

Transformation de Fourier Quantique

DFT

$$\begin{aligned}\mathbb{C}^n &\rightarrow \mathbb{C}^n \\ \mathbf{x} &\rightarrow \mathbf{y}\end{aligned}$$

$$y_k = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{j=0}^{N-1} x_j e^{\frac{2\pi i j k}{N}}$$

QFT :

$$\text{QFT} |j\rangle = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{k=0}^{N-1} e^{\frac{2\pi i j k}{N}} |k\rangle$$

L'action sur un état arbitraire est donc

$$\text{QFT} |\psi\rangle = \text{QFT} \left(\sum_{j=0}^{N-1} x_j |j\rangle \right) = \sum_{k=0}^{N-1} y_k |k\rangle$$

avec \mathbf{y} la DFT des \mathbf{x} donné plus haut

On va utiliser $R_k = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{-i2\pi/2^n} \end{pmatrix}$

Ex :

$$Z = R_1 \qquad S = R_2 \qquad T = R_3$$

