2024-02-02

Rappels

$$\sum_k a_k \left|\psi_k\right\rangle \left\langle\psi_k\right| = D$$

$$\sum_k a_k = 1$$

$$S = -k_B \operatorname{tr} D \ln D$$

À l'équilibre S est maximale

Avec contrainte statistiques (valeur moyenne fixée) et certaines (valeur tout court fixé)

Multiplicateurs de Lagrange

$$\delta\left(S(D) - \sum_i \zeta_i \frac{\operatorname{tr}(DA_i)}{\langle A_i\rangle} - \zeta_0 \operatorname{tr} D\right)$$

$$\operatorname{tr}(\delta D \ln D) - \operatorname{tr} \delta D - \sum_i \underbrace{\frac{\zeta_i}{k_B}}_{\zeta_i} \operatorname{tr} \delta D A_i - \underbrace{\frac{\zeta_0}{k_B}}_{\zeta_0} \operatorname{tr} \delta D = 0$$

$$\operatorname{tr} \delta D \left[\ln D + \sum_i \zeta_i A_i + \zeta_0 + \mathbb{1}\right] = 0$$

$$\dots$$

$$\operatorname{tr} D = \frac{\operatorname{tr} e^{-\sum_i \zeta_i A_i}}{Z} = 1$$

$$Z = \operatorname{tr} e^{-\sum_i \zeta_i A_i}$$

On arrive donc à dériver n'importe quel quantité à partir de la fonction de partition

$$\langle A\rangle = \operatorname{tr} DA = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \zeta_i}$$