

V302

## Elektrische Brückenschaltung

Amelie Hater  
amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le  
ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.01.2024

Abgabe: 16.01.2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Vorbereitungsaufgaben . . . . .	3
<b>3 Durchführung</b>	<b>3</b>
<b>4 Auswertung</b>	<b>3</b>
4.1 Wheatstonesche Brücke . . . . .	3
4.2 Kapazitätsmessbrücke . . . . .	4
4.3 Induktivitätsmessbrücke . . . . .	5
4.4 Maxwell-Brücke . . . . .	7
4.5 Wien-Robinson-Brücke . . . . .	8
<b>5 Diskussion</b>	<b>9</b>
<b>Literatur</b>	<b>10</b>
<b>Anhang</b>	<b>11</b>
Originaldaten . . . . .	11

# 1 Zielsetzung

## 2 Theorie

### 2.1 Vorbereitungsaufgaben

## 3 Durchführung

## 4 Auswertung

Im Folgenden werden die Mittelwerte mit

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

bestimmt.  $n$  ist die Anzahl der Daten und  $x_i$  die einzelnen Daten. Mit der Gaußschen Fehlerfortpflanzung

$$\Delta f = \sqrt{\sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial x_i} \right)^2 \cdot (\Delta x_i)^2}$$

werden die Messunsicherheiten ausgerechnet, wenn eine Größe von mehreren fehlerbehafteten Größen abhängt.

### 4.1 Wheatstonesche Brücke

Zunächst wird der unbekannte Widerstand  $R_{13}$  verwendet. Die verwendeten und gemessenen Widerstände sind in der Tabelle (1) aufgelistet. Der Widerstand wird mit der Gleichung (??) berechnet. Bei der Berechnung der Messunsicherheiten wird der Fehler  $\Delta \frac{R_3}{R_4} = 0,005 \cdot \frac{R_3}{R_4}$  verwendet.

**Tabelle 1:** Widerstände der Wheatstonschen Brücke bei dem unbekannten Widerstand  $R_{13}$ .

$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_{13} [\Omega]$
332	490	510	$(319,0 \pm 1,6)$
500	339	611	$(277,4 \pm 1,4)$
1000	242	758	$(319,3 \pm 1,6)$

Daraus folgt der gemittelte Widerstand

$$R_{13,\text{exp.}} = (305,2 \pm 0,9) \Omega.$$

Der theoretische Wert lautet

$$R_{13,\text{theo.}} = 319,5 \Omega.$$

In der Tabelle (2) sind die verwendeten und gemessenen Widerstände bei einer Durchführung mit dem unbekannten Widerstand  $R_{14}$  aufgeführt. Der Widerstand  $R_{14}$  berechnet sich erneut aus der Gleichung (??).

**Tabelle 2:** Widerstände der Wheatstonschen Brücke bei dem unbekannten Widerstand  $R_{14}$ .

$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$R_{14} [\Omega]$
332	732	268	$(906, 8 \pm 4, 5)$
500	644	356	$(904, 5 \pm 4, 5)$
1000	474	526	$(901, 1 \pm 4, 5)$

Aus dieser Tabelle lässt sich der gemittelte Widerstand

$$R_{14,\text{exp.}} = (904, 1 \pm 2, 6) \Omega$$

bestimmen. Der theoretische Widerstand beträgt

$$R_{14,\text{theo.}} = 900 \Omega.$$

## 4.2 Kapazitätsmessbrücke

Bei dieser Durchführung wird wieder der relative Fehler wie im Abschnitt (4.1) benutzt. In der Tabelle (3) sind die verwendeten und gemessenen Kapazitäten und Widerstände der Kapazitätsmessbrücke bei den unbekannten  $C_{15}$  und  $R_{15}$  aufgelistet. Die unbekannten Werte werden mit den Gleichungen (??) und (??) bestimmt.

**Tabelle 3:** Kapazität und Widerstände der Kapazitätsmessbrücke bei den unbekannten Werten  $C_{15}$  und  $R_{15}$ .

$C_2 [\text{nF}]$	$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$C_{15} [\text{nF}]$	$R_{15} [\Omega]$
399	500	455	545	$(477, 9 \pm 2, 4)$	$(417, 4 \pm 2, 1)$
750	332	576	424	$(552, 1 \pm 2, 8)$	$(451, 0 \pm 2, 3)$
994	664	436	564	$(1285, 8 \pm 6, 4)$	$(513, 3 \pm 2, 6)$

Die gemittelte ermittelte Kapazität lautet

$$C_{15,\text{exp.}} = (771, 9 \pm 2, 5) \text{ nF}.$$

Der entsprechende theoretische Wert beträgt

$$C_{15,\text{theo.}} = 652 \text{ nF}.$$

Aus der Tabelle (3) lässt sich der gemittelte Widerstand

$$R_{15,\text{exp.}} = (460, 6 \pm 1, 3) \Omega$$

berechnen. Der theoretische Widerstand ist

$$R_{15,\text{theo.}} = 473 \, \Omega.$$

Die Werte bei einer Durchführung mit den unbekannten Werten  $C_8$  und  $R_8$  sind in der Tabelle (4) aufgeführt.  $C_8$  und  $R_8$  werden ebenfalls mit den Gleichungen (??) und (??) ermittelt.

**Tabelle 4:** Kapazität und Widerstände der Kapazitätsmessbrücke bei den unbekannten Werten  $C_8$  und  $R_8$ .

$C_2$ [nF]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$C_8$ [nF]	$R_8$ [ $\Omega$ ]
399	500	551	449	$(325, 1 \pm 1, 6)$	$(613, 6 \pm 3, 1)$
750	332	667	333	$(374, 4 \pm 1, 9)$	$(665, 0 \pm 3, 3)$
994	664	525	475	$(899, 3 \pm 4, 5)$	$(733, 9 \pm 3, 7)$

Daraus folgt die gemittelte Kapazität

$$C_{8,\text{exp.}} = (533, 0 \pm 1, 7) \, \text{nF}.$$

Die theoretische Kapazität lautet

$$C_{8,\text{theo.}} = 294, 1 \, \text{nF}.$$

Außerdem ergibt sich für den Widerstand

$$R_{8,\text{exp.}} = (670, 8 \pm 1, 9) \, \Omega$$

und der theoretische Widerstand beträgt

$$R_{8,\text{theo.}} = 564 \, \Omega.$$

### 4.3 Induktivitätsmessbrücke

Der relative Fehler aus Abschnitt (4.1) gilt auch für diese Durchführung. Die verwendete Induktivität sowie die verwendeten und gemessenen Widerstände der Induktivitätsmessbrücke bei unbekannten  $L_{19}$  und  $R_{19}$  sind in der Tabelle (5) aufgelistet. Hier werden  $L_{19}$  und  $R_{19}$  mit den Gleichungen (??) und (??) bestimmt.

**Tabelle 5:** Induktivität und Widerstände der Induktivitätsmessbrücke bei den unbekannten Werten  $L_{19}$  und  $R_{19}$ .

$L_2$ [mH]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$L_{19}$ [mH]	$R_{19}$ [ $\Omega$ ]
20,1	1000	126	874	$(139, 42 \pm 0, 70)$	$(144, 16 \pm 0, 72)$
14,6	664	201	799	$(58, 04 \pm 0, 29)$	$(167, 04 \pm 0, 84)$
14,6	1000	291	709	$(35, 57 \pm 0, 18)$	$(410, 44 \pm 2, 1)$

Aus dieser Tabelle wird die gemittelte Induktivität

$$L_{19,\text{exp.}} = (77,68 \pm 0,26) \text{ mH}$$

bestimmt. Zudem beträgt der theoretische Wert der Induktivität

$$L_{19,\text{theo.}} = 26,96 \text{ mH}.$$

Der gemittelte Widerstand lautet

$$R_{19,\text{exp.}} = (240,50 \pm 0,80) \Omega.$$

Außerdem ist der theoretische Widerstand

$$R_{19,\text{theo.}} = 108,7 \Omega$$

gegeben. Die zugehörigen Werte bei der Durchführung mit der unbekannten Induktivität  $L_{16}$  und dem unbekannten Widerstand  $R_{16}$  sind in der Tabelle (6) aufgelistet. Die unbekannten Werte werden nochmals mit den Gleichungen (??) und (??) berechnet.

**Tabelle 6:** Induktivität und Widerstände der Induktivitätsmessbrücke bei den unbekannten Werten  $L_{16}$  und  $R_{16}$ .

$L_2$ [mH]	$R_2$ [ $\Omega$ ]	$R_3$ [ $\Omega$ ]	$R_4$ [ $\Omega$ ]	$L_{16}$ [mH]	$R_{16}$ [ $\Omega$ ]
20.1	1000	112	888	$(159,36 \pm 0,80)$	$(126,13 \pm 0,63)$
14.6	664	85	915	$(157,16 \pm 0,79)$	$(61,68 \pm 0,31)$
14.6	1000	83	917	$(161,30 \pm 0,81)$	$(90,51 \pm 0,45)$

Hieraus ergibt sich für die gemittelte Induktivität

$$L_{16,\text{exp.}} = (159,30 \pm 0,50) \text{ mH}$$

und die theoretische Induktivität beträgt

$$L_{16,\text{theo.}} = 132,71 \text{ mH}.$$

Die aus der Tabelle (6) gemittelte Widerstand lautet

$$R_{16,\text{exp.}} = (92,77 \pm 0,28) \Omega.$$

Der dazugehörige theoretische Widerstand ist

$$R_{16,\text{theo.}} = 411,2 \Omega.$$

#### 4.4 Maxwell-Brücke

In diesem Abschnitt wird wieder der gleiche relative Fehler aus Abschnitt (4.1) verwendet. Die erste Durchführung ist erneut mit der unbekannten Induktivität  $L_{19}$  und dem unbekannten  $R_{19}$ . Diese Werte werden mithilfe der Gleichungen (??) und (??) bestimmt. In der Tabelle (7) sind die verwendeten sowie gemessenen Widerstände, die genutzte Kapazität und die berechneten  $L_{19}$  und  $R_{19}$  aufgelistet.

**Tabelle 7:** Induktivität und Widerstände der Maxwell-Brücke bei den unbekannten Werten  $L_{19}$  und  $R_{19}$ .

$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$C_4 \text{ nF}$	$L_{19} [\text{mH}]$	$R_{19} [\Omega]$
332	85	256	994	28,06	$(110, 23 \pm 0, 55)$
664	44	261	994	29,04	$(111, 94 \pm 0, 56)$
1000	30	267	994	29,82	$(112, 36 \pm 0, 56)$

Aus dieser Tabelle ergibt sich folgender Wert für die gemittelte Induktivität

$$L_{19,\text{exp.}} = 28,97 \text{ mH}.$$

Die theoretische Induktivität ist erneut gegeben durch

$$L_{19,\text{theo.}} = 26,96 \text{ mH}.$$

Ebenfalls aus der Tabelle (7) wird der gemittelte Widerstand

$$R_{19,\text{exp.}} = (111,51 \pm 0,32) \Omega$$

bestimmt und der theoretische Widerstand ist wieder

$$R_{19,\text{theo.}} = 108,7 \Omega.$$

Bei der zweiten Durchführung wird bei der Maxwell-Brücke die unbekannten Werte  $L_{16}$  und  $R_{16}$  bestimmt. Diese werden ebenfalls mit den Gleichungen (??) und (??) berechnet. Die verwendeten Größen und die berechneten  $L_{16}$  und  $R_{16}$  sind in der Tabelle (8) aufgeführt.

**Tabelle 8:** Induktivität und Widerstände der Maxwell-Brücke bei den unbekannten Werten  $L_{16}$  und  $R_{16}$ .

$R_2 [\Omega]$	$R_3 [\Omega]$	$R_4 [\Omega]$	$C_4 \text{ nF}$	$L_{16} [\text{mH}]$	$R_{16} [\Omega]$
332	403	320	994	132,99	$(418, 1 \pm 2, 1)$
664	204	328	994	134,64	$(413, 0 \pm 2, 1)$
1000	136	330	994	135,18	$(412, 1 \pm 2, 1)$

Hieraus berechnet sich der gemittelte Wert für die Induktivität

$$L_{16,\text{exp.}} = 134,27 \text{ mH}.$$

Die theoretische Induktivität lautet wieder

$$L_{16,\text{theo.}} = 132,71 \text{ mH}.$$

Außerdem ergibt sich für den gemittelten Widerstand

$$R_{16,\text{exp.}} = (414,4 \pm 1,2) \Omega$$

und der entsprechende theoretische Wert beträgt

$$R_{16,\text{theo.}} = 411,2 \Omega.$$

#### 4.5 Wien-Robinson-Brücke

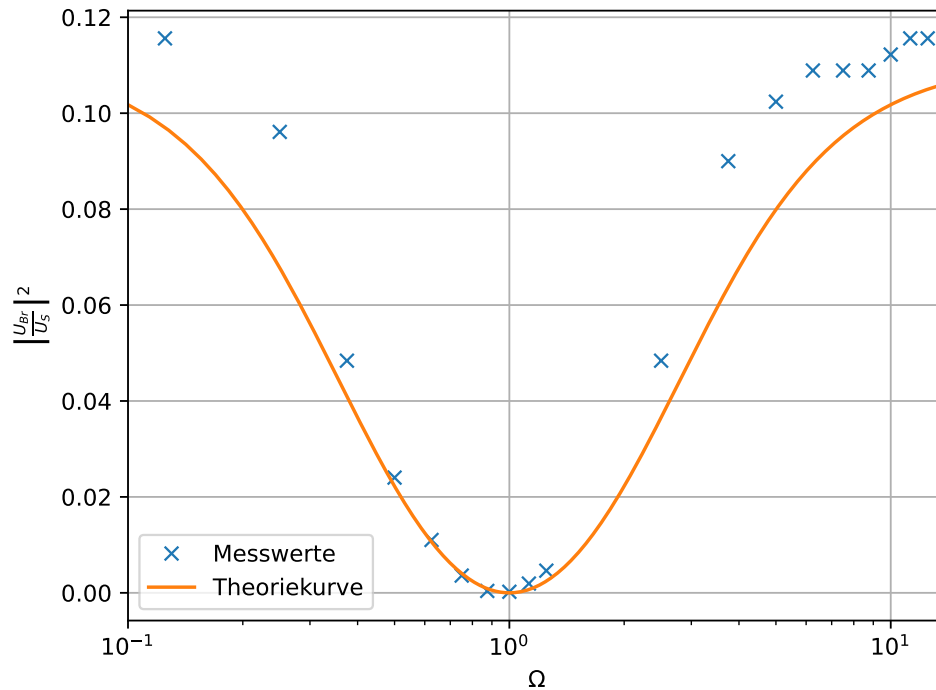
Die gemessenen Brückenspannungen in Abhängigkeit der Frequenz der Wien-Robinson-Brücke sind in der Tabelle (9) aufgelistet. Außerdem beträgt die Speisespannung bei dieser Durchführung  $U_S = 1 \text{ V}$ .

**Tabelle 9:** Gemessene Brückenspannungen bei verschiedenen Frequenzen der Wien-Robinson-Brücke.

$f [\text{Hz}]$	$U_{\text{Br}} [\text{mV}]$	$f [\text{Hz}]$	$U_{\text{Br}} [\text{mV}]$
50	340	1000	220
100	310	1500	300
150	220	2000	320
200	155	2500	330
250	105	3000	330
300	60	3500	330
350	20	4000	335
400	15	4500	340
450	44	5000	340
500	68		

Anhand dieser Tabelle lässt sich die Frequenz  $f_0 = 400 \text{ Hz}$  bestimmen, bei der die Brückenspannung am niedrigsten ist. Damit lassen sich die Messwerte in der Abbildung (1) halblogarithmisch darstellen. Hierfür wird auf der x-Achse die auf die minimale Brückenspannung normierte Frequenz  $\Omega = \frac{f}{f_0}$  und auf der y-Achse  $\left| \frac{U_{\text{Br}}}{U_S} \right|^2$  aufgetragen. Außerdem wird mithilfe der Gleichung (??) die Theoriekurve bestimmt, welche ebenfalls in der Abbildung (1) abgebildet ist.





**Abbildung 1:** Halblogarithmische Darstellung der Frequenz und Spannungen.

Der Klirrfaktor wird mit der Gleichung (??) bestimmt. Allerdings wird die Summe der Oberwellen mit der zweiten Oberwelle angenähert. Die zweite Oberwelle  $U_2$  bestimmt sich aus der Gleichung (??) und durch

$$U_2 = \frac{U_{Br}}{f(\Omega = 2)},$$

wobei für  $U_{Br}$  die minimale Brückenspannung verwendet wird. Somit ergibt sich

$$U_2 = \frac{15\text{mV}}{\sqrt{\frac{1}{45}}} \approx 100,62 \text{ mV}.$$

Daraus bestimmt sich der Klirrfaktor

$$k = \frac{U_2}{U_1} = \frac{U_2}{U_S} = \frac{100,62 \cdot 10^{-3} \text{ V}}{1 \text{ V}} = 0,10.$$

## 5 Diskussion

Die relative Abweichung zwischen dem theoretischen und dem experimentellen Wert wird bestimmt durch

$$\text{rel. Abweichung} = \frac{|\text{exp. Wert} - \text{theo. Wert}|}{\text{theo. Wert}}.$$

In der Tabelle (10) sind die experimentellen und theoretischen Werte sowie deren relative Abweichungen der Wheatstonschen Brücke, Kapazitätsmessbrücke, Induktivitätsmessbrücke und der Maxwell-Brücke aufgelistet.

**Tabelle 10:** Relative Abweichung der verschiedenen Brückenschaltungen.

exp.	theo.	rel. Abweichung
Wheatstonesche Brücke		
$R_{13,\text{exp.}} = (305,2 \pm 0,9) \Omega$	$R_{13,\text{theo.}} = 319,5 \Omega$	4,47 %
$R_{14,\text{exp.}} = (904,1 \pm 2,6) \Omega$	$R_{14,\text{theo.}} = 900 \Omega$	0,46 %
Kapazitätsmessbrücke		
$C_{15,\text{exp.}} = (771,9 \pm 2,5) \text{ nF}$	$C_{15,\text{theo.}} = 652 \text{ nF}$	18,4 %
$R_{15,\text{exp.}} = (460,6 \pm 1,3) \Omega$	$R_{15,\text{theo.}} = 473 \Omega$	2,62 %
$C_{8,\text{exp.}} = (533,0 \pm 1,7) \text{ nF}$	$C_{8,\text{theo.}} = 294,1 \text{ nF}$	81,2 %
$R_{8,\text{exp.}} = (670,8 \pm 1,9) \Omega$	$R_{8,\text{theo.}} = 564 \Omega$	18,94 %
Induktivitätsmessbrücke		
$L_{19,\text{exp.}} = (77,68 \pm 0,26) \text{ mH}$	$L_{19,\text{theo.}} = 26,96 \text{ mH}$	188,1 %
$R_{19,\text{exp.}} = (240,50 \pm 0,80) \Omega$	$R_{19,\text{theo.}} = 108,7 \Omega$	121,3 %
$L_{16,\text{exp.}} = (159,30 \pm 0,50) \text{ mH}$	$L_{16,\text{theo.}} = 132,71 \text{ mH}$	20,02 %
$R_{16,\text{exp.}} = (92,77 \pm 0,28) \Omega$	$R_{16,\text{theo.}} = 411,2 \Omega$	77,44 %
Maxwell-Brücke		
$L_{19,\text{exp.}} = 28,97 \text{ mH}$	$L_{19,\text{theo.}} = 26,96 \text{ mH}$	7,46 %
$R_{19,\text{exp.}} = (111,51 \pm 0,32) \Omega$	$R_{19,\text{theo.}} = 108,7 \Omega$	2,59 %
$L_{16,\text{exp.}} = 134,27 \text{ mH}$	$L_{16,\text{theo.}} = 132,71 \text{ mH}$	1,18 %
$R_{16,\text{exp.}} = (414,4 \pm 1,2) \Omega$	$R_{16,\text{theo.}} = 411,2 \Omega$	0,78 %

Diese Abweichungen könnten an der ungenauen Bestimmung von  $R_3$  und  $R_4$  liegen. Hierfür muss die Brückenspannung minimiert werden, welche mithilfe vom Ablesen am Oszilloskop minimiert wurde. Allerdings entsteht bei der Minimierung ein Rauschen, was das Ablesen ungenau machen könnte. Zudem ist häufiger das Problem aufgetreten, dass beim Berühren der Kabel oder des Potentiometers sich die Abbildung auf dem Oszilloskop geändert hat, was ebenfalls die teilweise großen Abweichungen erklären könnte. Bei der Wien-Robinson-Brücke fällt auf, dass die Messwerte mehr von der Theoriekurve abweicht, desto weiter sich die Frequenz von  $f_0$  entfernt. Allerdings lässt sich mit dem geringen Klirrfaktor von  $k = 0,10$  die hohe Genauigkeit im Frequenzbereich um  $f_0$  bestätigen.

## **Literatur**

[1] Unknown. *Elektrische Brückenschaltungen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2023.

## **Anhang**

### **Originaldaten**