2024-01-09

1 (Rappel) Électromagnétisme classique

On s'intéresse d'abord à développer la théorie du magnétisme en physique classique. Cette théorie échoue à décrire correctement le magnétisme. En effet il faut la mécanique quantique pour le faire. Par contre le formalisme développé en quantique reste utile.

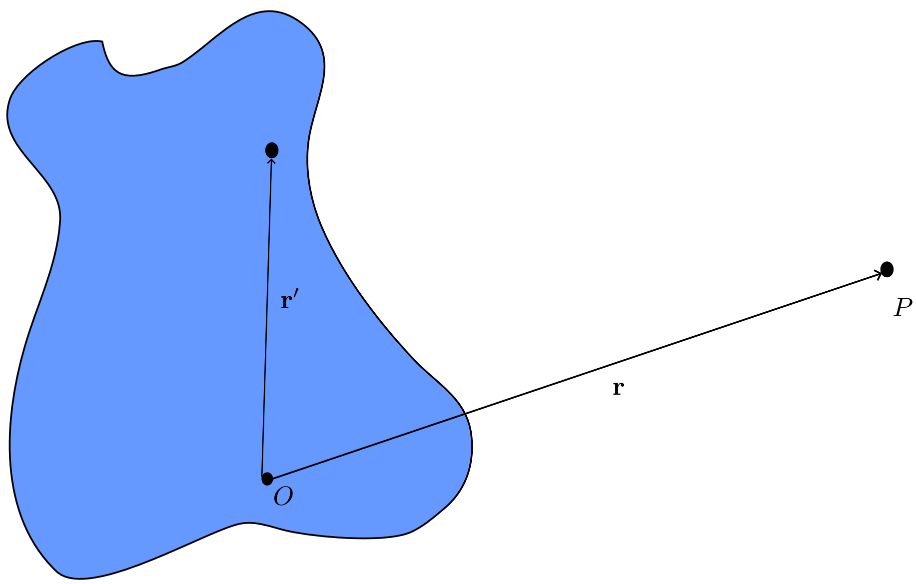

Figure 1 – densité de courrant

On a la loi suivant pour obenir le champ mangétique

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c}\int \mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right) \times \frac{\mathbf{r}-\mathbf{r}'}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|^3} d^3r' \quad \text{(Biot-Savard)}$$

Qu'on peut réécrire comme

$$\mathbf{B}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c}\nabla \times \int \frac{\mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right)}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} d^3r'$$

Puisque $\mathbf{B} = \boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{A}$

$$\mathbf{A} = \frac{1}{c}\int \frac{\mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right)}{\left|\mathbf{r}-\mathbf{r}'\right|} d^3r'$$

Pas de monopoles magétiques :

$$\boldsymbol{\nabla} \cdot \mathbf{B} = 0$$

$$\boldsymbol{\nabla} \times \mathbf{B} = \frac{1}{c} \boldsymbol{\nabla} \times \boldsymbol{\nabla} \times \int \frac{\mathrm{J}\left(\mathbf{r}'\right)}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|} d^3 r' = \cdots$$

On developpe $\frac{1}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}$

$$\frac{1}{\left|\mathbf{r} - \mathbf{r}'\right|} = \frac{1}{|\mathbf{r}|} + \frac{\mathbf{r} \cdot \mathbf{r}'}{|\mathbf{r}|^3} + \cdots$$

Le premier terme non-nul est le terme dit *dipolaire*

$$A_{\text{dip}}(\mathbf{r}) = \frac{1}{c} \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \sum_{i,j} \hat{n}_i r_j \int r'_j J_i d^3 r' = \cdots = -\frac{1}{c} \frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \sum_i \hat{n}_i \frac{1}{2} \left[\mathbf{r} \times \int \left(\mathbf{r}' \times \mathbf{J} \right) \right]_i d^3 r'$$

On définit alors la densité de moment dipolaire comme

$$\mathcal{M}(\mathbf{r}) = \frac{1}{2c} \mathbf{r} \times \mathbf{J}(\mathbf{r})$$

Ce qui permet de réécrire

$$\mathbf{A}_{\text{dip}} = -\frac{1}{|\mathbf{r}|^3} \mathbf{r} \times \int \overrightarrow{\mathscr{M}} \left(\mathbf{r}'\right) d^3 r' \equiv \frac{\mathbf{m} \times \mathbf{r}}{|\mathbf{r}|^3}$$

Le moment magnétique peut se réécrire de la forme

$$\mathbf{m} = \sum_i \gamma_i \mathcal{L}_i$$

avec $\mathcal{L}_i$ le moment cinétique et $\gamma_i = \frac{q_i}{2M_i c}$ le facteur gyromagnétique

2024-01-16

On poursuit sur le Magnétisme quantique

$$H = \frac{\mathbf{p}^2}{2m} - \gamma \mathbf{L} \cdot \mathbf{H} + \frac{e^2}{2mc^2}\mathbf{A}^2$$

Comment faire apparaitre le spin 1/2

L'équation de Shordinger n'est pas invariante de Lorentz

L'idée de Dirac, prendre un H linéaire en p mais dont le carré redonne $E = p^2c^2 + m^2c^4$

On pose la forme

$$H = c\vec{\alpha} \cdot \vec{p} + \beta mc^2$$

$$= c^2 \sum_{ij} \alpha_i \alpha_j p_i p_j + \beta^2 + \cdots$$

C'est impossible de trouver des matrices 2x2 qui fonctionne, on prends donc des matrices 4x4

$$\psi = \begin{pmatrix} \chi \\ \Phi \end{pmatrix}$$

On rajoute le champ mangétique dans l'équation par $\mathbf{P} \to \mathbf{P} - \frac{e}{c}\mathbf{A}$

Magnétisme quantique

$$Z = \operatorname{tr} e^{-\beta H} = \sum e^{-\beta E} = \sum \langle e \rangle \quad \text{ensemble canonique}$$

On considère que les spins vivent sur un réseau.

On négligle l'intéraction avec les spins ? ? (Je sais pas ce que ça veut dire, spin-spin surement)

On considère que le champ magnétique externe est constant

2024-01-26

Moment magnétique d'un atome à plusieurs e

$$\mathbf{M} = \gamma \sum_i (\mathbf{L}_i + g\mathbf{S}_i) \underset{\text{W-E proj}}{\rightarrow} \gamma g_J \mathbf{J} \quad \text{dans} \quad \mathcal{E}_J = \{|E_0, S, L, J, M\rangle\}$$

$$|\mu_{\text{eff}}| \left\| \mathbf{M} \,|\rangle_{\mathcal{E}_J} \right\| = \sqrt{\langle|_{\mathcal{E}_J} \vec{M} \cdot \mathbf{M} \,|\rangle_{\mathcal{E}_J}} = \frac{\hbar|\gamma|\rho_s}{|\mu|_B} \sqrt{J\,(J+1)}$$

1 Règles de Hund*

1. Maximiser S
2. Maximiser L
3. Minimiser l'interaction spin-orbite $\rightarrow J$

$$\sum_i \lambda_i \mathbf{L}_i \mathbf{S}_i \underset{\text{W-E}}{\rightarrow} \lambda(L,S) \vec{L} \cdot \mathbf{S}$$

$$\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{S} \implies \mathbf{J}^2 = (\mathbf{S} + \mathbf{L})^2 = \cdots$$

$$\implies \mathbf{L} \cdot \mathbf{S} = \frac{1}{2} \left(\mathbf{J}^2 - \mathbf{L}^2 - \mathbf{S}^2\right)$$

théorie des perturbations dégénéré au premier ordre

$$\langle W_{\text{SO}} \rangle_{\mathcal{E}_J} = \frac{\lambda(L,S)}{2} \left\langle \mathbf{J}^2 - \cdots \right\rangle$$

$$\Delta E_{\text{SO}} = \hbar^2 \lambda(S,L) \frac{1}{2} \left[J(J+1) - L(L+1) - S(S+1)\right]$$

En prennant $J = L - S$ On minimise la répulsion si