

# 1 (Rappel) Électromagnétisme classique

On s'intéresse d'abord à développer la théorie du magnétisme en physique classique. Cette théorie échoue à décrire correctement le magnétisme. En effet il faut la mécanique quantique pour le faire. Par contre le formalisme développé en quantique reste utile.

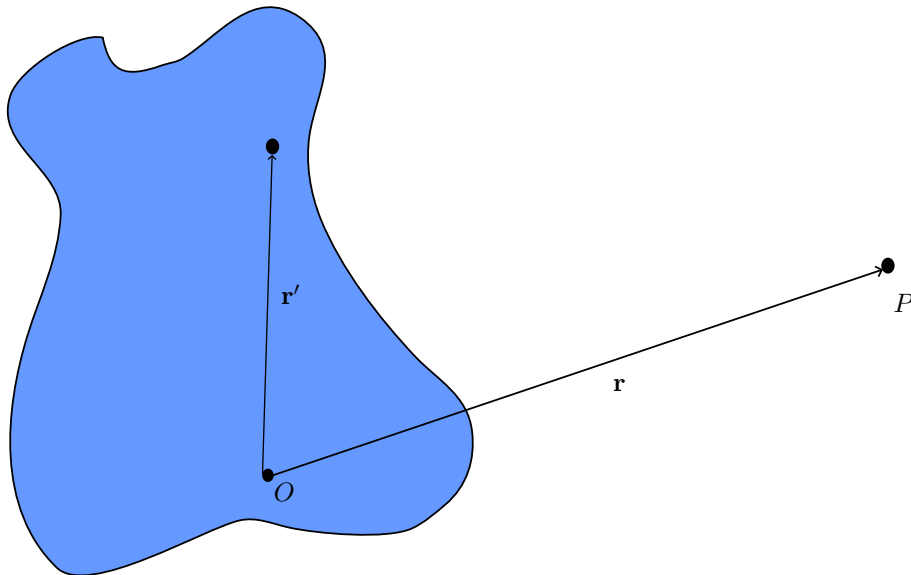


FIGURE 1 – densité de courant

On a la loi suivant pour obtenir le champ magnétique

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \int \mathbf{J}(\mathbf{r}') \times \frac{\mathbf{r} - \mathbf{r}'}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|^3} d^3 r' \quad (\text{Biot-Savard})$$

Qu'on peut réécrire comme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r'$$

Puisque  $\mathbf{B} = \nabla \times \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c} \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r'$$

Pas de monopoles magétiques :

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \nabla \times \nabla \times \int \frac{\mathbf{J}(\mathbf{r}')}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} d^3 r' = \dots$$

On developpe  $\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|}$

$$\frac{1}{|\mathbf{r} - \mathbf{r}'|} = \frac{1}{|\mathbf{r}|} + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}|^3} + \dots$$

Le premier terme non-nul est le terme dit *dipolaire*

$$A_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \sum_{i,j} \hat{n}_i r_j \int r'_j J_i d^3 r' = \dots = -\frac{1}{c} \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \sum_i \hat{n}_i \frac{1}{2} \left[ \mathbf{r} \times \int (\mathbf{r}' \times \mathbf{J}) \right]_i d^3 r'$$

On définit alors la densité de moment dipolaire comme

$$\mathcal{M}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2c} \mathbf{r} \times \mathbf{J}(\mathbf{r})$$

Ce qui permet de réécrire

$$\mathbf{A}_{\text{dip}} = -\frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \times \int \vec{\mathcal{M}}(\mathbf{r}') d^3 r' \equiv \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

Le moment magnétique peut se réécrire de la forme

$$\mathbf{m} = \sum_i \gamma_i \mathcal{L}_i$$

avec  $\mathcal{L}_i$  le moment cinétique et  $\gamma_i = \frac{q_i}{2M_i c}$  le facteur gyromagnétique