

árvores de busca: árvores binárias de busca, árvore AVL, árvore rubro negra, e árvore-B.

link do doc :

Definição de árvores e BSTs

<https://algoritmosempython.com.br/cursos/algoritmos-python/estruturas-dados/arvores/>

Árvores AVL

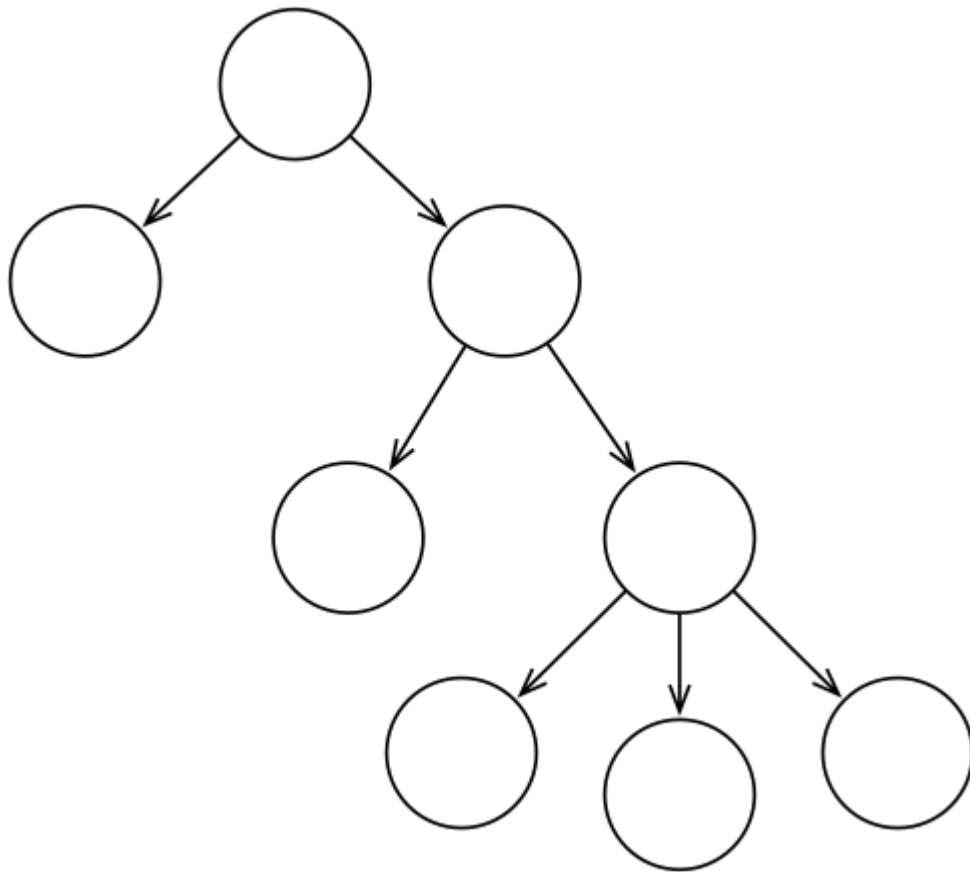
<http://tiagodemelo.info/wp-content/uploads/2020/09/arvores-avl10.pdf>

Árvores rubro negra

Árvores-B

## -Árvores:

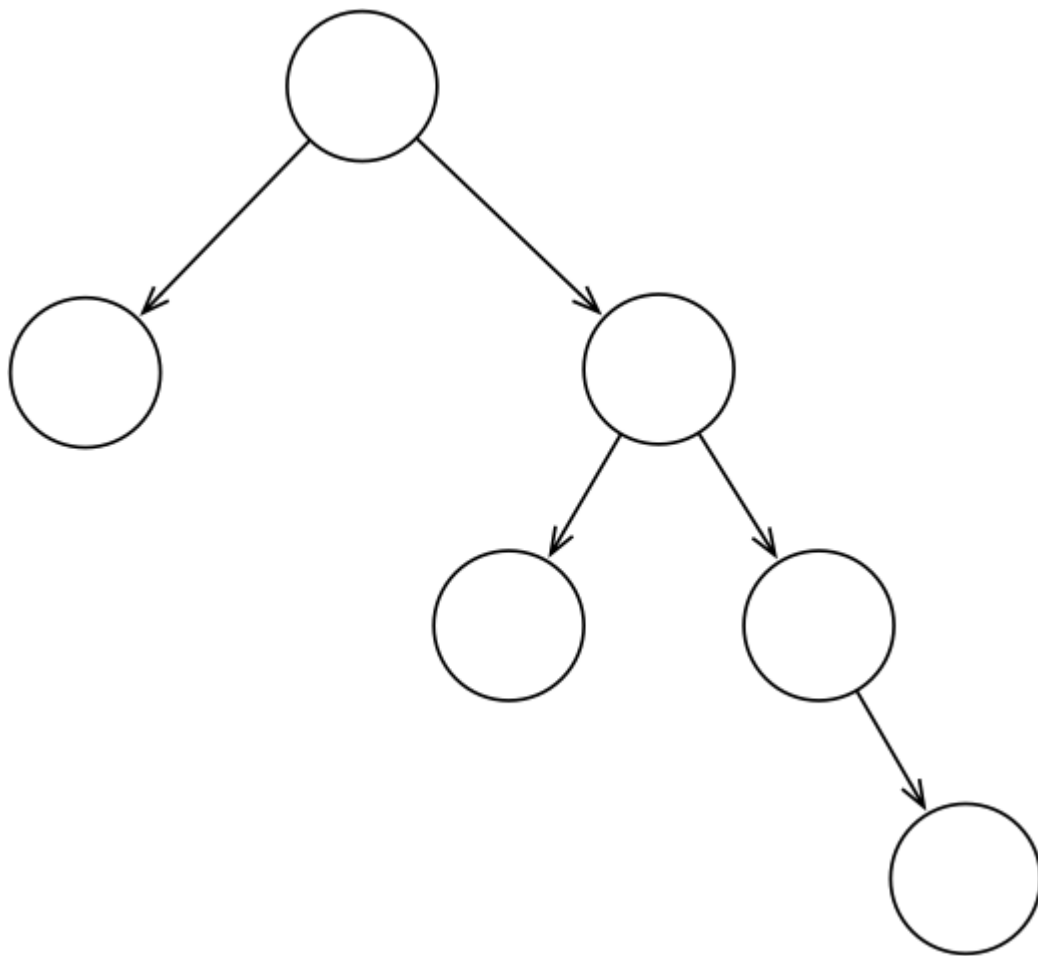
- São estruturas de dados hierárquicas
- Formada por um conjunto de elementos chamados de nós ou vértices
- Os nós são conectados por arestas
- A árvore tem nível de nós, sendo a Raiz, nó que cria a árvore, nível 0



- Apresentam relação de pais e filhos, por exemplo os nós do nível 1 são filhos do nó do nível 0(raiz), e esta não tem pais.

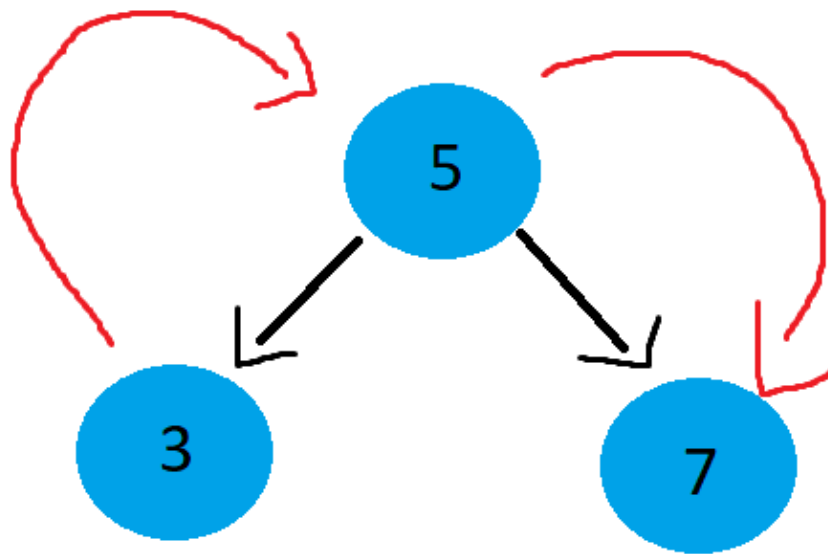
### -Árvore binárias:

- Cada nodo pode ter no máximo dois filhos
- Pode ser dividida em várias sub-árvores
- “A raiz da árvore possui dois filhos, um à direita e outro à esquerda, que por sua vez são raízes de duas sub-árvores. Cada uma dessas sub-árvores possui uma sub-árvore esquerda e uma sub-árvore direita, seguindo esse mesmo raciocínio.”
- Na prática, nós tem um valor chamado chave e um apontador para cada filho
- Esses apontadores representam as arestas

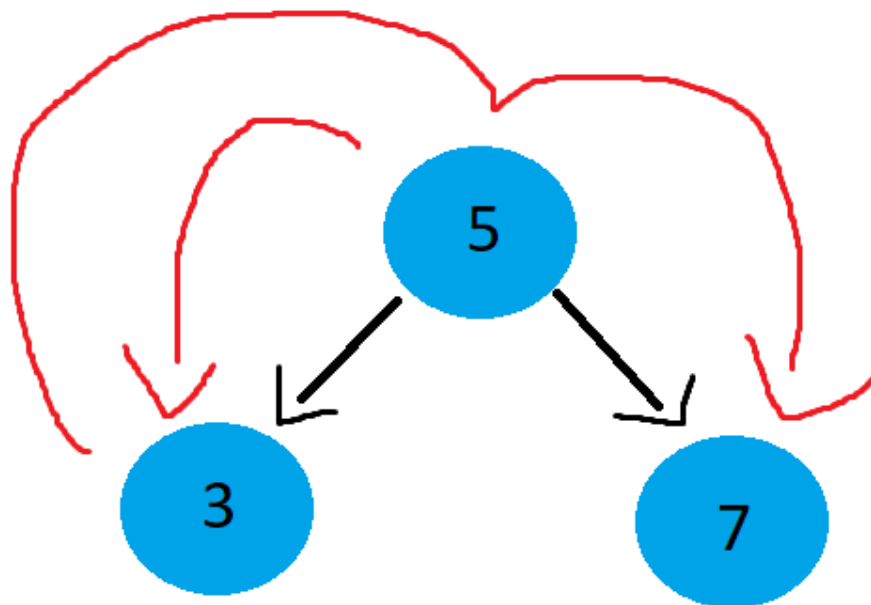


### -Árvore binárias de busca(BST):

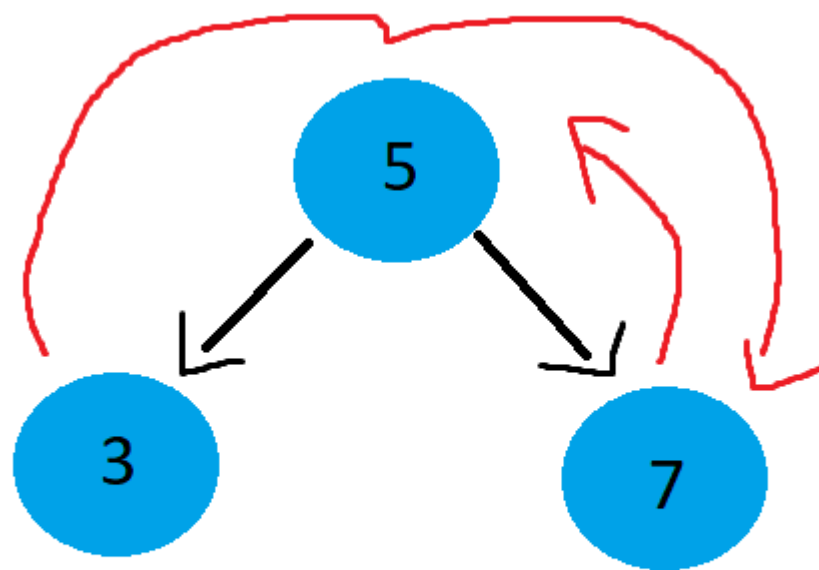
- Tem duas propriedades que as distinguem, e isso é em relação ao valor de seus nós
- Dado qualquer nó, seu filho a esquerda será menor que o pai e o filho à direita será maior
- 3 caminhamentos : em ordem , pós-ordem, pré-ordem



Caminhamento em  
Ordem (ordem crescente dos  
nós)



Caminhamento pré-ordem  
(Corrente, esquerda, direita)



## Caminhamento pós-ordem (Esq,Direita,Corrente)

caminhamento pre-ordem:

- visita nodo corrente
- visita filho da esquerda
- visita filho da direita

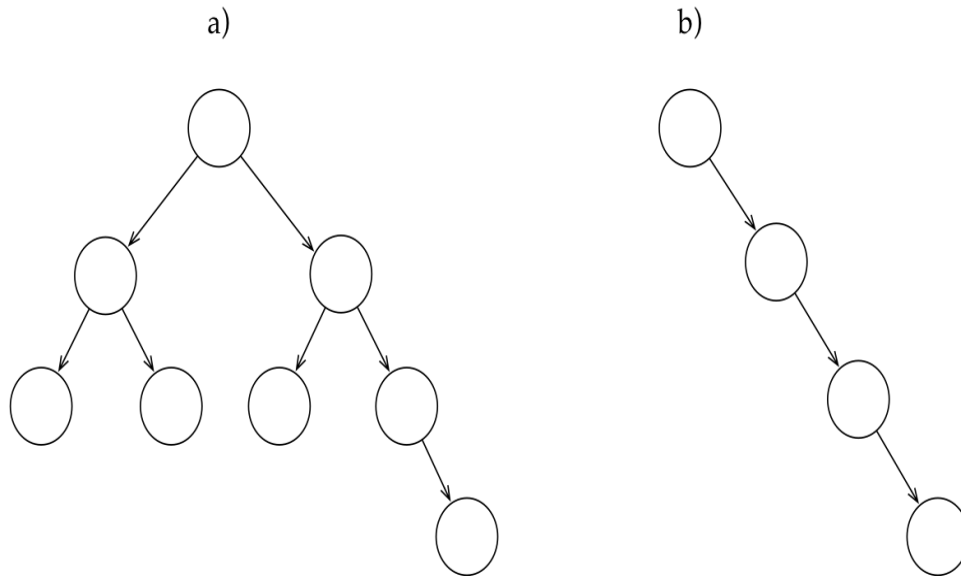
caminhamento em ordem:

- visita filho da esquerda
- visita nodo corrente
- visita filho da direita

caminhamento pos-ordem:

- visita filho da esquerda
- visita filho da direita
- visita nodo corrente

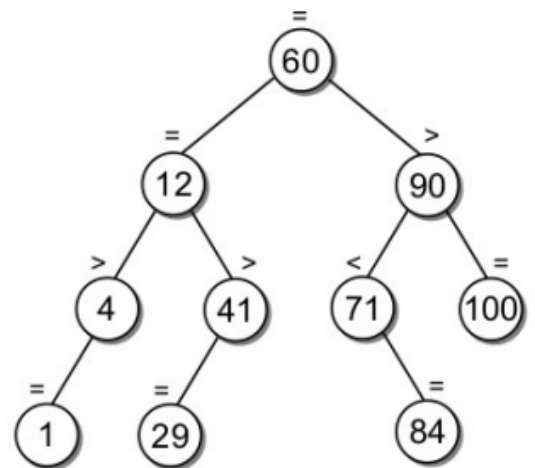
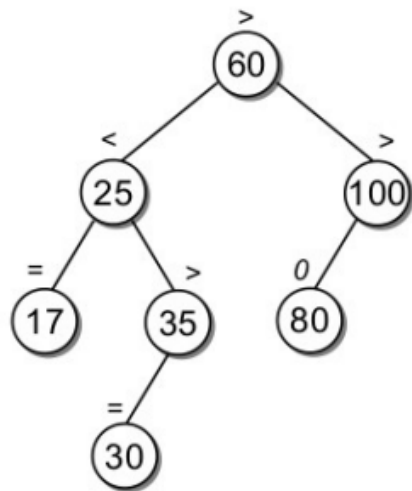
- Tem algoritmos de inserção e deleção
- Possui algoritmos de busca, para achar chaves específicas(valor dos nós)
- A profundidade de um nodo é o número de níveis da raiz até aquele nodo
- Uma BST é balanceada se a diferença da profundidade de duas folhas quaisquer é no máximo 1.
- (a) está balanceada, (b) não está



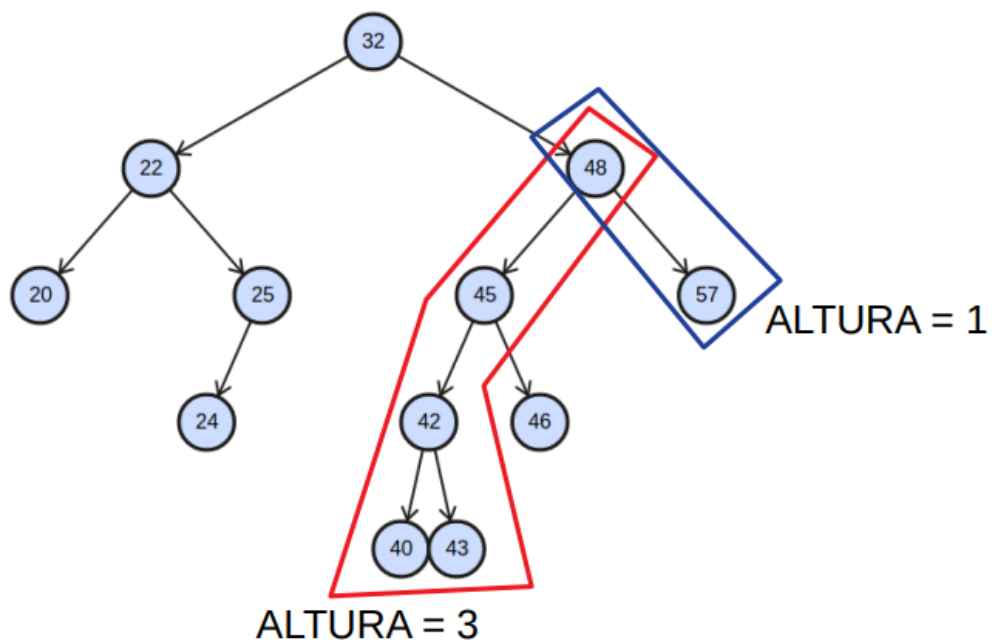
- B funciona com se fosse uma lista encadeada, pela falta de complexidade na hora da busca
- A complexidade de A é  $O(\log n)$ , no melhor caso; no pior caso será  $n$
- A complexidade de B é  $O(n)$

### -Árvore AVL:

- Em uma árvore desbalanceada de 10 mil nós, 500 comparações são necessárias para efetuar uma busca, já na AVL a média desce para 14.
- A árvore AVL foi inventada por G. M. Adelson Velskii e Y. M. Landis em 1962.
- O objetivo dessa árvore é garantir que a altura sempre esteja balanceada, ou seja é AVL se a diferença das alturas nas folhas forem apenas de 1



Exemplo de árvore que **não** é AVL:

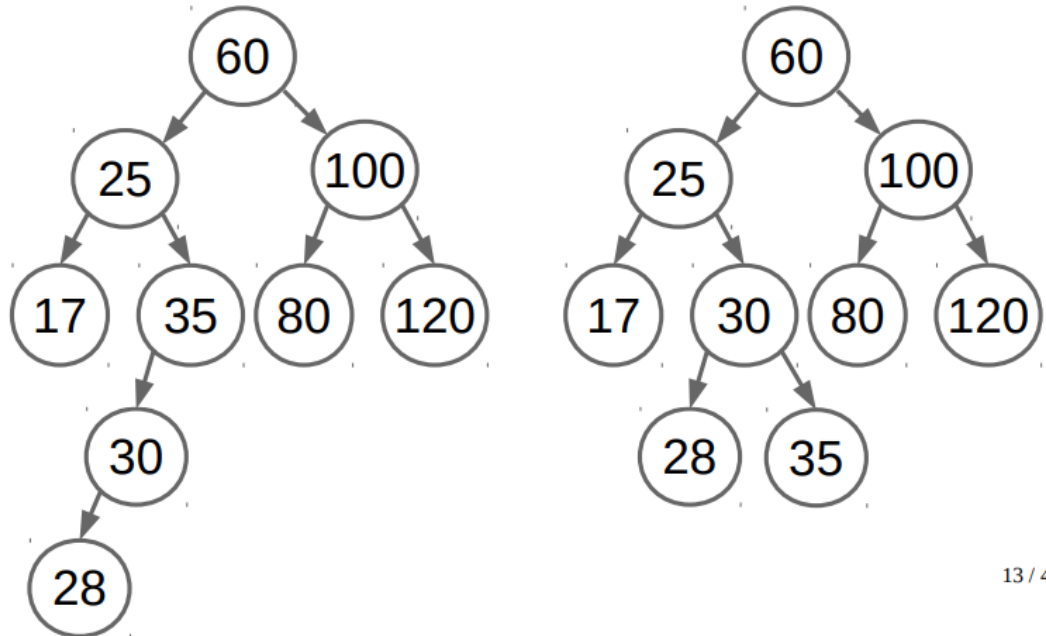


8 / 40

- Repare que deve-se contar as alturas para confirmar se é AVL ou não.
- Inserção e remoção devem ser modificadas na AVL para manter a árvore balanceada
- Se a inserção de um novo elemento causar um desbalanceamento, a árvore deve ser rebalanceada

# Inserção

- Como a árvore ficaria balanceada?



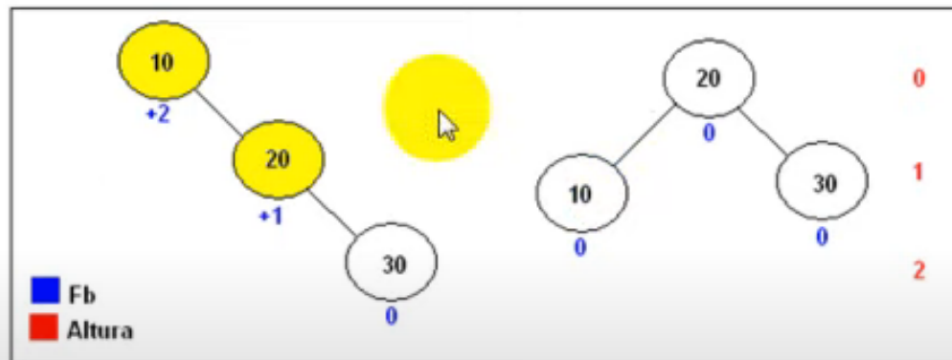
13 / 40

- Após a inserção de um novo elemento que desbalancearia as árvores, para resolver o problema basta rotacionar o nó raiz mais próximo do novo elemento (no caso acima, o 35). Esse nó é chamado de nó pivot
- Fator de Balanceamento: Cada nó tem um valor que deve ser -1, 0 ou 1; usamos ele para determinar se a árvore está desbalanceada.
- $\text{FatBal} = h(\text{sub-árvore direita}) - h(\text{sub-árvore esquerda})$
- $\text{FatBal} = 0$  quando as duas sub-árvores têm a mesma altura



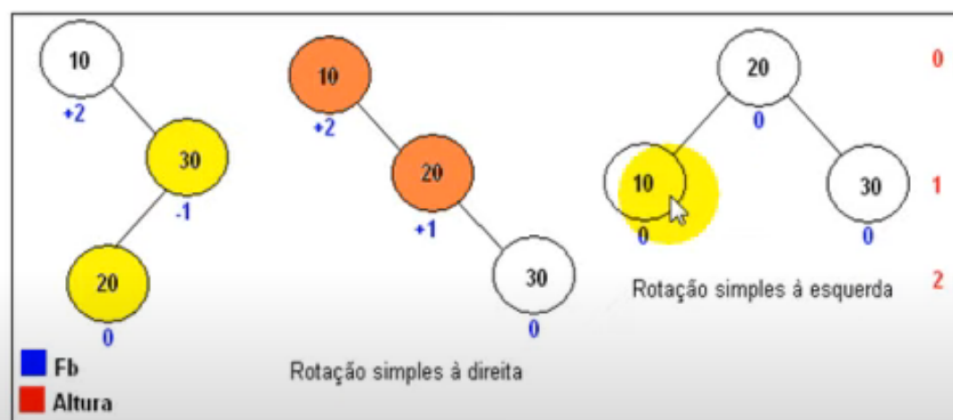
# Rotações

## ▶ Rotação simples à esquerda



# Rotações

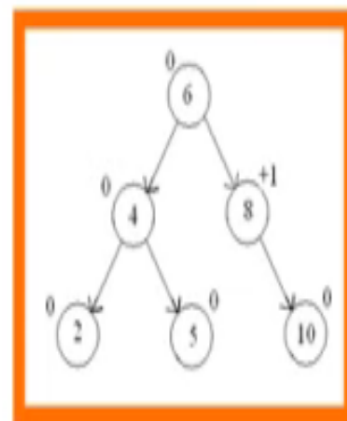
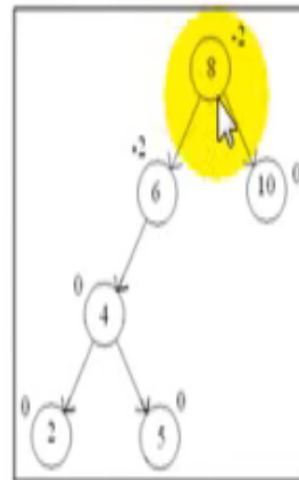
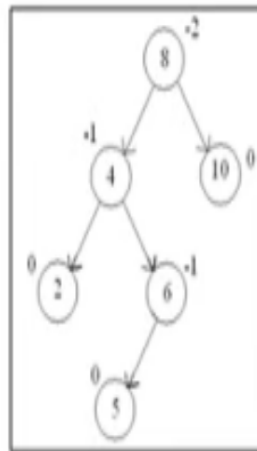
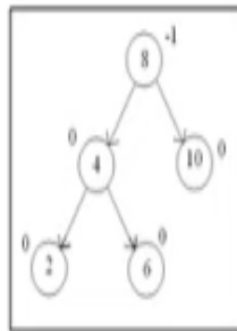
## ▶ Rotação dupla à esquerda



(rotação simples à direita + rotação simples à esquerda)

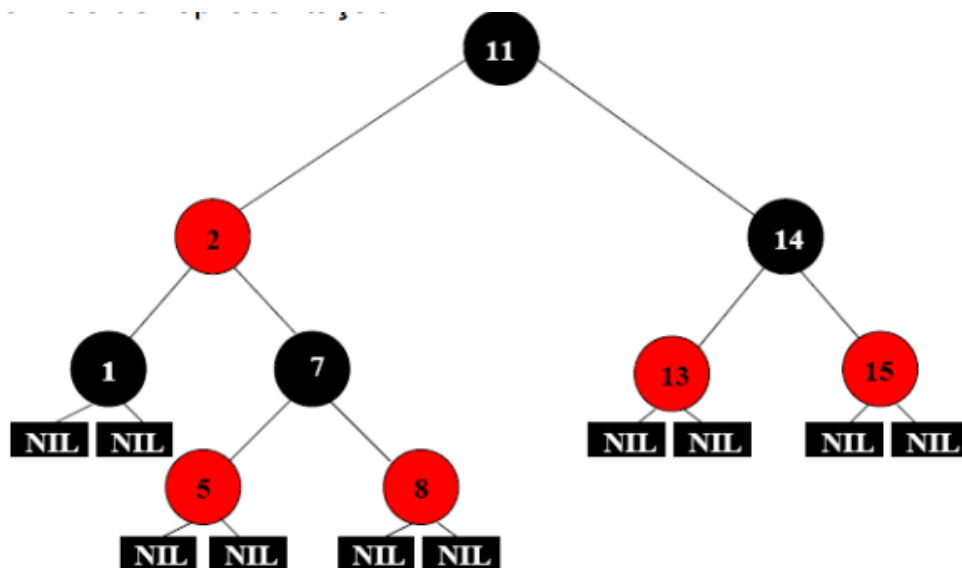
- Para saber quando fazer uma rotação simples ou dupla, basta ver o FatBal dos nós; se eles estão no mesmo módulo, então simples; caso alterne entre positivo e negativo (como no exemplo acima), então é uma dupla
- Se FatBal for positivo, a rotação é para a esquerda
- Se FatBal for negativo, a rotação é para a direita
- Rotação dupla à direita : -2, +1, 0

- Rotação dupla à esquerda : +2 , -1 , 0



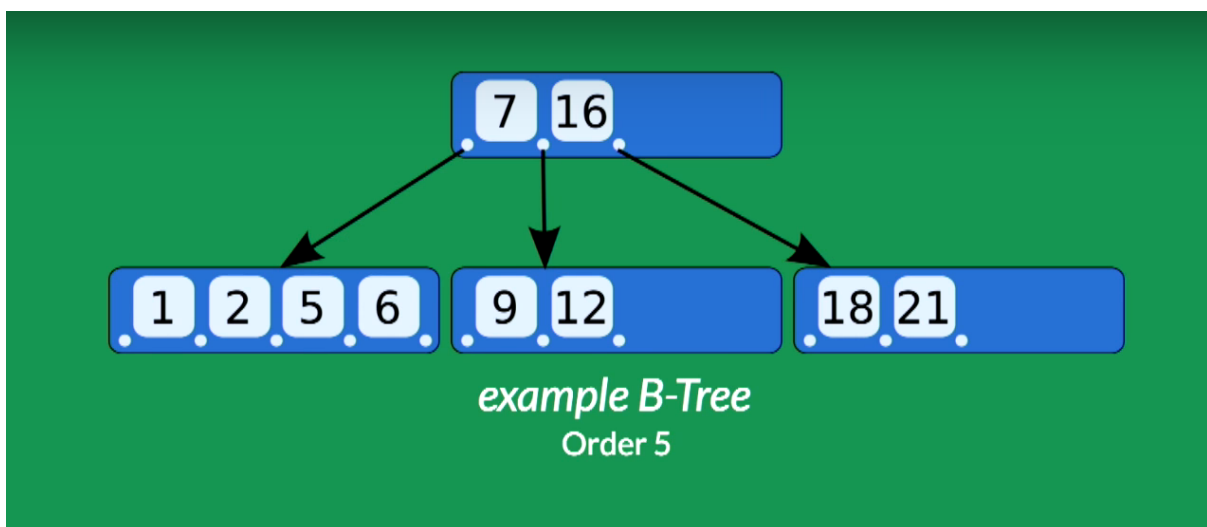
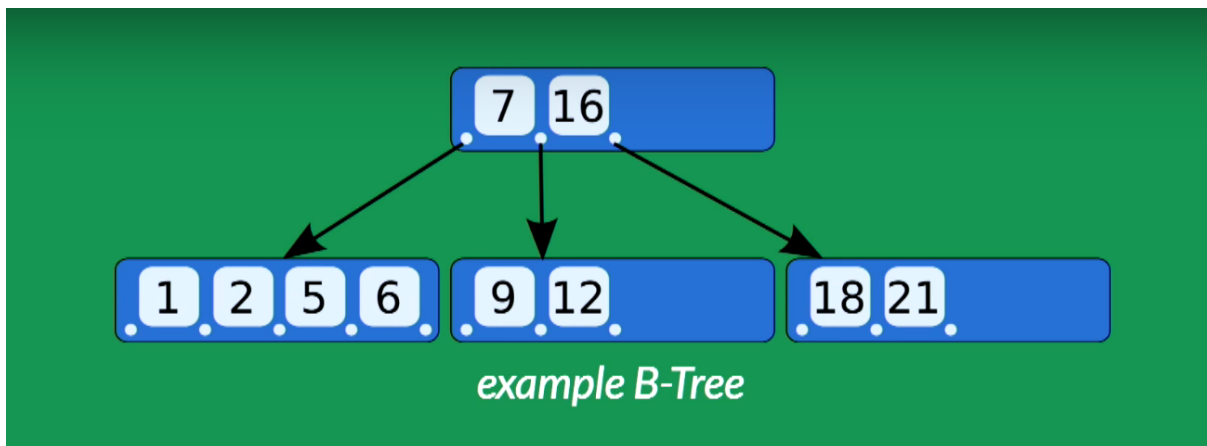
## -Árvore Rubro-Negra:

- Tem um bit a mais pra armazenar a informação de se o nó é vermelho ou preto
- Complexidade de  $O(\log n)$
- A raiz é preta (Nil)
- Toda folha é preta
- Se um nó é vermelho, seus filhos são pretos
- Não pode existir dois nós rubros consecutivos



- Caso não esteja balanceada, são realizadas rotações e / ou ajustes de cores
- Altura negra é o número de nós negros encontrados até qualquer nó folha descendente
- Todo nó inserido sempre é vermelho
- 

-Árvore B:



COMPLEXIDADE É  $O(\log(n))$

- \*ver balanceamento (inserção e deleção) em AVL
- \*rubro negra e B
- \*talvez implementar o código no google colab
- \*revisao da matéria