

1 (Rappel) Électromagnétisme classique

On s'intéresse d'abord à développer la théorie du magnétisme en physique classique. Cette théorie échoue à décrire correctement le magnétisme. En effet il faut la mécanique quantique pour le faire. Par contre le formalisme développé en quantique reste utile.

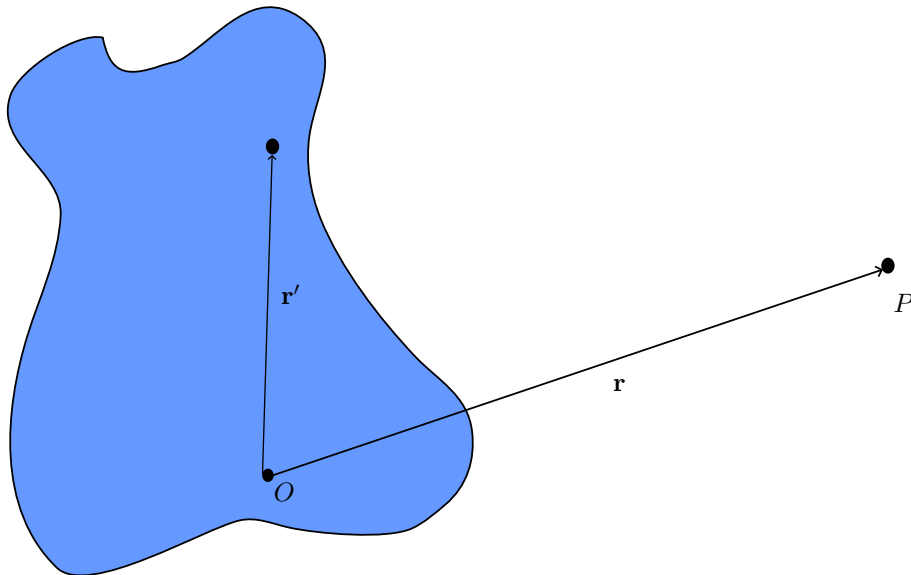


FIGURE 1 – densité de courant

On a la loi suivant pour obtenir le champ magnétique

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3 r' \quad (\text{Biot-Savard})$$

Qu'on peut réécrire comme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r'$$

Puisque $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r'$$

Pas de monopoles magétiques :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \nabla \times \nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r' = \dots$$

On developpe $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{|\mathbf{r}|} + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}|^3} + \dots$$

Le premier terme non-nul est le terme dit *dipolaire*

$$A_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \sum_{i,j} \hat{n}_i r_j \int r'_j J_i d^3 r' = \dots = -\frac{1}{c} \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \sum_i \hat{n}_i \frac{1}{2} \left[\mathbf{r} \times \int (\mathbf{r}' \times \mathbf{J}) \right]_i d^3 r'$$

On définit alors la densité de moment dipolaire comme

$$\mathcal{M}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2c} \mathbf{r} \times \mathbf{J}(\mathbf{r})$$

Ce qui permet de réécrire

$$\mathbf{A}_{\text{dip}} = -\frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \times \int \vec{\mathcal{M}}(\mathbf{r}') d^3 r' \equiv \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

Le moment magnétique peut se réécrire de la forme

$$\mathbf{m} = \sum_i \gamma_i \mathcal{L}_i$$

avec \mathcal{L}_i le moment cinétique et $\gamma_i = \frac{q_i}{2M_i c}$ le facteur gyromagnétique

2024-01-16

On poursuit sur le Magnétisme quantique

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \gamma \mathbf{L} \cdot \mathbf{H} + \frac{e^2}{2mc^2} \mathbf{A}^2$$

Comment faire apparaitre le spin 1/2

L'équation de Shordinger n'est pas invariante de Lorentz

L'idée de Dirac, prendre un H linéaire en p mais dont le carré redonne $E = p^2 c^2 + m^2 c^4$

On pose la forme

$$H = c \vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta m c^2$$

$$= c^2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j p_i p_j + \beta^2 + \dots$$

C'est impossible de trouver des matrices 2x2 qui fonctionne, on prends donc des matrices 4x4

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \Phi \end{pmatrix}$$

On rajoute le champ mangétique dans l'équation par $\mathbf{P} \rightarrow \mathbf{P} - \frac{e}{c} \mathbf{A}$

Magnétisme quantique

$$Z = \text{tr } e^{-\beta H} = \sum e^{-\beta E} = \sum \langle e \rangle \quad \text{ensemble canonique}$$

On considère que les spins vivent sur un réseau.

On néglige l'interaction avec les spins ?? (Je sais pas ce que ça veut dire, spin-spin surement)

On considère que le champ magnétique externe est constant