

Construction de  $G_2$  (suite)

$$\begin{aligned}\alpha_3 &= \alpha_2 + \alpha_1 \\ \alpha_4 &= \alpha_1 + \alpha_3 \\ \alpha_5 &= \alpha_1 + \alpha_5 \\ \alpha_6 &= \alpha_2 + \alpha_5\end{aligned}$$

$$x_1 \in g_{\alpha_1} \quad X_2 \in g_{\alpha_2}$$

On peut choisir

$$Y_1 \in g_{-\alpha} \quad Y_2 \in g_{-\alpha_2}$$

tel que  $H_i = [X_i, Y_i] \quad [H, X/Y] = \pm 2X/Y$

On définit  $X_3 = [X_1, X_2] \in g_{\alpha_3}, X_4 = [X_1, X_3], X_5 = [X_1, X_4], X_6 = [X_2, X_5]$

idem pour les  $Y$

on sait que  $\mathfrak{g}_2 = \langle H_1, H_2, X_{1\dots 6}, Y_{1\dots 6} \rangle$

On calcule tout les crochets

Tout ce qui tombe sur pas une racine c'est 0

Pour trouver les crochet avec  $H_1$  et  $H_2$ , on considère des petit  $\mathfrak{sl}_2$