2022-09-08

Exercice : Effet compton

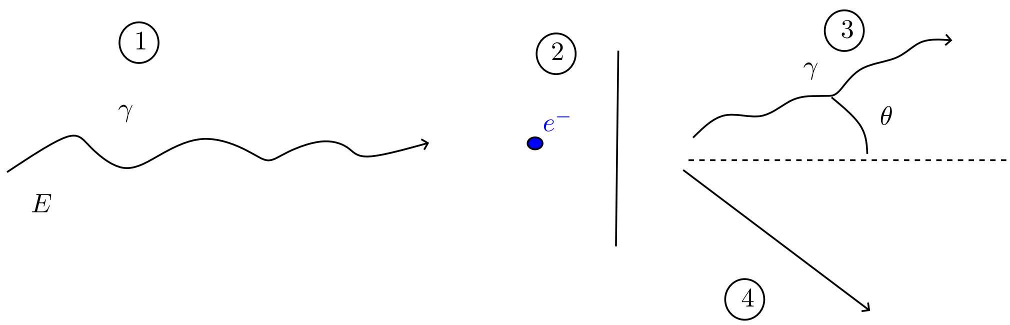

FIGURE 1 – effet compton

Formulation en termes de 4-vecteur :

$$p_1 + p_2 = p_3 + p_4$$

$$(p_1 + p_2 - p_3)^2 = p_4^2 = m^2$$

$$p_1^2 + p_2^2 + p_3^2 + 2p_1p_2 - 2p_1p_3 - 2p_2p_3 = m^2$$

$$\boxed{p_1p_2 = p_1^0p_2^0 - \cancelto{0}{\mathbf{p}_1 \cdot \mathbf{p}_2} = Em}$$

$$\boxed{p_1p_3 = EE' = \mathbf{p}_1\mathbf{p}_2 = EE' - EE'\cos\theta = EE'(1 - \cos\theta)}$$

$$0 + m^2 + 0 + 2Em - 2EE'(1-\cos\theta) - 2E'm = m^2$$
$$\frac{1}{E'} - \frac{1}{m}(1-\cos\theta) - \frac{1}{E} = 0$$

$$\frac{1}{E'} = \frac{1}{E} + \frac{1}{m}(1-\cos\theta)$$

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{|\mathbf{k}|} = \bar{\lambda} = \frac{\lambda}{2\pi}$$

$$\implies \bar{\lambda}' = \bar{\lambda} + \underbrace{\frac{1}{m}}_{\bar{\lambda}_c}(1-\cos\theta)$$

Désintégration

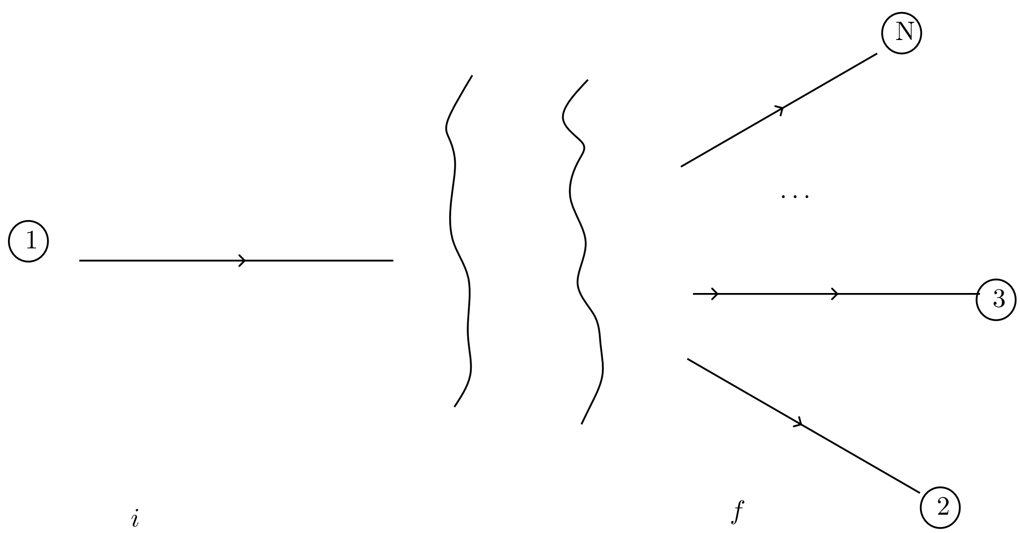

Figure 2 – Désintégration

Règle d'or de Fermi

$$\Gamma_{i\to f} = 2\pi |M_{fi}|^2 \delta(E_i - E_f)$$

$$M_{fi} = \langle f| V |i\rangle + \sum_n \frac{\langle f| V |n\rangle \langle n| V |i\rangle}{E_i - E_n + i0^+} + \sum_{n,m} \frac{\bar{f} V |n\rangle \langle n| V |m\rangle \langle m| V |i\rangle}{(E_i - E_0 + i0^+)(E - E_m + i0^+)} + \cdots$$

La désintégration est un processus irréversible car il y a beaucoup plus d'état désintégré qu'autrement $\implies \Delta S > 0$

$$\mathrm{d}\Gamma = 2\pi |M_{fi}|^2 \frac{\mathrm{d}^3 P_2}{(2\pi^3)} \frac{\mathrm{d}^3 P_3}{(2\pi^3)} \cdots \frac{\mathrm{d}^3 P_N}{(2\pi^3)} \delta(E_1 - E_2 - E_3 - \cdots - E_N)$$

$$M_{fi} = \mathcal{M} \delta_{\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \cdots}$$

$$\implies \mathrm{d}\Gamma = 2\pi |\mathcal{M}_{fi}|^2 (2\pi)^2 \delta(\mathbf{p}_1 - \mathbf{p}_2 - \cdots - \mathbf{p}_N) \delta(E_1 - E_2 - \cdots - E_n) \frac{\mathrm{d}^3 P_2}{(2\pi^3)} \frac{\mathrm{d}^3 P_3}{(2\pi^3)} \cdots \frac{\mathrm{d}^3 P_N}{(2\pi^3)}$$

$$= (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3 - \cdots - p_N) |\mathcal{M}_{fi}|^2 \frac{\mathrm{d}^3 P_2}{2E_2 (2\pi)^3} \frac{\mathrm{d}^3 P_n}{2E_n (2\pi)^3} \frac{1}{2E_1} \qquad \text{N.C. N.R.}$$

La normalisation relativiste implique que le taux de transition est un invariant relativiste.

Désintégration à deux corps

$$\mathrm{d}\Gamma = |M_{fi}|^2 \frac{1}{2E_1} \frac{\mathrm{d}p_2}{(2\pi)^3 2E_2} \frac{\mathrm{d}^3 P_3}{(2\pi)^3 2E_3} (2\pi)^4 \delta^4(p_1 - p_2 - p_3)$$

Référentielle de la particule 1

$$E_1 = m_1$$

intègre sur $\mathrm{d}^3 p_3 \to \delta(\mathbf{p}_1 \overset{0}{-} \mathbf{p}_2 - \mathbf{p}_3)$

$$\mathbf{p}_3 \to -\mathbf{p}_2$$

$$\mathrm{d}^3 p = p^2 \mathrm{d}p \mathrm{d}\Omega$$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi m_1} \int p^2 \mathrm{d}p |M_{fi}|^2 \frac{\delta(m_1 - \sqrt{p^2 + m_?^2} - \sqrt{p^2 - m_?^2})}{\sqrt{}\sqrt{}}$$

Nouvelle variable d'intégration $E = \sqrt{p^2 + m_2^2}\sqrt{p^2 + m_3^2}$

$$\Gamma = \frac{1}{8\pi m_1} \int_{m_2 + m_3}^{\infty} \mathrm{d}E \frac{p}{E} \delta(m_1 - E) |M_{fi}|^2 = \frac{1}{8\pi m_1^2} |M_{fi}|^2 \Big|_{E = m_1} |\mathbf{p}_2|$$

$(m_1 > m_2 + m_3)$

Loi exponentielle

$N(t)$: Nombre de particules

$$N(t + \mathrm{d}t) = N(t) - N\Gamma \mathrm{d}t$$

$$\frac{\mathrm{d}N}{\mathrm{d}t} = -\Gamma N \rightarrow N(t) = N(0)e^{-\Gamma t}$$

vie moyenne : $\tau \equiv \frac{1}{\Gamma}$

demi-vie : $t_{1/2} = \tau \ln 2$

$$\tau \Delta E \sim 1$$

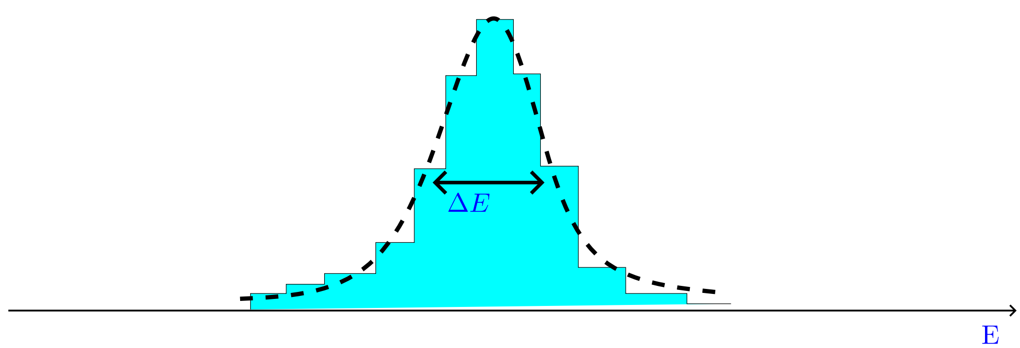

Figure 3 – histogramme avec pic

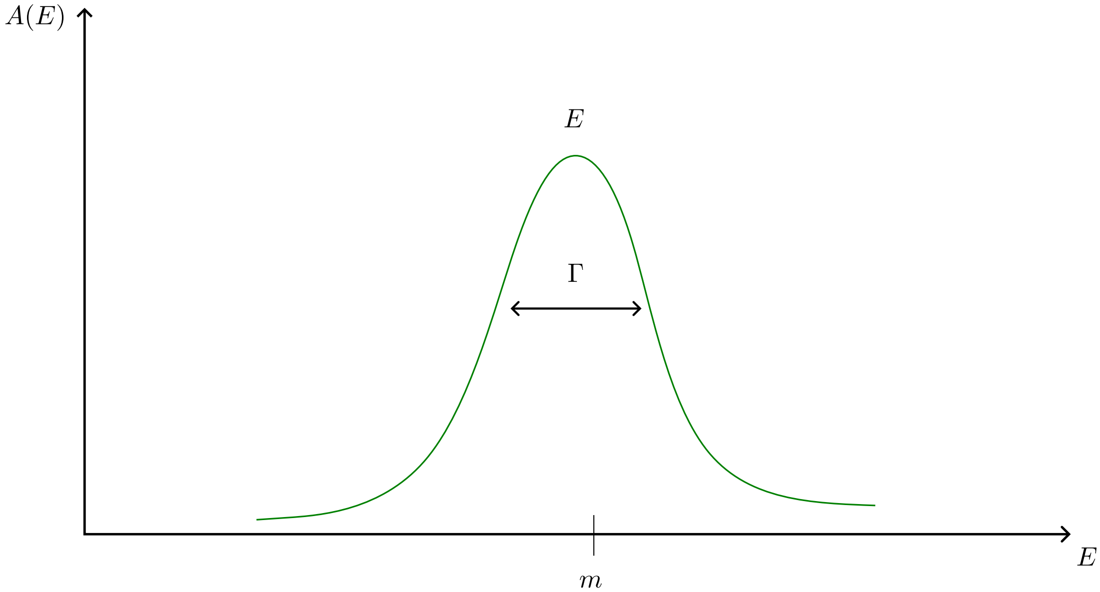

FIGURE 4 – blip bloup

$$A(E) = \frac{1}{2\pi} \frac{\Gamma}{\left(E - m^2\right)^2 + \frac{\Gamma^2}{4}}$$

Section Efficace : Brève révision

$$\Phi : \text{ Flux } \quad \frac{\#\text{ de particules}}{\text{surface} \cdot \text{temps}}$$

$$\frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \text{ Section différentiable}$$

$$\sigma = \int \mathrm{d}\Omega \frac{\mathrm{d}\sigma}{\mathrm{d}\Omega} = \text{ Section efficace}$$