Tema 1

Las conectivas satisfacen las siguientes propiedades:

- Conmutatividad
- Asociatividad
- Idempotencia
- Distributiva
- Identidad
- Involución
- De Morgan

No satisfacen ley de contradicción ni de tercio excluso. El conjunto de las $\mathscr{P}(U)$ con el max y el min forma un **lattice** distributivo y complementado, pero no un álgebra de bool por lo comentado antes. También forman un lattice De Morgan.

Automorfismo

$\varphi : [a,b] \to [a,b]$ continua, estrictamente creciente y cumpliendo

$$\varphi(a) = a,\ \varphi(b) = b$$

es automorfismo del intervalo $[a,b] \subset \mathbb{R}$

Negacion

$c : [0,1] \to [0,1]$ es una negación difusa $\iff c(0) = 1 \wedge c(1) = 0$ y $c(x) \leq c(y), si x \geq y$
c estricta $\iff$ creciente estricta (continua y $c(x) < c(y), x > y\ \forall x, y \in [0,1]$)
c involutiva $\iff c(c(x)) = x,\ \forall x \in [0,1]$
Las negaciones involutivas son negaciones fuertes Una negación involutiva es estricta
c fuerte $\iff \exists \varphi$ automorfismo tal que $c(x) = \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$

Tnorma

$T : [0,1]^2 \to [0,1]$ es t-norma si cumple:
$T(x,1) = x,\ \forall x \in [0,1]$ Condiciones de contorno
$T(x,y) \leq T(z,u)$ si $x \leq z\ \wedge\ y \leq u$ Monotonia
Además de Conmutativa y Asociativa

T arquimediana si $T(x,x) < x \; \forall x \in (0,1)$
T continua y arquimediana es positiva $\iff$ es estricta
Cualquier T estricta es arquimediana
T continua y arquimediana $\iff \exists f : [0,1] \to [0,\infty]$ con $f(1) = 0$ estrictamente decreciente y continua tal que:

$$T(x,y) = f^{(-1)}(f(x) + f(y))$$

donde

$$f^{(-1)} = \begin{cases} f^{-1}(x) & \text{si } x \leq f(0) \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ejemplos de funciones generadoras son $f(x) = -log(x)$ y $f(x) = 1 - x$

Si T es continua tal que $T(x, c(x)) = 0 \; \forall x \in [0,1]$ con c estricta entonces T es arquimediana.
Además $T(x,y) = \varphi^{-1}(\text{mín}(\varphi(x) + \varphi(y) - 1, 0))$ con $c(x) \leq \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$
T estricta $\iff T(x,y) = \varphi^{-1}(\varphi(x)\varphi(y)),\; x, y \in [0,1]$
La tnorma minimo es la mayor y la unica idempotente. Es continua pero no es arquimediana.
Las tnormas de la familia del producto (P) son continuas, arquimedianas y estrictamente positivas. Las de la familia de Lukasiewicz (W) son continuas y arquimedianas, pero no estrictas o positivas.

$$W(x,y) \leq P(x,y) \leq Min(x,y)$$

Tconorma

$S : [0,1]^2 \to [0,1]$ es t-conorma si cumple:
$S(x,0) = x,\; \forall x \in [0,1]$ Condiciones de contorno
$S(x,y) \leq S(z,u)$ si $x \leq z \;\wedge\; y \leq u$ Monotonia
Además de Conmutativa y Asociativa

S arquimediana si $S(x,x) > x \; \forall x \in (0,1)$
S nilpotente si $\exists x, y \in (0,1)$ tal que $S(x,y) = 1$
S continua y arquimediana $\iff \exists g : [0,1] \to [0,\infty]$ con $g(0) = 0$ estrictamente creciente y continua tal que:

$$S(x,y) = g^{(-1)}(g(x) + g(y))$$

donde

$$g^{(-1)} = \begin{cases} g^{-1}(x) & \text{si } x \leq g(1) \\ 1 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Ejemplos de funciones generadoras son $g(x) = -log(1-x)$ y $g(x) = x$

S cumple $S(x, c(x)) = 1 \; \forall x \in [0,1]$ con c estricta $\iff \exists \varphi$ automrfismo del intervalo unidad tal que $S(x,y) = \varphi^{-1}(\text{máx}(\varphi(x) + \varphi(y), 1))$ y $c(x) \geq \varphi^{-1}(1 - \varphi(x))$

Una t-conorma continua S es estricta $\iff \exists \varphi$ tal que

$$S(x,y) = \varphi^{-1}(\varphi(x) + \varphi(y) - \varphi(x)\varphi(y))$$

Dualidad

(T, S, c) es un triple De Morgan $\iff c(S(x, y)) = T(c(x), c(y))$

Tema 2

Composicion

Sea R una relacion en $U \times V$. Sea S en $V \times W . R \circ S$:

$$\mu_{R \circ S}(u, w) = \sup_{v \in V}[\mu_R(u, v) * \mu_S(v, w)]$$

Donde sup es una t-conorma y $*$ es una tnorma.

Implicacion

$I : [0,1]^2 \to [0,1]$ es implicacion si cumple $I(0, x) = I(x, 1) = I(1, 1) = 1 \ \forall x \in [0,1]$ y $I(1, 0) = 0$.
Además:
$x \leq z \Rightarrow I(x, y) \geq I(z, y) \forall y \in [0,1]$
$y \leq t \Rightarrow I(x, y) \leq I(x, t) \forall x \in [0,1]$
Medida de cuanto de cierto es el consecuente respecto al antecedente. Otras propiedades:
$I(x, 0) = c(x)$ es una negacion fuerte
$I(x, y) = I(c(y), c(x))$
$I(x, y) \geq y \ I(c(x), x) = x$

S-implications

$I(x, y) = S(c(x), y)$

QL-implications

No suelen cumplir $x \leq z \Rightarrow I(x, y) \geq I(z, y) \forall y \in [0,1]$
$I(x, y) = S(c(x), T(x, y))$

R-implications

$I(x, y) = \sup z | T(x, y) \leq y)$

GMP

Tenemos dos premisas:
Si x es A entonces y es B
x es A'
Consecuente: y es B'

GMT

Tenemos dos premisas:
Si x es A entonces y es B
u es B'
Consecuente: x es A'

Tema 3

Gradiente.

Tema 4

Funcion penalty

$P : [a,b]^{n+1} \to \mathbb{R}^+ = [0,\infty]$ Satisface:
$P(\bar{x}, y) \geq 0,\ \forall \bar{x} \in [a,b]^n, y \in [a,b]$
$P(\bar{x}, y) = 0$ si $x_i = y\ \forall i = 1,\ldots,n$
$P(\bar{x}, y$ es quasiconvexa en y para cualquier $\bar{x}$:

$$P(\bar{x}, \lambda \cdot y_1 + (1-\lambda) \cdot y_2) \leq \max(P(\bar{x}, y_1), P(\bar{x}, y_2))$$

Disimilitud

$d_R : [0,1]^2 \to [0,1]$ es una función de disimilitud restringida si: $d_R(x,y) = d_R(y,x)\ \forall x, y \in [0,1]||$
$d_R(x,y) = 1 \iff x = 0, y = 1 \vee x = 1, y = 0$; es decir, $\{x,y\} = \{0,1\}$
$d_R(x,y) = 0 \iff x = y$
Para cada $x, y, z \in [0,1]$, si $x \leq y \leq z$, entonces $d_R(x,y) \leq d_R(x,z)$ y $d_R(y,z) \leq d_R(x,z)$.

Distancia

Tema 5

Tema 6

Agregacion

REF

Normal EN

Tema 7

Fukami, Baldwin y Pilsworth. Axiomas

Overlap

$G : [0,1]^2 \to [0,1]$ es una funcion de overlap si cumple:
Conmutativa
$= 0 \iff xy = 0$
$= 1 \iff xy = 1$
Creciente y continua
Si es asociativa es una t-norma
Para hablar de indice de overlap se sustituye por conjuntos

Interpolación y regla composicional

Regla composicional En la regla composicional

$$\begin{aligned}(x+y)^3 &= (x+y)^2(x+y) \\ &= (x^2+2xy+y^2)(x+y) \\ &= (x^3+2x^2y+xy^2)+(x^2y+2xy^2+y^3) \\ &= x^3+3x^2y+3xy^2+y^3\end{aligned} \tag{1}$$

Heading on level 2 (subsection)

Lorem ipsum dolor sit amet, consectetuer adipiscing elit.

$$A = \begin{bmatrix} A_{11} & A_{21} \\ A_{21} & A_{22} \end{bmatrix} \tag{2}$$

Aenean commodo ligula eget dolor. Aenean massa. Cum sociis natoque penatibus et magnis dis parturient montes, nascetur ridiculus mus. Donec quam felis, ultricies nec, pellentesque eu, pretium quis, sem.

Heading on level 3 (subsubsection)

Heading on level 4 (paragraph)

Lists

Example of list (3*itemize)

- First item in a list
    - First item in a list
        - First item in a list
        - Second item in a list
    - Second item in a list
- Second item in a list

Example of list (enumerate)

1. First item in a list
2. Second item in a list
3. Third item in a list

a