

## 2.16 solveur variationnel quantique (VQE)

On cherche à trouver l'énergie et l'état fondamentale d'un hamiltonien  $H$  (n'importe quel problème de minimisation peut s'exprimer de cette façon).

C'est un problème NP complet : On ne trouveras pas un algorithme qui réussit à tout les coups mais un algorithme heuristique qui réussit on l'espère *souvent*.

VIE : Algorithme classique utilisant un sous-routine quantique.

### Rappel : Principe variationnel

D'abord, on a que,

$$\langle \psi | H | \psi \rangle \geq E_0 \forall |\psi\rangle \in \mathcal{H}$$

On choisit  $|\psi(\vec{\theta})\rangle$  avec  $\vec{\theta}$  un vecteur de paramètre et on minimise

$$\langle H \rangle_{\vec{\theta}} \equiv \langle \psi(\vec{\theta}) | H | \psi(\vec{\theta}) \rangle$$

alors

$$\min_{\vec{\theta}} \langle H \rangle_{\vec{\theta}} \approx E_0 \quad \text{si } \theta \text{ nous donne assez de liberté}$$

Ex :

$$H = \frac{\omega}{2} \sigma_z$$

On pose

$$|\psi(\vec{\theta})\rangle = \cos \frac{\theta}{2} |0\rangle + \sin \frac{\theta}{2} |1\rangle$$

$$\langle H \rangle_{\theta} = \frac{\omega}{2} \left( \cos^2 \frac{\theta}{2} - \sin^2 \frac{\theta}{2} \right)$$

$$\min_{\theta} \langle H \rangle_{\theta} = -\frac{\omega}{2} \quad \theta = \pi$$

$$|\psi(\pi)\rangle = |1\rangle$$

sous routine quantique

Prend en entrée  $\vec{\theta}$ ,  $H$  retourne  $\langle H \rangle_{\theta}$

puisqu'on ne veut que la valeur moyenne, si notre hamiltonien à la forme

$$H = \sum_k H_k$$

, On peut mesurer individuellement la moyenne sur chacun des  $H_k$  et faire la somme après.

### 3 Suprématie quantique

On veut montrer qu'on peut réaliser un calcul quantique trop long à réaliser classiquement.

On cherche un algorithme qui

1. Peu être réaliser sur les ordinateurs quantiques actuels. (  $n$  qubits et  $q$  portes pas trop grand )
2. On doit pouvoir vérifier la réponse.
3. On veut un avantage quantique asymptotique (Une forte suspicion suffit)

ex : Factorisation de Shor : 2 et 3, Google 1 et 3

Stratégie actuelle : circuit aléatoire

$$U(\vec{\theta}) \text{ pris aléatoirement}$$

On mesure les qubits en sortant un très grand nombre de fois

Finalement on compare la distribution avec la distribution idéale

#### 3.1 Calcul adiabatique

##### Théorème adiabatique

Si un système physique est dans un état propre  $|\psi_k\rangle$  de  $H$  est au temps  $t_0$ . Il restera dans un état propre de  $H(t)$  si  $H(t)$  varie lentement.

$$\Delta = \min_t (E_1(t) - E_0(t))$$

$$\text{On doit être plus lent que } \frac{1}{\Delta} \implies T \gg \frac{1}{\Delta}$$

On choisit  $H(t)$  tel que  $|E_0\rangle$  encode la réponse voulue. On choisit  $H(0)$  avec un état fondamental comme

$$H(0) = J_j X_j = H_0$$

l'état fondamental est  $|\psi(0)\rangle = |+\rangle^{\otimes n}$

On choisit

$$H(t) = \left(1 - \frac{t}{T}\right) H_0 + \frac{t}{T} H_{\text{final}}$$

Exemple : Modèle de Ising

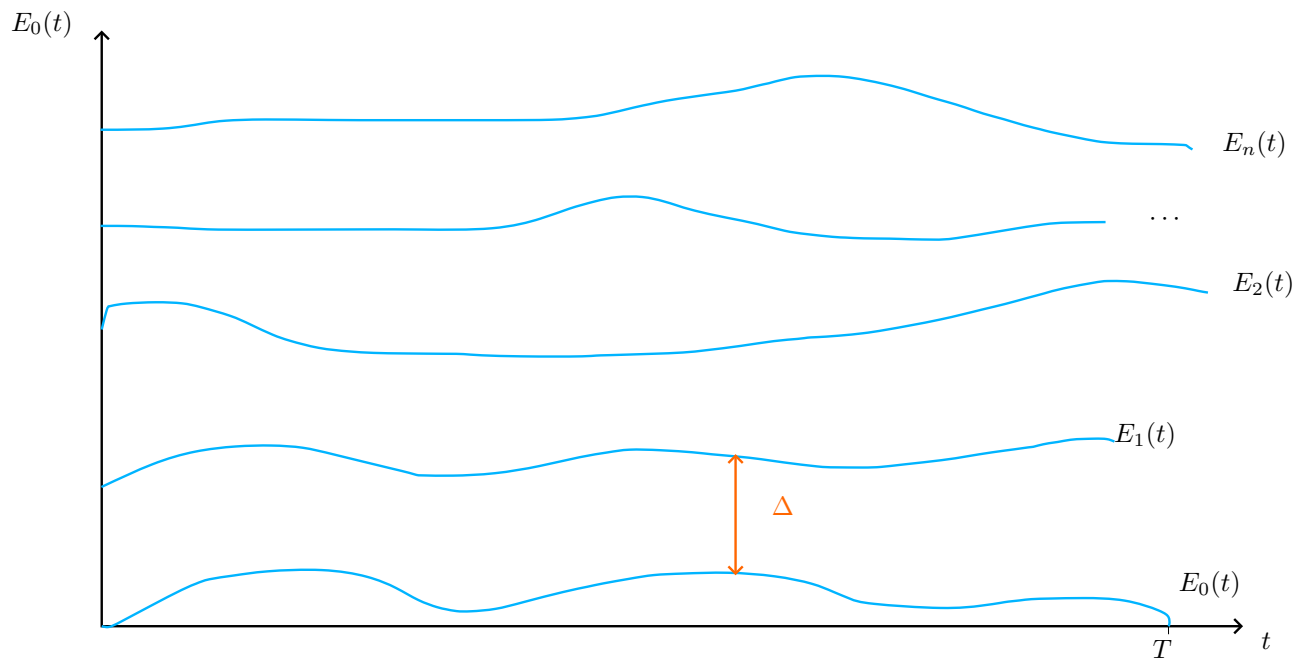


FIGURE 1 – un graphique tout a fait quelconque

$$H = \sum_i \lambda X_i + J Z_i Z_{i+1}$$

On suppose qu'on peut contrôler  $\lambda, J$

$$J(\lambda) = J \frac{t}{T}$$