

V207

# **Das Kugelfall-Viskosimeter nach Höppler**

Amelie Hater

amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le

ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 14.11.2023

Abgabe: 21.11.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1</b>	<b>Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2</b>	<b>Theorie</b>	<b>3</b>
2.1	Kugelfallviskosimeter nach Höppler . . . . .	3
2.2	Vorbereitungsaufgaben . . . . .	4
<b>3</b>	<b>Durchführung</b>	<b>5</b>
<b>4</b>	<b>Auswertung</b>	<b>5</b>
4.1	Viskosität von Wasser bei Raumtemperatur . . . . .	5
4.2	Apparaturkonstante der großen Glaskugel . . . . .	6
4.3	Bestimmung der Reynoldsschen Zahl . . . . .	7
4.4	Temperaturabhängigkeit der Viskosität . . . . .	8

## 1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches ist die Temperaturabhängigkeit der dynamischen Viskosität von destilliertem Wasser zu bestimmen. Dazu wird das Kugelfallviskosimeter nach Höppler verwendet. Außerdem wird die Reynoldszahl berechnet und benutzt, um herauszufinden ob es sich bei der Strömung um laminare oder turbulente handelt.

## 2 Theorie

Bewegt sich ein Körper durch ein Medium hindurch, wirkt eine Reibungskraft  $\vec{F}_R$ , die unter anderem von der Berührungsfläche und der Geschwindigkeit des Körpers abhängt. Je nach Strömungsart kann diese Kraft unterschiedliche Abhängigkeiten haben, bei dem Kugelfallviskosimeter nach Höppler ist von einer laminaren Strömung auszugehen. Dies wird in der Auswertung durch die Berechnung der Reynoldszahl überprüft. Eine experimentspezifische Reynoldszahl über ca. 2300 weist auf eine turbulente Strömung hin, eine die darunter liegt auf eine laminare Strömung. Die Reynoldszahl berechnet sich über

$$Re = \frac{\rho_M \cdot \bar{v} \cdot d}{\eta} . \quad (1)$$

Dabei bezeichnet  $\rho_M$  die Dichte des Mediums,  $\bar{v}$  die mittlere Geschwindigkeit des Körpers,  $d$  die eine charakteristische Länge (beim Kugelfallviskosimeter ist dies der Durchmesser der Röhre) und  $\eta$  die dynamische Viskosität des Mediums.

Die Reibungskraft ist bei laminarer Strömung die Stokessche Reibung

$$\vec{F}_R = 6 \cdot \pi \cdot \eta \cdot v \cdot r , \quad (2)$$

hier bereits an die Symmetrie einer Kugel mit Berührungsfläche  $A = 6 \cdot \pi \cdot r$  angepasst, wobei  $r$  der Radius der Kugel ist,  $\eta$  ist die dynamische Viskosität des Mediums, eine Materialkonstante,  $v$  ist die Fallgeschwindigkeit des Körpers.

### 2.1 Kugelfallviskosimeter nach Höppler

Die beschriebene Theorie ist die Grundlage der Funktionalität des Viskosimeters nach Höppler. Es besteht aus einem geschlossenen Glaszylinder, welcher mit einer leichten Neigung am Fuß befestigt ist. Dieser Zylinder ist um  $180^\circ$  drehbar. Innerhalb des Zylinders ist Wasser, welches durch Schläuche mit ein Thermostat verbunden ist, welches das Wasser aufheizen kann. Durch den Zylinder führt eine Glasröhre, die von außen durch Stöpsel verschlossen werden kann. Auf der Glasröhre sind 3 Striche, die jeweils einen Abstand von 5 cm haben. In die innere Röhre kann ein Medium und eine Kugel eingefüllt werden. Diese können durch das umliegende Wasser mit dem Thermostat erwärmt werden. Dadurch werden Wirbel im inneren Medium vermieden. Bei diesem Experiment hat die größere verwendete Kugel näherungsweise den Durchmesser der Röhre. Die leichte Neigung der Apparatur wurde gewählt, um die unkontrollierte Bewegung zu vermeiden, die bei

einer senkrecht herabfallen Kugel entstehen würde. Auf die herabfallende Kugel wirken während des Falls drei Kräfte: Die Gravitationskraft  $\vec{F}_G = m \cdot \vec{g}$ , die die Kugel nach unten beschleunigt, die Auftriebskraft  $\vec{F}_A$  und die Reibungskraft  $\vec{F}_R$ . Die Reibungskraft und Auftriebskraft wirken entgegengesetzt zur Schwerkraft. Aufgrund der Kräfte beschleunigt die Kugel im Medium zuerst bis sie eine konstante Endgeschwindigkeit erreicht, wenn sich das Kräftegleichgewicht  $\vec{F}_G = \vec{F}_A + \vec{F}_R$  eingestellt hat. Die Viskosität  $\eta$  kann durch diese empirische Formel

$$\eta = K \cdot (\rho_K - \rho_M) \cdot t \quad (3)$$

$$\Leftrightarrow K = \frac{\eta}{(\rho_K - \rho_M) \cdot t} \quad (4)$$

beschrieben werden.  $K$  ist dabei eine Proportionalitätskonstante,  $\rho_K$  die Dichte der Kugel und  $\rho_M$  die Dichte des Mediums. Die Dichte der Kugel kann durch die Formel

$$\rho_K = \frac{m_K}{V_K} \quad (5)$$

bestimmt werden, wo bei  $m_K$  die Masse der Kugel ist und  $V_K$  das Volumen der Kugel. Das Volumen kann aus dem Durchmesser  $d_K$  durch

$$V_K = \frac{4}{3} \cdot \pi \cdot \left(\frac{d_K}{2}\right)^3 \quad (6)$$

berechnet werden.

## 2.2 Vorbereitungsaufgaben

### Wann bezeichnet man eine Strömung als "laminar"?

Eine Strömung ist dann laminar, wenn die einzelnen benachbarten Schichten des Mediums ohne sich gegenseitige Störung aneinander vorbeibewegen und keine Wirbel entstehen.

### Wie lautet die Dichte und die dynamische Viskosität von destilliertem Wasser als Funktion der Temperatur?

Die Dichte von destilliertem Wasser kann unterhalb von 100 °C nicht als temperaturabhängige Formel beschrieben werden. Die Dichte  $\rho_{\text{Wasser}}$  bei 20 °C beträgt  $998.207 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ . (Quelle ist <https://studyflix.de/chemie/dichte-wasser-1574>)

Außerdem gibt es auch keine spezielle Funktion für die dynamische Viskosität von destilliertem Wasser, die Andradesche Gleichung

$$\eta(T) = A \cdot e^{\frac{B}{T}} \quad (7)$$

gilt auch für destilliertes Wasser.  $A$  und  $B$  sind Konstanten und  $T$  ist die Temperatur in Kelvin.

### 3 Durchführung

Zuerst wird die Dichte zweier Glaskugel mithilfe von Gleichung (5) bestimmt. Dazu wird der Durchmesser gemessen und das Volumen daraus bestimmt. Mithilfe der durch den Übungsleiter bekannte Masse wird danach die Dichte berechnet. Anschließend wird der Fuß des Viskosimeters mithilfe der Libelle waagrecht ausgerichtet. Danach wird das Viskosimeter mit destilliertem Wasser gefüllt und die Kugel hineingegeben. Dabei ist darauf zu achten, dass sich keine kleinen Luftblasen am Rand oder an der Kugel absetzen. Falls diese auftreten, sollten sie mithilfe eines Glasstabes vorsichtig entfernt werden. Danach wird das Viskosimeter mithilfe des Stopfens verschlossen. Zu Beginn der Messung der Fallzeit wird eine Seite des Viskosimeters als oben definiert, damit im Folgenden ein Unterschied gemacht werden kann zwischen "in Richtung der oberen Seite fallen" (auch "hoch" genannt) und "nicht in die Richtung der oberen Seite fallen" (auch "runter" genannt). Dies wird neben der Fallzeit vermerkt. Die Zeit wird mit einer Stoppuhr gemessen. Es muss darauf geachtet werden, dass die Kugel ihre konstante Endgeschwindigkeit erreicht hat, bevor sie in den Messbereich eintritt. Die Fallzeit der kleinen Kugel wird insgesamt 20 Mal gemessen, 10 Mal "hoch" und 10 Mal "runter", auf einer Strecke von 10 cm zu fallen. Danach wird die Zeit der größeren Kugel bestimmt, die sie braucht um 5 cm zu fallen. Es werden insgesamt 10 Messwerte erhoben (5 Mal "hoch" und 5 Mal "runter"). Danach wird die Apperaturkonstante  $K$  der großen Kugel mit Gleichung (4) berechnet. Dazu wird die gegebene Apperaturkonstante für die kleine Kugel  $K_{kl} = 0.07640 \frac{\text{MPa}}{\text{cm}^3}$  verwendet. Anschließend werden durch Verwendung der großen Kugel Messdaten zu verschiedenen Temperaturen des destillierten Wassers aufgenommen. Es werden 10 unterschiedliche Temperaturen verwendet, die auf einer Skala von 20 °C bis 55 °C liegen. Bei jeder einzelnen Temperatur werden 4 Messwerte aufgenommen (jeweils 2 Mal "hoch" und 2 Mal "runter"). Zwischen Erhöhen der Wassertemperatur und dem Aufnehmen der Messwerte muss eine möglichst konstante Zeit gewartet werden, damit die Temperatur des destillierten Wassers im Inneren der Temperatur des umliegenden Wassers angleicht. Mithilfe der Messungen wird im Anschluss die dynamische Viskosität  $\eta(T)$  des destillierten Wassers und die Reynoldszahl bestimmt und überprüft, ob die Strömung laminar ist.

### 4 Auswertung

#### 4.1 Viskosität von Wasser bei Raumtemperatur

Zunächst wird die Dichte der kleinen Glaskugel  $\rho_{kl}$  durch die Gleichung (5) und Gleichung (6) bestimmt. Dafür werden die gegebene Masse  $m_{kl} = 4.4531 \text{ g}$  und der gemessene Durchmesser  $d_{kl} = (1.5570 \pm 0.0010) \text{ cm}$  verwendet.

$$\rho_{kl} = (2.253 \pm 0.004) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die betrachteten Fallzeiten der kleinen Kugel sind in dieser Tabelle erfasst:

**Tabelle 1:** Messdaten der kleinen Kugel

$t_{\text{Runter}} [\text{s}]$	$t_{\text{Hoch}} [\text{s}]$
12.32	12.20
12.18	12.35
12.15	12.43
12.24	12.23
12.18	12.19
12.18	12.26
12.17	12.17
11.92	12.10
12.01	11.91
12.07	12.19

Anhand dieser Messdaten erhält man die folgenden Zeiten, die für die Berechnung der Viskosität benötigt werden:

$$t_{\text{kl,r}} (12.14 \pm 0.11) \text{ s}$$

$$t_{\text{kl,h}} (12.20 \pm 0.13) \text{ s}$$

Die Viskosität von Wasser bei Raumtemperatur lässt sich mithilfe der Gleichung (3) und der angegebenen Apparturkonstante der kleinen Glaskugel  $K_{kl} = 0.0760 \frac{\text{mPa} \cdot \text{cm}^3}{\text{g}}$  bestimmen.

$$\eta_{\text{Hoch}} = (1.170 \pm 0.013) \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

$$\eta_{\text{Runter}} = (1.164 \pm 0.011) \text{ mPa} \cdot \text{s}$$

## 4.2 Apparturkonstante der großen Glaskugel

Vorab wird erneut mit der Gleichung (5) und der Gleichung (6) die Dichte der großen Glaskugel bestimmt. Hierbei beträgt die gegebene Masse  $m_{\text{gr}} = 4.9528 \text{ g}$  und der gemessene Durchmesser  $d_{\text{gr}} = (1.5760 \pm 0.0010) \text{ cm}$ .

$$\rho_{\text{gr}} = (2.416 \pm 0.005) \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$$

Die betrachteten Fallzeiten der großen Kugel sind in dieser Tabelle erfasst:

**Tabelle 2:** Messdaten der großen Kugel

$t_{\text{Runter}} [\text{s}]$	$t_{\text{Hoch}} [\text{s}]$
34.61	34.70
34.78	34.64
34.69	35.00
34.87	34.86
34.69	34.56

Aus den Messdaten werden die folgenden Zeiten bestimmt:

$$t_{\text{gr,r}} (34.73 \pm 0.09) \text{ s}$$

$$t_{\text{gr,h}} (34.75 \pm 0.16) \text{ s}$$

Folglich wird mit der Gleichung (4) und den zuvor berechneten Viskositäten die Apparaturkonstante der großen Glaskugel bestimmt.

$$K_{\text{gr,r}} = (0.02364 \pm 0.00025) \frac{\text{mPa} \cdot \text{cm}^3}{\text{g}}$$

$$K_{\text{gr,h}} = (0.02374 \pm 0.00030) \frac{\text{mPa} \cdot \text{cm}^3}{\text{g}}$$

### 4.3 Bestimmung der Reynoldsschen Zahl

Durch einsetzen der Werte in die Gleichung (1) ergeben sich für die kleine Glaskugel diese Reynoldszahlen:

$$Re_{\text{kl,r}} = (111.3 \pm 2.0)$$

$$Re_{\text{kl,h}} = (110.2 \pm 2.4)$$

Analog erfolgt die Berechnung der Reynoldszahlen für die große Glaskugel.

$$Re_{\text{gr,r}} = (19.46 \pm 0.19)$$

$$Re_{\text{gr,h}} = (19.35 \pm 0.24)$$

Aus den Reynoldszahlen erschließt sich, dass sowohl bei der kleinen als auch bei der großen Glaskugeln eine laminare Strömung entsteht, da  $Re_{\text{kl,r}}, Re_{\text{kl,h}}, Re_{\text{gr,r}}, Re_{\text{gr,h}} \leq 2300$  gilt.

#### 4.4 Temperaturabhängigkeit der Viskosität

**Tabelle 3:** Messdaten für die Temperaturabhängigkeit der Viskosität

$T$ [°C]	$t_{h1}$ [s]	$t_{r1}$ [s]	$t_{h2}$ [s]	$t_{r2}$ [s]	$\rho(T)$ $\left[\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}\right]$ (ref:Quelle!!!)
31	28.76	28.26	28.27	28.80	0.99534
33	27.16	27.03	27.12	27.07	0.99470
34	26.76	27.01	26.75	26.76	0.99437
36	26.16	26.06	26.16	26.24	0.99369
40	24.32	24.23	24.40	24.24	0.99222
42	23.52	23.46	23.36	23.36	0.99144
43	22.84	22.81	22.87	23.27	0.99104
44	22.38	22.64	22.23	21.80	0.99063
47	21.32	21.69	21.38	21.24	0.98936
49	20.64	20.81	20.58	20.41	0.98848



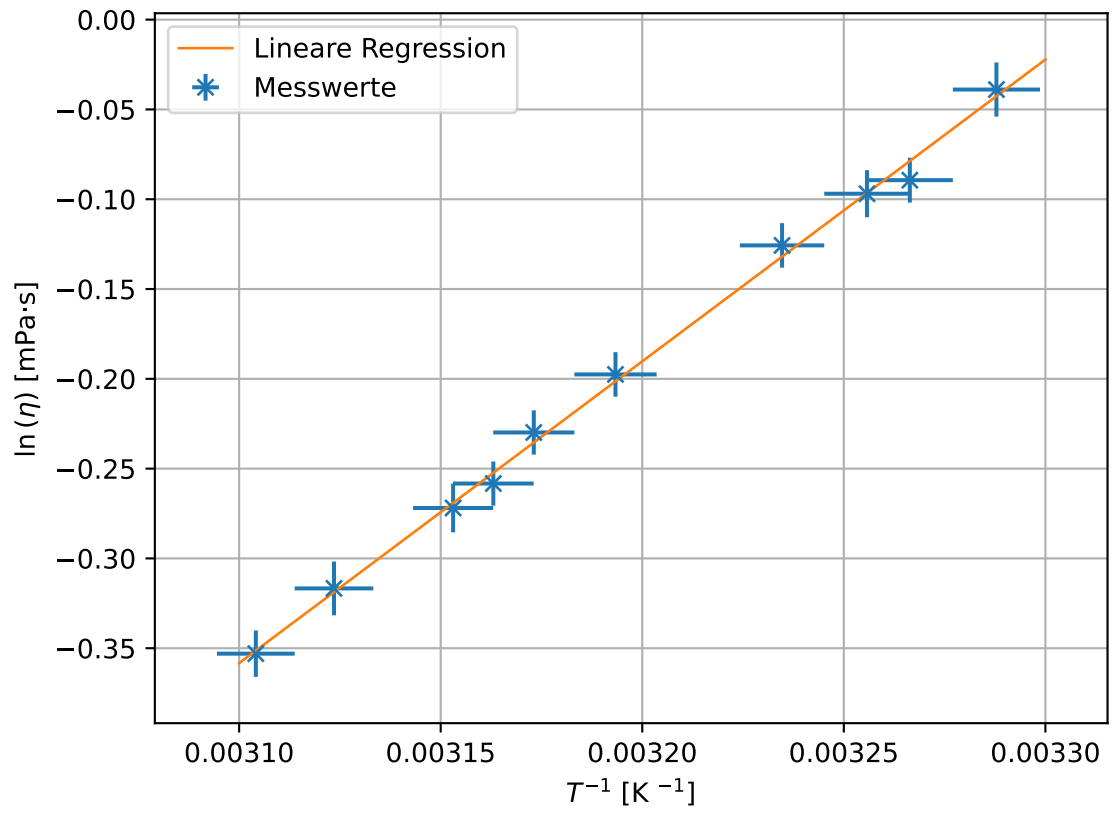


Abbildung 1: Plot.