V354

Gedämpfte und erzwungene Schwingung

Amelie Hater
amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le
ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 12.12.2023

Abgabe: 19.12.2023

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuches ist sich mit verschiedene gedämpften und erzwungen Schwingungen innerhalb einer Schaltung bestehend aus Widerständen, Kondensatoren und Spulen, auseinanderzusetzen. Insbesondere wird sich mit einer gedäpften Schwingung, dem aperiodischen Grenzfall und Frequenzabhängigkeit der Kondensatorspannung beschäftigt.

2 Theorie

Ein ungedämpfter Schwingkreis besteht aus einer Spule mit Induktivität L und einem Kondensator mit Kapazität C. In diesem gilt Energieerhaltung, was bedeutet, dass die Gesamtenergie, die im Schwingkreis gespeichert ist, konstant bleibt. Diese Gesamtenergie setzt sich aus der Energie zusammen, die im Magnetfeld der Spule gespeichert ist und der Energie, die im elektrischen Feld des Kondensators gespeichert ist. Diese beiden Energieformen oszillieren verlustfrei im Schwingkreis.

2.1 Gedämpfte Schwingungen

In einem gedämpften Schwingkreis ist zusätzlich zu der Spule und dem Kondensatir ein ohmscher Widerstand R eingebaut, an dem elektrische Energie konstant in Wärmeenergie umgewandelt wird und dadurch das System verlässt. Daher ist keine Energieerhaltung im gedämpften Schwingkreis gegeben. Allerdings findet trotzdessen eine Oszillation der einzelnen Energien statt, die Gesamtenergie nähert sich allerdings stetig der 0 an. Das Verhalten des gedämpften Schwingkreises lässt sich durch die Differentialgleichung

$$\ddot{I} + \frac{R}{L} \cdot \dot{I} + \frac{1}{LC} \cdot I = 0 \tag{1}$$

beschreiben. I ist dabei der im Schwingkreis fließende Strom. Diese Gleichung wird durch die Funktion

$$I = \mathrm{e}^{-2\pi\mu t} \cdot \left(\mathrm{B}_1 \cdot \mathrm{e}^{2\pi\nu i t} + \mathrm{B}_2 \cdot \mathrm{e}^{-2\pi\nu i t}\right) \tag{2}$$

gelöst. Für diese Funktion werden die Abkürzungen

$$2\pi\mu := \frac{R}{2L} \text{ und } 2\pi\nu := \sqrt{\frac{1}{LC} - \left(\frac{R}{2L}\right)^2}$$

verwendet. Für das Verhalten der Schwingung ist entscheident, ob ν eine imaginäre oder reele Zahl ist. Dies hängt davon ab in welchem Größenverhältnis die beiden Summanden unter der Wurzel stehen.

1. Schwingfall
Damit der Schwingfall eintritt, in dem die Amplitude harmonisch mit einer bestimmten Frequenz oszilliert, während sie ich auf den Nullpunkt zubewegt, muss ν eine reele Zahl sein. Dies wird erfüllt, wenn

$$\frac{1}{LC} > \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

gilt. Die Funktion von I vereinfacht sich in diesem Fall zu

$$I = \mathrm{A}_0 \cdot \mathrm{e}^{-2\pi\mu t} \cdot \cos\left(2\pi\nu t + \eta\right) . \tag{3}$$

A_0 und η sind reele Konstanten. Die Abklingdauer T_{ex} der Amplitude bezeichnet die Zeit, die benötigt wird, damit die Amplitude auf den e-ten Teil des ursprünglichen Wertes abgenommen hat. Für die Abklingdauer gilt

$$T_{\mathrm{ex}} = \frac{1}{2\pi\mu} = \frac{2L}{R} . \tag{4}$$

Die einhüllende Funktion zur gedämpften Schwingung ist die Funktion $\pm\mathrm{e}^{-2\pi\mu t}$.

2. Kriechfall
Der Kriechfall tritt ein, eine aperiodische Dämpfung vorliegt, wodurch ν eine imaginäre Zahl ist, welche durch

$$\frac{1}{LC} < \left(\frac{R}{2L}\right)^2$$

zustandekommt. Die Lösungsfunktion von I enthält nun keinen oszillierenden Anteil mehr. Anhängig von der Wahl der Konstanten B_1 und B_2 erreicht I zu Beginn ein Extremwert oder geht direkt monoton auf den Nullpunkt zu. Kriechfälle für verschiedene Konstanten sind als durchgezogene, farbige Striche in Abbildung (1) dargestellt. Für große Zeiten gilt

$$I \sim \mathrm{e}^{-2\pi(\mu - \nu\mathrm{i})t} .$$

3. Aperiodischer Greznfall
Der aperiodische Grenzfall ist ein Spezialfall in dem I am schnellsten gegen den Nullpunkt geht. Für diesen Fall gilt

$$\frac{1}{LC} = \left(\frac{R}{2L}\right)^2 .$$

Daraus folgt, dass $nu = 0$ ist. Die Funktion I vereinfacht sich zu

$$I = \mathrm{D} \cdot \mathrm{e}^{-\frac{t}{\sqrt{LC}}} .$$

D ist eine reele Konstante. In Abbildung (1) ist der aperiodische Grenzfall als gestrichelte, schwarze Linie dargstellt.

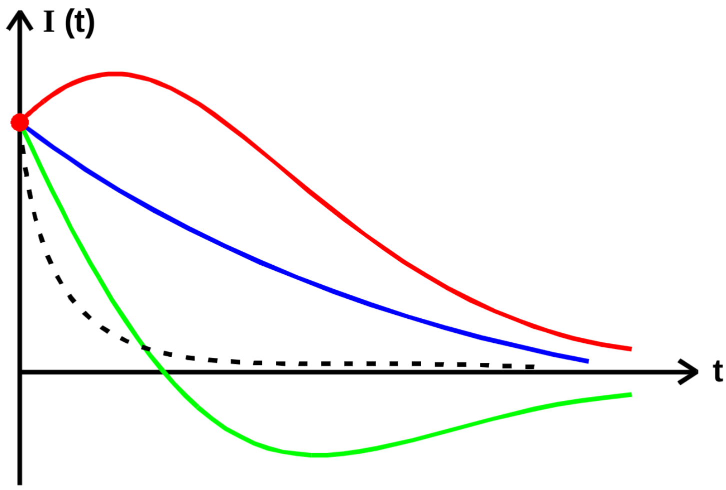

Abbildung 1: Verhalten von Strom I in einem Schwingkreis bei aperiodischer Dämpfung.

3 Durchführung

4 Auswertung

Abbildung 2: Plot.

5 Diskussion

Anhang

Originaldaten

V354 Gedämpfte und erzwungene Schwingung 12.12.2023

Time/Div: ~~5~~ 20 µs , Volts/Div: 1 V , Eingangsfrequenz 1000 Hz (gleich ca. 900 Hz)

$A \pm 0{,}1\,V$ | $t \pm 2\,\mu s$ → bei R_1

$L = 16{,}87 \pm 0{,}05\,mH$

$R_1 = 67{,}2 \pm 0{,}1\,\Omega$

$A \pm 0{,}1\,V$	$t \pm 2\,\mu s$
-3,05	-4,3
3	-4,15
-2,3	-4,05
2,25	-3,4
-2,15	-3,25
2,1	-3,1
-1,45	-3
1,4	-2,3
-1,3	-2,2
1,3	-2,1
-1,2	-1,4
1,15	-1,3
-1,1	-1,15
1,1	-1
-1	-0,4
1	-0,25
-0,45	-0,1
0,4	0
-0,35	0,15
0,35	0,3
-0,3	0,45
0,3	1,05
-0,25	1,2
0,25	1,35
-0,2	2
0,2	2,1

→ eig falsch

Neue Werte:

Time/Div: 50 µs
Volt/Div: 1V

A	t
-3,2	-4,25
3,1	-4,15
-2,4	-3,35
2,4	-3,15
-2,2	-3
2,2	-2,25
-2,05	-2,1
2	-1,4
-1,4	-1,2
1,35	-1
-1,3	-0,3
1,25	-0,15
-1,15	+0,1
1,15	0,25
-1,1	0,45
1,05	1,15
-1	1,3
+1	2
-0,4	2,2
0,4	2,4
-0,35	3,1
0,35	3,3
-0,3	3,45
0,3	4,15

b) $R = 4{,}5\,k\Omega$, bei Frequenz = 192,8 Hz Rechteckspannung

c) Time | Div: 20 µs , Volts | Div: 1V , $R_2 = 682, \pm 0{,}5\,\Omega$

Volts | Divs: 5V , 25,53 kHz / $L = 16{,}87 \pm 0{,}05\,mH$

$C = 2{,}060 \pm 0{,}003\,nF$

f in kHz	U_C	U_0	~~f~~ T	
25,53	1,35	2,15	~~1,45~~ 2	Volts | Div: 1V (für U_c)
26,53	1,35	-"-	1,45	
24,53	1,3		2	
23,03	1,2		2,1	
27,03	1,3		1,4	
28,53	3,2		1,4	Volts | Div: 2V
22,53	3,1		2,1	
20,53	2,25		2,2	
30,53	2,2		1,3	
33,53	1,3		2,5	
17,53	1,45		2,4	
13,53	1,25		3,35	
37,53	1,00		1,15	
40,03	1,3		1,1	Volts | Div: 1V
~~10,53~~ 11,03	2,35		4,25	
15,53	3,2		3,1	~~Volts | Div: 2V~~
35,53	2,3		1,2	
32,03	2		1,3	Volts | Div: 2V
19,03	2,1		2,3	
28,03	3,3		1,4	

17.11.23

NB m