2024-02-27

# Fonctionnelle Ginzburg-Landau, fluctuations gaussiennes

$$\Gamma = \Gamma^0 - \sum_{<ij>} J_{ij}\bar{M}_i\bar{M}_j + \frac{1}{\beta}\sum_i \left\{\frac{1}{2}\bar{M}_i^2 + \frac{1}{12}\cdots\right\}$$

On fait un carré parfait avec le premier terme

$$\underbrace{-\sum_{<ij>} J'_{ij}\bar{M}_i\bar{M}_j + \sum_{<ij>} J'_{ij}\bar{M}_i^2 - \sum_{<ij>} J'_{ij}}\,\bar{M}_i^2$$

$$\rightarrow \frac{1}{2}\sum_{<ij>} J'_{ij}\left(\bar{M}_i - \bar{M}_j\right)^2$$

$$\implies \Gamma = \Gamma^0 + \frac{1}{2}\sum_{<ij>} J'(\bar{M}_i - \bar{M}_j)^2 + \sum_i \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 2J'\right)\bar{M}_i^2 + \frac{k_B T}{12}\bar{M}_i^4 + \cdots\right]$$

$$\frac{1}{2}\sum_{<ij>} J'_{ij}\left(\bar{M}_i - \bar{M}_j\right)^2 \rightarrow \sum_{i,\hat{r}} \frac{1}{2}J'\left(\bar{M}(\mathbf{r}_1) - \bar{M}\left(\mathbf{r}_i + \hat{r}d_0\right)\right)$$

$$= \sum_i \frac{1}{2}J'\left[\left(\bar{M}(x,y,z) - \bar{M}(x+d_o,y,z)^2 +\right)^2 + \left(\bar{M}(x_i,y_i,z_i) - \bar{M}(x_i - d_0, y_i z_i)\right)^2 + \text{permutations}\right]$$

On passe au continuum avec $d_0 \rightarrow 0$

$$\sum_i \rightarrow \int \frac{\mathrm{d}^3 r}{v_0}$$

<u>Ginzburg-Landau</u>

$$\Gamma[M] = \Gamma^0 + \int \frac{\mathrm{d}^3 r}{v_0}\left\{C(\nabla\bar{M})^2 + a(T)\bar{M}^2(\mathbf{r}) + b(T_c)\bar{M}^4(\mathbf{r})\right\}$$

On passe maintenant dans l'espace de Fourrier

$$\bar{M}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}}\sum_{\mathbf{q}} \bar{M}(q)e^{-\mathbf{q}\cdot\mathbf{r}}$$

On sait que $\bar{M}(r)$ est reel $\implies \bar{M}(\mathbf{r}) = \bar{M}^*(\mathbf{r})$

$$\implies \bar{M}^*(\mathbf{q}) = \bar{M}(-\mathbf{q})$$