

## Задание

- 1) Написать программу, которая обращает симметричную матрицу методом  $LDL^T$ -разложения. Кроме матрицы  $A^{-1}$  программа должна выводить матрицу  $L$  и главную диагональ матрицы  $D$ . Применить программу к следующим ниже входным данным и вывести результат
- 2) Число обусловленности матрицы из второго задания в матричной максимум-норме равно  $1.0996545413425 \cdot 10^{12}$ . Попробуйте вычислить это число по определению с помощью вашей программы. Сколько точных цифр вам удалось получить? Почему?
- 3) Проведите экспериментальное исследование скорости работы вашей программы в зависимости от размерности матрицы, используя для тестов матрицу со случайными числами. Постройте график зависимости времени работы от размерности. Матрицу какой размерности ваша программа на вашем компьютере может обработать за одну минуту?

Матрица 1:

$$\begin{bmatrix} 9 & 9 & -12 & 12 & 15 \\ 9 & 18 & -27 & 0 & 30 \\ -12 & -27 & 25 & -8 & -57 \\ 12 & 0 & -8 & 19 & -9 \\ 15 & 30 & -57 & -9 & 66 \end{bmatrix}$$

Матрица 2:

$$\begin{bmatrix} 25 & 0 & -5 & 5 & 25 & -10 & -10 & -20 & 5 \\ 0 & 9 & -6 & 3 & -6 & 9 & 3 & 9 & 6 \\ -5 & -6 & 21 & -15 & 19 & -20 & -8 & 18 & -9 \\ 5 & 3 & -15 & 12 & -8 & 12 & 1 & -20 & 7 \\ 25 & -6 & 19 & -8 & 34 & -58 & -38 & -11 & -12 \\ -10 & 9 & -20 & 12 & -58 & -15 & 43 & 10 & -5 \\ -10 & 3 & -8 & 1 & -38 & 43 & -7 & 13 & -10 \\ -20 & 9 & 18 & -20 & -11 & 10 & 13 & 100 & 8 \\ 5 & 6 & -9 & 7 & -12 & -5 & -10 & 8 & -3 \end{bmatrix}$$

Матрица 3:

$$\begin{bmatrix} 81 & -3240 & 41580 & -249480 & 810810 & -1513512 & 1621620 & -926640 \\ -3240 & 172800 & -249480 & 15966720 & -54054000 & 103783680 & -113513400 & 65894400 \\ 41580 & -249480 & 38419920 & -256132800 & 891891000 & -1748106360 & 1942340400 & -1141620480 \\ -249480 & 15966720 & -256132800 & 1756339200 & -6243237000 & 12430978560 & -13984850880 & 8302694400 \\ 810810 & -54054000 & 891891000 & -6243237000 & 22545022500 & -45450765360 & 51648597000 & -30918888000 \\ -1513512 & 103783680 & -1748106360 & 12430978560 & -45450765360 & 92554285824 & -106051785840 & 63930746880 \\ 1621620 & -113513400 & 1942340400 & -13984850880 & 51648597000 & -106051785840 & 122367445200 & -74205331200 \\ -926640 & 65894400 & -1141620480 & 8302694400 & -30918888000 & 63930746880 & -74205331200 & 45229916160 \\ 218790 & -15752880 & 275675400 & -2021619600 & 7581073500 & -15768632880 & 18396738360 & -11263309600 \end{bmatrix}$$

## Ответы

- 1) Выводы программы для каждой матрицы из условия  
Для матрицы первой:

Для второй матрицы:

Третья матрица:

Код: [https://github.com/Amdronm/num-methods/tree/main/gauss\\_ldlt](https://github.com/Amdronm/num-methods/tree/main/gauss_ldlt)

- 2) Во втором задании дана вырожденная матрица - для нее не существует числа обусловленности
- 3) За минуту получилось обработать матрицу размерности 3400

```

output.txt
1  Matrix L :
2      1      0      0      0      0
3      1      1      0      0      0
4     -1.33333     -1.66667      1      0      0
5      1.33333     -1.33333      0.75      1      0
6      1.66667      1.66667      0.75     -0      1
7
8  Diagonal of Matrix D :
9      9      9     -16     -4      25
10
11 Reversed Matrix A :
12     -1.24229     -0.0552083     -0.439792      0.604167      0.01
13     -0.0552083      0.276042     -0.00104167     -0.0208333     -0.116667
14     -0.439792     -0.00104167     -0.180625      0.1875     -0.03
15      0.604167     -0.0208333      0.1875     -0.25      0
16      0.01     -0.116667     -0.03      0      0.04
17
18 Condition number = 81.9912
19

```

Рис. 1: matrix 1 output

```

amdron@Andron-laptop:~/bsu/num-methods/gauss_ldlt$ ./build/gauss_ldlt input2.txt output.txt
terminate called after throwing an instance of 'std::runtime_error'
what(): determinant of matrix = 0
Aborted (core dumped)

```

Рис. 2: matrix 2 output

```

output.txt
1  Matrix L :
2      1      0      0      0      0      0      0      0      0      0
3     -40      1      0      0      0      0      0      0      0
4     513.333     32.725      1      0      0      0      0      0      0
5     -3080     138.6     11.1005      1      0      0      0      0      0
6     10010     -500.5     -40.538     -3.69768      1      0      0      0      0
7    -18685.3     1001     81.755     7.52786     -3.72733      1      0      0      0
8     20020     -1126.12     -92.5686     -8.58662     5.87424     -2.89225      1      0      0
9    -11440     667.333     55.1371     5.14492     -4.3471     2.96592     -1.90469      1      0
10    2701.11     -162.067     -13.4464     -1.26084     1.23974     -1.04791     0.942234     -0.92757      1
11
12 Diagonal of Matrix D :
13      81     43200     -2.91885e+07     3.75474e+09     2.35499e+08     3.19174e+07     1.85952e+06     34569.7     116.62
14
15 Reversed Matrix A :
16     0.111099     -1.48467e-06     1.78156e-06     0.00555852     0.0095272     0.0119083     0.013231     0.0138922     0.0141446
17    -1.48467e-06     -1.58693e-11     4.45383e-07     5.9385e-07     6.3627e-07     6.36271e-07     6.18597e-07     5.93854e-07     5.66861e-07
18     1.78156e-06     4.45383e-07     -9.52156e-12     -1.78166e-07     -2.54518e-07     -2.86331e-07     -2.96935e-07     -2.96934e-07     -2.91535e-07
19     0.00555852     5.9385e-07     -1.78166e-07     0.000634445     0.00118988     0.00158666     0.00185121     0.00201957     0.0021206
20     0.0095272     6.3627e-07     -2.54518e-07     0.00118988     0.00226685     0.00306045     0.00360672     0.00396749     0.00419506
21     0.0119083     6.36271e-07     -2.86331e-07     0.00158666     0.00306045     0.00417358     0.00495949     0.0054937     0.00584337
22     0.013231     6.18597e-07     -2.96935e-07     0.00185121     0.00360672     0.00495949     0.0059346     0.00661295     0.00706992
23     0.0138922     5.93854e-07     -2.96934e-07     0.00201957     0.00396749     0.0054937     0.00661295     0.00740661     0.00795378
24     0.0141446     5.66861e-07     -2.91535e-07     0.0021206     0.00419506     0.00584337     0.00706992     0.00795378     0.00857485
25
26 Condition number = 1.35949e+10
27

```

Рис. 3: matrix 3 output

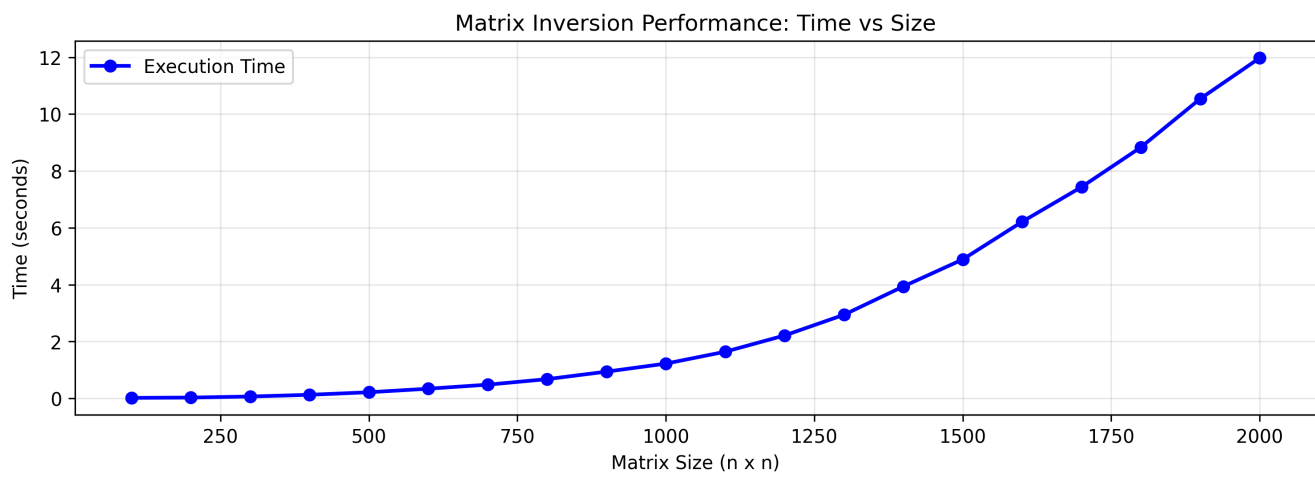


Рис. 4: performance plot