

US3

Doppler-Sonographie

Amelie Hater

amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le

ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 07.05.2024

Abgabe: 14.05.2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

Inhaltsverzeichnis

1 Zielsetzung	3
2 Theorie	3
2.1 Vorbereitungsaufgaben	4
3 Versuchsaufbau	4
4 Durchführung	5
5 Auswertung	5
5.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit als Funktion des Dopplerwinkels	5
5.2 Bestimmung des Strömungsprofils der Dopplerflüssigkeit	10
6 Diskussion	15
Anhang	16
Technische Daten	16
Originaldaten	16

1 Zielsetzung

Das Ziel dieses Versuchs ist die Untersuchung der Strömungsgeschwindigkeiten sowie des Strömungsprofils einer Dopplerphantomflüssigkeit anhand des Impuls-Echo-Verfahren.

2 Theorie

Die menschliche Hörschwelle liegt zwischen ca. 16 Hz und ca. 20 kHz. Der Ultraschall Frequenzbereich liegt oberhalb der Hörschwelle bei ca. 20 kHz bis ca. 1 GHz. Von einem Hyperschall wird gesprochen, wenn der Frequenzbereich über 1 GHz liegt. Der Infraschall Frequenzbereich liegt unterhalb der Hörschwelle. Der Doppler-Effekt beschreibt die Änderung der Frequenz bei relativer Bewegung zwischen einem Beobachter und einer Schallquelle. Wenn sich die Quelle auf den Beobachter zu bewegt, wird die Frequenz ν_0 zu einer höheren Frequenz ν_{gr} und wenn die Quelle sich vom Beobachter entfernt, sinkt die Frequenz ν_0 auf einer niedrigeren Frequenz ν_{kl} . Diese Beziehungen lassen sich mit der Gleichung

$$\nu_{\text{gr/kl}} = \frac{\nu_0}{1 \mp \frac{v}{c}} \quad (1)$$

beschreiben, wobei v die Geschwindigkeit des Objekts und c die Schallgeschwindigkeit ist. Falls die Quelle stationär bleibt und der Beobachter sich der Quelle nähert, dann erhöht sich die Frequenz ν_0 auf eine höhere Frequenz ν_{h} . Entfernt sich der Beobachter von der Quelle weg, dann sinkt die Frequenz ν_0 auf eine Frequenz ν_{n} . Die Veränderungen lassen sich durch folgende Beziehung beschreiben

$$\nu_{\text{h/n}} = \nu_0 \left(1 \pm \frac{v}{c} \right) . \quad (2)$$

Die Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ wird mithilfe der Winkel α und β ermittelt, welche die Winkel zwischen der Geschwindigkeit v und der Wellennormalen der einlaufenden bzw. auslaufenden Welle beschreibt. Diese Beziehung lautet

$$\Delta\nu = \nu_0 \frac{v}{c} (\cos \alpha + \cos \beta) . \quad (3)$$

Bei diesem Versuch wird das Impuls-Echo-Verfahren verwendet, bei dem die Winkel α und β identisch sind. Daraus folgt für die Frequenzverschiebung und die Strömungsgeschwindigkeit v

$$\Delta\nu = 2\nu_0 \frac{v}{c} \cos \alpha \quad (4)$$

$$\Leftrightarrow v = \frac{\Delta\nu \cdot c}{2\nu_0 \cos \alpha} . \quad (5)$$

Die Erzeugung von Ultraschall ist unter anderem durch die Methode des reziproken piezoelektrischen Effekts möglich. Hierfür wird ein piezoelektrischer Kristall in ein elektrisches Wechselfeld eingeführt. Der Kristall wird zum schwingen angeregt, wenn eine polare Achse des Kristalls zum elektrischen Feld zeigen und strahlt Ultraschallwellen währenddessen ab.

Große Schwingungsamplituden können bei Resonanz, also wenn die Anregungsfrequenz mit der Eigenfrequenz des Kristalls übereinstimmt, erzeugt werden. Dadurch können extrem hohe Schallenergiedichten verwendet werden. Außerdem kann der Piezokristall umgekehrt ebenfalls als Schallempfänger dienen. Somit treffen die Schallwellen auf den Kristall, der zum schwingen angeregt wird. Am meisten werden als piezoelektrische Kristalle Quarze verwendet, obwohl diese einen relativ schwachen piezoelektrischen Effekt haben. Vorteilhaft sind bei Quarze die gleichbleibenden physikalische Eigenschaften.

2.1 Vorbereitungsaufgaben

Zur Vorbereitung soll der Dopplerwinkel von drei verschiedenen Prismenwinkeln θ berechnet werden. Diese lassen sich mithilfe der Gleichung 6 bestimmen und sind in der Tabelle 2 aufgelistet.

Tabelle 1: Berechnete Dopplerwinkel zu drei verschiedenen Prismenwinkel mit den Schallgeschwindigkeiten $c_L = 1800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ und $c_P = 2700 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

$\theta [^\circ]$	$\alpha [^\circ]$
15	80,06
30	70,53
45	61,87

Außerdem sollen die Tiefeneinstellungen bestimmt werden, bei denen die Flussgeschwindigkeit der drei verschiedenen Rohren gemessen werden kann. Diese werden durch einen Dreisatz bestimmt, da für die Dopplerflüssigkeit $4 \mu\text{s} \hat{=} 7 \text{ mm}$ gilt.

Tabelle 2: Berechnete Tiefeneinstellungen der Dopplerflüssigkeit für drei verschiedene Rohreninnendurchmessern.

$[\mu\text{s}]$	$[\mu\text{s}]$	$[\mu\text{s}]$
bei 7 mm	bei 10 mm	bei 16 mm
4	5,714	9,143

3 Versuchsaufbau

Für dieses Experiment werden ein Ultraschall Doppler-Generator im Pulsbetrieb, eine Ultraschallsonde mit einer Frequenz von 2 MHz, Strömungsrohre mit unterschiedlichen Innen- und Außendurchmessern und ein Computer für die Datenaufnahme und -analyse verwendet. Außerdem fließt eine Flüssigkeit (Dopplerphantomflüssigkeit), welche aus Wasser, Glycerin und Glaskugeln besteht, durch die verschiedenen Rohre. Diese Flüssigkeit ist bei der Durchführung laminar, da sich der Messbereich in einer mittleren Strömungsgeschwindigkeit befindet. Zusätzlich kann mithilfe einer Zentrifugalpumpe die

Strömungsgeschwindigkeit auf 0 l/min bis 10 l/min eingestellt werden. Allerdings soll für diesen Versuch eine Strömungsgeschwindigkeit von 7 l/min nicht überschritten werden. Auf dem Computer lassen sich die vom Echoskop gemessenen Daten mit der Messsoftware erfassen, anzeigen und auswerten. Des Weiteren werden Doppler-Prismen mit drei verschiedenen Einschallwinkel, wie in Abbildung 1 zu erkennen, verwendet. Diese werden für die Ankopplung der Ultraschallsonde genutzt und für jeden Rohrdurchmesser ist ein Doppler-Prisma vorhanden. Der Abstand zwischen der Sonde und der Flüssigkeit ist für die drei verschiedenen Einstellwinkel gleich. Der Dopplerwinkel α wird über

$$\alpha = 90^\circ - \arcsin\left(\sin \theta \cdot \frac{c_L}{c_P}\right) \quad (6)$$

berechnet. Hier beschreibt c_L die Schallgeschwindigkeit der Dopplerflüssigkeit und c_P die Schallgeschwindigkeit des Prismenmaterials und θ den Prismenwinkel.

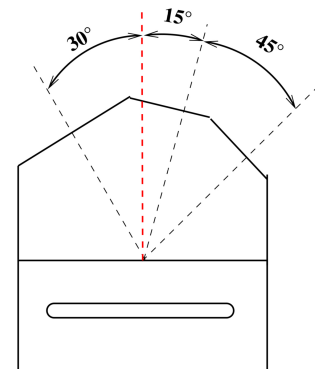


Abbildung 1: Skizze der verwendeten Doppler-Prismen Q[anleitungUS3].

4 Durchführung

Als Erstes wird die Strömungsgeschwindigkeit als Funktion des Dopplerwinkels ermittelt. Hierfür wird am Ultraschallgenerator bei den Geschwindigkeitsmessungen das **SAMPLE VOLUME** auf *LARGE* eingestellt. Bei der Zentrifugalpumpe wird **Mode M1** aktiviert. Dann wird mithilfe der Ultraschallsonde die Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ für fünf verschiedene Flussgeschwindigkeiten gemessen. Diese Messung wird an zwei Rohrdurchmessern mit allen drei Prismenwinkeln durchgeführt. Anschließend wird das Strömungsprofil der Doppler-Flüssigkeit bestimmt. Dabei wird die Frequenzverschiebung an zwei Rohren bei einem Prismenwinkel von 15° für verschiedene Messtiefen gemessen. Hier wird beim Ultraschallgenerator das **SAMPLE VOLUME** auf *SMALL* eingestellt und die Messtiefen lassen sich bei dem **DEPTH** Regler einstellen. Diese Messungen werden mit den Strömungsgeschwindigkeiten 3 l/min und 6 l/min durchgeführt.

5 Auswertung

In diesem Versuch wird Rohr 1 mit einem Innendurchmesser von 10 mm und Rohr 2 mit einem Innendurchmesser von 16 mm vermessen.

5.1 Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit als Funktion des Dopplerwinkels

Die zur Berechnung der Strömungsgeschwindigkeit aufgenommenen Messwerte, sind für Rohr 1 in Tabelle (5) und für Rohr 2 in Tabelle (6) aufgelistet.

Tabelle 3: Pumpgeschwindigkeit v_{Pumpe} , Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ und Prismenwinkel θ der Messung an Rohr 1

$v_{\text{Pumpe}} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$	$\Delta\nu$ bei $\theta = 15^\circ$ [Hz]	$\Delta\nu$ bei $\theta = 30^\circ$ [Hz]	$\Delta\nu$ bei $\theta = 45^\circ$ [Hz]
3	146	244	426
3,5	183	281	531
4	220	360	617
4,5	256	470	781
5	281	488	916

Tabelle 4: Pumpgeschwindigkeit v_{Pumpe} , Frequenzverschiebung $\Delta\nu$ und Prismenwinkel θ der Messung an Rohr 2

$v_{\text{Pumpe}} \left[\frac{1}{\text{min}} \right]$	$\Delta\nu$ bei $\theta = 15^\circ$ [Hz]	$\Delta\nu$ bei $\theta = 30^\circ$ [Hz]	$\Delta\nu$ bei $\theta = 45^\circ$ [Hz]
3	61	110	183
3,5	73	134	208
4	85	146	293
4,5	110	220	342
5	146	256	439

Aus diesen Werten wird mithilfe von Formel (5) die Strömungsgeschwindigkeit v bestimmt. Diese ist in Tabelle (??) für Rohr 1 und in Tabelle (6) für Rohr 2 vermerkt.

Tabelle 5: Berechnete Strömungsgeschwindigkeit v an Rohr 1 dargestellt nach verwendetem Prismenwinkel θ

v bei $\theta = 15^\circ \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	v bei $\theta = 30^\circ \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	v bei $\theta = 45^\circ \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
0,3808	0,3294	0,4067
0,4773	0,3794	0,5069
0,5738	0,4860	0,5890
0,6676	0,6345	0,7455
0,7328	0,6588	0,8744

Tabelle 6: Berechnete Strömungsgeschwindigkeit v an Rohr 2 dargestellt nach verwendetem Prismenwinkel θ

v bei $\theta = 15^\circ$ $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	v bei $\theta = 30^\circ$ $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$	v bei $\theta = 45^\circ$ $\left[\frac{\text{m}}{\text{s}}\right]$
0,1591	0,1485	0,1747
0,1904	0,1809	0,1986
0,2217	0,1971	0,2797
0,2869	0,2970	0,3265
0,3808	0,3456	0,4191

Die Frequenzverschiebung geteilt durch $\cos(\alpha)$ wird in Abbildung (2) gegen die Strömungsgeschwindigkeit für Rohr 1 aufgetragen und in Abbildung (3) für Rohr 2. Die Frequenzverschiebung geteilt durch $\cos(\alpha)$ ist für Rohr 1 in Tabelle (7) aufgeführt und für Rohr 2 in Tabelle (8).

Tabelle 7: Pumpgeschwindigkeit v_{Pumpe} , Frequenzverschiebung $\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ und Prismenwinkel θ der Messung an Rohr 1

v_{Pumpe} $\left[\frac{1}{\text{min}}\right]$	$\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ bei $\theta = 15^\circ$ [Hz]	$\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ bei $\theta = 30^\circ$ [Hz]	$\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ bei $\theta = 45^\circ$ [Hz]
3	846	732	904
3,5	1060	843	1126
4	1275	1080	1309
4,5	1483	1410	1657
5	1628	1464	1943

Tabelle 8: Pumpgeschwindigkeit v_{Pumpe} , Frequenzverschiebung $\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ und Prismenwinkel θ der Messung an Rohr 2

v_{Pumpe} $\left[\frac{1}{\text{min}}\right]$	$\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ bei $\theta = 15^\circ$ [Hz]	$\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ bei $\theta = 30^\circ$ [Hz]	$\frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ bei $\theta = 45^\circ$ [Hz]
3	354	330	388
3,5	423	402	441
4	493	438	622
4,5	638	660	725
5	846	768	931

Abbildung 2: Frequenzverschiebung aufgetragen gegen die Strömungsgeschwindigkeit mit Ausgleichsgerade für Rohr 1.

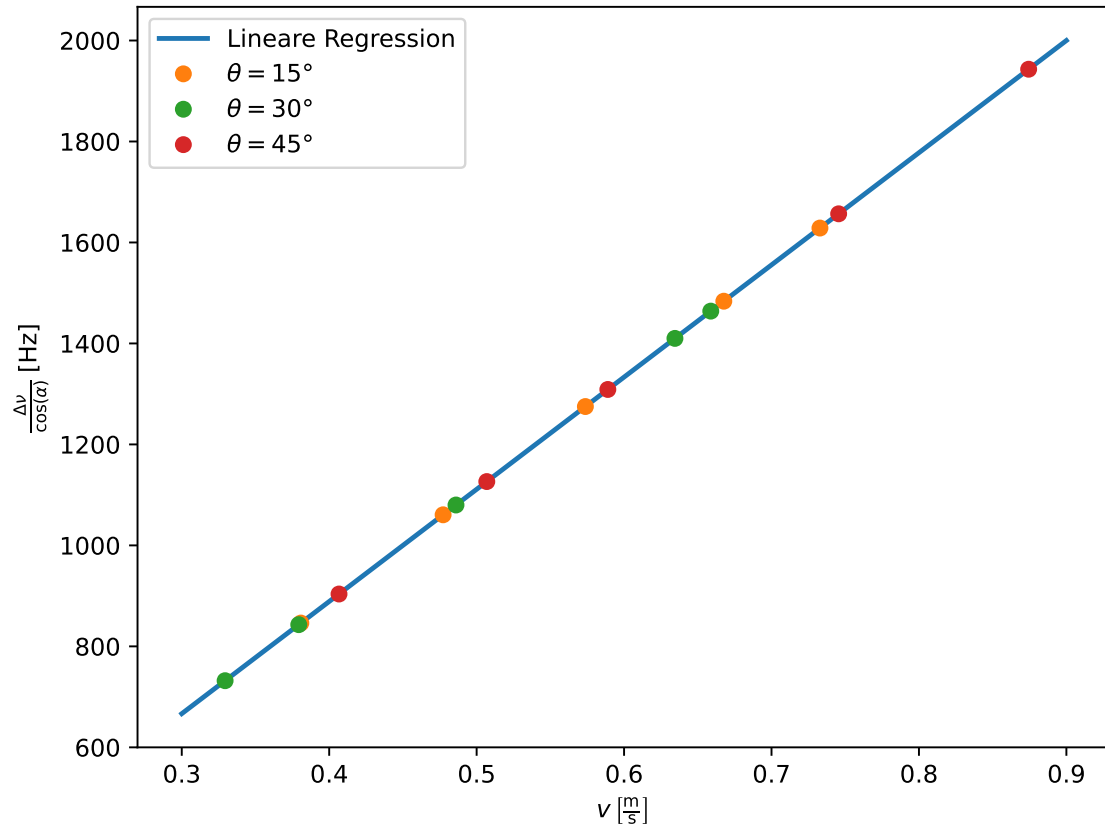
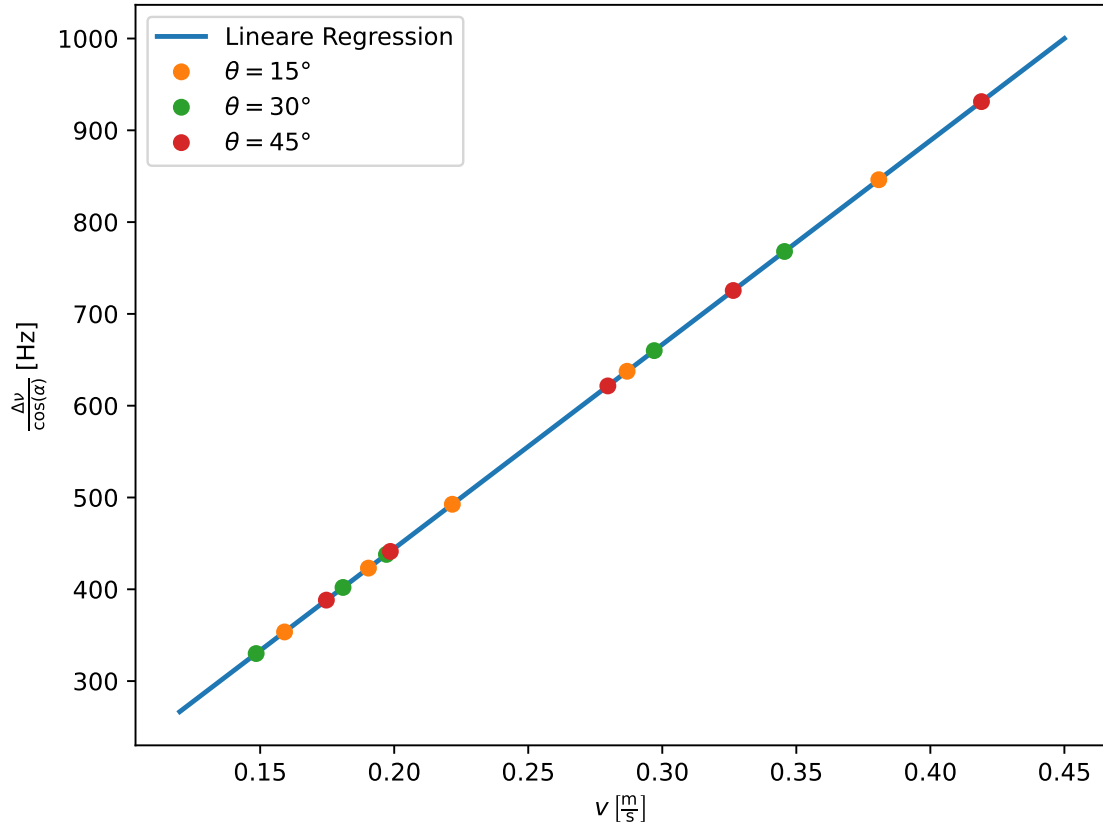


Abbildung 3: Frequenzverschiebung aufgetragen gegen die Strömungsgeschwindigkeit mit Ausgleichsgerade für Rohr 2.



Beide Ausgleichgeraden haben die Form $y = mx + n$. Für Rohr 1 ergibt sich dabei $m_1 = 2222,22 \frac{1}{\text{m}}$ und $n_1 = 0 \text{ Hz}$. Für Rohr 2 betragen die Werte ebenfalls $m_2 = 2222,22 \frac{1}{\text{m}}$ und $n_2 = 0 \text{ Hz}$.

Da die Messgrößen den linearen Zusammenhang $mv = \frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ (für $n = 0$) haben, können die Unbekannten x_1, x_2, x_3 in den Formeln

$$v_{15^\circ} = x_1 \cdot \Delta\nu$$

$$v_{30^\circ} = x_2 \cdot \Delta\nu$$

$$v_{45^\circ} = x_3 \cdot \Delta\nu$$

zu

$$x_1 = \frac{1}{m \cdot \cos(\alpha_{15^\circ})} \approx 2,6080 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_2 = \frac{1}{m \cdot \cos(\alpha_{30^\circ})} \approx 1,3501 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

$$x_3 = \frac{1}{m \cdot \cos(\alpha_{45^\circ})} \approx 0,9545 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

bestimmt werden. Aus der Formel (5) lässt sich für den linearen Zusammenhang von $mv = \frac{\Delta\nu}{\cos(\alpha)}$ ein Theoriewert von $m = \frac{2\nu_0}{c} \approx 2222,22 \frac{1}{\text{m}}$ bestimmen.

5.2 Bestimmung des Strömungsprofils der Dopplerflüssigkeit

Zur Bestimmung des Strömungsprofils in Rohr 1 und Rohr 2 wird zu verschiedenen Tiefen die Frequenzverschiebung bei einem Prismawinkel von 15° gemessen. Dies wird bei einer Pumpgeschwindigkeit von $3 \frac{1}{\text{min}}$ und $6 \frac{1}{\text{min}}$ durchgeführt. Die Messdaten von Rohr 1 sind in Tabelle(9) und zu Rohr 2 in Tabelle (10) aufgelistet.

Tabelle 9: Gemessenen Frequenzverschiebung $\Delta\nu_3$ und $\Delta\nu_6$ zu Messtiefe x bei Pumpgeschwindigkeit $v_{\text{Pumpe}} = 3 \frac{1}{\text{min}}$ und $v_{\text{Pumpe}} = 6 \frac{1}{\text{min}}$ in Rohr 1

x [μs]	$\Delta\nu_3$ [Hz]	$\Delta\nu_6$ [Hz]
12	0	0
12,5	0	281
13	0	342
13,5	146	391
14	159	464
14,5	171	525
15	183	580
15,5	183	574
16	171	513
16,5	159	431
17	144	342
17,5	122	293
18	122	269

Tabelle 10: Gemessenen Frequenzverschiebung $\Delta\nu_3$ und $\Delta\nu_6$ zu Messtiefe x bei Pumpgeschwindigkeit $v_{\text{Pumpe}} = 3 \frac{1}{\text{min}}$ und $v_{\text{Pumpe}} = 6 \frac{1}{\text{min}}$ in Rohr 2

x [μs]	$\Delta\nu_3$ [Hz]	$\Delta\nu_6$ [Hz]
12	0	0
12,5	0	0
13	0	0
13,5	0	0
14	0	171
14,5	0	195
15	73	232
15,5	85	269
16	85	305
16,5	85	317
17	85	332
17,5	85	293
18	79	269
18,5	73	269
19	73	244

Aus diesen Daten werden für beide Rohre und beide Pumpgeschwindigkeiten die Momentangeschwindigkeiten mithilfe von Formel (5) berechnen. Die berechneten Momentangeschwindigkeiten sind in Tabelle (11) für Rohr 1 und in Tabelle (12) für Rohr 2 zu finden.

Tabelle 11: Momentangeschwindigkeiten v nach Pumpgeschwindigkeit unterschieden für Rohr 1

v bei $v_{\text{Pumpe}} = 3 \frac{1}{\text{min}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	v bei $v_{\text{Pumpe}} = 6 \frac{1}{\text{min}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
0	0
0	0,7328
0	0,8919
0,3808	1,0197
0,4147	1,2101
0,4460	1,3692
0,4773	1,5126
0,4773	1,4970
0,4460	1,3379
0,4147	1,1240
0,3756	0,8919
0,3182	0,7641
0,3182	0,7016

Tabelle 12: Momentangeschwindigkeiten v nach Pumpgeschwindigkeit unterschieden für Rohr 2

v bei $v_{\text{Pumpe}} = 3 \frac{1}{\text{min}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$	v bei $v_{\text{Pumpe}} = 6 \frac{1}{\text{min}} \left[\frac{\text{m}}{\text{s}} \right]$
0	0
0	0
0	0
0	0
0	0,4460
0	0,5086
0,1904	0,6051
0,2217	0,7016
0,2217	0,7954
0,2217	0,8267
0,2217	0,8659
0,2217	0,7641
0,2060	0,7016
0,1904	0,7016
0,1904	0,6364

Diese Momentangeschwindigkeiten werden gegen die Messtiefe x für Rohr 1 in Abbildung (4) und für Rohr 2 in Abbildung (5) aufgetragen.

Abbildung 4: Momentangeschwindigkeit aufgetragen gegen die Messtiefe für Rohr 1.

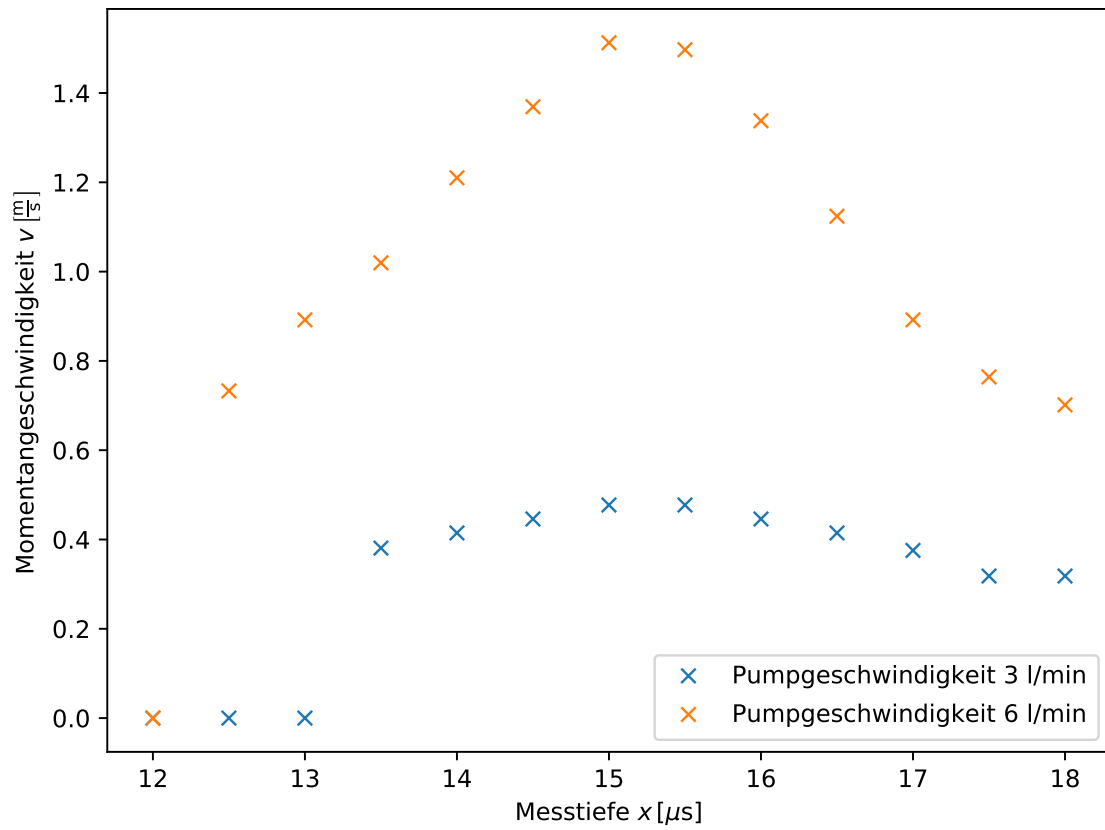
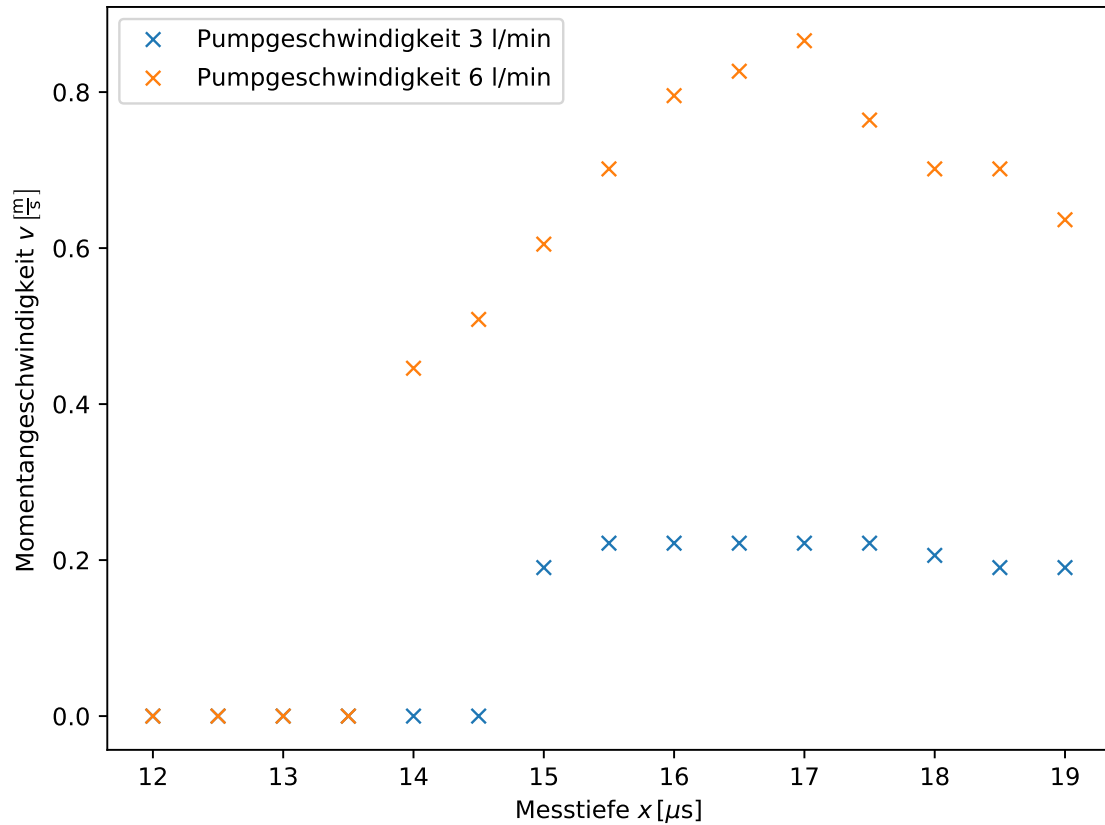


Abbildung 5: Momentangeschwindigkeit aufgetragen gegen die Messtiefe für Rohr 2.



6 Diskussion

Die relative Abweichung zwischen dem theoretischen und dem experimentellen Wert wird bestimmt durch

$$\text{rel. Abweichung} = \frac{|\text{exp. Wert} - \text{theo. Wert}|}{\text{theo. Wert}}.$$

Die Abweichung der Steigung der beiden Ausgleichsgerade für die Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit als Funktion des Dopplerwinkels ist mit 0 % auffällig gering. Die Bestimmung des Strömungsprofils hingegen war fehlerbehafteter. Theoretisch sollte eine laminare Strömung im Rohr vorhanden sein, was bei den Abbildungen für einen paraboloiden Verlauf sorgen sollte. Dieser ist allerdings allein in Rohr 1 für eine Pumpgeschwindigkeit von $3 \frac{1}{m}$ zu sehen. Für eine Pumpgeschwindigkeit von $6 \frac{1}{m}$ ist die Kurve deutlich flacher und weniger paraboloidförmig. Auch bei Rohr 2 ist ein ähnlicher Unterschied zwischen den verschiedenen Pumpgeschwindigkeiten zu sehen. Bei der Pumpgeschwindigkeit von $6 \frac{1}{m}$ stagniert die Momentangeschwindigkeit über eine große Tiefe hinweg. Hier liegt die Vermutung nahe, dass das Auflösungsvermögen der Messapparatur zu gering

war, um die feineren Unterschiede aufzulösen. Anfänglich waren Messschwierigkeiten aufgrund eines Wackelkontakts der Ultraschallsonde vorhanden, wodurch die anzulesende Messgröße sehr schnell sprang. Sobald diese behoben wurden, sprang die abzulesende Messgröße nicht mehr und die experimentellen Fehler wurden durch den sich nicht veränderten Versuchsaufbau verhindert. Zusätzlich wurden die Messdaten durch einen Computer aufgenommen, wodurch keine Ablesefehler entstehen konnten. Dies könnte die auffällig geringe Abweichung der Bestimmung der Strömungsgeschwindigkeit erklären.

Anhang

Technische Daten

Tabelle 13: Technische Daten der Dopplerflüssigkeit.

Dichte	$\rho = 1,15 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$
Schallgeschwindigkeit	$c_L = 1800 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Viskosität	$\eta = 12 \text{ mPa s}$

Tabelle 14: Technische Daten des Dopplerprisma.

Schallgeschwindigkeit	$c_P = 2700 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
Länge	$l = 30,7 \text{ mm}$

Tabelle 15: Technische Daten der Strömungsrohre.

Innendurchmesser	Außendurchmesser
7 mm	10 mm
10 mm	15 mm
16 mm	20 mm

Originaldaten