Solution non-pertubative

$$H_0 = \hbar\omega_0 \left|e\right\rangle \left\langle e\right| = \hbar\omega_0 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\left|e\right\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \qquad \left|g\right\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$E = -\left\langle e\middle|\hat{D}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\middle|g\right\rangle$$

$$H_{\text{int}} = -\hat{D}\cdot\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = -\hat{D}\left(\mathbf{E}_0(\mathbf{r})e^{-i\omega t} + cc\right)$$

$$= (|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|)\left[-\hat{D}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)\right](|g\rangle\langle g| + |e\rangle\langle e|)$$

$$= -\left|g\middle\rangle\middle\langle g\right|\hat{d}\cdot\mathbf{E}\left|g\middle\rangle\middle\langle g\right| - \left|g\middle\rangle\middle\langle g\right|\hat{\cdot}\mathbf{E}\left|e\middle\rangle\middle\langle e\right| - \cdots$$

$$H = \hbar\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \omega_0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \langle g|\hat{D}\mathbf{E}|g\rangle & \langle g|\hat{D}\mathbf{E}e|e\rangle \\ \langle e|\hat{D}\mathbf{E}|g\rangle & \langle e|\hat{D}\mathbf{E}|e\rangle \end{pmatrix}$$

importance des symétries

On va regarder l'effet de l'opérateur parité sur notre système.

$$\hat{H}_e = \frac{P^2}{2m} + V_{\text{coul}}(\mathbf{r})$$

on compare $H_e\Pi$ et ΠH_e : si H_e commute avec l'opérateur parité, le système à un symétrie d'inversion spatiale.

$$H_e\Pi f(x) = H_e f(-x) = -\frac{\hbar^2}{2m}f''(-x) + V_{\text{coul}}f(x)$$

dans l'aute sens

$$\Pi H_e f(x) = \Pi\left(-\frac{\hbar^2}{2m}f''(x) + V_{\text{coul}}(x)f(x)\right) = -\frac{\hbar^2}{2m}f''(-x) + V_{\text{coul}}(x)f(-x) = H_e\Pi f(x)$$

Donc $[\Pi, H_e] = 0$ si $V(x) = V(-x)$, ce qui est vrai pour les atomes.

Pour un vecteur propre $|n\rangle$

$$H_e\Pi\left|n\right\rangle = \Pi H_e\left|n\right\rangle = \Pi E_n\left|n\right\rangle = E_n\left(\Pi\left|n\right\rangle\right)$$

Donc si $|n\rangle$ est un vecteur propre, alors $\Pi|n\rangle$ l'est aussi.

$$\Pi^2|n\rangle = |n\rangle$$

$$\Pi|n\rangle = \pm|n\rangle$$

Si $|n\rangle$ est un vecteur propre de H_e, c'est aussi un vecteur propre de Π avec une valeur propre de ± 1

Pour un atome ψ_e et ψ_g sont soit pair, soit impair.

$$\langle e|\hat{D}|e\rangle = q\int \psi_e^* \hat{r}\psi_e = 0 = \langle g|\hat{D}|g\rangle$$

$$H_{\text{int}} = -\begin{pmatrix} 0 & \langle g|D\cdot E|e\rangle \\ \langle e|D\cdot E|g\rangle & 0 \end{pmatrix}$$

Les orbitales ψ_e et ψ_g ne présente pas de moments dipolaire permanents.

E_n posant $d_{eg} = \langle e|D|g\rangle$

$$\hat{H} = \hbar\omega_0 |e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}(\mathbf{r},t)|e\rangle\langle g| - d_{eg}^*\mathbf{E}(\mathbf{r},t)|g\rangle\langle e|$$

<u>Changement de base pour H : Base tournante avec la pompe $\left(e^{-i\omega t}\right)$</u>

Si on prend un unitaire U

Dans la nouvelle base (changement de base définis par U)

$$H' = UHU^\dagger + i\hbar\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U$$

Shro :

$$\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{-i}{\hbar}H\psi$$

$$U\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{-i}{\hbar}UH\underbrace{\mathbb{1}}_{U^\dagger U}\Psi$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}\psi + U\frac{\mathrm{d}\psi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t} = \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger U\psi + U\frac{\mathrm{d}u}{\mathrm{d}t}$$

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} = \frac{-i}{\hbar}UHU^\dagger U\psi + \frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger U\psi = \frac{-i}{\hbar}\left(UHU^\dagger + i\hbar\frac{\mathrm{d}U}{\mathrm{d}t}U^\dagger\right)U\psi$$

$$U = e^{i\omega t |e\rangle\langle e|}$$

$$U\,|e\rangle = e^{i\omega t|e\rangle\langle e|}\,|e\rangle = \sum_k \frac{1}{k!}\,(i\omega t)^k\,|e\rangle = \sum_k \frac{1}{k!}\,(i\omega)^k\,|e\rangle = e^{i\omega t}\,|e\rangle$$

$$\langle e|\,U^\dagger = e^{-i\omega t}\,\langle e|$$

$$i\hbar\left(\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}U\right)U^\dagger = i\hbar\,(i\omega\,|e\rangle\langle e|)\,e^{i\omega t|e\rangle\langle e|}e^{-i\omega t|e\rangle\langle e|} = -\hbar\omega\,|e\rangle\langle e|$$

$$UHU^\dagger = \cdots$$

$$\cdots$$

$$H' = -\hbar\underbrace{\Delta}_{\omega-\omega_0}|e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}_o\,|e\rangle\langle g| - d_{eg}\mathbf{E}_0^* e^{2i\omega t}\,|e\rangle\langle g| + d_{eg}^*\mathbf{E}_0 e^{-2i\omega t}\,|g\rangle\langle e| + d_{eg}^*\mathbf{E}_0 e^{-2i\omega t}\,|g\rangle\langle e|$$

Dans la base tournante on *renormalise* l'énérgie $\hbar\omega_{0\to}\hbar(\omega-\omega_0)$

Approximation Séculaire (Rotating wave approximation | RWA)

Négliger les termes en $2\omega t$

$$\boxed{H_{\text{séculaire}} = -\hbar\Delta\,|e\rangle\langle e| - d_{eg}\mathbf{E}_0\,|e\rangle\langle g|\,d_{eg}^*E_0^*\,|g\rangle\langle e|}$$

Pour obtenir $\mathcal{P}_{g\to e}(t)$, il faut diagonaliser H_{sec}

On pose $\underbrace{\Omega}_{\text{Freq. de Rabi}} = -\frac{2d_{eg}\mathbf{E}_0}{\hbar}$

$$H_{\text{sec}} = \hbar\begin{pmatrix} 0 & \frac{\Omega}{2} \\ \frac{\Omega}{2} & -\Delta \end{pmatrix}$$

$$\implies E_\pm = -\frac{\hbar\Delta}{2} \pm \frac{\hbar}{2}\sqrt{|\Omega|^2+\Delta^2}$$

Pour $\Delta = 0$

$$|+\rangle = \frac{\sqrt{2}}{2}\left(e^{-i\frac{\varphi}{2}}\right)$$

afg/af