

V407

Fresnelsche Formeln

Amelie Hater
amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le
ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 21.05.2024

Abgabe: 28.05.2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
3 Durchführung	4
4 Auswertung	5
4.1 Berechnung des Brechungsindex	6
5 Diskussion	8
Literatur	8
Anhang	8
Originaldaten	8

1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuches ist die fresnelschen Formeln experimentell zu bestätigen, indem das Verhalten von Licht beim Auftreffen auf Grenzflächen wie zum Beispiel einem Siliziumkristall untersucht wird. Zudem wird der Brechungsindex von Silizium und der Brewsterwinkel bestimmt.

2 Theorie

Grundlage des Versuches sind die fresnelschen Formeln, welche aus der elektromagnetischen Wellentheorie hergeleitet werden können. Dabei werden die Annahmen getroffen, dass es sich bei den Materialien um nicht-ferromagnetische und nicht elektrisch leitende Stoffe handelt. Die Strahlenleistung einer Lichtwelle in Materie ist durch den Poynting-Vektor

$$\vec{S} = \vec{E} \times \vec{H} \quad (1)$$

gegeben. Dabei sind \vec{E} die elektrische Feldstärke und \vec{H} die magnetische Feldstärke. Der Vektor beschreibt die Strahlungsleistung pro Fläche eines elektromagnetischen Feldes. Der Betrag des Vektors kann durch

$$|\vec{S}| = v \cdot \varepsilon \cdot \varepsilon_0 \cdot \vec{E}^2 \quad (2)$$

dargestellt werden, unter der Annahme, dass \vec{E} und \vec{H} als ebene Wellen dargestellt werden können. v ist dabei die Geschwindigkeit der Welle, ε ist die relative Dielektrizitätskonstante und ε_0 die elektrische Feldkonstante. Das elektrische Feld einer Lichtwelle kann als ebene Welle der Form

$$\vec{E} = \vec{E}_e \exp(i(\vec{k} \cdot \vec{r} - \omega \cdot t)) \quad (3)$$

dargestellt werden. Dabei ist \vec{r} der Ortsvektor, t die Zeit, \vec{k} der Wellenzahlvektor, ω die Kreisfrequenz und \vec{E}_e die Amplitude der Welle. Wenn diese ebene Welle aus einem Vakuum unter einem Winkel α auf eine Grenzfläche fällt wird ein Teil reflektiert (mit Amplitude \vec{E}_r) und ein Teil dringt ins Material ein (mit Amplitude \vec{E}_d). Dies ist in Abbildung (1) schematisch dargestellt. Im Material ist die Lichtgeschwindigkeit v geringer als die im Vakuum c . Daher ändert der Lichtstrahl seine Richtung. Für Brechungsindices gilt

$$n = \frac{c}{v}. \quad (4)$$

Für die weitere Beschreibung der Brechung ist die Unterteilung des Feldvektors in senkrecht und parallel zur Einfallsebene nötig. Es gilt

$$\vec{E}_e = \vec{E}_\perp + \vec{E}_\parallel. \quad (5)$$

Zuerst wird die Komponente betrachtet, die senkrecht zur Einfallsebene schwingt und damit tangential zur Grenzfläche. Die Tangentialkomponente des Feldstärkenvektors geht stetig durch die Grenzfläche hindurch, daher gilt

$$\vec{E}_{e,\perp} + \vec{E}_{r,\perp} = \vec{E}_{d,\perp}. \quad (6)$$

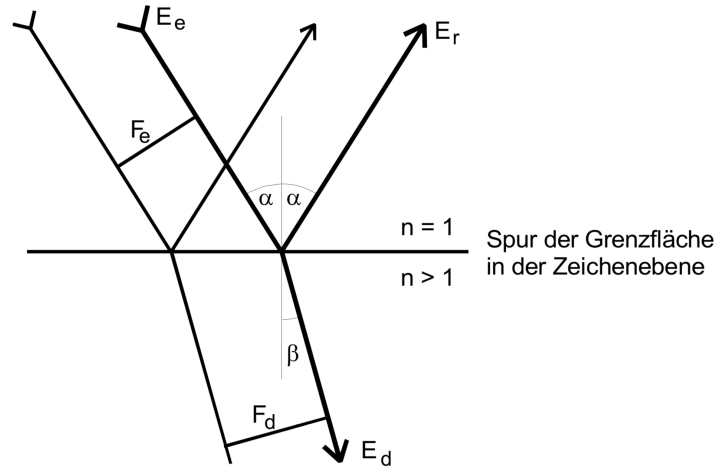


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines auftreffenden Lichtstrahls auf eine Grenzfläche. Q[1]

Diese Relation und das Snelliussche Brechungsgesetz

$$n = \frac{\sin \alpha}{\sin \beta} \quad (7)$$

werden verwendet, um die Relation

$$\vec{E}_{r,\perp} = -\vec{E}_{e,\perp} \frac{(\sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha} - \cos \alpha)}{n^2 - 1} \quad (8)$$

aufzustellen. Für den Fall der Komponente \vec{E}_{\parallel} ergibt sich

$$\vec{E}_{r,\parallel} = \vec{E}_{e,\parallel} \frac{n^2 \cos \alpha - \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}{n^2 \cos \alpha + \sqrt{n^2 - \sin^2 \alpha}}. \quad (9)$$

Aus der Gleichung geht hervor, dass es einen Winkel gibt unter dem keine Reflektion mehr stattfindet, sondern der Lichtstrahl ganz in das Medium eindringt. Dieser Winkel ist der Brewstersche Winkel α_p . Für diesen gilt

$$\tan \alpha_p = n. \quad (10)$$

3 Durchführung

Der Versuchsaufbau ist schematisch in Abbildung (2) zu sehen. Der Versuch besteht aus einem Laser einem drehbaren Spiegel aus Silizium und einem Goniometer. Mit diesem kann die Lichtintensität in Ampere gemessen werden. Zu Beginn wird der Laser so eingestellt, dass der Strahl auf dem Spiegel auf gleicher Höhe reflektiert wird. Der Spiegel steht dabei senkrecht zum Laser. Danach wird eine Dunkelstrommessung durchgeführt,

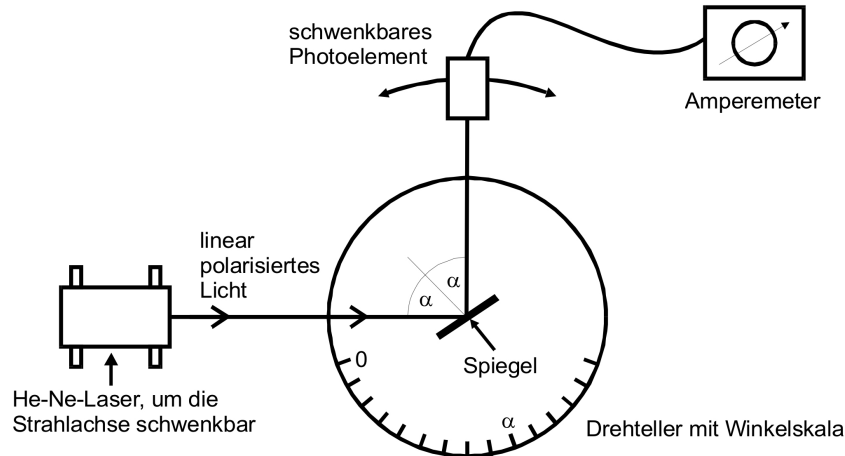


Abbildung 2: Schematische Darstellung eines in der Einfallsebene schwindeneden Lichtstrahls. Q[1]

die die Intensität der Umgebungshelligkeit bestimmt. Dazu wird der Laser ausgeschaltet. Danach wird in einem Bereich von ungefähr 5° bis 70° in 2° Schritten der Spiegel rotiert und die Intensität des reflektierenden Laserstrahls gemessen. Ab 70° wird ein 1° Schritten die Messung fortgeführt bis der Spiegel um 80° gedreht ist. Im Anschluss wird in 2° Schritten bis mindestens 86° weitergemessen.

4 Auswertung

Die zu Erst gemessenen Werte des Nullstroms I_0 und des Dunkelstroms I_D lauten

$$I_0 = 460 \mu\text{A}$$

$$I_D = 2,8 \text{ nA}.$$

Während der Messung des Dunkelstroms, ist das Photoelement einer maximalen Störung von anderen Lichtquellen ausgesetzt. Bei der Durchführung treffen nur minimale Störungen auf das Photoelement. Zusätzlich befindet sich die maximale Störung in einem kleinen Bereich, weswegen der Dunkelstrom im weiteren Verlauf der Auswertung vernachlässigt wird.

4.1 Berechnung des Brechungsindex

Tabelle 1: Gemessene Photoströme bei s- und p-polarisiertem Licht in Abhängigkeit vom Einfallswinkel α .

α [°]	$I_{\text{ref, s}}$ [μA]	$I_{\text{ref, p}}$ [μA]	α [°]	$I_{\text{ref, s}}$ [μA]	$I_{\text{ref, p}}$ [μA]	α [°]	$I_{\text{ref, s}}$ [μA]	$I_{\text{ref, p}}$ [μA]
6	6	14	38	24	20	70	110	3
8	8	14	40	31	20	71	120	1
10	7	15	42	28	20	72	120	2,2
12	10	15	44	39	20	73	130	1,4
14	6	14	46	38	20	74	140	0,9
16	11	11	48	47	20	75	140	0,5
18	10	16	50	46	20	76	130	0,57
20	10	16	52	55	19	77	150	0,76
22	12	16	54	64	17	78	140	1,5
24	15	17	56	70	16	79	160	2,8
26	12	17	58	70	16	80	150	4,6
28	17	18	60	80	14	82	170	10
30	14	18	62	78	12	84	160	23
32	19	19	64	90	10	86	190	43
34	18	19	66	90	8	87	190	60
36	26	19	68	110	5			

In der Tabelle 1 sind die gemessenen Photoströme in Abhängigkeit des Einfallswinkels α aufgelistet. Um die Brechungsindizes für s- und p-polarisiertes Licht zu bestimmen, werden die Gleichungen (8) und (9) nach n_s und n_p umgestellt. Daraus ergeben sich

$$n_s = \sqrt{\frac{E^2 - 2E \cos(2\alpha) + 1}{E^2 - 2E + 1}} \quad \text{und} \quad (11)$$

$$n_p = \sqrt{\left(\frac{1+E}{1-E}\right)^2 \frac{1}{2 \cos^2(\alpha)} + \sqrt{\frac{(1+E)^2}{4 \cos^4(\alpha)(1-E)^4} - \frac{1}{(1-E)^2} \tan^2(\alpha)}}. \quad (12)$$

Hierfür gilt

$$E = \frac{E_{\text{ref}}}{E_{\text{ein}}} = \frac{I_{\text{ref}}(\alpha)}{I_0}.$$

Die berechneten Brechungsindizes sind in der Tabelle 2 aufgeführt. Durch systematische Fehler werden allerdings für das s-polarisierte Licht die Werte $n_s > 4$ und bei

dem p-polarisierten Licht alle Werte $n_p > 6$ vernachlässigt. Die daraus gemittelten Brechungsindizes sind

$$\overline{n_s} = 2,0 \pm 0,9 \quad \text{und} \\ \overline{n_p} = 2,4 \pm 1,1.$$

Die Messdaten sind in der Abbildung 3 dargestellt. Hierbei ist $\sqrt{I(\alpha)/I_0}$ gegen α aufgetragen. Zusätzlich sind in der Abbildung die Theoriekurven abgebildet, welche durch $\overline{n_s}$, $\overline{n_p}$ sowie den Gleichungen (??) und (??) bestimmt werden. Außerdem wird anhand der Ta-

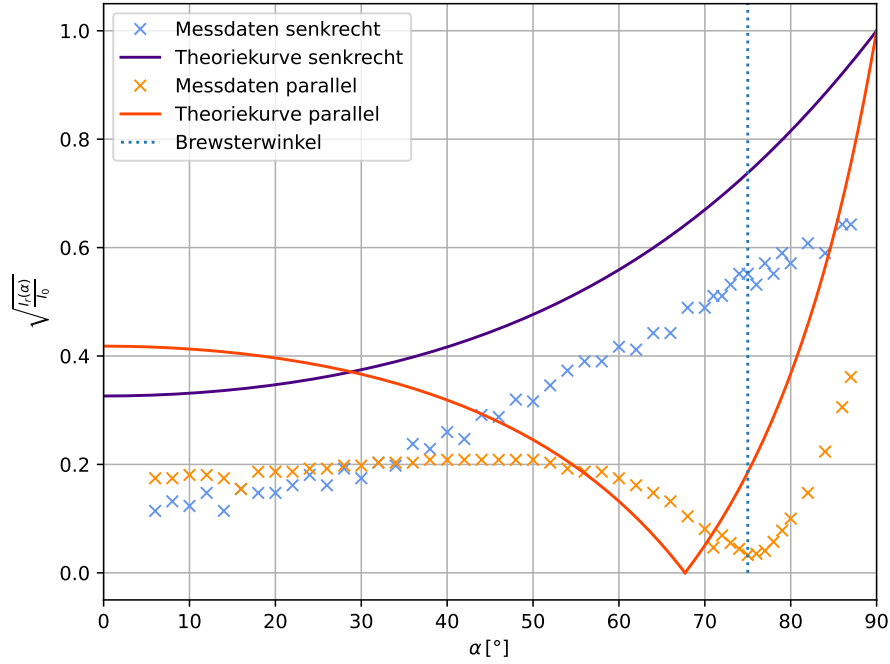


Abbildung 3: Graphische Darstellung der Messwerte mit der Theoriekurve und markiertem Brewsterwinkel.

belle beim Minimum des p-polarisierten Licht ein Brewsterwinkel von $\alpha_B = 75^\circ$ abgelesen. Dieser ist ebenfalls in der Abbildung 3 eingezeichnet. Anhand dieses Brewsterwinkels lässt sich über die Gleichung (10) der theoretische Brechungsindex

$$n = 3,73$$

ermitteln.

Tabelle 2: Brechnete Brechungsindizes in Abhängigkeit des Winkels und der Intensität.

α [°]	n_s	n_p	α [°]	n_s	n_p	α [°]	n_s	n_p
6	1,00	1,37	38	1,26	1,75	70	2,76	3,24
8	1,01	1,38	40	1,34	1,80	71	2,94	3,19
10	1,01	1,40	42	1,33	1,85	72	2,95	3,53
12	1,02	1,40	44	1,46	1,91	73	3,14	3,64
14	1,02	1,39	46	1,47	1,98	74	3,34	3,80
16	1,03	1,35	48	1,59	2,06	75	3,35	3,98
18	1,04	1,44	50	1,61	2,15	76	3,18	4,29
20	1,05	1,45	52	1,73	2,22	77	3,58	4,67
22	1,06	1,47	54	1,87	2,27	78	3,39	5,23
24	1,09	1,50	56	1,97	2,37	79	3,81	5,94
26	1,08	1,52	58	2,00	2,51	80	3,61	6,81
28	1,12	1,56	60	2,16	2,60	82	4,06	9,31
30	1,12	1,58	62	2,17	2,71	84	3,86	14,34
32	1,17	1,63	64	2,37	2,84	86	4,59	25,32
34	1,18	1,66	66	2,40	2,98	87	4,59	37,91
36	1,25	1,69	68	2,73	3,08			

5 Diskussion

Literatur

[1] Unknown. *Fresnelsche Formeln*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2024.

Anhang

Originaldaten