V106

Gekoppelte Pendel

Amelie Hater
amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le
ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 28.11.2023

Abgabe: 05.12.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist die Schwingdauer, Schwebungsdauer und die Kopplungskonstante K gekoppelter Pendel bei verschiedener Schwingungsformen zu bestimmen. Es werden gleichsinnige Schwinung, gegensinnige Schwingung und gekoppelte Schwingung betrachtet.

2 Theorie

Zunächst wird ein einzelnens ungekoppeltes Fadenpendel mit Fadenlänge l betrachtet. Wird die Masse am Stab aus der Ruhelage ($\varphi = 0$) ausgelenkt, wirkt die Gravitationskraft $\vec{F} = m \cdot \vec{g}$ als Rückstellkraft der Bewegung entgegen. Dies bewirkt ein Drehmoment $M = D_\mathrm{P} \cdot \varphi$ auf das Pendel. φ ist dabei der Auslenkungswinkel aus der Ruhelage und D_P die Winkelrichtgröße des Pendels. Die das System beschreibende Differentialgleichung lautet für die angenommene Kleinwinkelnäherung $\sin(\varphi) = \varphi$ für $\varphi \leq 10°$

$$J \cdot \ddot{\varphi} + D_\mathrm{P} \cdot \varphi = 0\,. \tag{1}$$

J bezeichnet das Trägheitsmoment des Pendels. Diese Differentialgleichung ist die des harmonischen Oszillators und beschreibt eine harmonische Schwingung mit Schwingfrequenz

$$\omega = \sqrt{\frac{D_\mathrm{P}}{J}} = \sqrt{\frac{g}{l}}\,. \tag{2}$$

2.1 Vorbereitungsaufgaben

Wann spricht man von einer harmomischen Schwingung?
Eine Schwingung ist dann harmonisch, wenn die rücktreibende Kraft linear ist (d.h. proportional zur Auslenkung) und sich die Bahnkurve als Cosinus bzw. Sinus beschrieben werden kann, d.h. die Projektion einer gleichförmigen Kreisbewegung ist.

Wie weit kann man ein Fadenpendel von $l = 70$ cm auslenken, damit die Kleinwinkelnäherung noch gilt?
Bei der Kleinwinkelnäherung ist es ausschlaggebend, dass der Winkel α möglichst keinen Wert über $10°$ annimmt, damit die Taylorentwicklung des $\sin(\alpha)$ mit Entwicklungspunkt $\alpha = 0$ noch gültig ist. Der Winkel α im Fadenpendelsystem kann durch

$$\sin(\alpha) = \frac{x}{l} \tag{3}$$

$$\Leftrightarrow x = \sin(\alpha) \cdot l \tag{4}$$

ausgdrückt werden. x ist dabei die Auslenkung aus der Ruhelage, senkrecht zur Ruhelage. Einsetzen von $\alpha = 10°$ und $l = 70$ cm ergibt eine maximale Auslenkung von $x = 12,16$ cm.

3 Auswertung

3.1 Kurzes Pendel

Zunächst werden die beiden Schwingungen der einzelnen Pendel verglichen. Die gemessene fünffache Schwingungsdauer $5\,T$ des linken als auch des rechten Pendels sind in der Tabelle (1) aufgelistet.

Tabelle 1: Gemessene fünffache Schwingungsdauer bei einer Länge von xx cm

linkes Pendel $5\,T_{\mathrm{l},1}$ [s]	rechtes Pendel $5\,T_{\mathrm{r},1}$ [s]
6,21	6,19
6,07	6,24
6,15	6,24
6,19	6,30
6,24	6,05
6,10	6,15
6,22	6,18
6,14	6,18
6,19	6,14
6,35	6,25

Aus dieser Tabelle und mit den Gleichungen

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^{n} x_i$$

und

$$\Delta\bar{x} = \sqrt{\frac{1}{n \cdot (n-1)} \cdot \sum_{i=1}^{n} (x_i - \bar{x})}$$

lassen sich die Mittelwerte sowie die Standardabweichungen des Mittelwerts bestimmen. x_i beschreibt die einzelnen Messdaten und n die Anzahl der Messungen. Somit ergeben sich die Schwingungsdauern

$$T_{\mathrm{l},1} = (1.237 \pm 0.005)\ \mathrm{s}$$
$$T_{\mathrm{r},1} = (1.238 \pm 0.004)\ \mathrm{s}\,.$$

3.2 Langes Pendel

Tabelle 2: Gemessene fünffache Schwingungsdauer bei einer Länge von xx cm

linkes Pendel $5\,T_{\mathrm{l},2}$ [s]	rechtes Pendel $5\,T_{\mathrm{r},2}$ [s]
7,99	7,96
8,04	7,96
7,96	8,11
7,99	7,97
8,04	7,96
8,17	8,04
7,92	8,14
7,94	8,16
7,89	7,97
8,18	8,14

Anhang

Originaldaten