidement pas, c'est l'état avant la mesure.

Ce qu'on mesure est une valeur moyenne

$\left\langle \hat{O} \right\rangle = \langle\psi|\,\hat{O}\,|\psi\rangle$

Normalement si à chaque préparation on obtiens $|\psi_i\rangle$ est obtenue avec poids p quel est $\left\langle \hat{O} \right\rangle$?

$$\left\langle \hat{O} \right\rangle = \sum_i p_i \langle \psi_i | \hat{O} | \psi_i \rangle = \mathrm{Tr}\left(p\hat{O} \right)$$

Si on a une connaissance parfaite pour un i alors $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$

$$\implies \mathrm{Tr}(\rho) = 1$$

5.1.1 États purs et mixte

Si on a l'info complète sur le système $\rho = |\psi\rangle\langle\psi|$

C'est un **état pur**

un état mixte

$$\rho = \sum_i p_i \langle \psi | \psi \rangle$$

Les états sont tels que $\rho^2 = \rho \implies \mathrm{Tr}\,\rho^2 = \mathrm{Tr}\,\rho = 1$

Pour les états mixtes $\mathrm{Tr}\,\rho^2 = \mathrm{Tr} \sum_i p_i^2 |\psi_i\rangle\langle\psi_i| = \sum_i p_i^2 \leq 1$

Exemples

1. $|0\rangle \to |0\rangle\langle 0|$
2. $|+\rangle \to |+\rangle\langle +| = \frac{1}{2}\left(|0\rangle\langle 0| + |0\rangle\langle 1| + |1\rangle\langle 0| + |1\rangle\langle 1|\right)$
3. État mixte de $|+\rangle$ et $|-\rangle$

$$\rho = \frac{1}{2} |+\rangle\langle +| + \frac{1}{2} |-\rangle\langle -|$$

5.1.2 État mixtes depuis état purs intriquées

Bob ne se fait donner le second qubit qu'à la fin et ne sait pas le circuit qui à été appliqué!

Bob mesure l'opérateur $\hat{O}_B$, sa valeur moyenne est

$$\left\langle \hat{O}_b \right\rangle = \langle \psi | \mathbb{1}_A \otimes \hat{O}_b | \psi \rangle$$

$$\left\langle \hat{O}_b \right\rangle = \mathrm{Tr}\left(\mathbb{1}_A \otimes \hat{O}_b |\psi\rangle\langle\psi| \right) = \sum_b \langle b | \hat{O}_b \rho_b | b \rangle$$

où $\rho_b = \sum_a |a\rangle\langle\psi| \, |\psi\rangle\langle a|$

$$\left\langle \hat{O}_B \right\rangle = \mathrm{Tr}_B(\rho_B \hat{O}_B$$

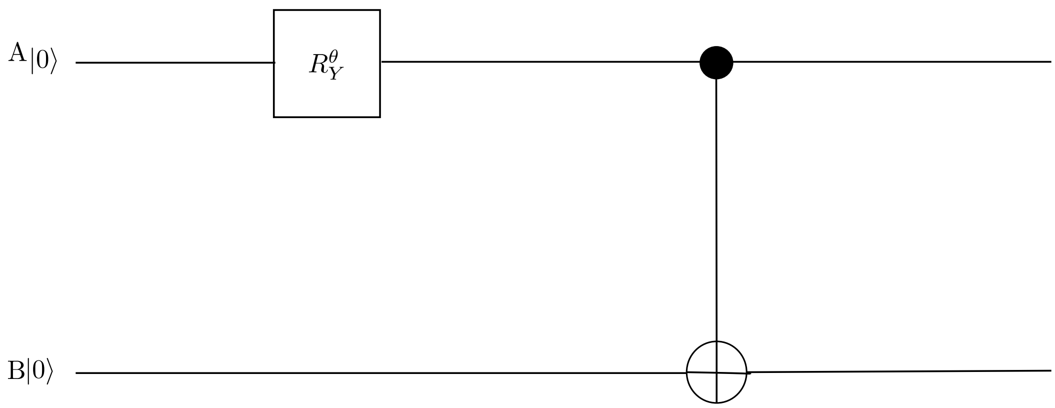

Figure 2: Intrication rhoooo