2022-09-09

Modèle de Lorentz, retour

On se place à $\omega \gg \omega_i j$

Le déplacement est très faible, on peut négliger ω_0, γ

2.4 Modèles quantiques

Objectifs

- Réintroduire la théorie des perturbation
- $\mathcal{P}_{|g\rangle \to |e\rangle}$
- Oscillations de Rabo

$$H_0 = \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| \, (+\hbar \cdot 0 \, |g\rangle \langle g|)$$

$$|\psi(t)\rangle = \gamma_g |g\rangle + \gamma_e e^{-i\omega_e t} |e\rangle$$

Comment le système se couple à un champ E.M. ?

$$H = H_0 + H_{\text{int}}$$

$$H_{\text{int}} = -\hat{D}\hat{E}(\mathbf{r}, t)$$

$$\hat{D} : \text{ Opérateur de moment dipolaire } = q\hat{r}$$

Problème à deux niveaux

$$H = \hbar\omega_e |e\rangle \langle e| - \hat{D}\hat{E}(r, t)$$

Approche perturbative : H_{int} : faible

$$H_{\text{int}} \to \lambda H_{\text{int}} \quad \lambda \ll 1$$

$$\psi(t) = \sum_n \gamma_n(t) |n\rangle$$

$$i\hbar \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t} \psi |\psi(t)\rangle = (H_0 + \lambda H_{\text{int}}) |\psi(t)\rangle$$

On projette sur un $|k\rangle$ quelconque

$$i\hbar\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\langle k|\psi(t)\rangle = \langle k|H_0|\psi(t)\rangle + \lambda\langle k|H_{\text{int}}|\psi(t)\rangle$$

$$= E_k\langle k|\psi\rangle + \lambda\sum_n \langle k|H_{\text{int}}|n\rangle\langle n|\psi(t)\rangle$$

$$i\left[-\frac{E_k}{\hbar} + \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\gamma_k(t)\right]e^{-iE_kt/\hbar} = e_k\gamma_{k(t)}e^{-iE_kt/\hbar} + \lambda\sum_m \langle k|H_{\text{int}}|n\rangle\psi_n(t)e^{(E_n-E_k)t/\hbar}$$

donc,

$$\forall\,|k\rangle\,,\quad \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\gamma_k(t) = \lambda\sum_n \langle k|H_{\text{int}}|n\rangle\gamma_n(t)e^{-i\frac{E_n-E_k}{\hbar}t}$$

Cela est la solution exacte et n'est, évidemment, pas facile à résoudre en général.

On fait donc une série en λ

$$\gamma_{k(t)} = \gamma_k^{(0)}(t) + \lambda\gamma_k^{(1)}(t) + \lambda^2\gamma_k^{(2)}(t) + \cdots$$

$$\gamma_e^{(1)} = \frac{1}{i}\int_{t_0}^{t}\mathrm{d}t'\,\langle e|H_{\text{int}}|e\rangle\gamma_e^{(0)}e^{-i\delta E_{eg}t/\hbar} + \cdots$$

$$\gamma_e^{(1)}(t) = \frac{1}{i\hbar}\int_{t_0}^{t}\mathrm{d}t\,\langle\psi|eH_{\text{int}}|g\rangle e^{-i\Delta E_{ge}t/\hbar}$$

On va considérer un champ éléctrique de la forme

$$\mathbf{E}(\mathbf{r},t) = \mathbf{E}_0\cos(\omega t + \varphi)$$

$$H_{\text{int}} = \hat{W}\cos(\omega t \pm \varphi)$$
$$\hat{W} = \hat{D}\mathbf{E}_0 = q\hat{r}\mathbf{E}_0$$

$$\gamma_e(t) = \frac{W_{eg}}{i\hbar}int_{t_0}^{t}\mathrm{d}t'\cos(\omega t' + \varphi)e^{-i\frac{E_g-E_e\hbar'}{t}}$$

$$\gamma_{e(t)}\approx\frac{W_{eg}}{2i\hbar}\int_{t_0}^{t}\mathrm{d}t'\left[e^{i\psi}e^{i\omega t'} + e^{-i\varphi-i\omega t'}\right]e^{i\omega_{eg}t'}$$

$$\ldots$$