2024-01-09

1 (Rappel) Électromagnétisme classique

On s'intéresse d'abord à développer la théorie du magnétisme en physique classique. Cette théorie échoue à décrire correctement le magnétisme. En effet il faut la mécanique quantique pour le faire. Par contre le formalisme développé en quantique reste utile.

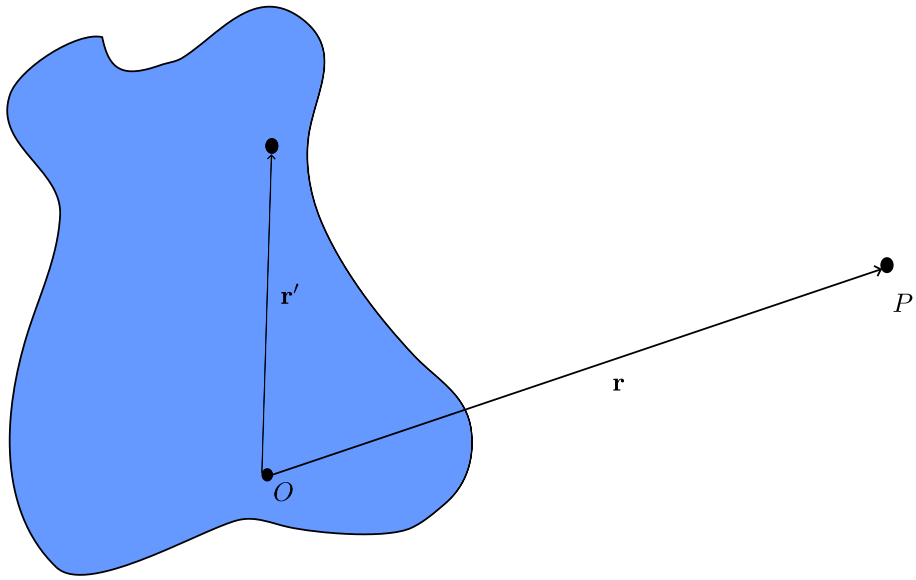

FIGURE 1 – densité de courrant

On a la loi suivant pour obenir le champ mangétique

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c}\int \mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right) \times \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|^3} d^3r' \quad \text{(Biot-Savard)}$$

Qu'on peut réécrire comme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c}\nabla \times \int \frac{\mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right)}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} d^3r'$$

Puisque $\mathbf{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c}\int \frac{\mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right)}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} d^3r'$$

Pas de monopoles magétiques :

$$\boldsymbol{\nabla}\cdot\mathbf{B}=0$$

$$\boldsymbol{\nabla}\times\mathbf{B}=\frac{1}{c}\boldsymbol{\nabla}\times\boldsymbol{\nabla}\times\int\frac{\mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right)}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|}d^3r'=\cdots$$

On developpe $\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$

$$\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}=\frac{1}{|\mathbf{r}|}+\frac{\mathbf{r}\cdot\mathbf{r}'}{|\mathbf{r}|^3}+\cdots$$

Le premier terme non-nul est le terme dit *dipolaire*

$$A_{\text{dip}}(\mathbf{r})=\frac{1}{c}\frac{1}{|\mathbf{r}|^3}\sum_{i,j}\hat{n}_i r_j\int r'_j J_i d^3r'=\cdots=-\frac{1}{c}\frac{1}{|\mathbf{r}|^3}\sum_i\hat{n}_i\frac{1}{2}\left[\mathbf{r}\times\int\left(\mathbf{r}'\times\mathbf{J}\right)\right]_i d^3r'$$

On définit alors la densité de moment dipolaire comme

$$\mathcal{M}(\mathbf{r})=\frac{1}{2c}\mathbf{r}\times\mathbf{J}(\mathbf{r})$$

Ce qui permet de réécrire

$$\mathbf{A}_{\text{dip}}=-\frac{1}{|\mathbf{r}|^3}\mathbf{r}\times\int\overrightarrow{\mathscr{M}}\left(\mathbf{r}'\right)d^3r'\equiv\frac{\mathbf{m}\times\mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

Le moment magnétique peut se réécrire de la forme

$$\mathbf{m}=\sum_i\gamma_i\mathcal{L}_i$$

avec $\mathcal{L}_i$ le moment cinétique et $\gamma_i=\frac{q_i}{2M_ic}$ le facteur gyromagnétique

2024-01-16

On poursuit sur le Magnétisme quantique

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \gamma \mathbf{L} \cdot \mathbf{H} + \frac{e^2}{2mc^2}\mathbf{A}^2$$

Comment faire apparaitre le spin 1/2

L'équation de Shordinger n'est pas invariante de Lorentz

L'idée de Dirac, prendre un H linéaire en p mais dont le carré redonne $E = p^2c^2 + m^2c^4$

On pose la forme

$$H = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2$$

$$= c^2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j p_i p_j + \beta^2 + \cdots$$

C'est impossible de trouver des matrices 2x2 qui fonctionne, on prends donc des matrices 4x4

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \Phi \end{pmatrix}$$

On rajoute le champ mangétique dans l'équation par $\mathbf{P} \to \mathbf{P} - \frac{e}{c}\mathbf{A}$

Magnétisme quantique

$$Z = \operatorname{tr} e^{-\beta H} = \sum e^{-\beta E} = \sum \langle e \rangle \quad \text{ensemble canonique}$$

On considère que les spins vivent sur un réseau.

On négligle l'intéraction avec les spins ? ? (Je sais pas ce que ça veut dire, spin-spin surement)

On considère que le champ magnétique externe est constant

2024-01-26

Moment magnétique d'un atome à plusieurs e

$$\mathbf{M} = \gamma \sum_i (\mathbf{L}_i + g\mathbf{S}_i) \underset{\text{W-E proj}}{\rightarrow} \gamma g_J \mathbf{J} \quad \text{dans} \quad \mathcal{E}_J = \{|E_0, S, L, J, M\rangle\}$$

$$|\mu_{\text{eff}}| \left\| \mathbf{M} \,|\rangle_{\mathcal{E}_J} \right\| = \sqrt{\langle|_{\mathcal{E}_J} \vec{M} \cdot \mathbf{M} \,|\rangle_{\mathcal{E}_J}} = \frac{\hbar|\gamma|\rho_s}{|\mu|_B} \sqrt{J\,(J+1)}$$

1 Règles de Hund*

1. Maximiser S
2. Maximiser L
3. Minimiser l'interaction spin-orbite $\rightarrow J$

$$\sum_i \lambda_i \mathbf{L}_i \mathbf{S}_i \underset{\text{W-E}}{\rightarrow} \lambda(L,S) \vec{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \implies \mathbf{J}^2 = (\mathbf{S} + \mathbf{L})^2 = \cdots$$

$$\implies \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2 \right)$$

théorie des perturbations dégénéré au premier ordre

$$\langle W_{\text{SO}} \rangle_{\mathcal{E}_J} = \frac{\lambda(L,S)}{2} \left\langle \mathbf{J}^2 - \cdots \right\rangle$$

$$\Delta E_{\text{SO}} = \hbar^2 \lambda(S,L) \frac{1}{2} \left[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1) \right]$$

En prennant $J = L - S$ On minimise la répulsion si

2024-01-30

Interaction d'échange (directe mais aussi superéchange)

Lorsque deux fonctions onde on on recouvrement non nul on doit les anti-symétriser

$$\psi_{\epsilon_1,\epsilon_2}(r_1, r_{2)} = A\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) |\epsilon_1\epsilon_2\rangle$$

1. $\psi_\uparrow \uparrow (r_1, r_2) = \frac{1}{\sqrt{2}} [\psi_a(r_1)\psi_b(r_2) - \psi_a(r_2)\psi_b(r_1)] |{++}\rangle$
2. idem pour $--$
3. $|{-+}\rangle - |{+-}\rangle$
4. $|{+-}\rangle - |{-+}\rangle$

Pour que les fonctions d'onde corresponde au valeurs prorpres de S^2 on prend des combinason linéaires de 3 et 4

2024-02-02

Rappels

$$\sum_k a_k \left|\psi_k\right\rangle \left\langle\psi_k\right| = D$$

$$\sum_k a_k = 1$$

$$S = -k_B \operatorname{tr} D \ln D$$

À l'équilibre S est maximale

Avec contrainte statistiques (valeur moyenne fixée) et certaines (valeur tout court fixé)

Multiplicateurs de Lagrange

$$\delta\left(S(D) - \sum_i \zeta_i \frac{\operatorname{tr}(DA_i)}{\langle A_i\rangle} - \zeta_0 \operatorname{tr} D\right)$$

$$\operatorname{tr}(\delta D \ln D) - \operatorname{tr}\delta D - \sum_i \underbrace{\frac{\zeta_i}{k_B}}_{\zeta_i} \operatorname{tr}\delta D A_i - \underbrace{\frac{\zeta_0}{k_B}}_{\zeta_0} \operatorname{tr}\delta D = 0$$

$$\operatorname{tr}\delta D\left[\ln D + \sum_i \zeta_i A_i + \zeta_0 + \mathbb{1}\right] = 0$$

$$\ldots$$

$$\operatorname{tr} D = \frac{\operatorname{tr} e^{-\sum_i \zeta_i A_i}}{Z} = 1$$

$$Z = \operatorname{tr} e^{-\sum_i \zeta_i A_i}$$

On arrive donc à dériver n'importe quel quantité à partir de la fonction de partition

$$\langle A\rangle = \operatorname{tr} DA = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \zeta_i}$$

2024-02-09

Transitions de phase

Définition : Transition de phase $\implies$ émérgence d'un paramètre d'ordre ($\left\langle\hat{\phi}\right\rangle \neq 0$) en dessous d'une température (pression, champ magnétique, ...) T_c suite à une brisure (spontané) de symétrie.

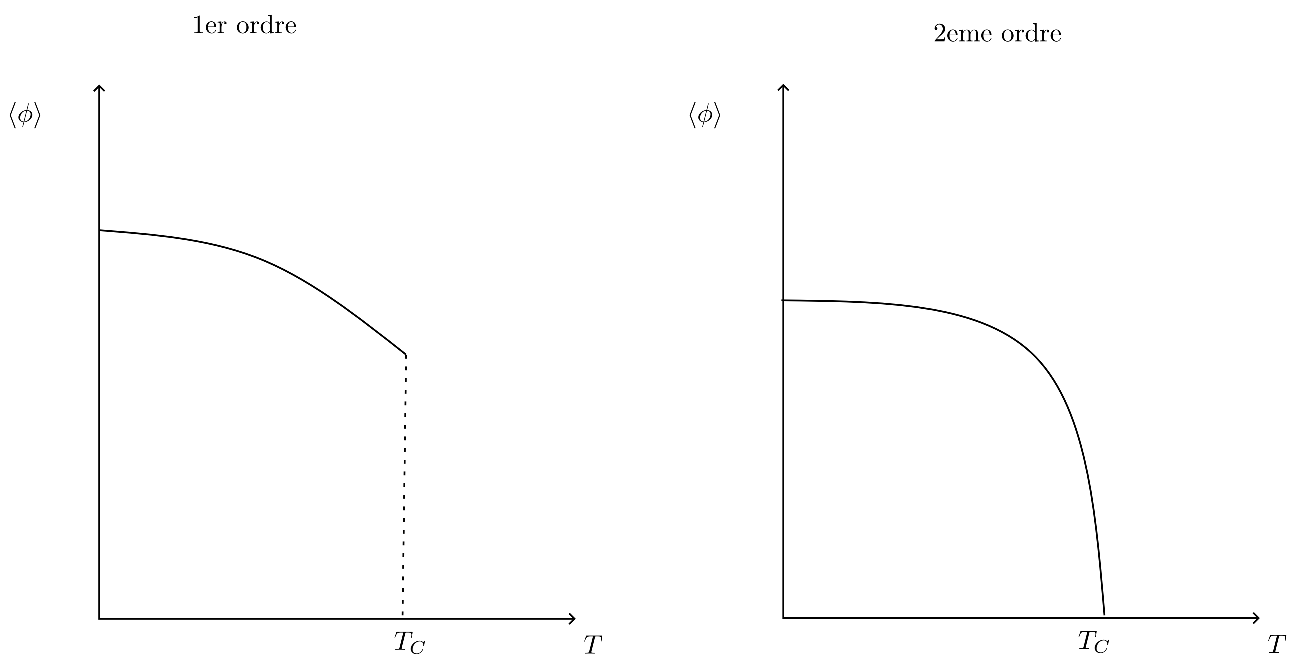

FIGURE 1 – Deux grands types de symétries

Transition	$\langle\phi\rangle$	ordre	nouvelles excitations
gaz-liquide	$\rho_L - \rho_G$	1 ou 2	aucune
liquide-solide	$\rho_?$	1	phonons
Para - ferro (magnétique)	? ?	2	magnons, antiferro magnons
Cristaux liquides	(une fonction de l'angle)	2	oui(parce que θ varie continuement)
Superfuluide ($^4\text{He}^{(1)} \rightarrow ^4\text{He}^{(2)}$)	fonctions d'onde macrosopique		*mode de vibrations*, vortex
supracondictivité	$\Psi \sim \|\Psi\| e^{i\varphi}$		Pas d'excitation sans gap, Mécanisme Anderson-Higgs

Gaz-liquide/liquide-solide

Ensemble isobar-isotherme

$$G(T,P,N) = Ng(T,P,)$$

$$\left(\frac{\partial G}{\partial N}\right)_{T,P} = \mu = g$$

2024-02-27

Fonctionnelle Ginzburg-Landau, fluctuations gaussiennes

$$\Gamma = \Gamma^0 - \sum_{<ij>} J_{ij} \bar{M}_i \bar{M}_j + \frac{1}{\beta} \sum_i \left\{ \frac{1}{2} \bar{M}_i^2 + \frac{1}{12} \cdots \right\}$$

On fait un carré parfait avec le premier terme

$$\underbrace{- \sum_{<ij>} J'_{ij} \bar{M}_i \bar{M}_j + \sum_{<ij>} J'_{ij} \bar{M}_i^2 - \sum_{<ij>} J'_{ij}}\, \bar{M}_i^2$$

$$\to \frac{1}{2} \sum_{<ij>} J'_{ij} \left(\bar{M}_i - \bar{M}_j \right)^2$$

$$\implies \Gamma = \Gamma^0 + \frac{1}{2} \sum_{<ij>} J' (\bar{M}_i - \bar{M}_j)^2 + \sum_i \left[\left(\frac{1}{2\beta} - 2J' \right) \bar{M}_i^2 + \frac{k_B T}{12} \bar{M}_i^4 + \cdots \right]$$

$$\frac{1}{2} \sum_{<ij>} J'_{ij} \left(\bar{M}_i - \bar{M}_j \right)^2 \to \sum_{i, \hat{r}} \frac{1}{2} J' \left(\bar{M}(\mathbf{r}_1) - \bar{M}\left(\mathbf{r}_i + \hat{r} d_0 \right) \right)$$

$$= \sum_i \frac{1}{2} J' \left[\left(\bar{M}(x,y,z) - \bar{M}(x + d_o, y, z)^2 + \right)^2 + \left(\bar{M}(x_i, y_i, z_i) - \bar{M}(x_i - d_0, y_i z_i) \right)^2 + \text{permutations} \right]$$

On passe au continuum avec $d_0 \to 0$

$$\sum_i \to \int \frac{\mathrm{d}^3 r}{v_0}$$

<u>Ginzburg-Landau</u>

$$\Gamma[M] = \Gamma^0 + \int \frac{\mathrm{d}^3 r}{v_0} \left\{ C(\nabla \bar{M})^2 + a(T) \bar{M}^2(\mathbf{r}) + b(T_c) \bar{M}^4(\mathbf{r}) \right\}$$

On passe maintenant dans l'espace de Fourrier

$$\bar{M}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{N}} \sum_{\mathbf{q}} \bar{M}(q) e^{-\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}}$$

On sait que $\bar{M}(r)$ est reel $\implies \bar{M}(\mathbf{r}) = \bar{M}^*(\mathbf{r})$

$$\implies \bar{M}^*(\mathbf{q}) = \bar{M}(-\mathbf{q})$$