2022-32-01

3 Correction d'erreur

3.1 codes classiques

Canal symétrique binaire

$$\begin{cases} 0 & \rightarrow 0 : \text{probabilité } p-1 \\ & \rightarrow 1 : \text{probabilité } p \end{cases}$$

$$\begin{cases} 1 & \rightarrow 1 : \text{probabilité } p-1 \\ & \rightarrow 0 : \text{probabilité } p \end{cases}$$

Pour corriger les erreur on rajoute de la redondance

ex : code de répétition

$$0 \rightarrow 000 \qquad 1 \rightarrow 111$$

Code classique (linéaire)

$$[n, k, d]$$

n : nombre de bits envoyé (nombres de bits physiques)
k : nombre de bit d'information
d : distance du code

distance : nombre de bits qu'il faut inverser pour passer d'un mot code à une autre

code de répétition : 2 mot codes : $\{000, 111\}$, $[3, 1, 3]$

code universel : tout les chaînes de bits sont des mots codes : $[n, n, 1]$

code de parité : $\begin{matrix} 00 \\ 01 \\ 10 \\ 11 \end{matrix} \rightarrow \begin{matrix} 000 \\ 011 \\ 101 \\ 110 \end{matrix}, [3, 2, 2]$

Objectifs du design de code

— avec un n, k donné maximiser d

— avec n, d fixé, maximiser k

— d, k minimiser n

Le <u>taux du code</u> est

$$R = \frac{k}{n}$$

Pour le code de répétition $[n, 1, n]$, $n \to \infty \implies R \to 0$

En général, on peut corriger $\left\lfloor \frac{d-1}{2} \right\rfloor$ erreurs pour le canal symétrique binaire

Avec le code de répétition 3 bits

la probabilité d'avoir 2 erreur ou plus est de

$$3p^2\left(1-p\right) + p^3 \sim p^2 < p$$

En général $p_L \sim p^{\frac{d+1}{2}}$

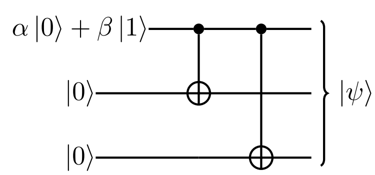
3.2 Codes quantiques

Arguments en défaveur de la possibilité de la correction d'erreur quantique :

1. Pas de copie possible (thm de non clonage)
2. Le nombre d'erreurs est *infini*
3. La mesure en MQ mène à l'effondrement de la fonction d'onde $\implies$ pas de vote pas majorité ? ? ? ? ? ? ? ?
4. Comment gérer l'intrication avec l'environnement ?

code de répétition quantique :

$|0\rangle \to |000\rangle$ $|1\rangle \to |111\rangle$



On doit mesurer les *syndromes* de l'état pour savoir s'il y a eu erreur ou non.

On mesure Z_1Z_2 et Z_2Z_3. On peut alors determiner quel erreur est *probablement* arrivée

on mesure Z_1Z_2 avec