

V606

Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Amelie Hater

amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le

ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 16.04.2024

Abgabe: 23.04.2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Suszeptibilität Seltener-Erd-Verbindungen	4
2.2 Apparatur zur Messung der Suszeptibilität	4
2.3 Unterdrückung von Störspannungen	6
3 Durchführung	6
3.1 Untersuchung der Filterkurve des Selektivverstärkers	6
3.2 Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen	6
4 Auswertung	7
4.1 Analyse der Filterkurve des Selektiv-Verstärkers	7
4.2 Theoretische Berechnung	7
5 Diskussion	9
Literatur	10
Anhang	10
Originaldaten	10

1 Zielsetzung

In diesem Versuch wird die Suszeptibilität stark paramagnetischer Materialien mithilfe einer Brückenschaltung untersucht.

2 Theorie

In Materie wird die magnetische Flussdichte \vec{B} durch die magnetische Feldstärke \vec{H} , die Induktionskonstante μ_0 und die Magnetisierung \vec{M} wie folgt beschrieben

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \vec{M}. \quad (1)$$

Dabei hängt \vec{M} mit \vec{H} durch

$$\vec{M} = \mu_0 \chi \vec{H} \quad (2)$$

zusammen. Hierbei beschreibt χ die Suszeptibilität, welche keine Konstante ist, sondern von \vec{H} und der Temperatur T abhängt. Der Diamagnetismus tritt für alle Atome auf, weil durch ein von außen angelegtes Magnetfeld ein magnetischer Moment induziert wird. Dadurch entsteht ein induziertes Magnetfeld, was dem äußeren Magnetfeld entgegen gerichtet ist. Daher gilt beim Diamagnetismus für die Suszeptibilität $\chi < 0$. Anders als beim Diamagnetismus, tritt der Paramagnetismus nur bei Atomen, Ionen oder Molekülen mit einem nicht verschwindenden Drehimpuls auf. Dieser entsteht durch die relativ zum äußeren Magnetfeld ausgerichteten magnetischen Momente, die mit dem Drehimpuls gekoppelt sind. Zusätzlich ist der Paramagnetismus im Vergleich zum Diamagnetismus temperaturabhängig, da die Ausrichtung der magnetischen Momente durch die thermische Bewegung gestört wird. Bei einem nicht zu starken äußeren Magnetfeld auf die Atome gilt für den Gesamtdrehimpuls \vec{J}

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}. \quad (3)$$

Diese Gleichung wird ebenfalls als LS-Kopplung bezeichnet, wobei $\vec{L} = \sum_i \vec{l}_i$ den Gesamtbahndrehimpuls und $\vec{S} = \sum_i \vec{s}_i$ den Gesamtspin beschreibt. Die zugehörigen magnetischen Momente zu dem Drehimpuls \vec{L} und dem Spin \vec{S} lauten

$$\vec{\mu}_L = -\frac{\mu_B}{\hbar} \vec{L} \quad \text{und} \quad (4)$$

$$\vec{\mu}_S = -g_S \frac{\mu_B}{\hbar} \vec{S}. \quad (5)$$

\hbar ist das reduzierte Plancksche Wirkungsquantum, g_S ist das gyromagnetische Verhältnis des freien Elektrons und

$$\mu_B = \frac{1}{2} \frac{e_0}{m_0} \hbar \quad (6)$$

ist das Bohrsche Magneton, wobei e_0 die Ladung und m_0 die Ruhemasse des Elektrons sind. In der Quantenmechanik wird $g_S \approx 2$ genähert, wodurch mit dem Landé-Faktor

$$g_L = \frac{3J(J+1) + (S(S+1) - L(L+1))}{2J(J+1)} \quad (7)$$

für den Betrag des magnetischen Moments

$$|\vec{\mu}_J| \approx \mu_B g_J \sqrt{J(J+1)} \quad (8)$$

gilt. Daraus folgt für die potentielle Energie mit der Orientierungsquantenzahl m

$$E_m = \mu_B g_J m B. \quad (9)$$

Ein Zeeman-Effekt tritt dann auf wenn die durch die Gleichung (9) beschriebene Aufspaltung eines Energieniveaus in $2J + 1$ Unterniveaus beim Anlegen eines Feldes an eine Probe mit permanenten magnetischen Momenten stattfindet. Die Verteilung der magnetischen Momente ist durch die Boltzmann-Verteilung gegeben. Die Magnetisierung wird mithilfe dem mittleren magnetischen Moment und der Brillouin-Funktion bestimmt. Daraus folgt aus einer Näherung von schwachen Feldern und der Raumtemperatur für die Magnetisierung

$$M = \frac{1}{3} \mu_0 \mu_B^2 g_B^2 N \frac{J(J+1)B}{kT}. \quad (10)$$

Demnach ergibt sich für die paramagnetische Suszeptibilität

$$\chi = \frac{1}{3} \mu_0 \mu_B^2 g_B^2 N \frac{J(J+1)}{kT}, \quad (11)$$

aus der sich das Curiesche Gesetz des Paramagnetismus $\chi \sim \frac{1}{T}$ für hohe Temperaturen herleitet.

2.1 Suszeptibilität Seltener-Erd-Verbindungen

Aufgrund des starken Paramagnetismus seltener Erden, müssen die Elektronenhüllen Seltener-Erd-Atome große Drehimpulse nachweisen. Dies wird durch die $4f$ -Elektronen realisiert, welche in der $6s$ -Schale aufzufinden sind und ab den Elementen der Ordnungszahl $z/geq58$ auftreten. Den Gesamtdrehimpuls \vec{J} wird durch die Hundsche Regel bestimmt. Demnach ergibt sich für den Gesamtdrehimpuls

$$\vec{J} = \vec{L} - \vec{S}, \quad (12)$$

wenn die Schale bis zur Hälfte gefüllt ist und

$$\vec{J} = \vec{L} + \vec{S}, \quad (13)$$

wenn die Schale mehr als halb gefüllt ist.

2.2 Apparatur zur Messung der Suszeptibilität

Für die Erzeugung eines Magnetfeldes wird eine lange Zylinderspule verwendet, die die Induktivität

$$L = \mu_0 \frac{n^2}{l} F \quad (14)$$

besitzt. n beschreibt die Windungszahl, I die Länge und F den Querschnitt der Spule. Da die Probe nicht die gesamte Spule befüllt, gilt für die Induktivität mit der Probe

$$L_M = \mu_0 \frac{n^2}{I} F + \chi \mu_0 \frac{n^2}{I} Q, \quad (15)$$

wobei Q den Querschnitt der Probe beschreibt. Aufgrund des geringen Unterschieds zwischen L und L_M in der Praxis, muss eine hohe Auflösung erreicht werden. Daher wird eine Brückenschaltung, wie in Abbildung (1) zu erkenne ist, verwendet. Hier werden zwei nahezu identische Spulen benutzt, mit der Probe ausgefüllt und in eine Brückenschaltung geschaltet.

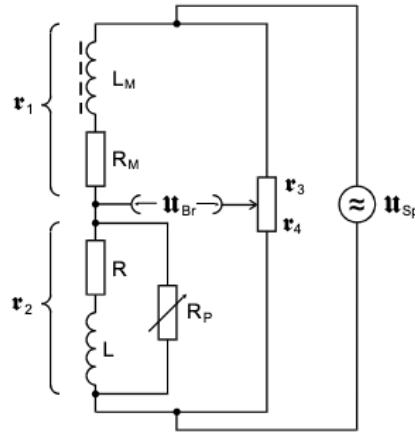


Abbildung 1: Brückenschaltung von zwei Spulen zur Messung der Suszeptibilität [1].

Je nach Messmethode wird die Suszeptibilität χ unterschiedlich bestimmt. Bei der ersten Methode wird die Brücke abgeglichen und anschließend wird die Probe in die Zylinderspule eingeführt. Dann wird die Brückenspannung U_{Br} gemessen. Hierbei wird die Suszeptibilität mithilfe der Knoten- und Maschenregel, sowie der Annahme, dass eine hinreichend hohe Messfrequenz verwendet wird, bestimmt. Ebenfalls gilt $\Delta L \ll L$, wodurch sich

$$\chi = 4 \frac{F U_{Br}}{Q U_{Sp}} \quad (16)$$

ergibt. Bei der zweiten Methode wird zunächst die Brücke abgeglichen und nach dem Einführen der Probe wird die Brücke nochmals abgeglichen. Zur Bestimmung der Suszeptibilität wird die Abgleichbedingung $r_1 R_4 = r_2 R_3$ genutzt. Für eine kleine Abweichung ΔR und der Näherung, dass $\Delta L \ll L$ gilt, lautet die Suszeptibilität

$$\chi = 2 \frac{\Delta R}{R_3} \frac{F}{Q}. \quad (17)$$

2.3 Unterdrückung von Störspannungen

Um bei der Messung der Brückenspannung U_{Br} vorhandene Störspannungen an den Ausgasklemmen zu vermeiden, wird ein Selektivverstärker eingesetzt. Dieser sorgt dafür, dass die monofrequente Signalspannung blockiert wird. Die Filterkurve eines Selektivverstärkers ist in der Abbildung (2) abgebildet. Die Filterkurve stellt das Verhältnis von der Ausgangsspannung U_A und der Eingangsspannung U_E in Abhängigkeit von der Frequenz ν dar.

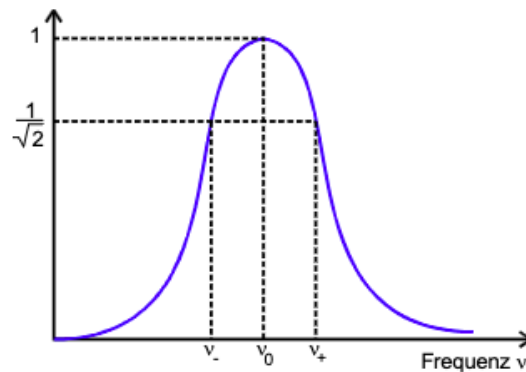


Abbildung 2: Filterkurve eines Selektivverstärkers [1].

Die Breite der Filterkurve hängt mit der Wirksamkeit der Störspannungsunterdrückung zusammen. Dies wird mithilfe der Güte

$$q = \frac{\nu_0}{\nu_+ - \nu_-} \quad (18)$$

beschrieben. Hier entspricht ν_0 der Durchlassfrequenz und ν_+ sowie ν_- sind die Frequenzen, die den Wert $\frac{U_A}{U_E} = \frac{1}{\sqrt{2}}$ besitzen.

3 Durchführung

3.1 Untersuchung der Filterkurve des Selektivverstärkers

Zunächst wird die Filterkurve des Selektivverstärkers überprüft. Dafür wird die Ausgangsspannung U_A des Selektivverstärkers bei konstanter Eingangsspannung U_E in Abhängigkeit von der Frequenz ν anhand eines Voltmeters gemessen. Der Frequenzmessbereich befindet sich zwischen 20 und 40 kHz, welche mit einem Funktionsgenerator eingestellt werden. Zusätzlich wird die Güte $q = 100$ eingestellt.

3.2 Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen

Für die Messung der Suszeptibilität wird der Aufbau aus der Abbildung (3) verwendet. Zuerst wird die Ausgangsspannung auf den zuvor bestimmten Maximalwert eingestellt.

Dann wird die Brückenschaltung ohne Probe abgeglichen, indem der verstellbarer Widerstand R_p der Brückenschaltung so eingestellt wird, so dass dieser minimal ist. Dazu wird der eingestellte Widerstand und die zugehörige Spannung notiert. Daraufhin wird die Probe eingeführt und die Spannung mit der Probe wird gemessen. Daraufhin wird die Brücke mit der Probe erneut abgeglichen. Diese Vorgänge werden jeweils dreimal für die Proben durchgeführt. Dabei muss beachtet werden, dass die Proben nicht zu lange in der Hand gehalten werden, da der Paramagnetismus stark temperaturabhängig ist. Da die Proben aus staubförmigen Material bestehen, ist die Dichte der Probe ρ_p geringer als die eines Einkristalles ρ_w . Demnach gilt für den realen Querschnitt

$$Q_{\text{real}} = Q \frac{\rho_p}{\rho_w}, \quad (19)$$

mit Q als gemessenen Querschnitt. Außerdem gilt für die Dichte der Probe $\rho_p = \frac{M_p}{Q L}$. Hier beschreibt M_p die Masse und L die Länge der Probe. Daraus folgt

$$Q_{\text{real}} = \frac{M_p}{L \rho_w}. \quad (20)$$

Für die in dem Kapitel 2.2 beschriebenen Messmethoden werden die Messwerte aus der selben Messreihe entnommen.

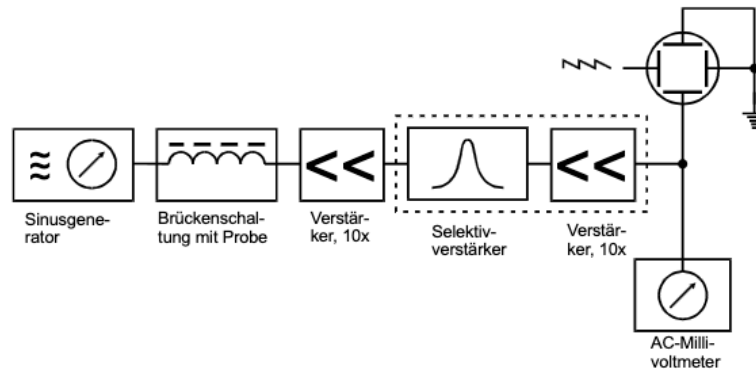


Abbildung 3: Skizze der Messapparatur zur Bestimmung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen [1].

4 Auswertung

4.1 Analyse der Filterkurve des Selektiv-Verstärkers

4.2 Theoretische Berechnung

Zur Berechnung der Suszeptibilität der verschiedenen Materialien werden die Hund'schen Regeln (??) verwendet. Die sich ergebenden Werte für L , S und J sind in Tabelle (1) zu sehen. Die Größe N wird mithilfe von

$$N = 2 \cdot \frac{\rho_w N_a}{M} \quad (21)$$

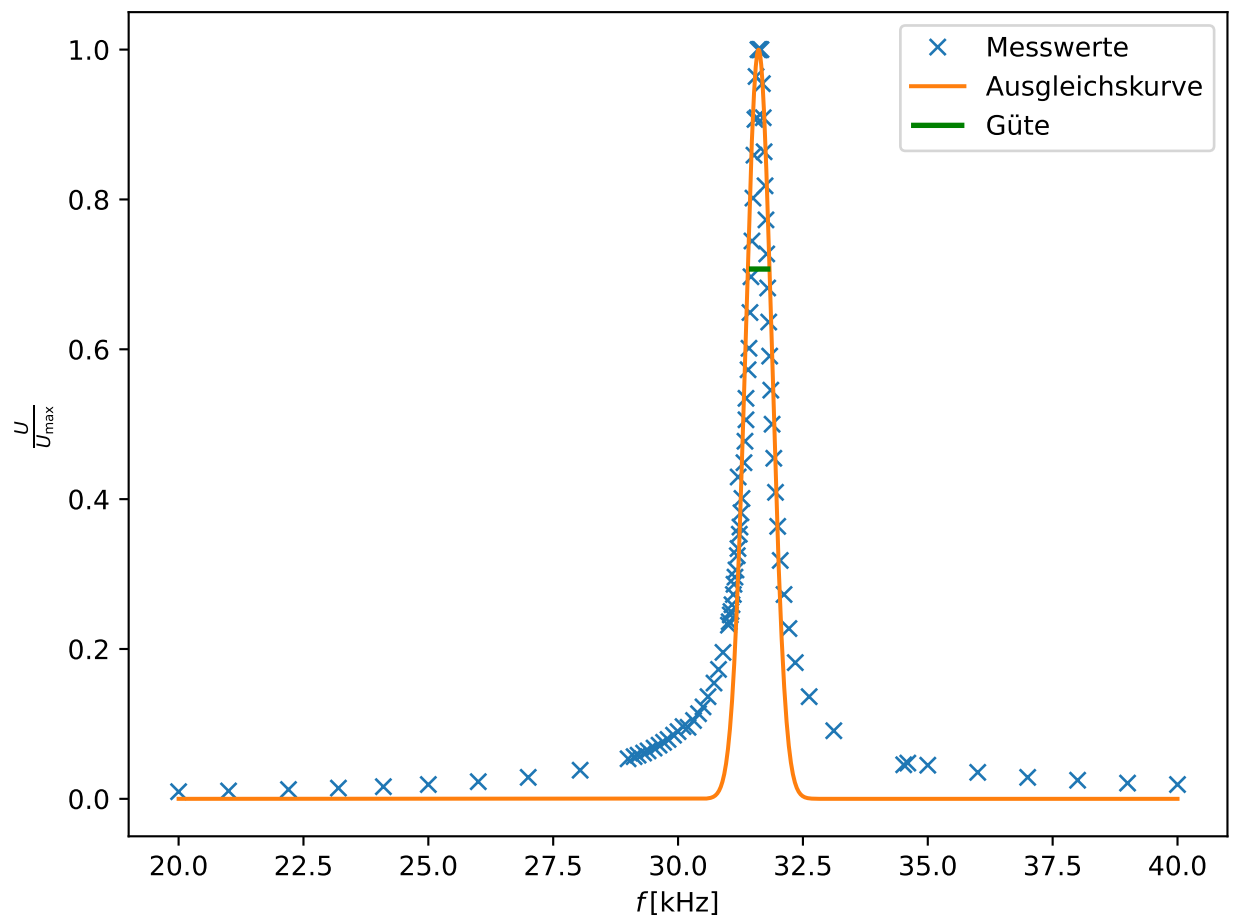


Abbildung 4: Messwerte des Selektivverstärkers mit Ausgleichskurve und Güte.

berechnet. N_a steht dabei für die Avogadrokonstante, M für die Molare Masse und ρ_w für die Dichte der Probe. Die probenspezifischen Werte sind in Tabelle (1) aufgelistet.

Tabelle 1: Theoriewerte für L, S, J und g_J

Material	L	S	J	g_J	$\cdot 10^3 \rho_w \left[\frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \right]$	$\cdot 10^{-3} M \left[\frac{\text{kg}}{\text{mol}} \right]$	$\cdot 10^{28} N \left[\frac{1}{\text{m}^3} \right]$
Nd	6	1,5	4,5	0,7272	7,24	336,5	2,59
Gd	0	3,5	3,5	2,0000	7,40	362,5	2,46
Dy	5	2,5	7,5	1,3333	7,8	373,0	2,52

Die mithilfe von Formel (??) berechnete Suszeptibilität ist in Tabelle (2) aufgelistet.

Tabelle 2: Theoriewerte für χ_{theo}

Material	$\cdot 10^{-3} \chi_{\text{theo}}$
Nd	2,9877
Gd	13,6565
Dy	25,0409

5 Diskussion

Die Abweichungen werden mithilfe der Formel

$$\text{rel. Abweichung} = \frac{|\text{exp. Wert} - \text{theo. Wert}|}{\text{theo. Wert}}$$

berechnet. Der eingestellte Wert der Güte Q des Selektivverstärkers ist 100, der durch die Messwerte ermittelte Wert ist 73,52. Dies entspricht einer Abweichung von 26,48 %. Die Abweichungen der Suszeptibilität χ der verschiedenen Materialien ist auffällig hoch. Die Abweichung der 1. Methode zur Bestimmung beim Material Gd ist $3,17 \cdot 10^5$ %, bei Nd $7,6 \cdot 10^5$ % und bei Dy $2,81 \cdot 10^5$ %. Bei der 2. Methode sind die Fehler kleiner. Die Abweichung bei Gd ist $3,11 \cdot 10^4$ %, bei Nd $1,5 \cdot 10^4$ % und bei Dy $3,47 \cdot 10^4$ %. Eine Erklärung für die hohen Abweichungen könnte das Voltmeter sein. Die Größenordnungseinstellung des Messgerätes ließ eine genauere Auflösung nicht zu, sodass sich der Ausschlag selbst bei größeren Veränderungen des Widerstandes nicht geändert hat. Zudem konnte die maximale Ausgangsspannung aus dem Selektivverstärker ebenfalls nicht genau bestimmt werden, welche als Grundlage für den 2. Teil des Versuchs verwendet wurde. Dadurch werden die experimentell bestimmten Suszeptibilitäten ebenfalls verfälscht. Außerdem konnten die minimale Widerstände durch diesen Umstand nicht genau bestimmt werden. Zudem war keine konstante Umgebungstemperatur, während der Durchführung gegeben, da zu Beginn die Heizung lief, dann ein Fenster geöffnet wurde und die Heizung später ausgeschaltet wurde. Dies könnte zu einer größeren Abweichung geführt haben, da die

Temperatur entscheidend für den Paramagnetismus ist. Vor allem, da die Raumtemperatur geschätzt wurde. Außerdem wurde die Länge der Probe, die sich innerhalb der Spule befunden hat auch geschätzt, da nicht die ganze Länge der Probe hineinschiebbar war. Zudem ist die Zuverlässigkeit des Messgerätes in Frage zu stellen, da bei Umschalten der Größenordnung und anschließendem Zurückschalten (beispielsweise von 1 mV auf 3 mV und wieder zurück auf 1 mV) der angezeigte Wert sich unterschied bei derselben Größenordnung.

Literatur

- [1] Unknown. *Messung der Suszeptibilität paramagnetischer Substanzen*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2024.

Anhang

Originaldaten