Théorie des perturbation dépendante du temps

$$H = H_0 + W(t)$$

$$W(t) = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ W(t), t \geq 0 \end{cases}$$

$$H_0 \left|\varphi_n\right\rangle = E_n \left|\varphi_n\right\rangle \qquad \text{connu}$$

$$\left|psi(t < 0)\right\rangle = \left|\varphi_i\right\rangle \qquad (E_i)$$

Grâce à la perturbation, l'état vas se prommener dans l'espace des états. Le vecteur d'état va avoir un recouvrement non-nul avec d'autre vecteur d'état. On peut voir ça comme un enchevêtrement.

$$\mathcal{P}_{i \to f} = \left|\left\langle\varphi_f\middle|\psi(t)\right\rangle\right|^2$$

Où $\psi(t)$ est régie par l'équation de Shrödinger.

$$i\hbar \frac{d}{dt} \left|\psi(t)\right\rangle = H(t) \left|\psi(t)\right\rangle$$

Exemples
- Effet photoéléctrique voir 1
- Diffusion par un pontentiel

Equation de Shrödinger et opérateur d'évolution

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \left|\varphi(t)\right\rangle = H(t) \left|\varphi(t)\right\rangle$$

$$\left|\varphi(t + \mathrm{d}t)\right\rangle = \underbrace{\left(\mathbb{1} - \frac{i}{\hbar} \mathrm{d}t H(t) \mathrm{d}t\right)}_{\equiv U(dt) \text{opérateur d'évolution}} \left|\varphi(t)\right\rangle$$

$$U(t + \mathrm{d}t) \left|\psi(0)\right\rangle = U(\mathrm{d}t) \left|\psi(t)\right\rangle$$

$$U(t + \mathrm{d}t) = U(\mathrm{d}t) U(t)$$

$$U(t + \mathrm{d}t) = \left(\mathbb{1} - \frac{i}{\hbar} H(t) \mathrm{d}t\right) U(t)$$

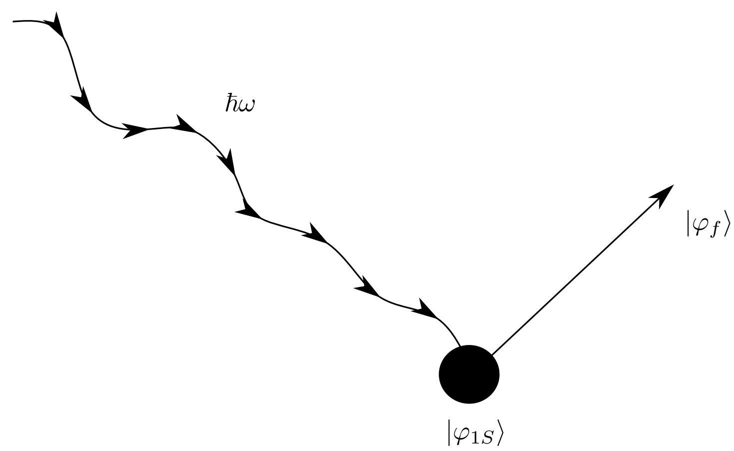

FIGURE 1 – Effet photoéléctrique

$$\frac{U(t+\mathrm{d}\,t)-U(t)}{\mathrm{d}\,t}=\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}=-\frac{i}{\hbar}U(t)$$

$$\boxed{i\hbar\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}=H(t)U(t)}$$

$$U^{\dagger}(\mathrm{d}t)U(\mathrm{d}t)=\mathbb{1}\qquad\text{(unitaire)}$$

<u>Représentation d'interaction</u>

$$U_I(t)\equiv U_0^{\dagger}(t)U(t)$$

$$U_0(t)=e^{\frac{H_0 t}{\hbar}}$$

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}U_I}{\mathrm{d}t}=i\hbar\frac{\mathrm{d}U_0^+}{\mathrm{d}t}U(t)+i\hbar U_u^+\underbrace{\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}}_{H(t)U(t)}$$

=??????????????Résolution de merde

$$= -H_0 U_0^\dagger U(t) + U_0^+ (H_0 + W)$$

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}U_I}{\mathrm{d}t} = U_0^\dagger W(t) U(t) = U_0^\dagger W(t) U_0 \cdots$$

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}U_I}{\mathrm{d}t} = \underbrace{U_0^\dagger(t) W(t) U_0(t)}_{W_I(t)} U_I(t)$$

$$\mathcal{P}_{i\to f} = \left| \langle \varphi_f | \underbrace{U(t)}_{U_0(t)U_I(t)} |\psi(0)\rangle \right|^2$$

$$U_0^\dagger U(t) \Big|_{t=0} = \mathbb{1}$$

$$U_0^{(\dagger)} = e^{(\dagger) - \frac{H_? t}{\hbar}}$$

$$\int \mathrm{d}U_I(t) = -\frac{1}{i\hbar} \int_0^t W_I(t') U_I(t') \mathrm{d}t'$$

$$U_I(t) = \mathbb{1} - \frac{i}{\hbar} \int_0^t W_i(t') U_I(t') \mathrm{d}t'$$

Ordre 0 : $W_I = 0$

$$U_I^(\dagger) = \mathbb{1}$$

Ordre 1 : $U_I^(?)(t)$

$$U_I(T) = \underbrace{\mathbb{1}}_{U_I^{(0)}} \underbrace{- \frac{i}{hbar} \int_0^t W_I(t) \mathrm{d}t'}_{U_I^(1)(t)}$$

Ordre 2 :

$$U_I(t) \mathbb{1} - \frac{i}{\hbar} \int_0^t W_I(t') \left[\mathbb{1} \frac{i}{\hbar} \int_0^{t'} W_I(t") \mathrm{d}t" \right] \mathrm{d}t'$$

$$U_I(t) = \mathbb{1} - \frac{i}{\hbar}\int_0^t W_I(t')\mathrm{d}t' + \underbrace{\frac{i^2}{\hbar^2}\int_0^t\int_0^{t'} W_I(t')W_I(t")\mathrm{d}t'\mathrm{d}t}_{U_I^(1)(t)} + \cdots$$

$$U_I^{(n)} = \left(\frac{i}{\hbar}\right)^n \int_0^t \cdots \int_0^{t_n} W_I(t_1)\cdots W_I(t_n)\mathrm{d}t_1\cdots\mathrm{d}t_n$$

$$\begin{aligned}\mathcal{P}_{i\to f} &= |\langle\varphi_f|\psi(t)\rangle|^2\\ &= |\langle\varphi_f|\,U(t)\,|\psi(t)\rangle|^2\\ &= \left|\langle\varphi_f|\,U_0\left(\mathbb{1}\sum_n U_I^{(n)}\right)|(t)\rangle\right|^2\\ &= |\text{impossble de lire le reste, la qualité viens de baisser}|\end{aligned}$$

Ordre 1 :

$$\mathcal{P}_{i\to f}(t) = \frac{1}{\hbar^2}\left|\langle\varphi_f|\int_0^t W_I(t)\mathrm{d}t\,|\varphi_i\rangle\right|^2$$

$$= \frac{1}{\hbar^2}\left|\int_0^t U\right|^2$$

Fuck Teams, bitrate de 2 μb/s

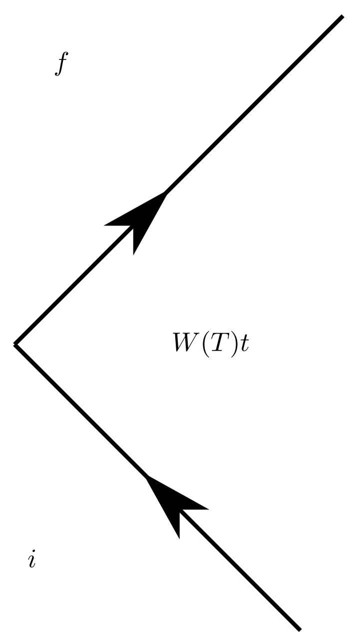

FIGURE 2 – Représentation schématique