‘Opérateur vectoriles

$\vec{v}$ est vectoriel si $[v_{,\mathrm{i}}, V_j] = i\hbar\epsilon_{\mathrm{ijk}}$

sous-espace : $\mathcal{E}(k,j) = \{|k,j,m\rangle\,, m = -j, \cdots, j\}$

$$P_{\mathcal{E}} = \sum_{-j}^{j} |k,j,m\rangle\langle k,j,m|$$

$$\boxed{P_{\mathcal{E}}\vec{v}P_{\mathcal{E}} = \alpha P_{\mathcal{E}}\vec{J}P_{\mathcal{E}}}$$

On considère $P_{\mathcal{E}}^2\vec{J}\cdot\vec{v}$

$$= P_{\mathcal{E}}\vec{J}P_{\mathcal{E}}\vec{v}P_{\mathcal{E}} = \alpha P_{\mathcal{E}}\vec{J}\cdot\vec{J}P_{\mathcal{E}} \equiv \alpha$$

$$\Longrightarrow <\vec{J}\cdot\vec{v}>_{\mathcal{E}(k,j)} = \alpha j(j+1)\hbar^2$$

<u>Application</u> Multiplet des spins et facteur de ? ? ?

Atomes à plusieurs éléctrons

$$\vec{L} = \sum_{i=1}^{z}\vec{L}_i \quad \vec{S} = \sum_{i=0}^{z}\vec{S}_i$$

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}$$

$$\mathcal{E}(k,j) \to \mathcal{E}(E_0, L, S, J) \to \{|E_0, L, S, J, M\rangle \quad J \geq M \geq -J\}$$

champ mangétique

$$H = H_0 - \gamma\sum_{i=1}^{z}\left(\vec{L}_{\mathrm{i}} + g\vec{S}_i\right)\cdot\vec{B}$$

dans $\mathcal{E}(E_0, L, S, J) : P_{\mathcal{E}}\left[-\gamma\left(\vec{L} + g\vec{S}\right)\right]P_{\mathcal{E}} = -\gamma\alpha_L\vec{J} - \gamma g\alpha_s\vec{J}$

On remplace $\vec{L}$ et $\vec{S}$ par $\alpha\vec{J}$ dans le Hamiltonien

On réécrit les αs en fonction de produit scalaires.

Les produits scalairs impliquent de calculer :

$$< \vec{L}^2 >_{\epsilon}= L(L+1)\hbar^2 \quad < \vec{L}\cdot\vec{S} >_{\epsilon_0}=?$$

Si $\vec{L}+\vec{S}=\vec{J} \implies \vec{J}^2=\vec{L}^2+\vec{S}^2+2\vec{S}\cdot\vec{L} \implies \vec{L}\cdot\vec{S}=\frac{1}{2}\big(J^2-L^2-s^2\big)$

On a finalement que

$$H = H_0 - \gamma g_{\mathrm{L}}\vec{J}\cdot\vec{B} \quad \text{dans } \mathcal{E}(E_0, L, S, J)$$

Si $\mathbf{B}$ est orienté en z on trouve

$$H = H_0 - \gamma g_{\mathrm{L}} J_{\mathrm{z}} B \implies H\left|E_0, L, S, J, M\right\rangle = (H_0 - \gamma g_{\mathrm{L}} M\hbar B)\left|E_0, L, S, J, M\right\rangle$$

Théorie des parturbation

En général,

$$H\left|\psi\right\rangle = E\left|\psi\right\rangle$$

n'est pas soluble exactement.

On prend

$$H = \underbrace{H_0}_{\text{soluble}} + \underbrace{W}_{\ll H}$$

$$H_0\left|\varphi_n\right\rangle = E_n^0\left|\varphi_n\right\rangle \quad \langle\varphi_n|\varphi_n'\rangle = \delta_{nn'}$$

on pose $w = \lambda\bar{w} \quad \lambda \ll 1$

On postule

$$E = E_n^0 + \lambda E^{(1)} + \lambda^2 E^{(2)} + \cdots$$
$$\left|\psi\right\rangle = \left|\varphi_n\right\rangle + \lambda\left|\varphi^{(1)}\right\rangle + \lambda^2\left|\varphi^{(2)}\right\rangle + \cdots$$

Choix :

$$\langle\varphi_n|\psi\rangle = 1 = \underbrace{\langle\varphi_n|\varphi_n\rangle}_{1} + 0 + 0 + \cdots$$

$$\big(H_0+\lambda\bar{W}\big)\Big[\left|\varphi_n\right\rangle + \lambda\left|\varphi^{(1)}\right\rangle + \lambda^2\left|\varphi^{(2)}\right\rangle + \cdots\Big] = \Big(E_{\lambda^0} + \lambda E^{(1)} + \lambda^2 E^{(2)} + \cdots\Big)(\left|\varphi_n\right\rangle + \lambda\left|\varphi^{(1)}\right\rangle + \lambda^2\left|\varphi^{(2)}\right\rangle + \cdots)$$

$$O(\lambda^0): \quad H_0\left|\varphi_n\right\rangle = E_n^0\left|\varphi_n\right\rangle$$
$$O(\lambda^1): \quad H_0\left|\varphi^{(1)}\right\rangle + \bar{W}\left|\varphi_n\right\rangle = E_n^0\left|\varphi^{(1)}\right\rangle + E^{(1)}\left|\varphi\right\rangle \implies \cdots \implies E^{(1)} = \left\langle\varphi_n\right|\bar{W}\left|\varphi_n\right\rangle$$

$$O(\lambda^2): \quad H_0 \left|\varphi^{(2)}\right\rangle + \bar{W}\left|\varphi^{(1)}\right\rangle = E_n^{?}?+?+? \implies \cdots$$

Bon, je note pas tout ça, je l'ai déjà fait une fois, pas une deuxième

$$\implies \left|\varphi^{(1)}\right\rangle = \sum_{g_n}\sum_{m\neq n} \frac{|\varphi_m\rangle \langle\varphi_m| \bar{W} |\varphi_n\rangle}{E_n^0 - E_m^0}$$

$$\implies E^{(2)} = \sum_{g_n}\sum_{m\neq n} \left\| \frac{\langle\varphi_n| \bar{W} |\varphi_n\rangle}{E_n^0 = E_m^0} \right\|^2$$