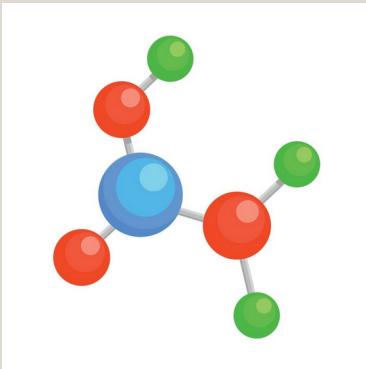


Méthode de simulation des codes de correction d'erreurs bosoniques

Par Jean-Baptiste Bertrand

Les ordinateurs quantiques

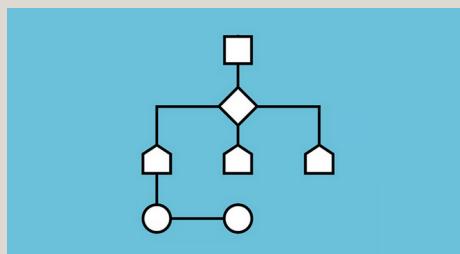
Simulations de systèmes quantiques



Chiffrement

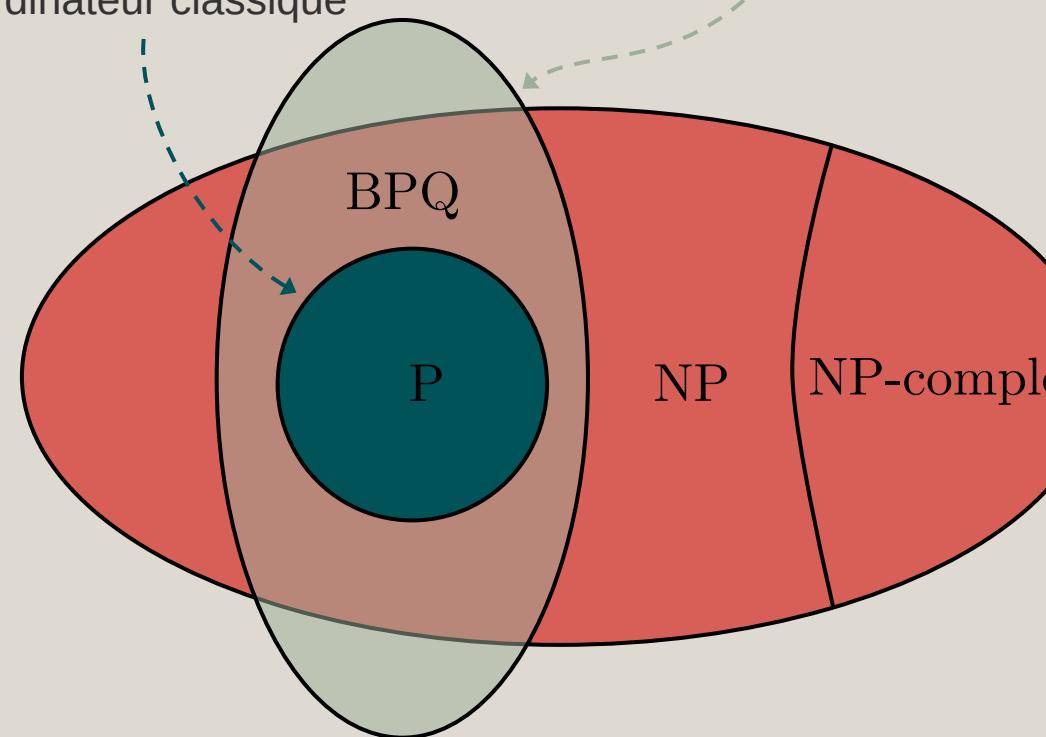


Algorithmes

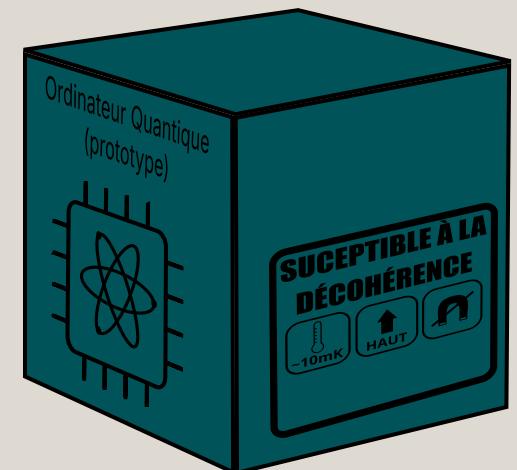
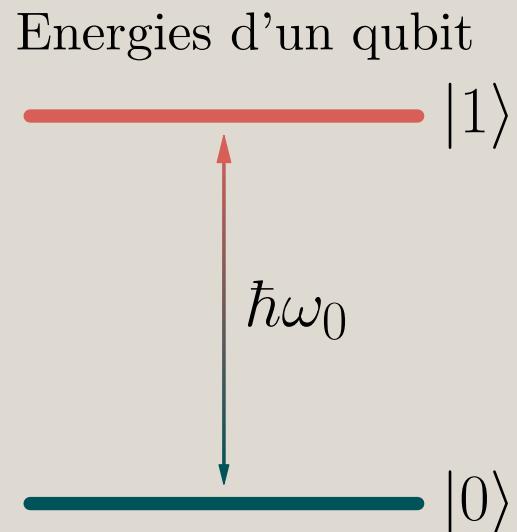
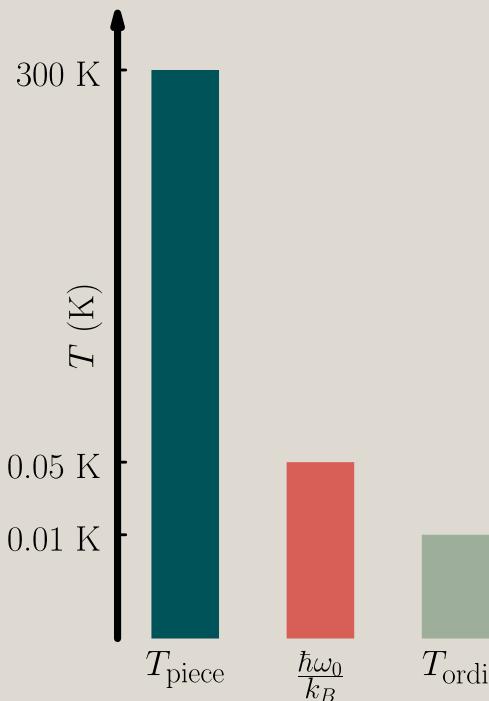


Soluble efficacement par un ordinateur classique

Soluble efficacement par un ordinateur quantique

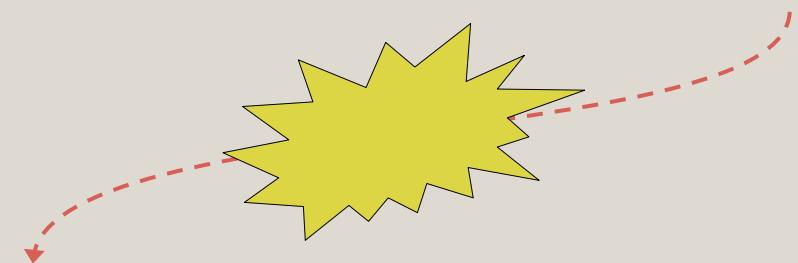


L'information quantique est fragile



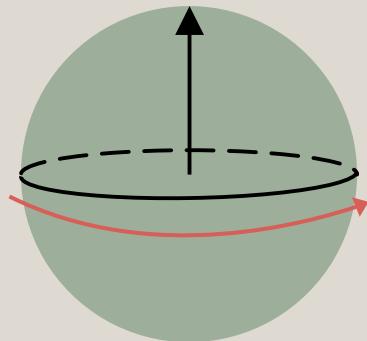
Le principe de la correction d'

$0 \ 1 \ 0 \rightarrow 000 \ 111 \ 000$

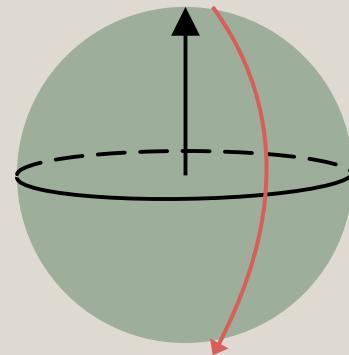


$100 \ 101 \ 010 \rightarrow 0 \ 1 \ 0$

La correction d'erreur Quantique



Erreurs de phase



Erreurs d'inversion

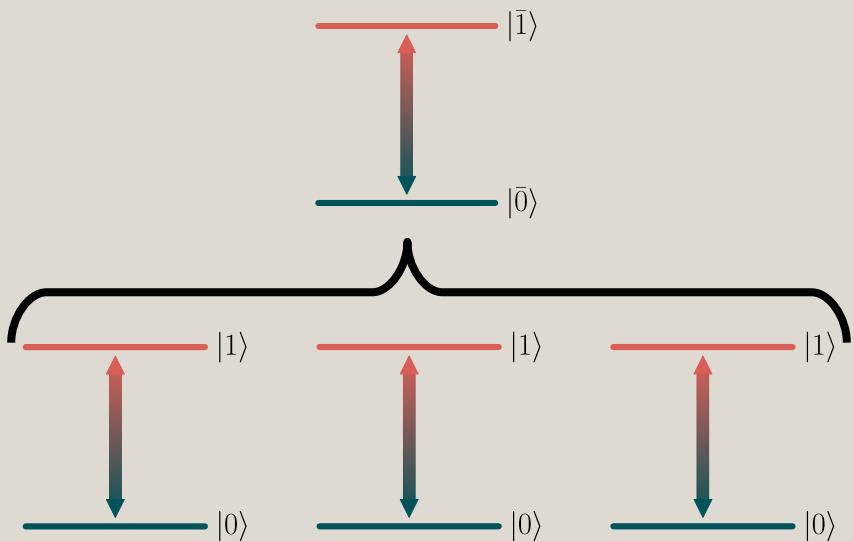
Développement de
codes de corrections

Développement de
systèmes physique

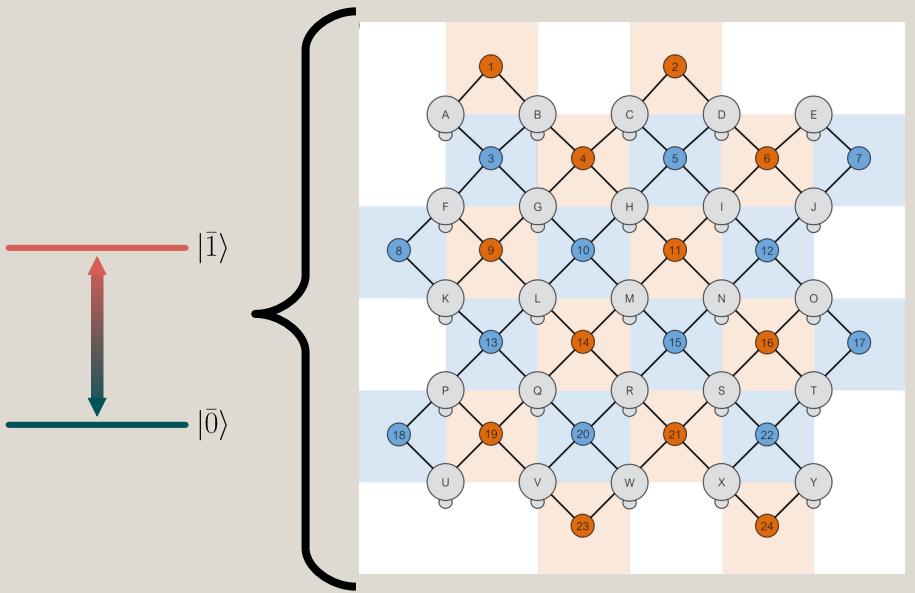


Codes de qubits

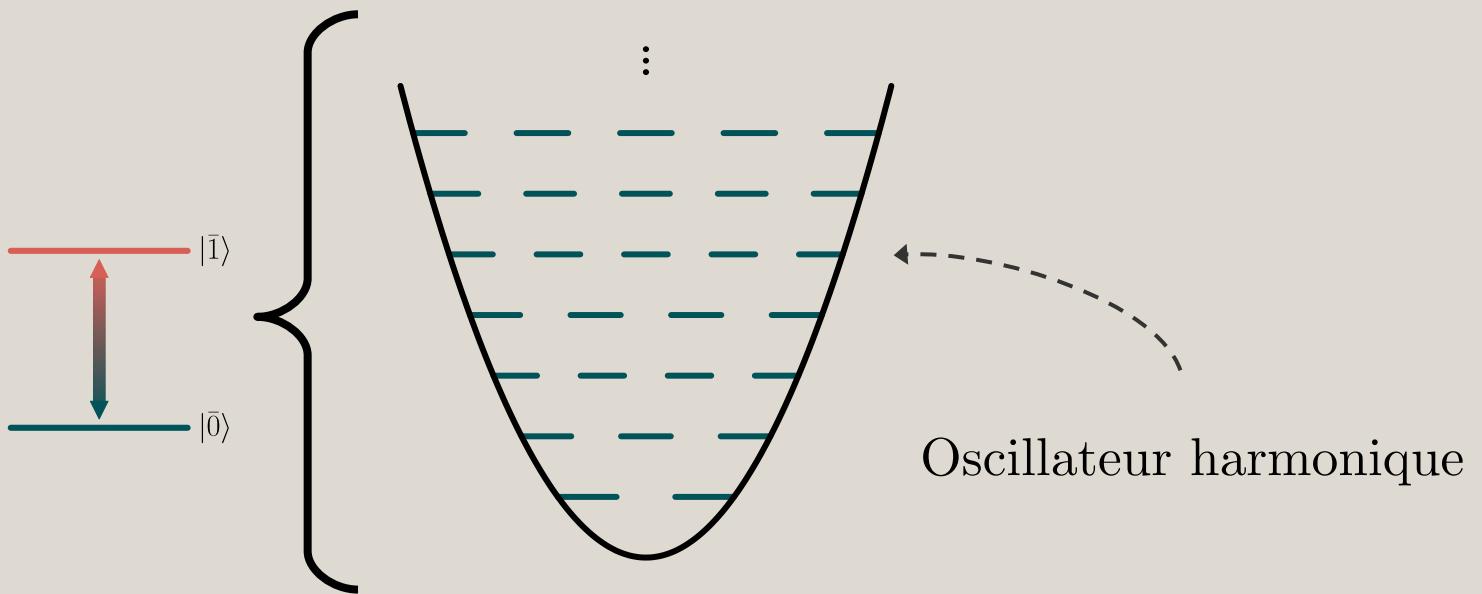
Code de répétition



Code de surface



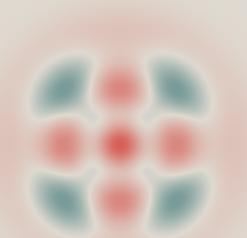
Les codes Bosoniques



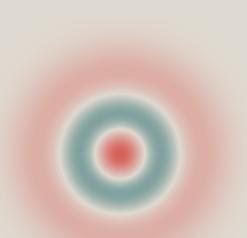
Les codes Bosoniques

code
binomial

$|\bar{0}\rangle$



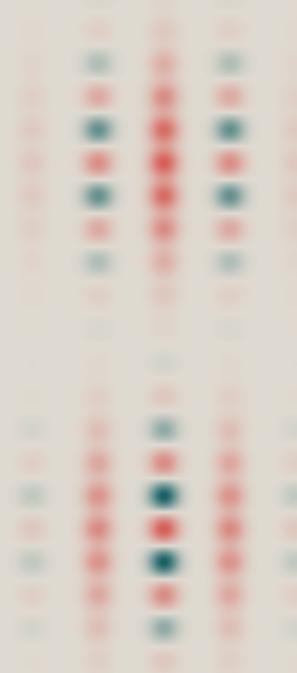
$|\bar{1}\rangle$



code
de chat



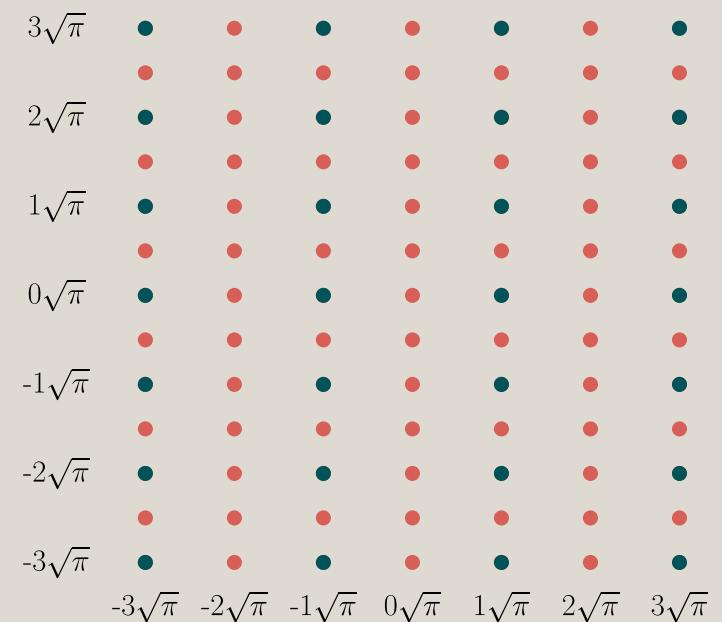
code
GKP



Les codes GKPs

$$|\bar{0}\rangle = \sum_j |jl\rangle_x$$

$$|\bar{1}\rangle = \sum_j |(j + 1/2)l\rangle_x$$



Les codes GKP finis

$$|\bar{\mu}\rangle_{\beta} = e^{-\beta \hat{n}} |\bar{\mu}\rangle_{\infty}$$

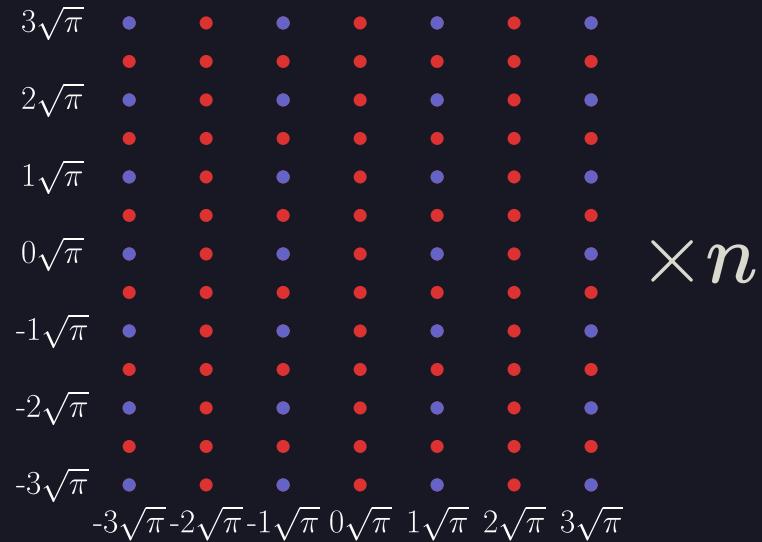


Grande enveloppe \rightarrow perte de photon
petite enveloppe \rightarrow peu de redondance

Comment connaître les paramètres?

Les simulations numériques sont
essentielles pour nous aider à
déterminer certains paramètres
physiques

Systèmes avec plusieurs cavités



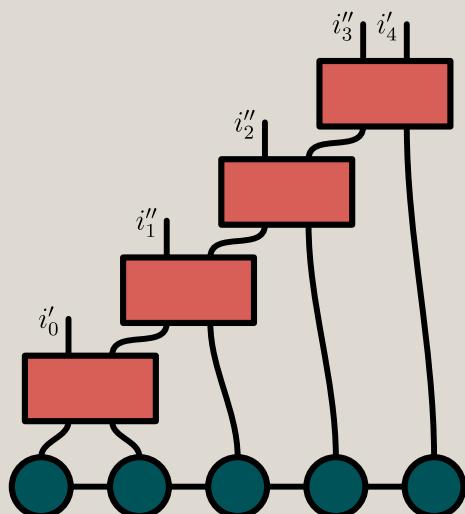
Oscillateur harmonique → espace de Hilbert ∞

En pratique $d \sim 100$

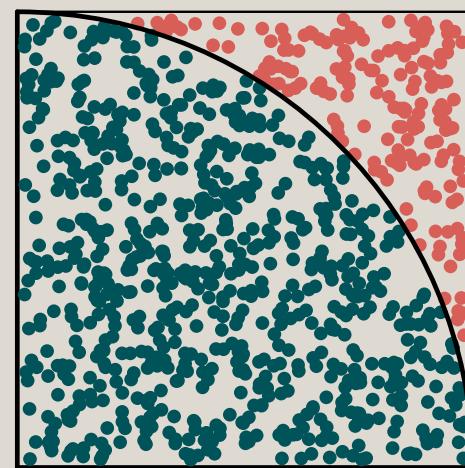
Pour n qubits, notre vecteur d'état contiens d^n éléments

Comment y arriver?

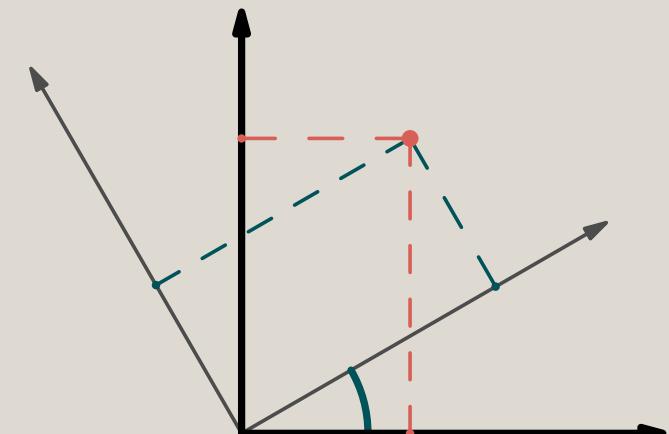
Réseaux de tenseurs



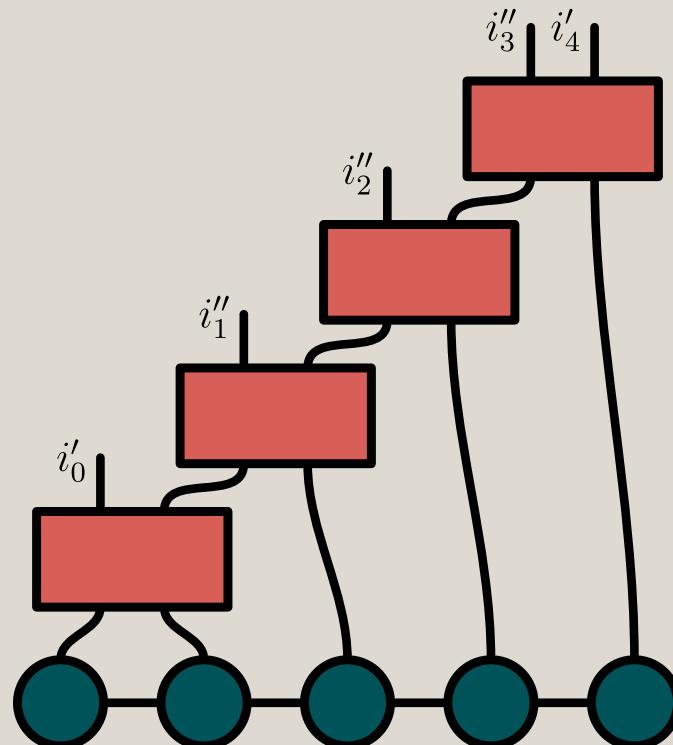
Méthodes Monte Carlo



Choix de base



Les réseaux de tenseurs

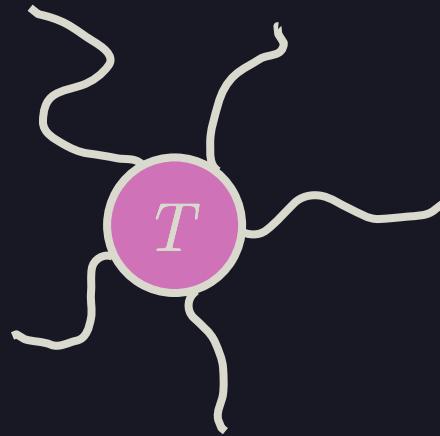


Une méthode d'abstraction

- [1] Collura M *et al.* 2024 Tensor Network Techniques for Quantum Computation
- [2] Berezutskii A *et al.* 2025 Tensor networks for quantum computing (arXiv)
- [3] Orús R 2014 Annals of Physics 349 117

Une méthode d'abstraction

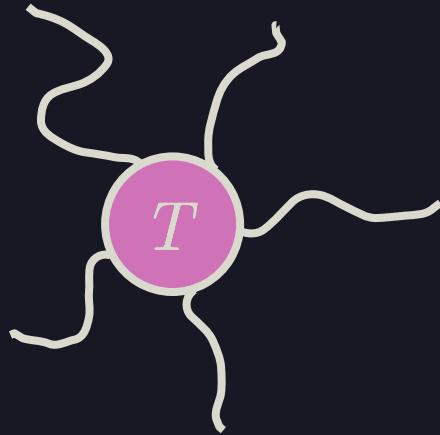
Tenseur de rang \rightarrow n blob à n pattes



- [1] Collura M *et al.* 2024 Tensor Network Techniques for Quantum Computation
- [2] Berezutskii A *et al.* 2025 Tensor networks for quantum computing (arXiv)
- [3] Orus R 2014 Annals of Physics 349 117

Une méthode d'abstraction

Tenseur de rang \rightarrow n blob à n pattes

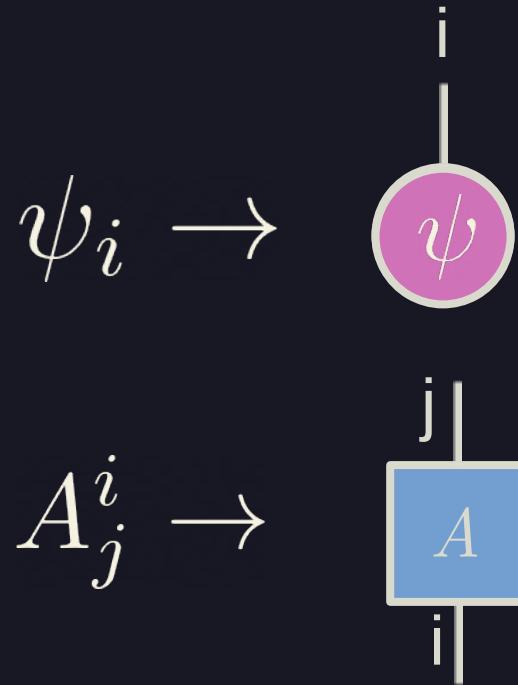
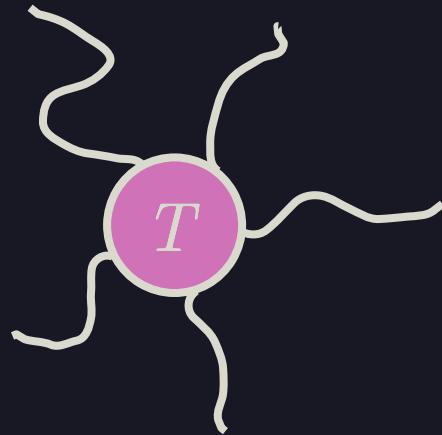


$$\psi_i \rightarrow \begin{array}{c} i \\ | \\ \textcolor{pink}{\psi} \end{array}$$

- [1] Collura M *et al.* 2024 Tensor Network Techniques for Quantum Computation
- [2] Berezutskii A *et al.* 2025 Tensor networks for quantum computing (arXiv)
- [3] Orus R 2014 Annals of Physics 349 117

Une méthode d'abstraction

Tenseur de rang \rightarrow n blob à n pattes



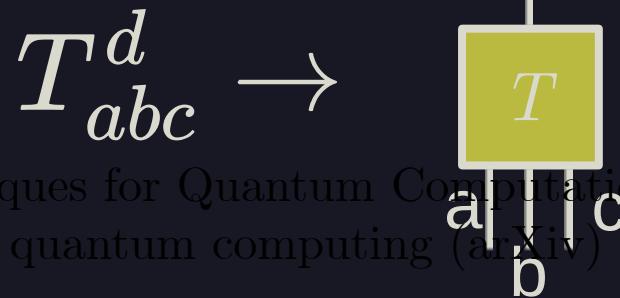
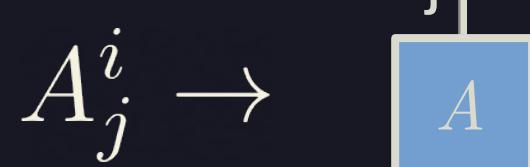
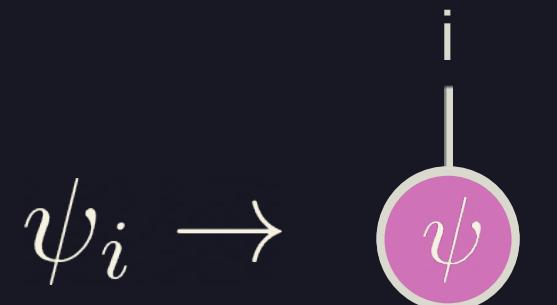
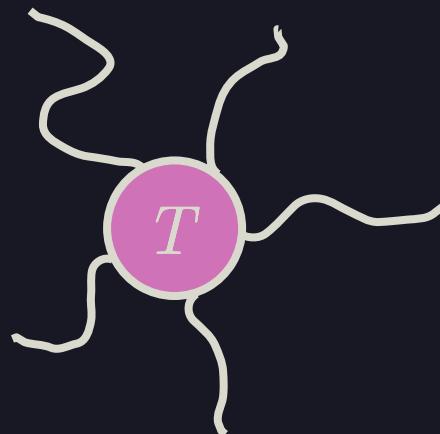
[1]Collura M *et al.* 2024 Tensor Network Techniques for Quantum Computation

[2]Berezutskii A *et al.* 2025 Tensor networks for quantum computing (arXiv)

[3]Orús R 2014 Annals of Physics 349 117

Une méthode d'abstraction

Tenseur de rang \rightarrow n blob à n pattes



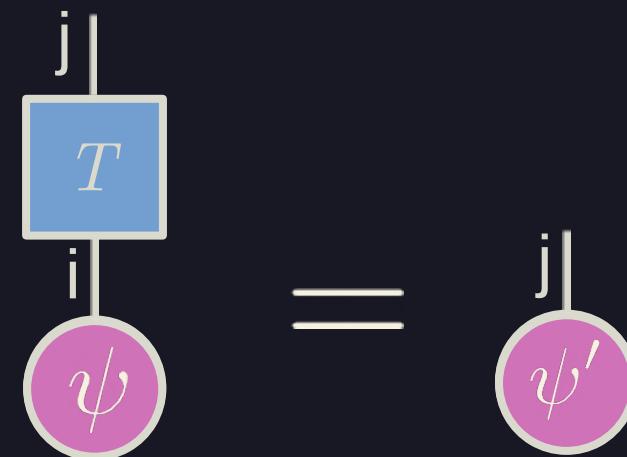
[1]Collura M *et al.* 2024 Tensor Network Techniques for Quantum Computation

[2]Berezutskii A *et al.* 2025 Tensor networks for quantum computing (arXiv)

[3]Orús R 2014 Annals of Physics 349 117

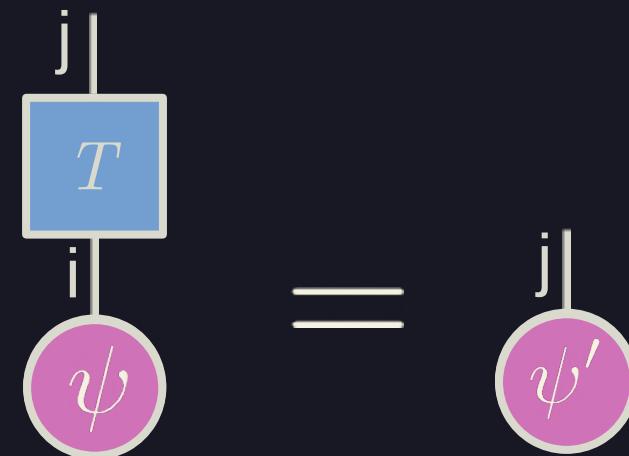
Examples

$$\sum_i A_j^i \psi_i \rightarrow A_j^i \psi_i \rightarrow$$

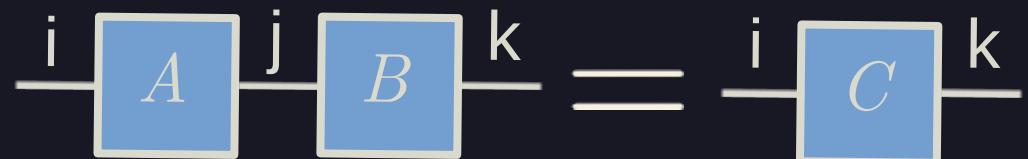


Examples

$$\sum_i A_j^i \psi_i \rightarrow A_j^i \psi_i$$

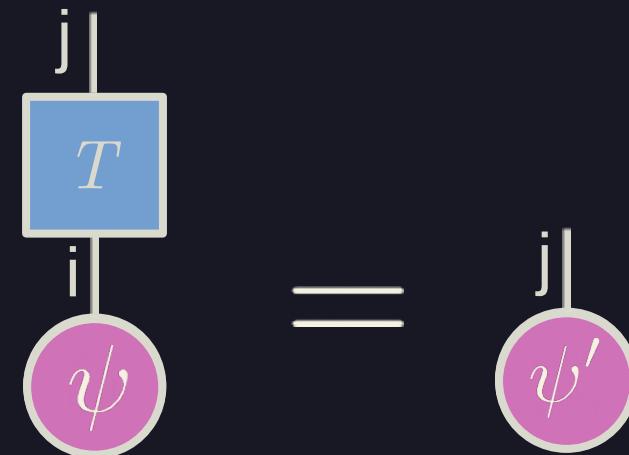


$$\sum_j A_j^i B_k^j \rightarrow A_j^i B_k^j$$

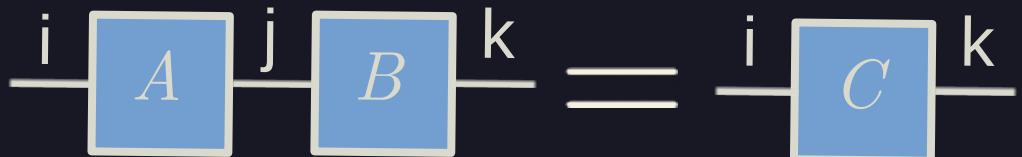


Examples

$$\sum_i A_j^i \psi_i \rightarrow A_j^i \psi_i \rightarrow$$

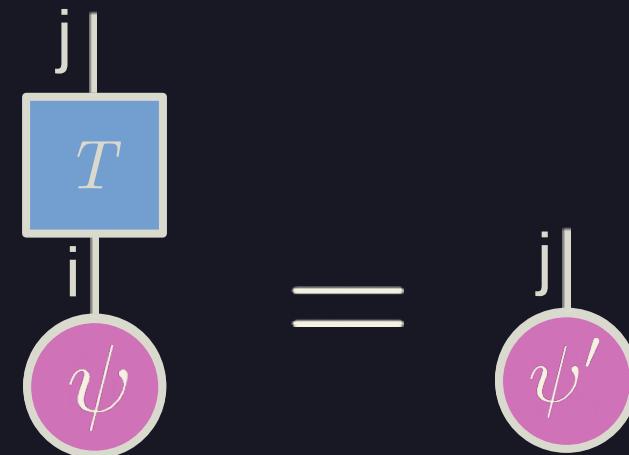


$$\sum_j A_j^i B_k^j \rightarrow A_j^i B_k^j \rightarrow$$

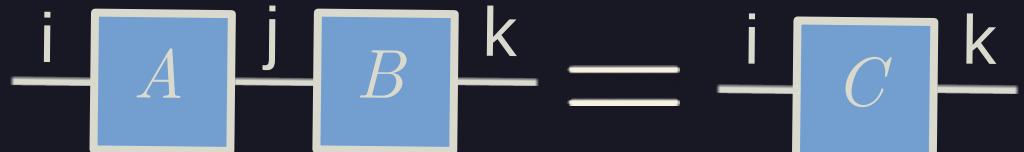


Examples

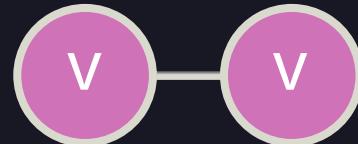
$$\sum_i A_j^i \psi_i \rightarrow A_j^i \psi_i \rightarrow$$



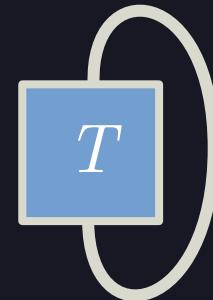
$$\sum_j A_j^i B_k^j \rightarrow A_j^i B_k^j \rightarrow$$



$$\vec{v} \cdot \vec{v} \rightarrow$$



$$\text{tr}(T) = T_i^i \rightarrow$$



Décomposition en valeur singulières

- Similaire à la diagonalisation
- Peut être fait sur nimporte quel matrice complexe, même rectangulaires

- Les valeurs singulières sont toujours réels et non-négative
- Les valeurs signulières sont ordonnées par ordre décroissant par convention

Décomposition en valeur singulières

- Similaire à la diagonalisation
- Peut être fait sur nimporte quel matrice complexe, même rectangulaires

$$m \left\{ \begin{matrix} M \\ \underbrace{}_m \end{matrix} \right\} = m \left\{ \begin{matrix} U \\ \underbrace{}_n \end{matrix} \right\} \times m \left\{ \begin{matrix} S \\ \underbrace{}_n \end{matrix} \right\} \times \underbrace{\begin{matrix} V^\dagger \\ \underbrace{}_n \end{matrix}}_n$$

$$\boxed{S} = \begin{pmatrix} s_1 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & s_2 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & s_3 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots \end{pmatrix}$$

- Les valeurs singulières sont toujours réels et non-négative
- Les valeurs signulières sont ordonnées par ordre décroissant par convention

Séparer l'espace de Hilbert



$$|\psi_H\rangle = |n, l, m\rangle$$

$$\sum_i c_i |i\rangle \rightarrow \sum_{\mu, \nu} c_{\mu, \nu} |\mu, \nu\rangle$$

Séparer l'espace de Hilbert



E.g.:

$$|5\rangle \rightarrow |1\rangle|0\rangle|1\rangle$$

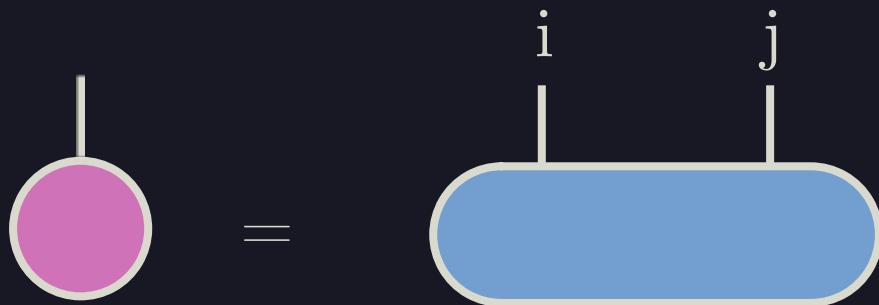
$$|\psi_H\rangle = |n, l, m\rangle$$

$$\sum_i c_i |i\rangle \rightarrow \sum_{\mu, \nu} c_{\mu, \nu} |\mu, \nu\rangle$$

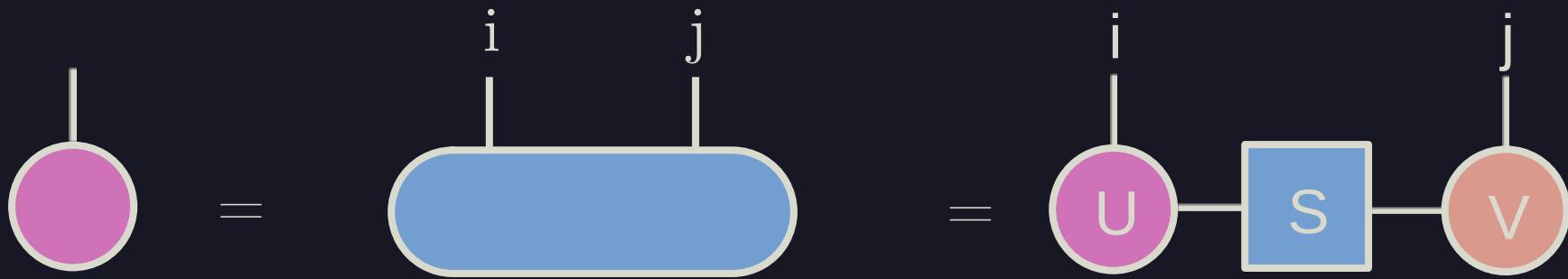
Une bonne méthode pour approximer des états



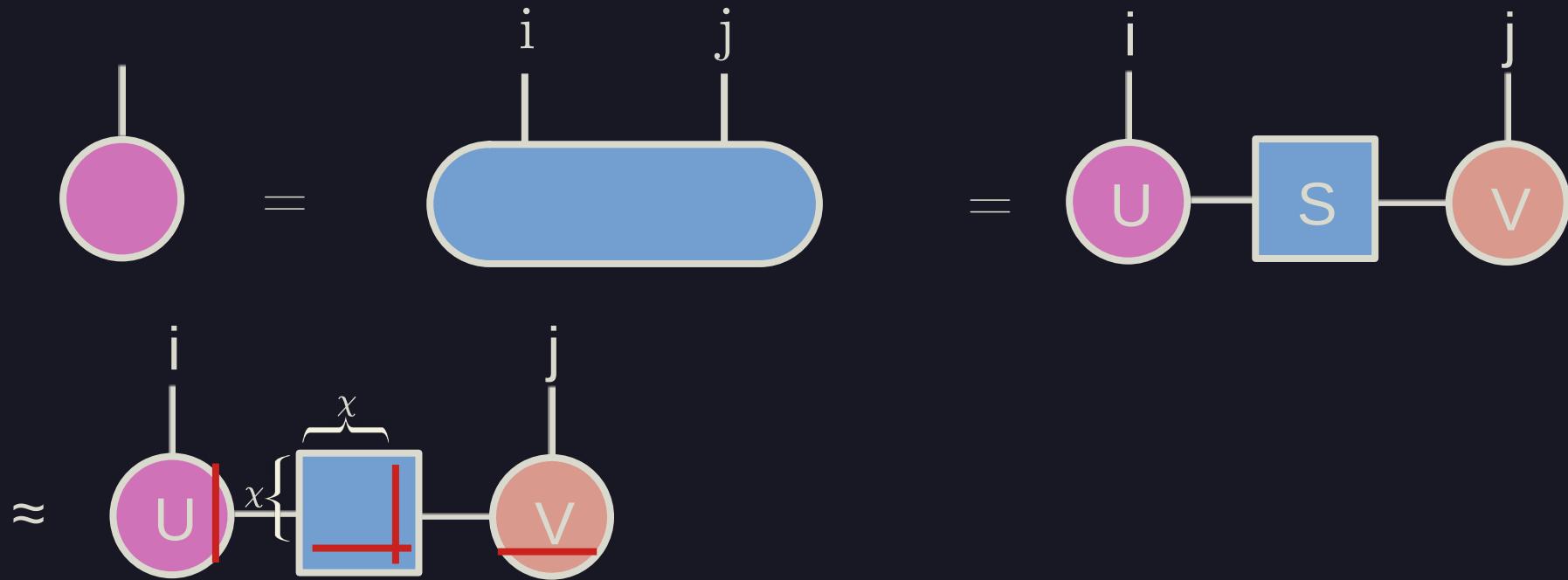
Une bonne méthode pour approximer des états



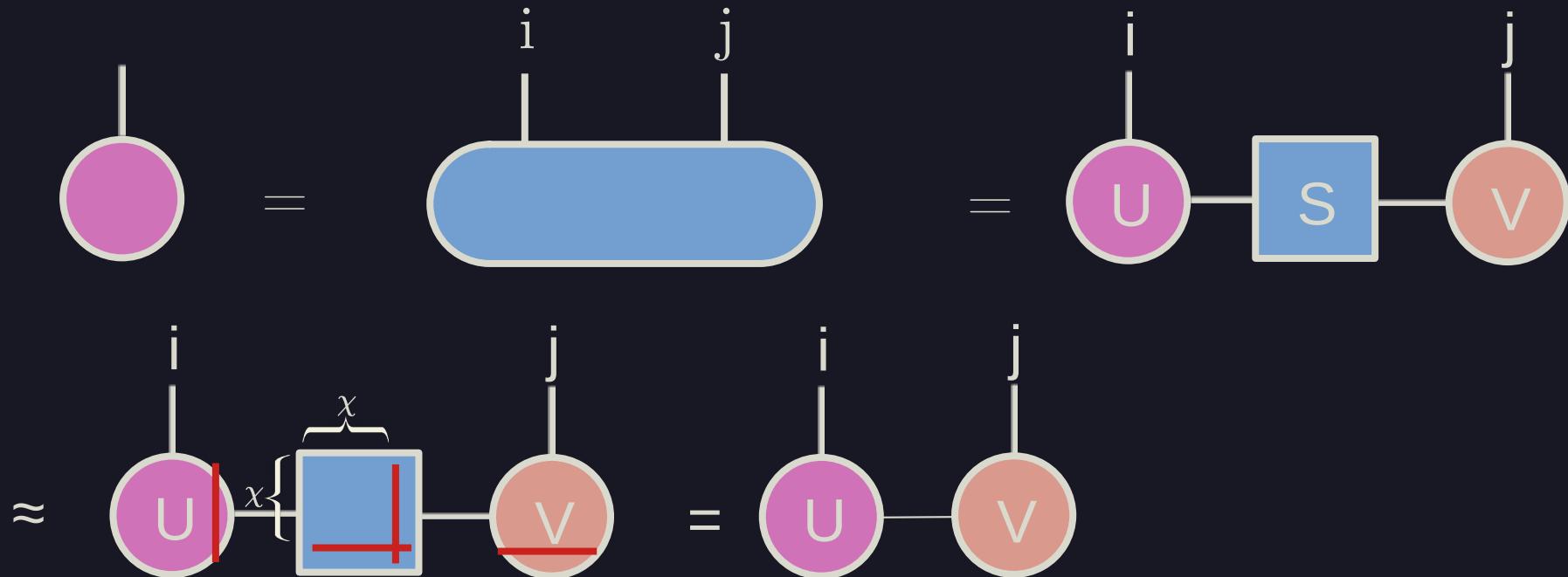
Une bonne méthode pour approximer des états



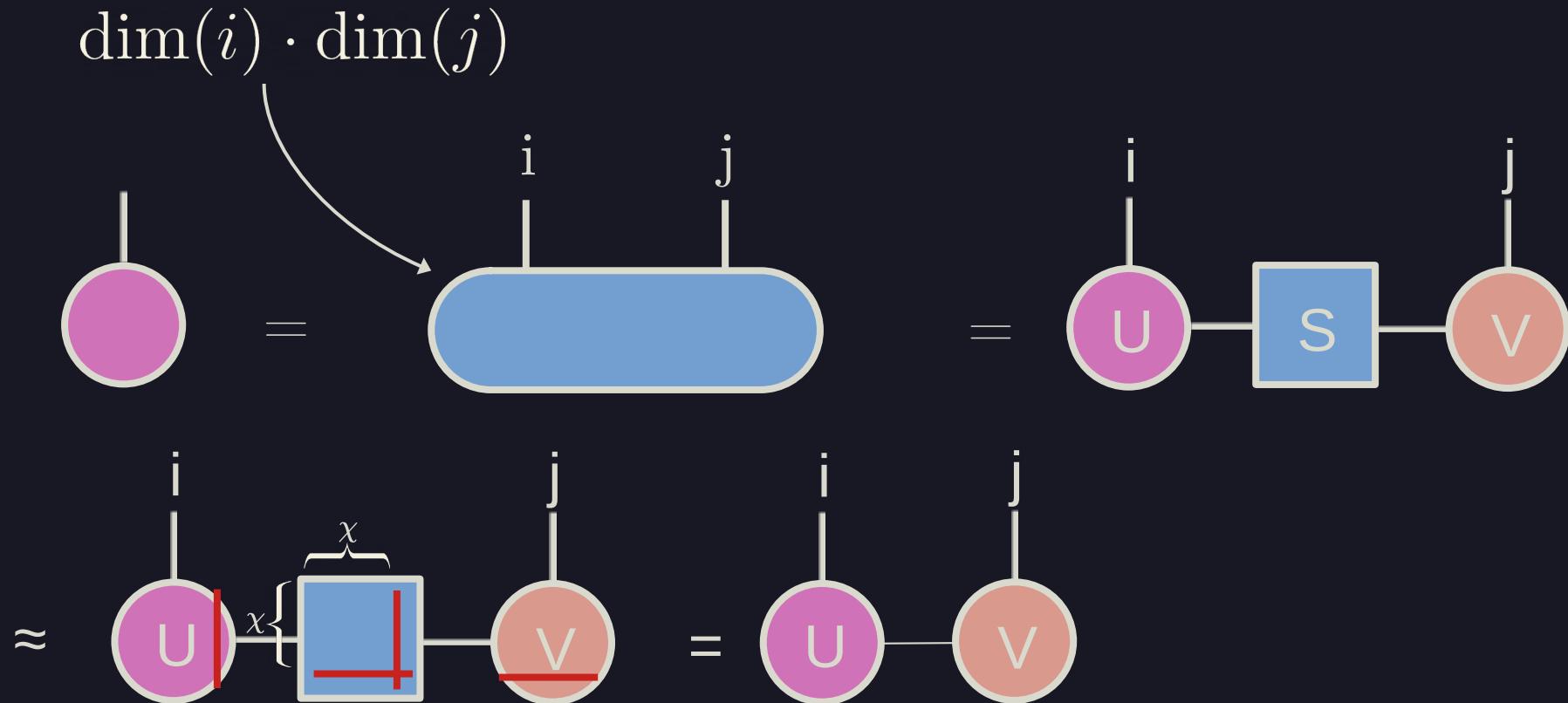
Une bonne méthode pour approximer des états



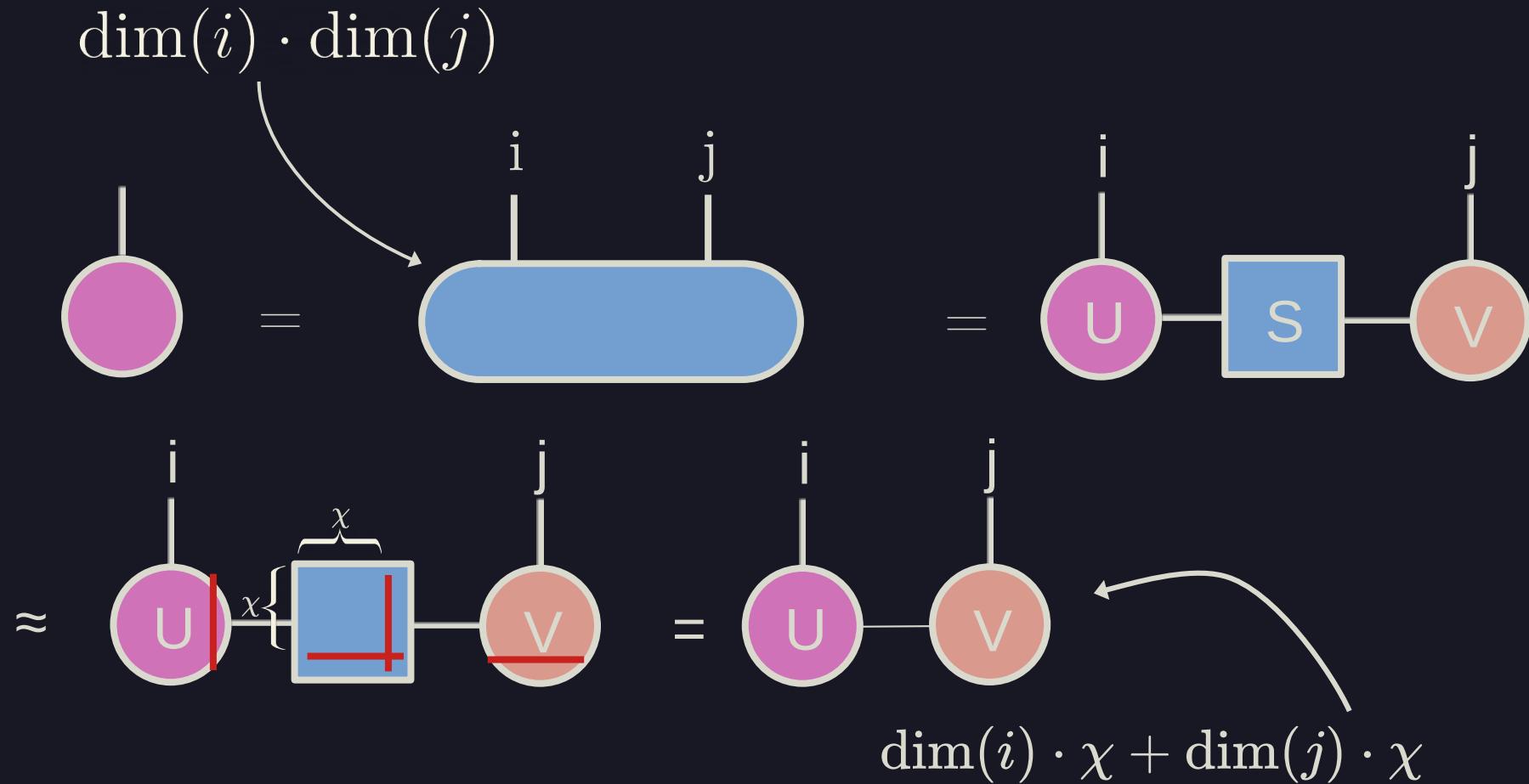
Une bonne méthode pour approximer des états



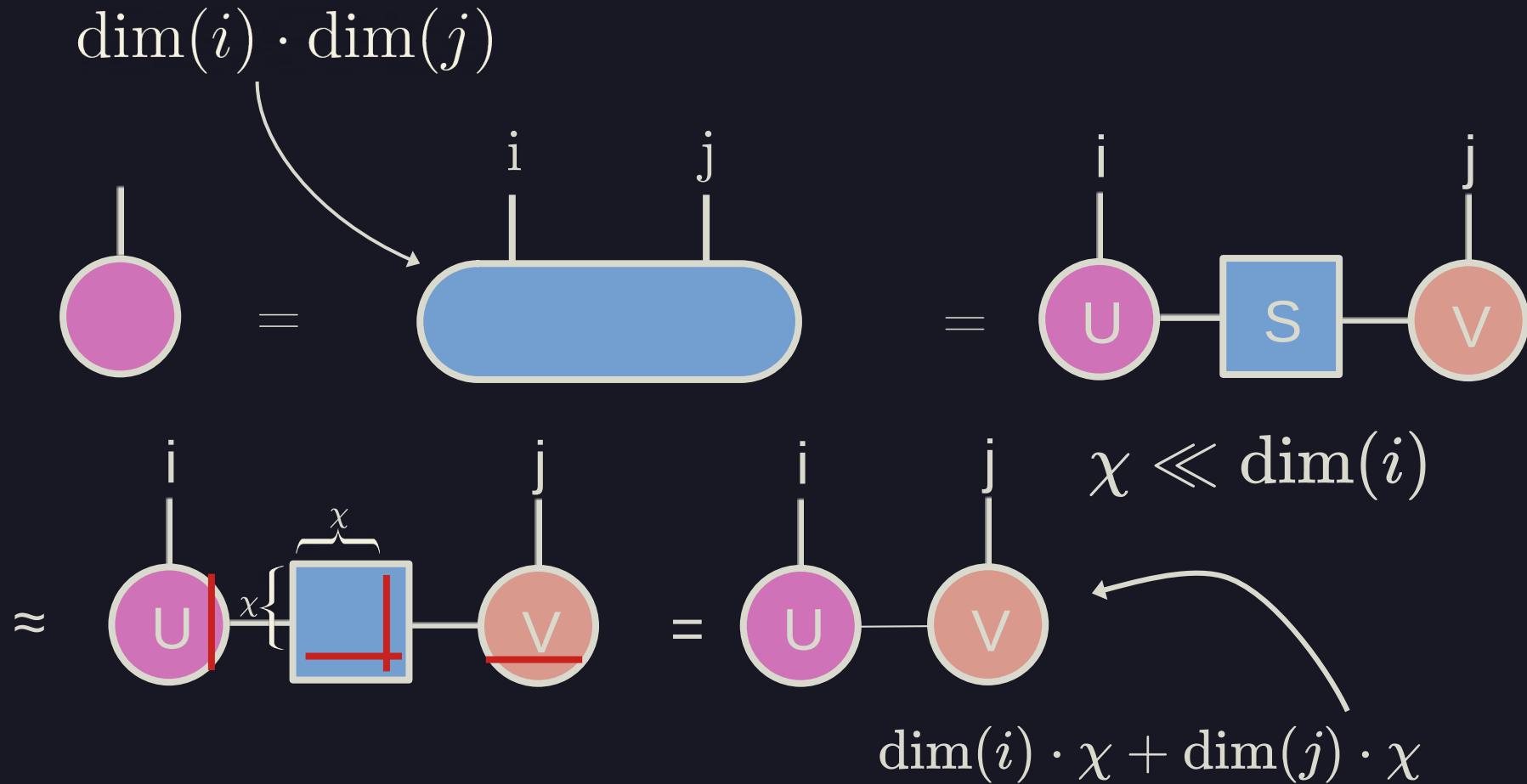
Une bonne méthode pour approximer des états



Une bonne méthode pour approximer des états



Une bonne méthode pour approximer des états



Décomposition de Schmidt

$$\text{SVD} \quad \longleftrightarrow \quad \text{Décomposition de Schmidt}$$

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum s_i (|i\rangle_A \otimes |i\rangle_B)$$

Le nombre de coefficients non-nul dans la décomposition de Schmidt peut être vue comme une mesure de l'intrication

Décomposition de Schmidt

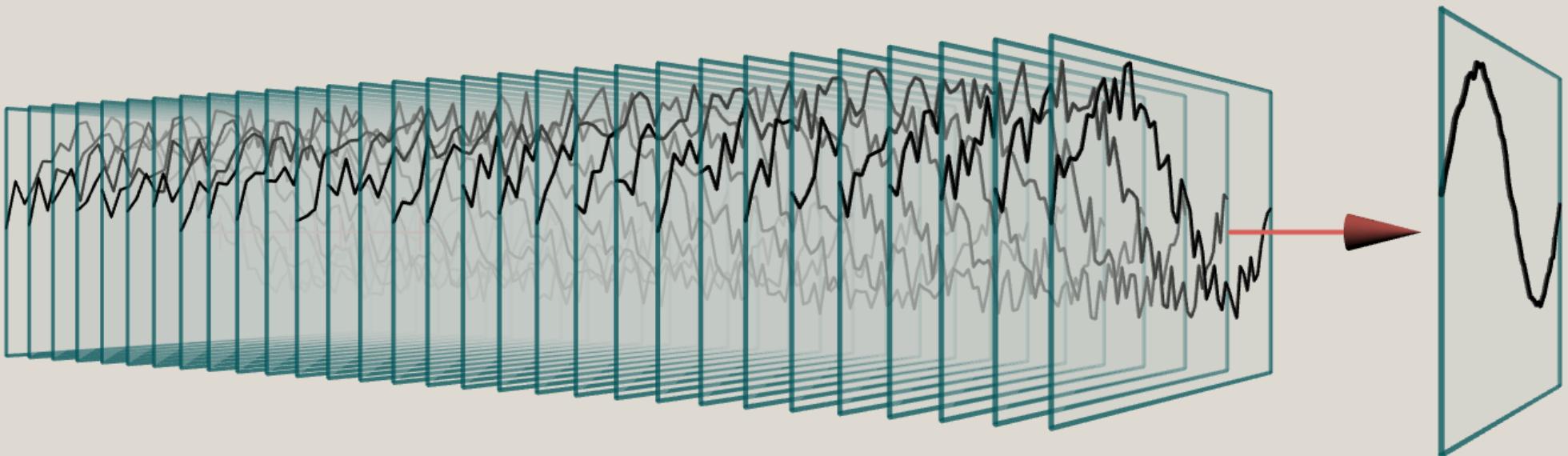
$$\text{SVD} \quad \longleftrightarrow \quad \text{Décomposition de Schmidt}$$

$$|\psi\rangle_{AB} = \sum s_i (|i\rangle_A \otimes |i\rangle_B)$$

Le nombre de coefficients non-nul dans la décomposition de Schmidt peut être vue comme une mesure de l'intrication

Les valeurs singulières sont les coefficient de la décomposition de Schmidt!

Les simulations Monte Carlo



Systèmes quantiques ouvert

Équation maîtresse:

$$\dot{\rho}(t) = -\frac{i}{\hbar}[H, \rho(t)] + \mathcal{L}\rho(t)$$

$$\rho = p_0 |\psi_0\rangle\langle\psi_0| + p_1 |\psi_1\rangle\langle\psi_1| + \dots$$

$\rho \rightarrow$ expensive in memory, use $|\psi\rangle$ instead

Monte Carlo: Utiliser des vecteur plutot que des matrices

Opérateurs de Saut:

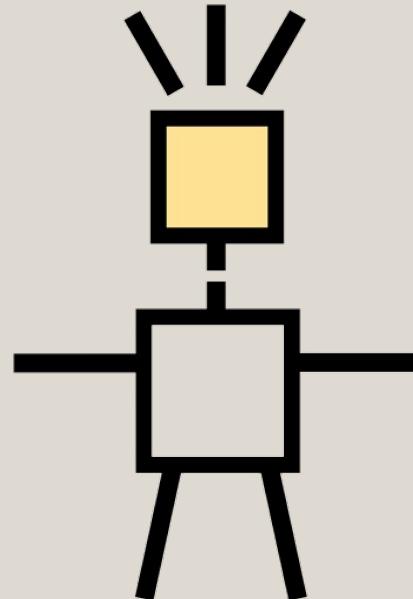
$$[\hat{S}_0, \hat{S}_1, \hat{S}_2, \hat{S}_3, \dots]$$

$|\psi\rangle \rightarrow S_i |\psi\rangle$ avec probabilité $p_i = \langle\psi| S_i^\dagger S_i |\psi\rangle$

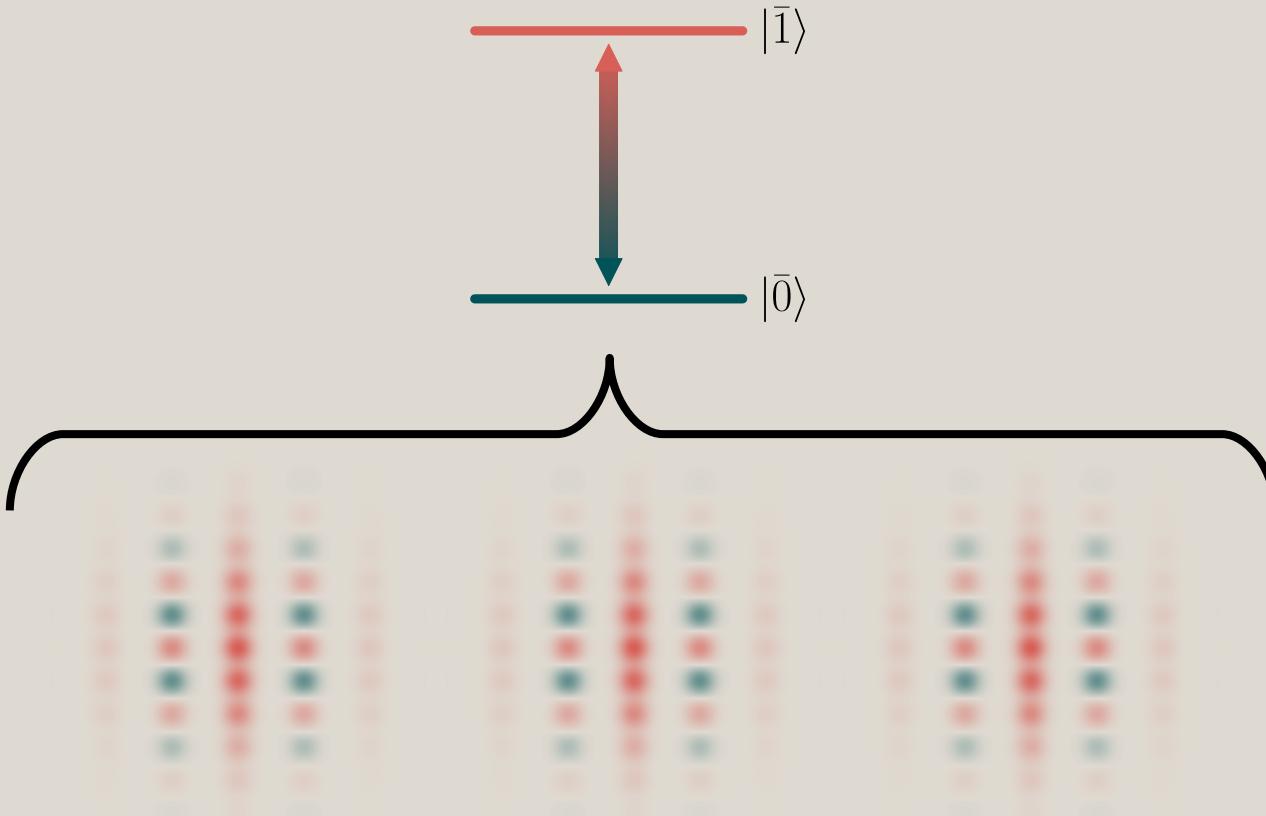
$$\sum_n \langle\psi_{\text{final},n}|\hat{O}|\psi_{\text{final},n}\rangle = \text{Tr}(\hat{O}\rho_{\text{final}})$$

Implementation des différentes techniques

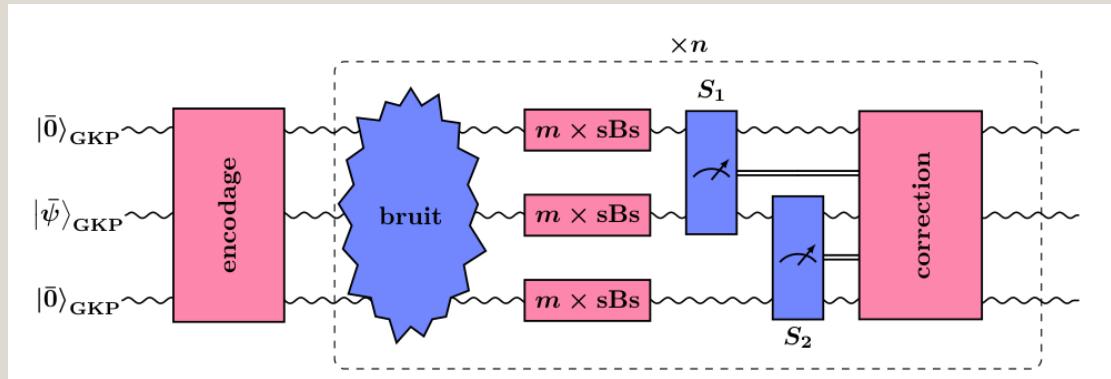
julia



Code GKP concaténé avec un code de répétition

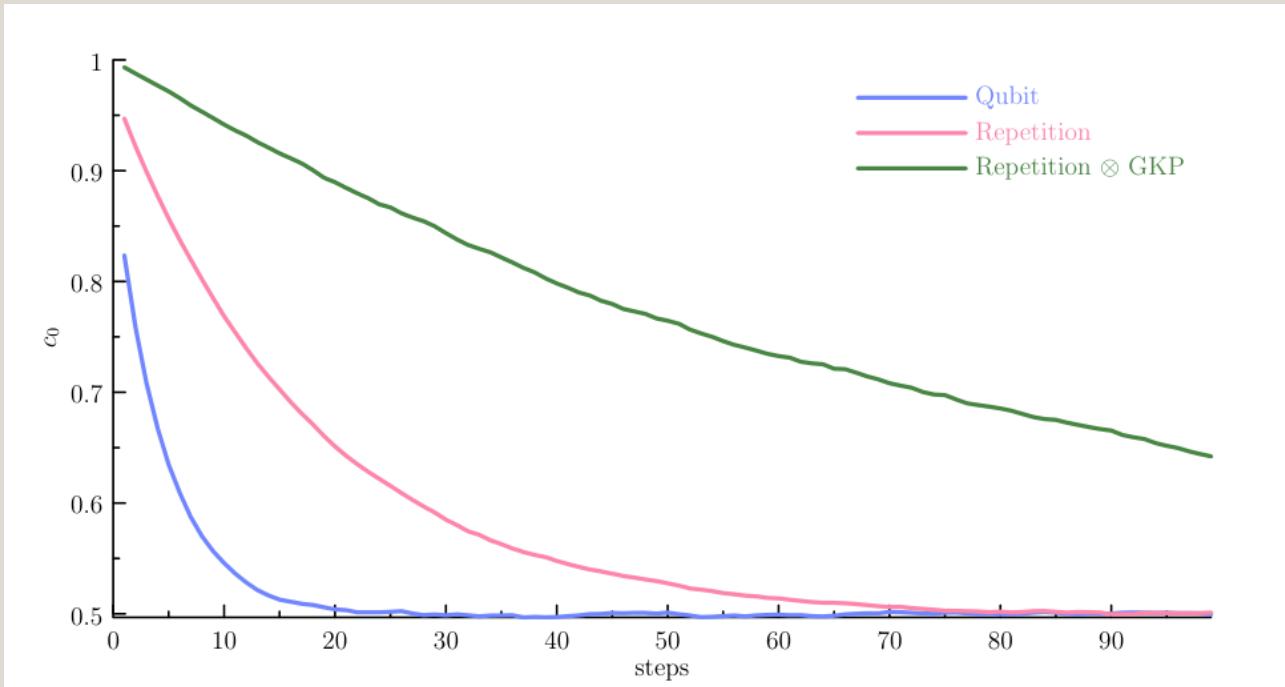


Simulation



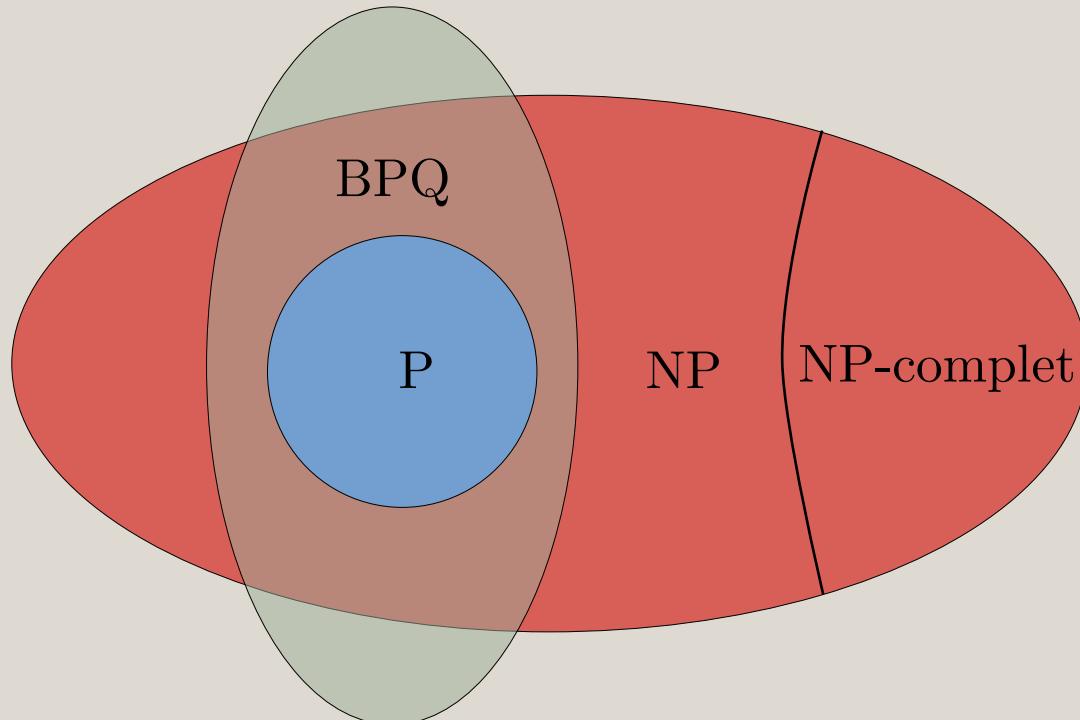
	Systèmes à deux niveaux	Oscillateurs harmoniques
\emptyset	système A un seul qubit	système B une seule cavité
rep(3)	système C trois qubits	système D trois cavités

Résultats!



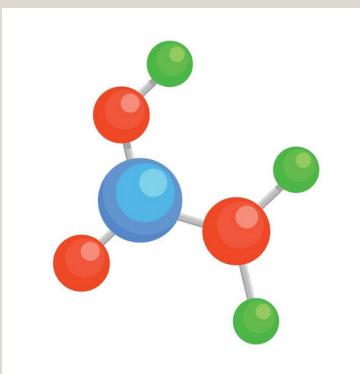
Annexe

Les ordinateurs quantiques



Les ordinateurs quantiques

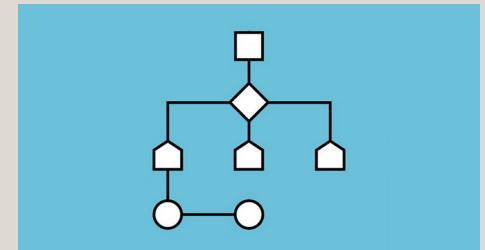
Simulations de
systèmes quantiques



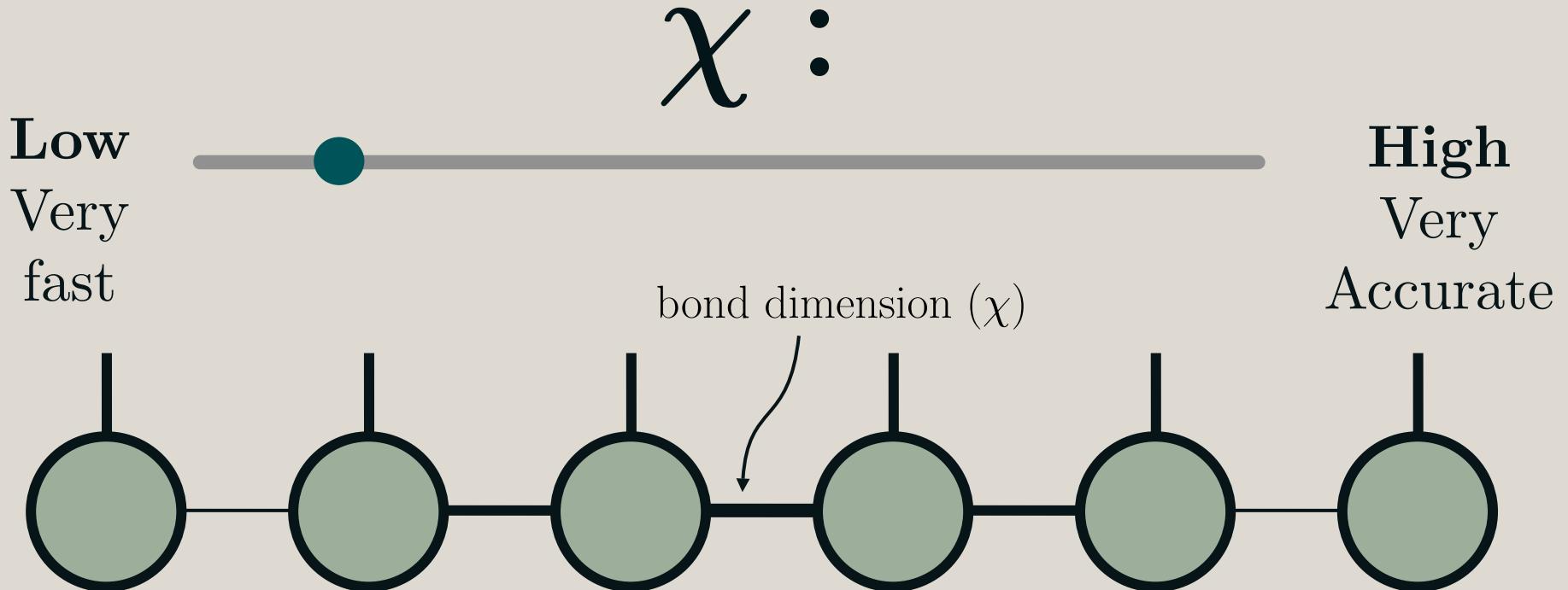
Chiffrement



Algoritmes

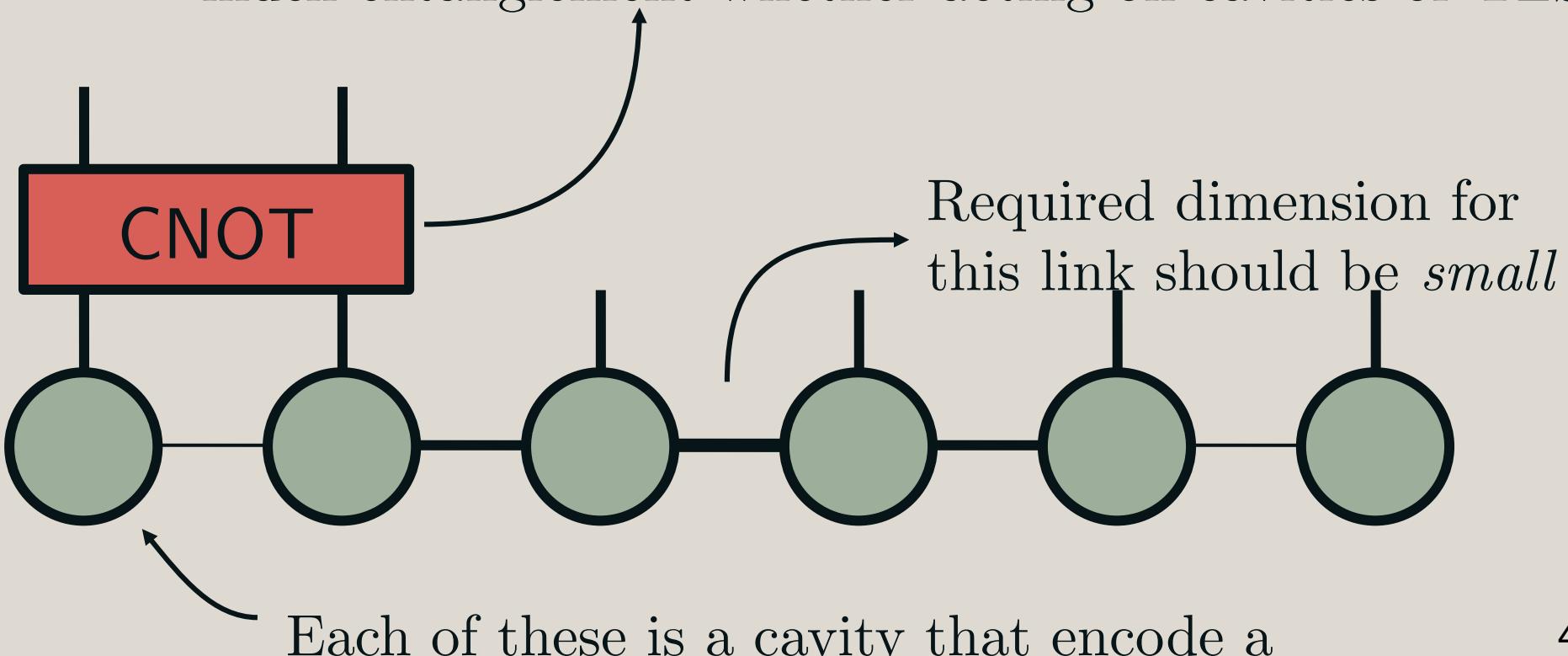


Tensor Networks allow you to represent systems in more efficient ways

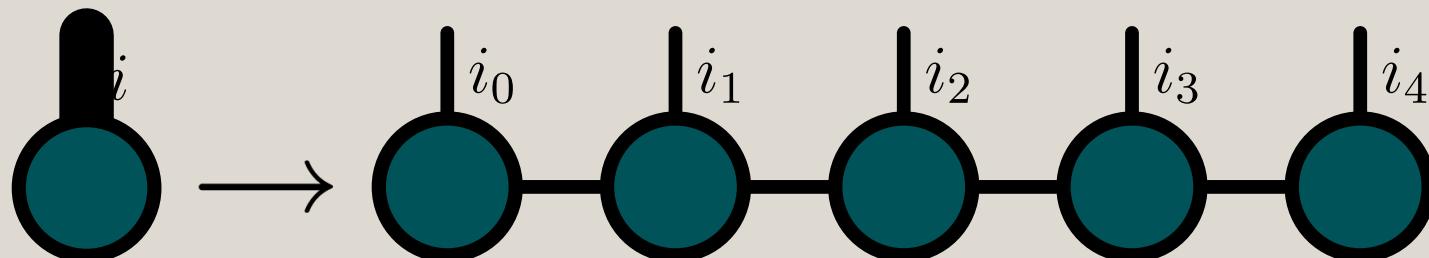
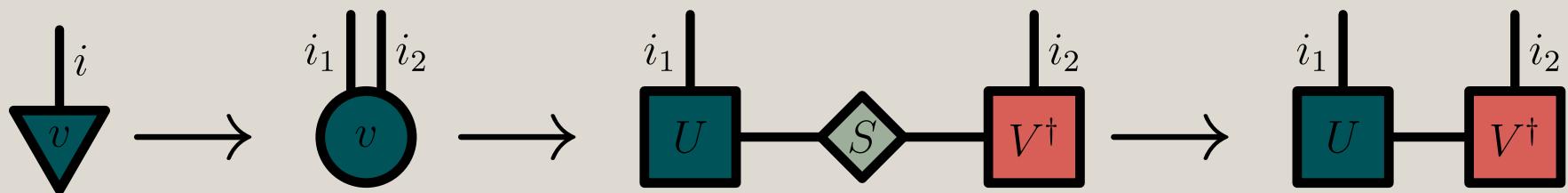


Low bond dimension should be required for bosonic circuits

Acts on logical subspace and *should* generate about as much entanglement whether acting on cavities or TLSs



MPS



Décomposition en valeurs singulières

Diagonalisation:

$$M = UDU^\dagger$$

Décomposition en valeur signulières

$$N = USV^\dagger$$