Photonique et optique quantique

2022-08-31

Références

— D. Steck : quantum optics note
— G. Milbur : Quantum optics
— Aspect Fabres : Introduction to Quantum Optics

Contenu du cours

— Interaction lumière-matière
— Les degrées de liberté internes
  — LASER
  — LDOS local density of optical states
  — Source de photon unique (cryptographie quantique)
— Propriété des émetteurs à deux niveaux
  — matière classique
— effet d'optique non-linéaire.
  — SPDC (source de pair de photons)
— Effet mecaniques
  — Refroidissement doppler
  — Pince optique
  — optomécanique

Table des Matière

1 Physique des LASER

1.1 Histoire

L'emission des atomes est introduit en 1926 en s'inspirant de la radioactivité.

$$\frac{dN_k}{dt} = -A_k N_k$$

$$N_k(t) = N_k(u) e^{-A_k t}$$

On s'imagine le sytéme a deux niveau (atome) comme pouvant soit se désexiter ou pas avec 50% de chance après une temps Δt. Ce modèle mène directement à la décroissance exponentielle.

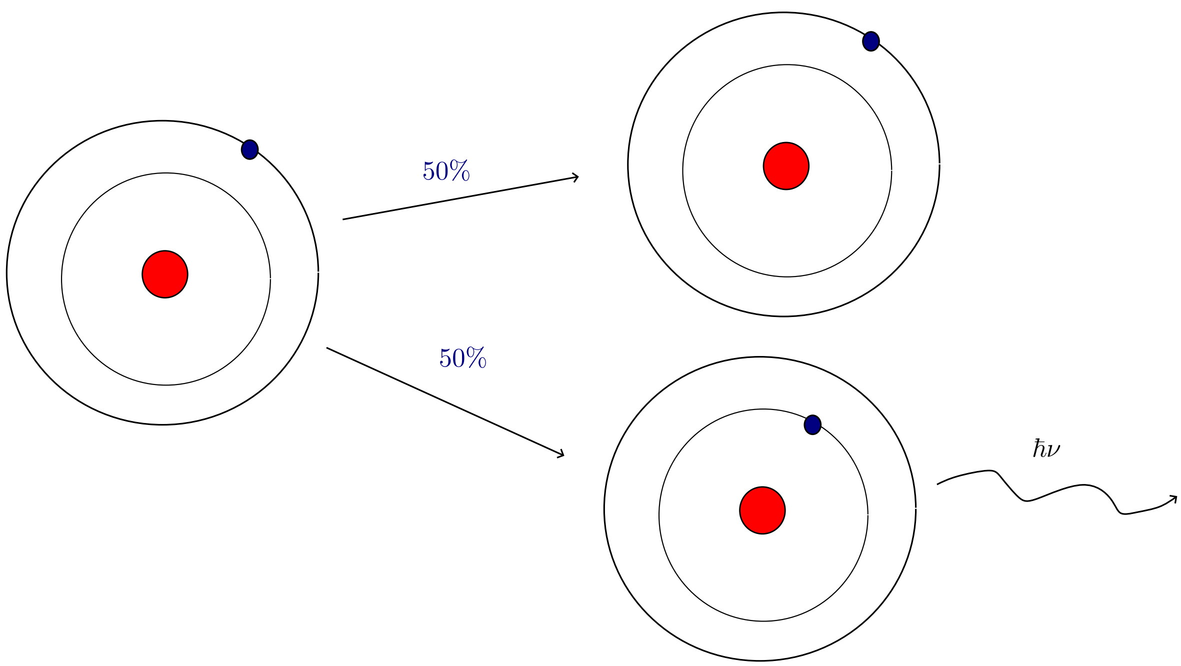


FIGURE 1 – probabilites

L'état 1 est l'état desecité et comprende n_1 atomes, similaire pour E_2

Processus d'absorption

$$\frac{\partial}{\partial n_2 t} = +I_j B_{12} n_1$$

B_{12} **Coefficient de Einstein**

$$I_v = \frac{1}{4\pi} \iint i_{V(k')} \mathrm{d}k' \underbrace{\psi(\nu)}_{\text{chevauchement frequence phot et at}} \mathrm{d}\nu$$

Taux d'absorption doit dépendre des photons incidents (densité, mode, fréquence)

$$\frac{\mathrm{d}n_2}{\mathrm{d}t} = -A_{21}n_2 + I_\nu B_{12}n_1$$
$$\frac{\mathrm{d}n_2}{\mathrm{d}t} = A_{21}n_2 - U\nu B_{12}n_1$$

A, B **sont des constantes**

Que ce passe-t-il à l'équilibre thermodynamique local.

État stationnaire

$$\frac{dn_2}{dt} = -\frac{dn_2}{dt} = 0$$

Éqilibre thermodynamique :

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\frac{E_2 - E_1}{kT}}$$

<u>**Rayonnement du corps noir**</u>

$$I_\nu = \frac{2h\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\mu/kT} - 1}$$

$$A_{21}n_2 + I_\nu B_{12}n_1 = 0 \iff \frac{n_2}{n_1}\frac{A_{21}}{B_{12}} = I_\nu$$

$$\implies \frac{g_1}{g_2} e^{\Delta E/kT} \frac{A_{21}}{B_{12}} = \frac{2\hbar\nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{\hbar\nu/kT} - 1}$$

Ce résultat n'a aucun sens. Le problème est qu'il manque l'émission stimulée.

Nouvelle équation

$$-A_{21}n_2 + I_\nu B_{12}n_1 - I_\nu B_{21}n_2$$

Équilibre thermodynamique local

$$A_{21}n_2 = I_\nu B_{12}n_1 - I + \nu B_{21}N_2 \iff I_\nu = \frac{A_{21}n_2}{B_1 2n_1 - B_{21}n_2} = \frac{A_{21}}{B_{12}} \frac{1}{\frac{n_1}{n_2} - \frac{B_{12}}{B_{21}}}$$

$$\frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\Delta E/kT}$$

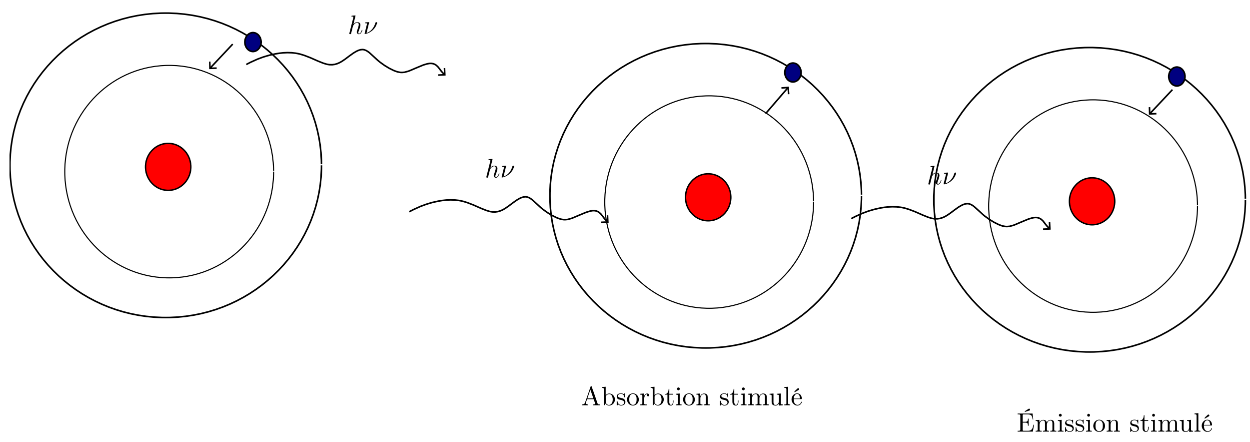


FIGURE 2 – emission stimulée

$$\frac{A_{21}}{B_{12}}\frac{1}{\frac{g_1}{g_2}e^{-\Delta/kt}-\frac{B_{21}}{b_12}}=\frac{2(\Delta E)^3}{h^2c^2}\frac{1}{e^{\Delta E/kt}-1}$$

Puisque c'est vrai pour toute température, on doit avoir que

$$g_2B_{21}=g_1B_{12}$$

On peut écrire

$$\frac{\partial}{\partial n_2 t}=-A_{21}n_2+I_\nu B_{21}\Delta n$$

Si $\Delta n>0$ on a pas que des perte et on peut avoir un laser. On appelle ça une inversion des population.

1.5 Équation de taux et inversion de population

On prende

$$g_1=g_2 \implies B_{21}=B_{12}=B$$

$$pdvn_2t=A_{21}n_2-I_\mu B\Delta n$$

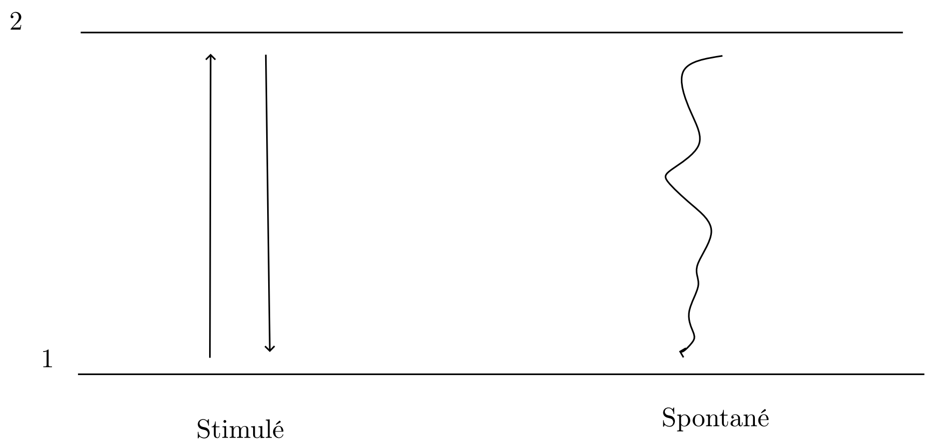


Figure 3 – bop

Inversion de population : $n_2 > n_1 \quad (\Delta n > 0)$

On s'intéresse au nombre de photons stimulés

2022-09-02

Emission spontanée + Absorbtion + Émission spontannées

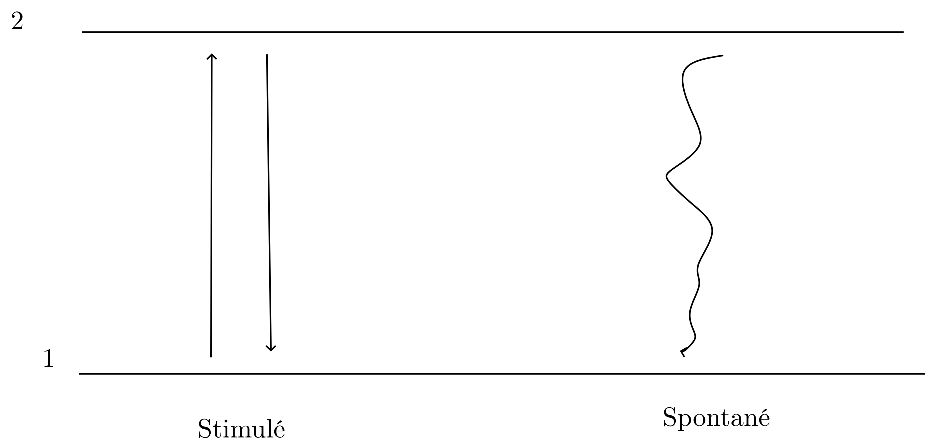


Figure 1 – rebop

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n_2 t} = -A_{21}n_2 - I_\nu B_{12}\Delta n$$

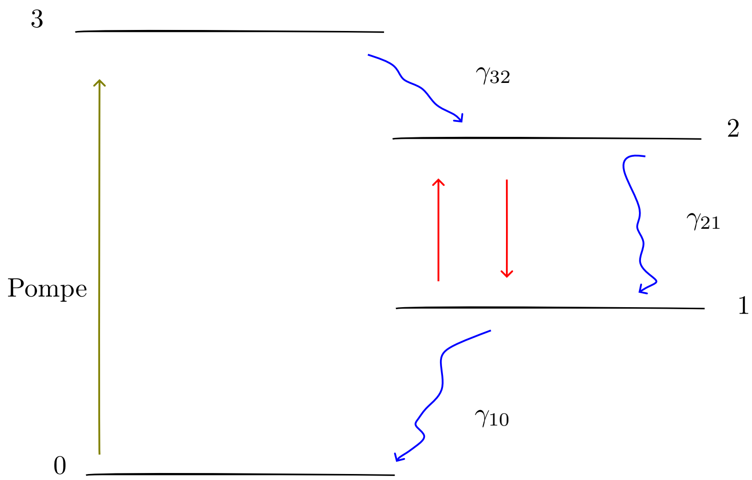
1.5 Inversion de population

Comment obtenir $\Delta n > 0$

Equilibre thermodynamique local : $n_2 = e^{-\Delta E/kT} n_1 \leq n_1 \implies \Delta n \leq 0$

État stationnaire : $n_2 = \frac{Bh\nu n_p A_{21} + Bh\nu n_p}{n}_1 < n_1 \implies \Delta n \leq 0$

On veut une cavité qui correspond au mode du photo γ_{21} pour que les photons resent et maximisent le processus d'émission spontané.



$n_1 \approx 0$
si $\gamma_{32}, \gamma_{10} \gg \gamma_{21}$

FIGURE 2 – Diagramme énérgétique typique d'un laser

$$
\begin{aligned}
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n_3 t} &= \gamma_\omega \left(n_0 - n_3\right) - \gamma_{32} n3 \\
\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}n_2 t} &= \gamma_{32} n_3 - \gamma_{31} n_2 + Bh\nu n_p (n_1 - n_2) \\
\frac{\mathrm{d}n_1}{\mathrm{d}t} &= \gamma_{21} n_2 - \gamma_{10} n_1 - Bh\nu n_p (n_1 - n_2) \\
\frac{\mathrm{d}n_0}{\mathrm{d}t} &= \gamma_{10} n_1 - \gamma_\omega (n_0 - n_3)
\end{aligned}
$$

2 Émetteurs à deux niveaux

Objectifs

— Montrer comment certains modèles classiques peuvent donner des predictions exacte dans l'interaction atom/lumière (dans certaines limites)
  — Indice de réfraction (nuage d'atome)
  — radiation d'un atome
  — effets mécaniques de la lumière
  — refroidissement d'atome (ralentire le centre de masse)
  — (Emission collective)

2.1 Oscillateur harmonique

$$m\ddot{x} + m\omega_0^2 x = 0$$

$$m = \frac{m_e m_n}{n_e + m_n} \approx n_e$$

$$\mathbf{E}(r,t) = \mathbf{E}^+(\mathbf{r})e^{i\omega t} + \mathbf{E}(\mathbf{r})e^{-i\omega t} \qquad \mathbf{E}^+ = \left(\mathbf{E}^-\right)^*$$

$$m\ddot{x} + m\omega_0^2 x = q\mathbf{E}(\mathbf{r},t)$$

$$\ldots$$

$$\boxed{x_0^+ = \frac{eE^+/m}{\omega^2 - \omega_0^2}}$$

Moment dipolaire élécrique

$$d \sim 1[\mathrm{e}\ \text{Å}]$$

$$\begin{aligned} \mathbf{d}^+ &= -ex^+ \\ &= -\frac{e^2}{m}\frac{E^+}{\omega^2 - \omega_0^2} \end{aligned}$$

La desnité de polarisation est donc

$$\mathbf{P} = Nd^{+} = \hat{\epsilon}\frac{Ne^2}{m}\frac{\mathbf{E}_0^{+}}{\omega_0^2}e^{-i\omega t}$$

$$\chi = \frac{\mathbf{P}}{\mathbf{E}} = \frac{Ne^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2} = \frac{N}{\epsilon_0}\alpha(\omega)$$

2.2 Modèle de Loretz

On ajoute de la dissipation

$$x_0^{+} = \frac{e}{m}\frac{E_0^{+}}{\omega^2-\omega_0^2+i\gamma\omega}$$

$$\alpha(\omega) = \frac{e^2}{m}\frac{1}{\omega_0^2-\omega^2-i\gamma\omega}$$

indice de réfraction :

$$\tilde{n}() = \sqrt{1+\chi(\omega)} \approx 1 + \frac{\chi(\omega)}{2}$$

$$\tilde{n}(\omega = 1 + \frac{Ne^2}{2m\epsilon_0}\frac{(\omega_0-\omega)}{\left(\omega_0^2-\omega^2\right)^2+\gamma^2\omega^2} + i\frac{Ne^2}{2m\epsilon_0}\frac{\gamma\omega}{(\omega_0^2-\omega^2)+\gamma^2\omega^2}$$

coefficient d'absorption $a(\omega)$:

$$\frac{\mathrm{d}I}{\mathrm{d}z} = -a(\omega)I$$

$$a(\omega) \equiv 2k_0\,\mathrm{Im}\left[\tilde{n}(\omega)\right]$$

$$n(\omega) \equiv \mathrm{Re}\left[\tilde{n}(\omega)\right]$$

retard de phase

$$\delta = tan^{-1}\left(\frac{\gamma\omega}{\omega_0^2-\omega^2}\right)$$

Le modèle de Lorentz et valide à à basse puissance

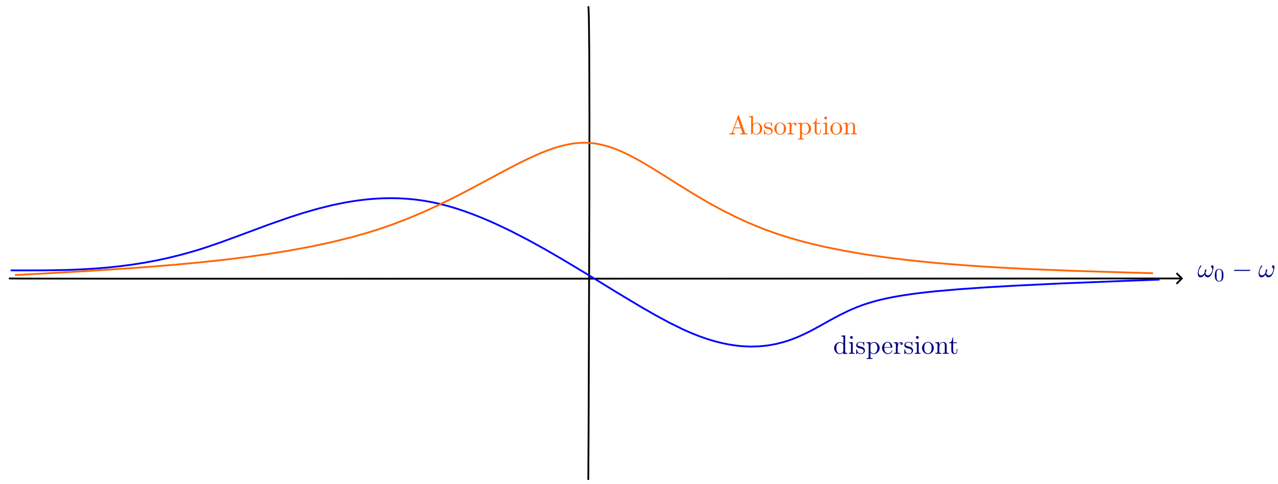


FIGURE 3 – indice de réfraction complexe

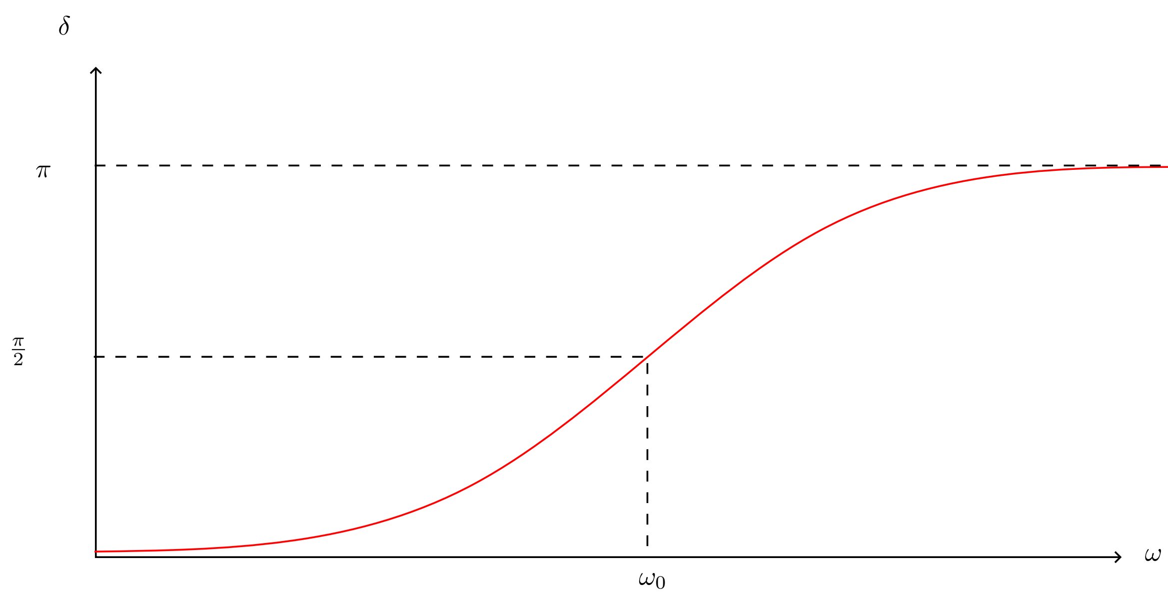


FIGURE 4 – delta

2.3 Limite de l'approche classique

Reproduit beaucoup d'effets à faible intensité.

Le coefficient d'absorption correct ?

$$a(\omega) = \sigma(\omega)N$$

$$\sigma_c = \left.\frac{e^2}{m\epsilon_0 c\gamma}\right|_{\omega=\omega_0}$$

Avec un traitement quantique, on obtiens

$$\sigma_q = \frac{2\pi c^2}{\omega_{12}^2}$$

Définissons un terme de correction

$$f_{12} = \frac{\sigma_q}{\sigma_c} = \cdots \frac{g_2}{g_1}$$

Pour des amplitude très faibles, on trouve le comportement de l'oscillateur harmonique

$$\chi(\omega) \to -\frac{Ne^2}{m\epsilon_0\omega^0} \implies \sum_i f_{1i} = 1$$

fudge factor

2.4 Modèle quantique

Modèle simple de l'atome + approche pertubatice pour calculer la probabilité de transition $1 \to 2$

Entrevoir les oscillations de Rabi

2022-09-09

Modèle de Lorentz, retour

On se place à $\omega \gg \omega_i j$

Le déplacement est très faible, on peut négliger ω_0, γ

2.4 Modèles quantiques

Objectifs

- Réintroduire la théorie des perturbation
- $\mathcal{P}_{|g\rangle \to |e\rangle}$
- Oscillations de Rabo

$$H_0 = \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| \, (+\hbar \cdot 0 \, |g\rangle \langle g|)$$

$$|\psi(t)\rangle = \gamma_g |g\rangle + \gamma_e e^{-i\omega_e t} |e\rangle$$

Comment le système se couple à un champ E.M. ?

$$H = H_0 + H_{\text{int}}$$

$$H_{\text{int}} = -\hat{D}\hat{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{D}: \text{ Opérateur de moment dipolaire } = q\hat{r}$$

Problème à deux niveaux

$$H = \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| - \hat{D}\hat{E}(r, t)$$

Approche perturbative : $H_{\text{int}}:$ faible

$$H_{\text{int}} \to \lambda H_{\text{int}} \quad \lambda \ll 1$$

$$\psi(t) = \sum_n \gamma_n(t) |n\rangle$$

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \psi \, |\psi(t)\rangle = (H_0 + \lambda H_{\text{int}}) \, |\psi(t)\rangle$$

On projette sur un $|k\rangle$ quelconque

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \langle k|\psi(t)\rangle = \langle k| H_0 |\psi(t)\rangle + \lambda \langle k| H_{\text{int}} |\psi(t)\rangle$$

$$= E_k \langle k|\psi\rangle + \lambda \sum_n \langle k| H_{\text{int}} |n\rangle \langle n|\psi(t)\rangle$$

$$i \left[-\frac{E_k}{\hbar} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \gamma_k(t) \right] e^{-iE_k t/\hbar} = e_k \gamma_{k(t)} e^{-iE_k t/\hbar} + \lambda \sum_m \langle k| H_{\text{int}} |n\rangle \psi_n(t) e^{(E_n - E_k)t/\hbar}$$

donc,

$$\forall |k\rangle, \quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \gamma_k(t) = \lambda \sum_n \langle k| H_{\text{int}} |n\rangle \gamma_n(t) e^{-i \frac{E_n - E_k}{\hbar} t}$$

Cela est la solution exacte et n'est, évidemment, pas facile à résoudre en général.

On fait donc une série en λ

$$\gamma_{k(t)} = \gamma_k^{(0)}(t) + \lambda \gamma_k^{(1)}(t) + \lambda^2 \gamma_k^{(2)}(t) + \cdots$$

$$\gamma_e^{(1)} = \frac{1}{i} \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t' \langle e| H_{\text{int}} |e\rangle \gamma_e^{(0)} e^{-i\delta E_{eg} t/\hbar} + \cdots$$

$$\gamma_e^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar} \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t \langle \psi| e H_{\text{int}} |g\rangle e^{-i\Delta E_{ge} t/\hbar}$$

On va considérer un champ éléctrique de la forme

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \mathbf{E}_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$H_{\text{int}} = \hat{W} \cos(\omega t \pm \varphi)$$
$$\hat{W} = \hat{D} \mathbf{E}_0 = q \hat{r} \mathbf{E}_0$$

$$\gamma_e(t) = \frac{W_{eg}}{i\hbar} int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t' \cos(\omega t' + \varphi) e^{-i \frac{E_g - E_e \hbar'}{t}}$$

$$\gamma_{e(t)} \approx \frac{W_{eg}}{2i\hbar} \int_{t_0}^{t} \mathrm{d}t' \left[e^{i\psi} e^{i\omega t'} + e^{-i\varphi - i\omega t'} \right] e^{i\omega_{eg} t'}$$

$$\cdots$$

Solution non-pertubative

$$H_0 = \hbar\omega_0 \left|e\right\rangle \left\langle e\right| = \hbar\omega_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left|e\right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \left|g\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E = -\left\langle e\middle|\hat{D}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\middle|g\right\rangle$$

$$H_{\text{int}} = -\hat{D}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\hat{D}\left(\mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + cc\right)$$

$$= (|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|)\left[-\hat{D}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right](|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|)$$

$$= -\left|g\rangle\langle g\right| \hat{d}\cdot\mathbf{E}\left|g\rangle\langle g\right| - \left|g\rangle\langle g\right| \hat{\cdot}\mathbf{E}\left|e\rangle\langle e\right| - \cdots$$

$$H = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \langle g|\hat{D}\mathbf{E}|g\rangle & \langle g|\hat{D}\mathbf{E}e|e\rangle \\ \langle e|\hat{D}\mathbf{E}|g\rangle & \langle e|\hat{D}\mathbf{E}|e\rangle \end{pmatrix}$$

importance des symétries

On va regarder l'effet de l'opérateur parité sur notre système.

$$\hat{H}_e = \frac{P^2}{2m} + V_{\text{coul}}(\mathbf{r})$$

on compare $H_e\Pi$ et ΠH_e : si H_e commute avec l'opérateur parité, le système à un symétrie d'inversion spatiale.

$$H_e\Pi f(x) = H_e f(-x) = -\frac{\hbar^2}{2m}f''(-x) + V_{\text{coul}}f(x)$$

dans l'aute sens

$$\Pi H_e f(x) = \Pi\left(-\frac{\hbar^2}{2m}f''(x) + V_{\text{coul}}(x)f(x)\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}f''(-x) + V_{\text{coul}}(x)f(-x) = H_e\Pi f(x)$$

Donc $[\Pi, H_e] = 0$ si $V(x) = V(-x)$, ce qui est vrai pour les atomes.

Pour un vecteur propre $\left|n\right\rangle$

$$H_e\Pi\left|n\right\rangle = \Pi H_e\left|n\right\rangle = \Pi E_n\left|n\right\rangle = E_n\left(\Pi\left|n\right\rangle\right)$$

Donc si $|n\rangle$ est un vecteur propre, alors $\Pi\,|n\rangle$ l'est aussi.

$$\Pi^2\,|n\rangle = |n\rangle$$

$$\Pi\,|n\rangle = \pm\,|n\rangle$$

Si $|n\rangle$ est un vecteur propre de H_e, c'est aussi un vecteur propre de Π avec une valeur propre de ± 1

Pour un atome ψ_e et ψ_g sont soit pair, soit impair.

$$\langle e|\hat{D}|e\rangle = q\int \psi_e^* \hat{r}\psi_e = 0 = \langle g|\,\hat{D}\,|g\rangle$$

$$H_{\text{int}} = -\begin{pmatrix} 0 & \langle g|D\cdot E|e\rangle \\ \langle e|D\cdot E|g\rangle & 0 \end{pmatrix}$$

Les orbitales ψ_e et ψ_g ne présente pas de moments dipolaire permanents.

E_n posant $d_{eg} = \langle e|D|g\rangle$

$$\hat{H} = \hbar\omega_0\,|e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\,|e\rangle\langle g| - d_{eg}^*\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\,|g\rangle\langle e|$$

<u>Changement de base pour H : Base tournante avec la pompe $\left(e^{-i\omega t}\right)$</u>

Si on prend un unitaire U

Dans la nouvelle base (changement de base définis par U)

$$H' = UHU^\dagger + i\hbar\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U$$

Shro :

$$\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{-i}{\hbar}H\psi$$

$$U\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{-i}{\hbar}UH\underbrace{\mathbb{1}}_{U^\dagger U}\Psi$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}\psi + U\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger U\psi + U\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{-i}{\hbar}UHU^\dagger U\psi + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger U\psi = \frac{-i}{\hbar}\left(UHU^\dagger + i\hbar\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger\right)U\psi$$

$$U = e^{i\omega t |e\rangle\langle e|}$$

$$U |e\rangle = e^{i\omega t|e\rangle\langle e|} |e\rangle = \sum_k \frac{1}{k!} (i\omega t)^k |e\rangle = \sum_k \frac{1}{k!} (i\omega)^k |e\rangle = e^{i\omega t} |e\rangle$$

$$\langle e| U^\dagger = e^{-i\omega t} \langle e|$$

$$i\hbar \left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} U\right) U^\dagger = i\hbar \left(i\omega |e\rangle\langle e|\right) e^{i\omega t|e\rangle\langle e|} e^{-i\omega t|e\rangle\langle e|} = -\hbar\omega |e\rangle\langle e|$$

$$UHU^\dagger = \cdots$$

$$\ldots$$

$$H' = -\hbar \underbrace{\Delta}_{\omega-\omega_0} |e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}_o |e\rangle\langle g| - d_{eg}\mathbf{E}_0^* e^{2i\omega t} |e\rangle\langle g| + d_{eg}^* \mathbf{E}_0 e^{-2i\omega t} |g\rangle\langle e| + d_{eg}^* \mathbf{E}_0 e^{-2i\omega t} |g\rangle\langle e|$$

Dans la base tournante on *renormalise* l'énérgie $\hbar\omega_{0\to}\hbar(\omega - \omega_0)$

Approximation Séculaire (Rotating wave approximation | RWA)

Négliger les termes en $2\omega t$

$$\boxed{H_{\text{séculaire}} = -\hbar\Delta |e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}_0 |e\rangle\langle g| \, d_{eg}^* E_0^* |g\rangle\langle e|}$$

Pour obtenir $\mathcal{P}_{g\to e}(t)$, il faut diagonaliser H_{sec}

On pose $\underbrace{\Omega}_{\text{Freq. de Rabi}} = -\frac{2d_{eg}\mathbf{E}_0}{\hbar}$

$$H_{\text{sec}} = \hbar \begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & -\Delta \end{pmatrix}$$

$$\implies E_\pm = -\frac{\hbar\Delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2}\sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}$$

Pour $\Delta = 0$

$$|+\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(e^{-i\frac{\varphi}{2}}\right)$$

afg/af

2022-09-16

Résolution du Hamiltonien avec la théorie des perturbations

$$H = \underbrace{-\hbar\left(\omega-\omega_0\right)|e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}_0\,|e\rangle\langle g| - d_{eg}^*\mathbf{E}_0^*\,|g\rangle\langle e|}_{H_0}\underbrace{-d_{eg}^*\,|e\rangle\langle g| - d_{eg}\mathbf{E}_0^* e^{-2i\omega t}\,|g\rangle\langle e|}_{V}$$

états propres de H_0

$$|\pm\rangle = (\cos,\sin)\frac{\theta}{2}e^{-i\frac{\varphi}{2}}\,|e\rangle \pm (\sin,\cos)\frac{\theta}{2}e^{i\frac{\varphi}{2}}$$

L'approximation séculaire (qui consiste à négliger V), reviens à dire que la probabilité de transition $|\pm\rangle \to |\mp\rangle$ qu'il cause est très faible.

On veut connaître $\mathcal{P}_{|+\rangle\to|-\rangle}(t)$

$$\mathcal{P}_{|+\rangle\to|-\rangle} = \frac{1}{\hbar}\left|\int_0^t \mathrm{d}t' e^{-i\frac{E_+-E_-}{\hbar}t}\,\langle +|V|-\rangle\right|^2$$

à claculer à $\Delta = 0$ et $\Omega \in \mathbb{R}(\varphi = 0)$

2022-09-21

Retour

$$H = -\hbar(\omega - \omega_0)\,|e\rangle\langle e| - \mathbf{d}_{eg}\mathbf{E}_0\,|e\rangle\langle g| - \mathbf{d}_{eg}\mathbf{E}_0\,|g\rangle\langle e| + V$$

$$\Omega = \left|\frac{\mathbf{d}_{eg}\mathbf{E}_0}{\hbar}\right| \quad , \quad \omega \gg \sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}$$

Comment calcule-t-on la probabilité d'exciter l'atome ? ($\mathcal{P}_{|g\rangle\to|e\rangle}(t)$)

$$H\,|+\rangle = e^{-i\frac{E_+}{\hbar}t}\,|+\rangle$$
$$H\,|-\rangle = e^{-i\frac{E_-}{\hbar}t}\,|-\rangle$$

$$\text{État initial} : |\psi(0)\rangle = |g\rangle = (|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -|)\,|g\rangle$$

Pour un t quelconque :

$$|\psi(t)\rangle = e^{-iHt/\hbar}\,(|+\rangle\langle +| + |-\rangle\langle -|)\,|g\rangle = \langle +|g\rangle\,e^{-iE_+t/\hbar}\,|+\rangle + \langle -|g\rangle\,e^{-iE_+t/\hbar}\,|-\rangle$$

$$\mathcal{P}_{g\to e}(t) = |\langle e|\psi(t)\rangle|^2$$

$$= \langle +|g\rangle\,e^{-iE_+t/\hbar}\,\langle e|+\rangle + \langle -|g\rangle\,e^{-iE_+t/\hbar}\,\langle e|-\rangle$$

$$\langle e|\psi(t)\rangle = \cdots = 2\sin\frac{\theta}{2}\cos\frac{\theta}{2}e^{i\varphi}\left\{\frac{e^{-iE_+t/\hbar} - e^{-iE_-t/\hbar}}{2}\right\}$$

$$\boxed{\mathcal{P}_{g\to e}(t) = \sin^2\theta\,\sin^2\left(\frac{t}{2}\sqrt{\Delta^2 + |\Omega|^2}\right)}$$

valable si $\tilde{\Omega} = \sqrt{\Delta^2 + |\Omega|^2} \ll \omega$: Fréquence de la pompe

Es-ce possible que cette approximation ne soit plus valide ? ($\tilde{\Omega} \sim \omega$)

Pour pomper l'atome, on prendre $\Delta = 0$

$$|\Omega| \sim \omega ?$$

$$|\Omega| = \left| \frac{\mathbf{d}_{eg} \cdot \mathbf{E}_0}{\hbar} \right|$$

Possible en utilisant un laser toujours plus puissant !

$$\mathcal{P}_{g\to e}(t) = \frac{|\Omega|^2}{|\Omega|^2 + \Delta^2} \sin^2\left(\frac{t}{2}\sqrt{|\Omega|^2 + \Delta^2}\right)$$

Limites grand décalages :

$$\mathcal{P}_{g\to e}(t) = \frac{|\Omega|^2}{\Delta^2 + |\Omega|^2}$$

Limites petit décalages :

$$\mathcal{P}_{g\to e}(t) = 1 - \frac{\Delta^2}{|\Omega|^2}$$

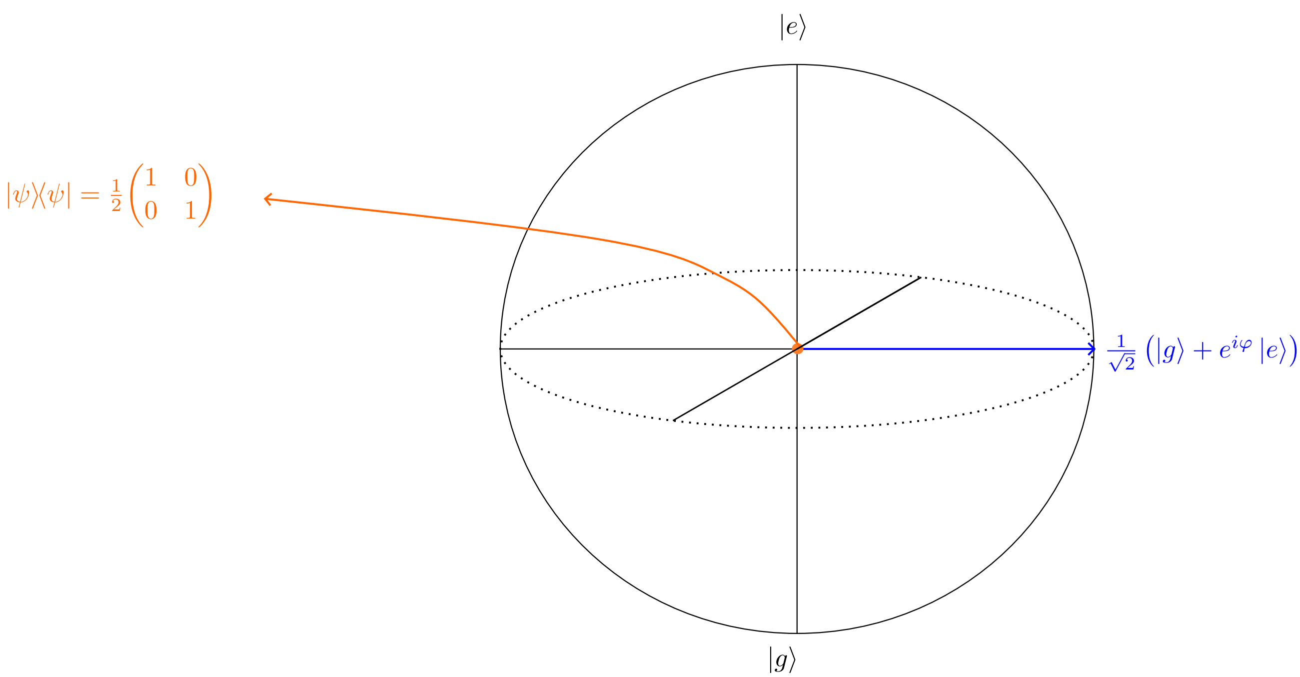


Figure 1 – boule de Bloch

Règle d'or de Fermi

Atome en interaction avec un champ $\mathbf{E}$:

$$H = E_+ |+\rangle + E_- |-\rangle$$

Avec le champ, on peut faire $|g\rangle \to |e\rangle$

Une fois dans l'état $|e\rangle$, l'atome y reste si le champ est nul puisque les états e et g ne sont plus couplées .

Comment alors, peut-il y avoir un émission spontané ? : Les fluctuations du vide couple les états e et g

2022-28-28

Règle d'or de Fermi

Les fluctuations du vides sont essentielles pour expliquer la relaxation spontané

Pour prendre ces fluctuations en compte, on utilise la théorie des perturbations.

$$P_{e\to g} = \frac{1}{2}\left|\int_0^t \mathrm{d}t' \left\langle g\middle|H_{\mathrm{int}}\middle|e\right\rangle e^{-i\omega t}\right|^2$$

$$S_{ge} = \frac{W_{ge}}{\hbar}\left[e^{i\varphi}\int_0^t \mathrm{d}t' e^{i(\omega-\omega_0)t'} + e^{-i\varphi}\int_0^t \mathrm{d}t' e^{-i(\omega+\omega_0)t'}\right]$$

$$= \frac{W_{ge}}{i\hbar}\left[e^{-i\varphi}\frac{e^{i(\omega-\omega_0)t'}-1}{i\left(\omega-\omega_0\right)} - e^{-i\varphi}\cancel{\frac{e^{-i(\omega+\omega_0)t'}-1}{i\left(\omega+\omega_0\right)}}\right]$$

$$P_{e\to g} = \frac{\left|W_{ge}\right|^2}{\hbar^2}t^{22}(\delta t/2) \qquad t_0 = 0$$

Pour tenir compte du champ électromagnétique :

$$\mathcal{H}_a \to \mathcal{H}_a \otimes \mathcal{H}_\gamma \qquad |e\rangle \to |e,0\rangle \qquad |g\rangle \to |g,1\rangle$$

$$P_{\mathrm{emission}} = \frac{\left|\left\langle g,1_{\lambda,\mathbf{k}}\middle|H_{\mathrm{int}}\middle|e,0\right\rangle\right|^2}{\hbar^2}\frac{{}^2(\delta t/2)}{\Delta^2}$$

Il existe un continuum de modes $\lambda, \mathbf{k}$

<u>Concept de ka densité de modes électromagnétiques</u>

$$\rho(E) = \frac{\mathrm{d}N(E)}{\mathrm{d}E}$$

Sur un intervalle $\mathrm{d}E$

$$\mathrm{d}P_{\mathrm{emission}} = \mathrm{d}N(E)\frac{\left|\left\langle g,1_E\middle|H_{\mathrm{int}}\middle|e,0\right\rangle\right|^2}{\Delta^2}\frac{\sin^2(\Delta/2)}{\Delta^2}$$

Donc

$$P_{\mathrm{emission}}\frac{1}{\hbar^2}\int \mathrm{d}E\rho(E)\left|\left\langle g,1_E\middle|H_{\mathrm{int}}\middle|e,0\right\rangle\right|^2$$

Fonction de dirac

$$\frac{\sin^2 \Delta t/2}{\Delta^2} \xrightarrow{T\to\infty} \frac{\pi}{2}\hbar t \delta(\Delta)$$

Taux d'émission

$$\Gamma = \frac{\mathrm{d}P_{\text{emission}}}{\mathrm{d}t}$$

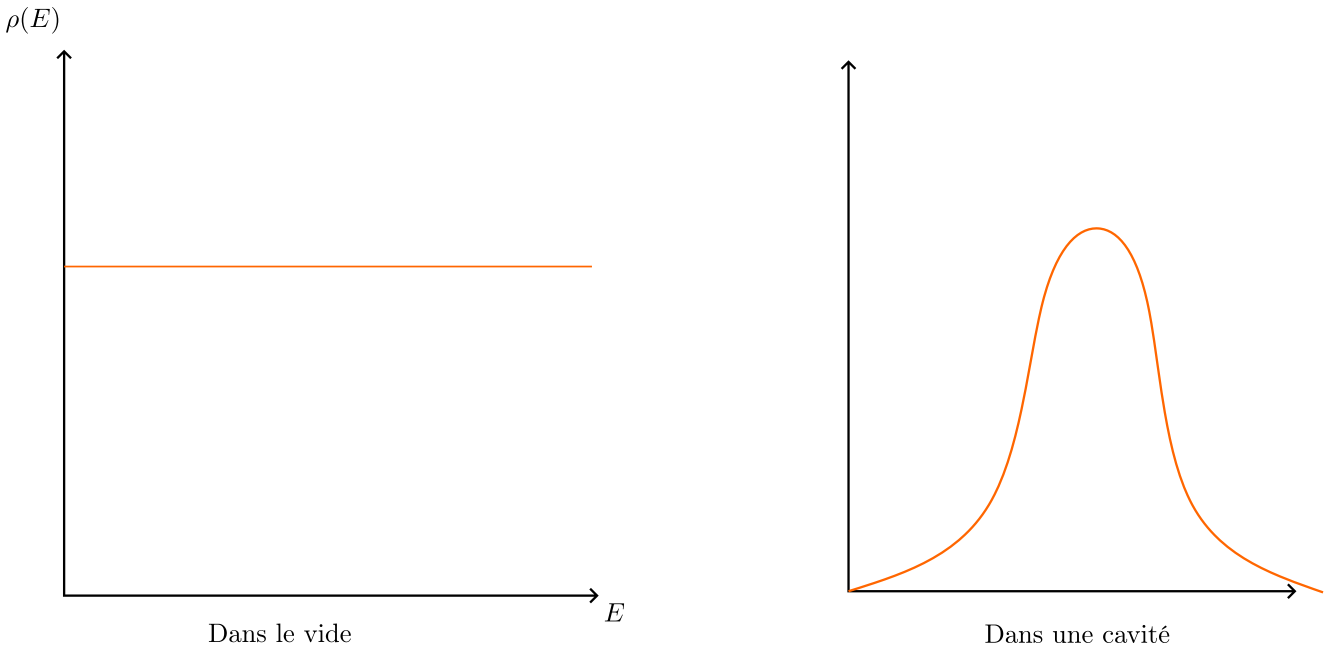


Figure 1 – densité

Atome à proximité d'un miroir

3 Sources de photons uniques

Objectifs

- Importance de ce type de source
- Différentes réalisations
- Characterization en sources de photons

3.1 Pourquoi ?

La cryptographie quantique (BB84) et une application qui apporte énormément d'intérêt.

Un autre utilisation importante des sources de photons uniques est la production d'état quantique.

Un couplage optomécanique permet

$$|1\text{photon}, 0\text{phonon}\rangle \rightarrow |0\text{photon}, 1\text{phonon}\rangle$$

Préparation d'état plus complexes à partir d'un photon

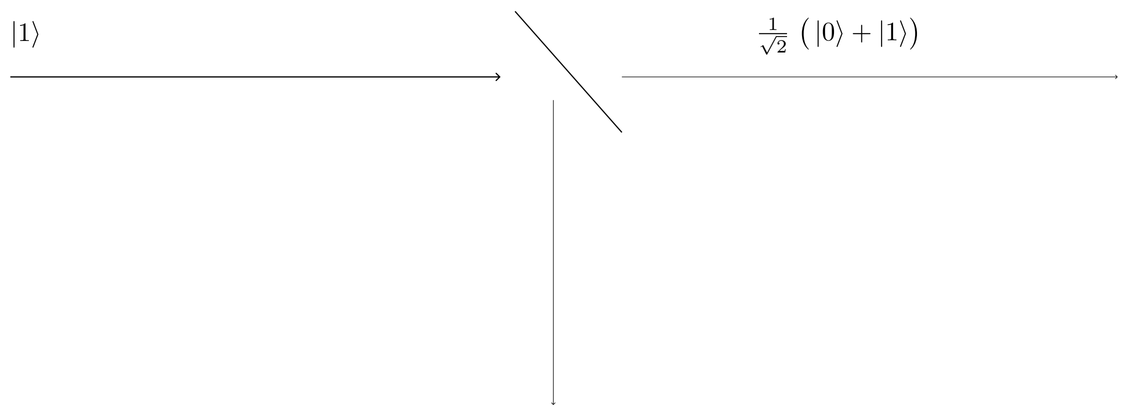


FIGURE 2 – lame séparatrice

atome à trois niveau

2 transitions permettent d'avoir un *photon annonciateur*

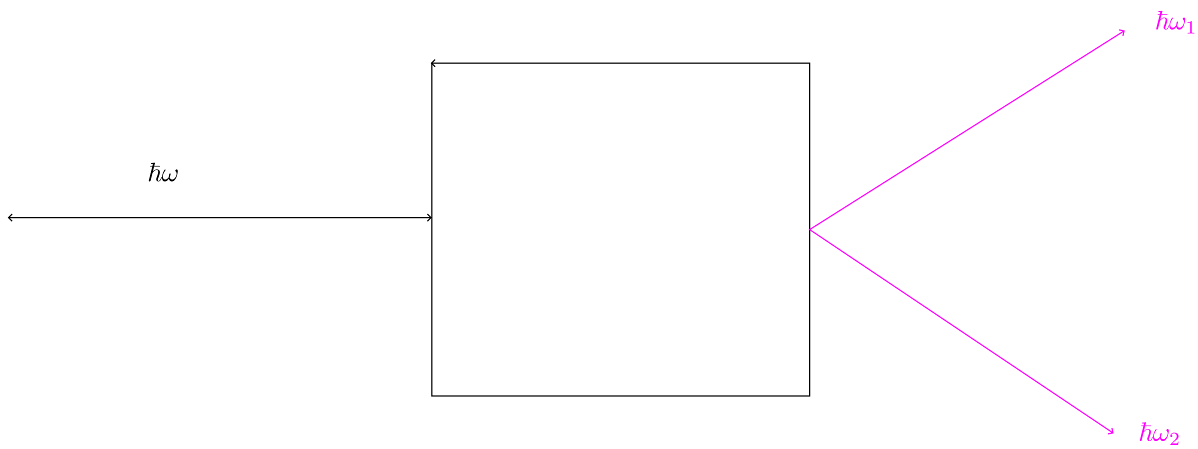
Cependant, on a pas de controle sur le mode. Aussi même avec le photon annonciateur, on est pas certain du temps ou le second va arriver.

Pour corriger le manque de contrôle de la fréquence, on utilise un cavité. Pour qualifier la *qualité* de cette fréquence on utilise le facteur de Purcell :

$$F_p = \frac{\Gamma_{\text{cavité}}}{\Gamma_{\text{autre}+\Gamma_{\text{cavité}}}}$$

SPDC : Spontaneous Parametric Down Conversion

Cristal non-linéaire



$$\omega = \omega_1 + \omega_2$$

$$k = k_1 + k_2$$

FIGURE 3 – Guy bernier

3.3 Optique non-linéaire

Exemple de système non-linéaire

— Doubleur de fréquence

— Laser pulsé (Q switch)

— Amplification fibré

La polarisation d'un milieu linéaire

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) \qquad \chi^{(1)} : \text{susceptibilité}$$

Non linéaire

$$P(t) = \epsilon_0 \chi^{(1)} E(t) + \underbrace{\epsilon_0 \chi^{(2)}(t) + \epsilon_0 \chi^{(3)}(t) + \cdots}_{\text{Non linéarie}}$$

$$\mathbf{E} = \mathbf{E}_0 e^{-i\omega t} + c.c.$$

$$P^{(2)}(t) = \underbrace{2\epsilon_0 \chi^{(2)} \mathbf{E}_0 \mathbf{E}_0^*}_{\text{rectification optique}} + \epsilon_0 \chi^{(2)} \underbrace{\left(E_0^2 e^{-2i\omega t} + E_0^{*2} e^{2i\omega t}\right)}_{\text{génération de seconde harmonique}}$$

2022-30-05

Crystal non-linéare

$$P^{(2)} = 2\epsilon_0\chi^{(2)}E_0E_0^* + \epsilon_0\chi^{(2)}\left(E_0e^{-2i\omega t} + c.c.\right)$$

<u>Excitation paramétrique spontanée vers le bas (SPDC)</u>

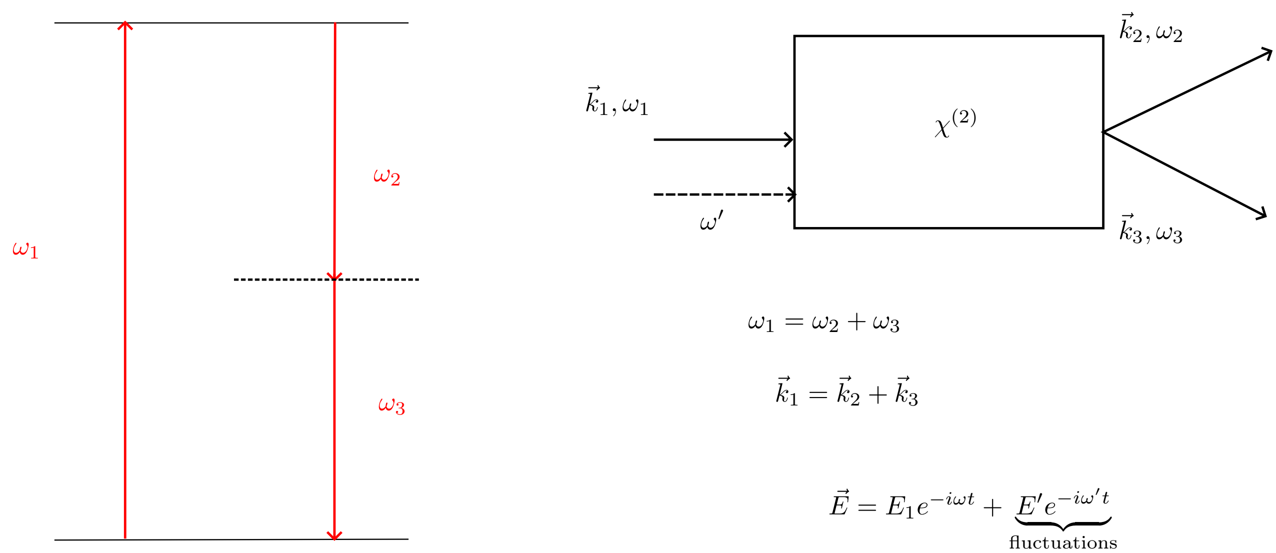


Figure 1 – SPEC

3.5 Corrélations $g^{(1)}(?)$, $g^{(2)}(?)$

Nous avons parlé d'émetteurs uniques, de champs cohérents

<u>Comment différencier des différents type de sources ? : **La corrélation**</u>

<u>Définition</u>

$$g^{(1)}(\zeta) = \frac{\langle E^-(t)E^+(t+\zeta)\rangle}{\langle E^-(+)E^+(\zeta)\rangle}$$

$$g^{(2)}(\zeta) = \frac{\left\langle E^{-(t)} E^{-}(t+\zeta) \right\rangle}{\cdots}$$

$$\cdots$$

o