

V602

## **Röntgenemission und -absorption**

Amelie Hater  
amelie.hater@tu-dortmund.de

Ngoc Le  
ngoc.le@tu-dortmund.de

Durchführung: 09.04.2024

Abgabe: 16.04.2024

TU Dortmund – Fakultät Physik

# Inhaltsverzeichnis

<b>1 Zielsetzung</b>	<b>3</b>
<b>2 Theorie</b>	<b>3</b>
2.1 Röntgenstrahlung . . . . .	3
2.2 Absorption von Röntgenstrahlung . . . . .	4
2.3 Bragg'sche Reflektion . . . . .	5
2.4 Vorbereitungsaufgaben . . . . .	5
<b>3 Versuchsaufbau</b>	<b>6</b>
<b>4 Durchführung</b>	<b>7</b>
4.1 Bragg Bedingung . . . . .	7
4.2 Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre . . . . .	7
4.3 Absorptionsspektren verschiedener Materialien . . . . .	7
<b>5 Auswertung</b>	<b>7</b>
5.1 Überprüfung der Bragg Bedingung . . . . .	7
5.2 Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre . . . . .	8
5.3 Absorptionsspektrum fünf verschiedener Materialien . . . . .	11
5.4 Bestimmung der Rydbergkonstanten . . . . .	14
<b>Literatur</b>	<b>15</b>
<b>Anhang</b>	<b>15</b>
Originaldaten . . . . .	15

# 1 Zielsetzung

Das Ziel des Versuchs ist die Aufnahme und anschließende Analyse von Absorptionsspektren verschiedener Materialien und des Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre.

## 2 Theorie

### 2.1 Röntgenstrahlung

Die Röntgenstrahlung wird in einer evakuierten Röhre dadurch erzeugt, dass durch eine anliegende Spannung beschleunigte Elektronen auf ein bestimmtes Anodenmaterial prallen. Die freien Elektronen werden zuvor von einer Glühkathode emittiert. Das vom Zusammenstoß stammende Röntgenspektrum kann in ein kontinuierliches Bremspektrum und eine charakteristische Röntgenstrahlung unterteilt werden.

Das Bremspektrum entsteht bei der Abbremsung des Elektrons im Coulombfeld der Atomkerne des Anodenmaterials. Die dadurch ausgesandten Photonen besitzen genau die Energie, die das Elektron durch das Abbremsen verloren hat. Das Bremspektrum ist kontinuierlich, da ein Elektron sowohl seine gesamte kinetische Energie auf einmal abgeben kann, als auch nur Teile davon. Die maximal mögliche Energie hängt dabei ausschließlich von der Beschleunigungsspannung ab. Das Bremspektrum ist schematisch in Abbildung (1) zu sehen. Die aus der maximalen Energie ableitbare minimale Wellenlänge lässt sich durch

$$\lambda_{\min} = \frac{h \cdot c}{e \cdot U} \quad (1)$$

$$\text{mit } E_{\text{kin}} = e \cdot U \quad (2)$$

$$\text{und } E_{\text{Strahl}} = h \cdot \nu \quad (3)$$

beschreiben. Dabei ist  $h$  das Plancksche Wirkungsquantum,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit,  $e$  die Elementarladung und  $U$  die angelegte Beschleunigungsspannung.

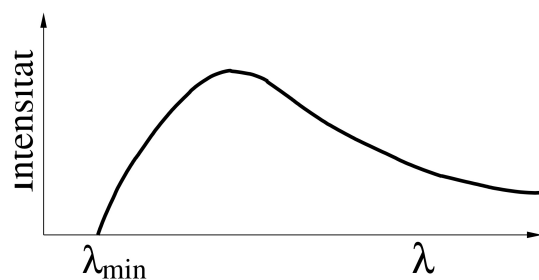


Abbildung 1: Schematische Darstellung eines Bremspektrums.[1]

Das charakteristische Röntgenspektrum ist abhängig vom Material der Anode. Es entsteht dadurch, dass das Anodenmaterial ionisiert wird, wodurch eine leere Elektronenschale

entsteht. In diese leere Schale fällt dann ein Elektron aus einer höheren Schale herein und gibt die Energiedifferenz der Schalen als Röntgenquant ab. Daher besteht das charakteristische Röntgenspektrum aus scharfen Linien, die mit den Buchstaben  $K_\alpha, K_\beta, L_\alpha$ , etc. bezeichnet werden. Der Großbuchstabe gibt dabei die Schale an, in die das Elektron hineinfällt und die griechischen Buchstaben geben an, aus welcher Schale dieses kommt. Die Bindungsenergie  $E_n$  der einzelnen Elektronen in der n-ten Schale kann durch die Formel

$$E_n = -R_\infty \cdot z_{\text{eff}}^2 \cdot \frac{1}{n^2} \quad (4)$$

beschrieben werden.  $R_\infty$  ist hier die Rydbergenergie und  $z_{\text{eff}}$  die effektive Kernladung, für die  $z_{\text{eff}} = z - \sigma$  mit  $z$  als Kernladung und  $\sigma$  als Abschirmkonstante gilt. Die Abschirmkonstanten können durch folgende Formen für die Energien der Cu- $K_\alpha$  - und der Cu- $K_\beta$  - Linie

$$E_{K,\text{abs}} = R_\infty \cdot (z - \sigma_1)^2 \quad (5)$$

$$E_{K,\alpha} = R_\infty \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \cdot \left(\frac{1}{m}\right)^2 \cdot (z - \sigma_2)^2 \quad (6)$$

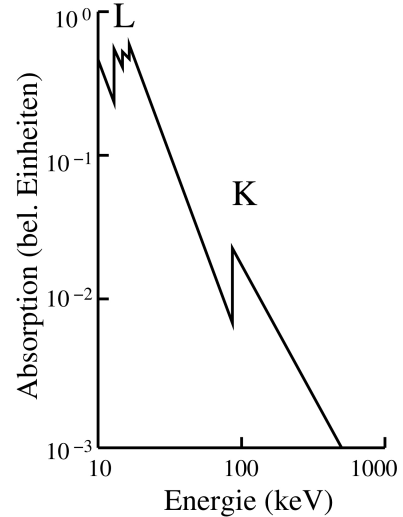
$$E_{K,\beta} = R_\infty \cdot \left(\frac{1}{n}\right)^2 \cdot (z - \sigma_1)^2 - R_\infty \cdot \left(\frac{1}{l}\right)^2 \cdot (z - \sigma_3)^2 \quad (7)$$

bei Vernachlässigung des Drehimpulsbeitrages berechnet werden. Für Kupfer gilt dabei  $n = 1, m = 2$  und  $l = 3$ .

## 2.2 Absorption von Röntgenstrahlung

Der Compton- und der Photoeffekt sind die beiden wichtigsten Prozesse bei der Absorption von Röntgenstrahlung mit einer Energie von unter 1MeV. Dies führt dazu, dass der Absorptionskoeffizient mit zunehmender Energie abnimmt und wenn die Photonenergie marginal größer ist als die Bindungsenergie eines Elektrons aus der nächsten weiter am Kern liegenden Schale sprunghaft ansteigt. Dieser Bereich wird als L - oder K-Kante bezeichnet, je nachdem aus welcher Schale das Elektron stammt. Die L-Kante besitzt dabei eine in diesem Experiment nicht auflösbare Feinstruktur, die K-Kante gibt es hingegen nur einmal. Dies ist auch in Abbildung (2) zu sehen. Diese Abbildung zeigt eine schematische Darstellung der L- und K-Kante. Mithilfe der aus der Sommerfeldschen Feinstrukturformel herleitbare Formel

$$\sigma_K = Z - \sqrt{\frac{E_K}{R_\infty} - \frac{\alpha^2 \cdot Z^4}{4}} \quad (8)$$



**Abbildung 2:** Schematische Darstellung der Absorptionskanten [1].

lässt sich die Abschirmkonstante  $\sigma_{K,\text{abs}}$  für Elektronen aus der K-Schale berechnen. Für die Abschirmkonstante  $\sigma_{L,\text{abs}}$  gilt hingegen

$$\sigma_L = Z - \sqrt{\left(\frac{4}{\alpha} \sqrt{\frac{\Delta E_L}{R_\infty}} - \frac{5\Delta E_L}{R_\infty}\right) \cdot \left(1 + \frac{19}{32}\alpha^2 \frac{\Delta E_L}{R_\infty}\right)}. \quad (9)$$

Dabei ist  $\Delta E_L = E_{L,11} - E_{L,111}$  mit den Energien zweier Feinstruktur L-Kanten,  $Z$  die Ordnungszahl des Materials und  $\alpha$  die Feinstrukturkonstante.

### 2.3 Bragg'sche Reflektion

Die Bragg'sche Reflektion ermöglicht das genaue Messen von Wellenlängen und ermöglicht dadurch eine experimentelle Analyse des emittierten Röntgenspektrums. Es gilt, dass Licht nur in einem bestimmten, von der Wellenlänge abhängenden, Glanzwinkel konstruktiv interferiert, wenn dieses auf einen Bragg-Kristall mit bestimmter Gitterkonstante  $d$  trifft. Daher kann aus der Bragg'schen Bedingung

$$2d \sin \theta = n\lambda \quad (10)$$

die Wellenlänge  $\lambda$  berechnet werden.  $\theta$  ist dabei der Einfall der Strahlung und  $n$  die Beugungsordnung.

### 2.4 Vorbereitungsaufgaben

Zur Vorbereitung sollen die Energien der Cu- $K_\alpha$  - und der Cu- $K_\beta$  - Linie recherchiert werden. Zu diesen Energien wird der Glanzwinkel Theta des Briggs Kristalls mit Formel (10) bestimmt. Der Briggs Kristall ist ein LiFI Kristall mit Gitterkonstante  $d = 201,4\text{pm}$ . Die sich ergebenden Werte sind

$$\begin{aligned} K_\alpha &= 8\text{ keV} \\ \theta_\alpha &= 22,63^\circ \\ K_\beta &= 8,91\text{ keV} \\ \theta_\beta &= 20,21^\circ. \end{aligned}$$

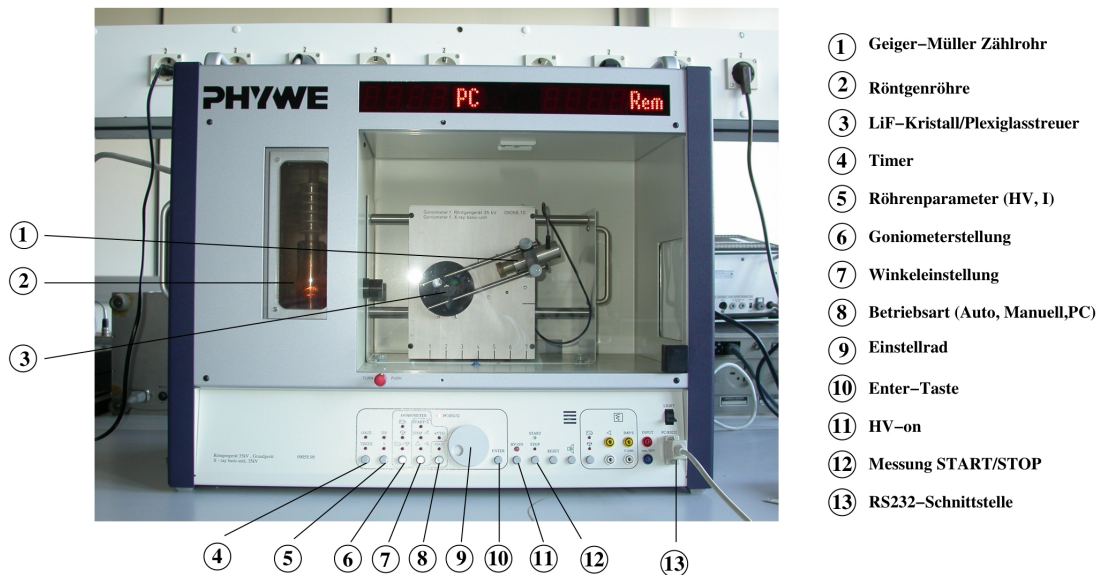
Zusätzlich sollte die Literaturwerte der K-Kante recherchiert und die dazugehörigen Braggwinkel und Abschirmkonstanten für verschiedene Materialien berechnet werden. Berechnet werden die Werte mithilfe von Formel (8) und (10). Sämtliche Werte befinden sich sortiert nach Ordnungszahl  $Z$  in Tabelle (1).

**Tabelle 1:** Literaturwerte der K-Kante mit dazugehörigen Braggwinkel und Abschirmkonstanten verschiedener Materialien [2].

Material	$Z$	$E_K^{\text{Lit}}$ [keV]	$\theta_K^{\text{Lit}}$ [°]	$\sigma_K$
Zink	30	9,65	18,60	3,56
Gallium	31	10,38	17,25	3,60
Germanium	32	11,11	16,09	3,67
Brom	35	13,48	13,20	3,83
Rubidium	37	15,21	11,68	3,94
Strontium	38	16,12	11,01	3,98
Zirkonium	40	18,01	9,84	4,08

### 3 Versuchsaufbau

Das Zentrum des Versuchsaufbaus stellen die Kupferröntgenröhre, ein LiF-Kristall und ein Geiger-Müller-Zählrohr dar. Diese Bauteile sind zusammen in einem Gerät eingelasen, dass sich über einen Computer ansteuern lässt. Allerdings lassen sich verschiedene Absorber vor den Geiger-Müller-Zähler des Schrauben. Das gesamte Gerät ist in Abbildung (3) zu sehen. Innerhalb des Computerprogramms lassen sich Messart, Drehmodus, Kristallwinkel und die Integrationszeit verändern. Alle Messungen in diesem Versuch werden bei einer Beschleunigungsspannung von 35 kV und Emissionsstrom von 1 mA aufgenommen.



**Abbildung 3:** Foto des Versuchsaufbaus.[1]

## 4 Durchführung

Der gesamte Versuch lässt sich in verschiedene Abschnitte gliedern. Zuerst wird die Bragg-Bedingung überprüft, dann das Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre gemessen und als letztes das Absorptionsspektrum verschiedener Metalle aufgenommen.

### 4.1 Bragg Bedingung

Um die Bragg Bedingung zu überprüfen wird im Computerprogramm der Kristallwinkel fest auf  $14^\circ$  gestellt. Desweiteren wird eingestellt, dass das Geiger-Müller-Zählrohr in einem Winkelbereich von  $26^\circ$  bis  $30^\circ$  misst bei einem Winkelzuwachs von  $0,1^\circ$ . Die Integrationszeit pro Winkel soll dabei 5s betragen.

### 4.2 Emissionsspektrum einer Kupferröntgenröhre

Für die Messung der Emissionsspektrum der Kupferröntgenröhre wird das Programm 2:1 Kopplungsmodus angewählt und im Winkelbereich von  $4^\circ$  bis  $26^\circ$  in  $0,2^\circ$  Schritten abgemessen. Die Integrationszeit beträgt wieder 5s pro Winkel.

### 4.3 Absorptionsspektren verschiedener Materialien

Vor Beginn dieser Messung wird ein Absorber vor das Geiger-Müller-Zählrohr geschraubt. In diesem Versuch werden Absorber aus Strontium, Brom, Zirkonium, Zink und Gallium verwendet. Das Absorptionsspektrum jedes einzelnen Absorbers wird in  $0,1^\circ$  Schritten gemessen. Die Meßzeit pro Winkel beträgt 30s. Für Strontium wird im Winkelbereich von  $10^\circ$  bis  $12^\circ$  gemessen, für Brom im Bereich von  $12^\circ$  bis  $14^\circ$ , für Zirkonium im Bereich von  $9^\circ$  bis  $11^\circ$ , für Zink im Bereich  $19^\circ$  bis  $21^\circ$  und für Gallium im Bereich von  $17^\circ$  bis  $19^\circ$ .

## 5 Auswertung

### 5.1 Überprüfung der Bragg Bedingung

In Abbildung (4) sind die Messdaten zur Überprüfung der Bragg-Bedingung der Röntgenstrahlen auf ein LiF-Gitter dargestellt. Anhand dieser Abbildung wird das Maximum bei  $\theta_{\text{exp.}} = 14^\circ$  abgelesen. Der theoretische Braggwinkel lautet  $\theta_{\text{theo.}} = 14^\circ$ .

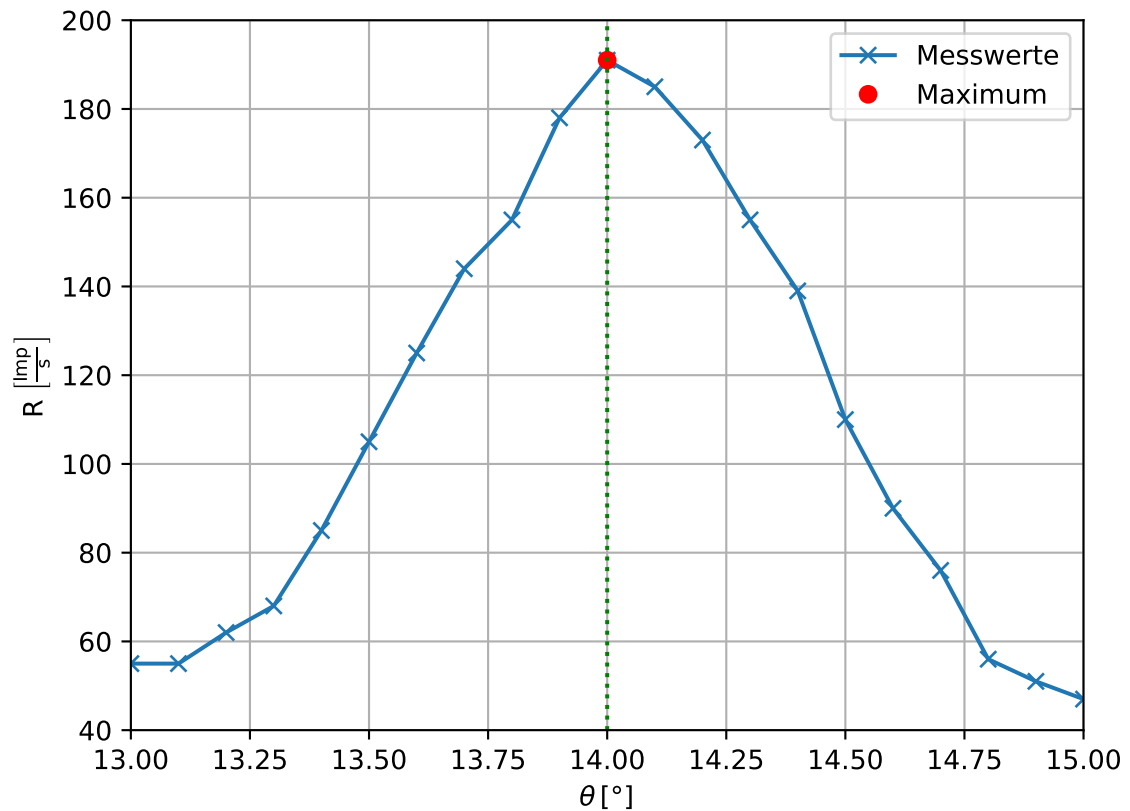


Abbildung 4: Messdaten zur Überprüfung der Bragg-Bedinung.

## 5.2 Emissionsspektrum einer Cu-Röntgenröhre

Die Messdaten des Emissionsspektrums einer Cu-Röntgenröhre sind in der Abbildung (5) abgebildet. Zusätzlich sind in dieser Abbildung der Bremsberg, die  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien markiert. Aus der Graphik lassen sich

$$K_\alpha = 22,6^\circ$$

$$K_\beta = 20,2^\circ$$

bestimmen. Der abgelesene Grenzwinkel  $\theta_{\text{Grenz}}$  lautet etwa

$$\theta_{\text{Grenz}} = 5,6^\circ.$$

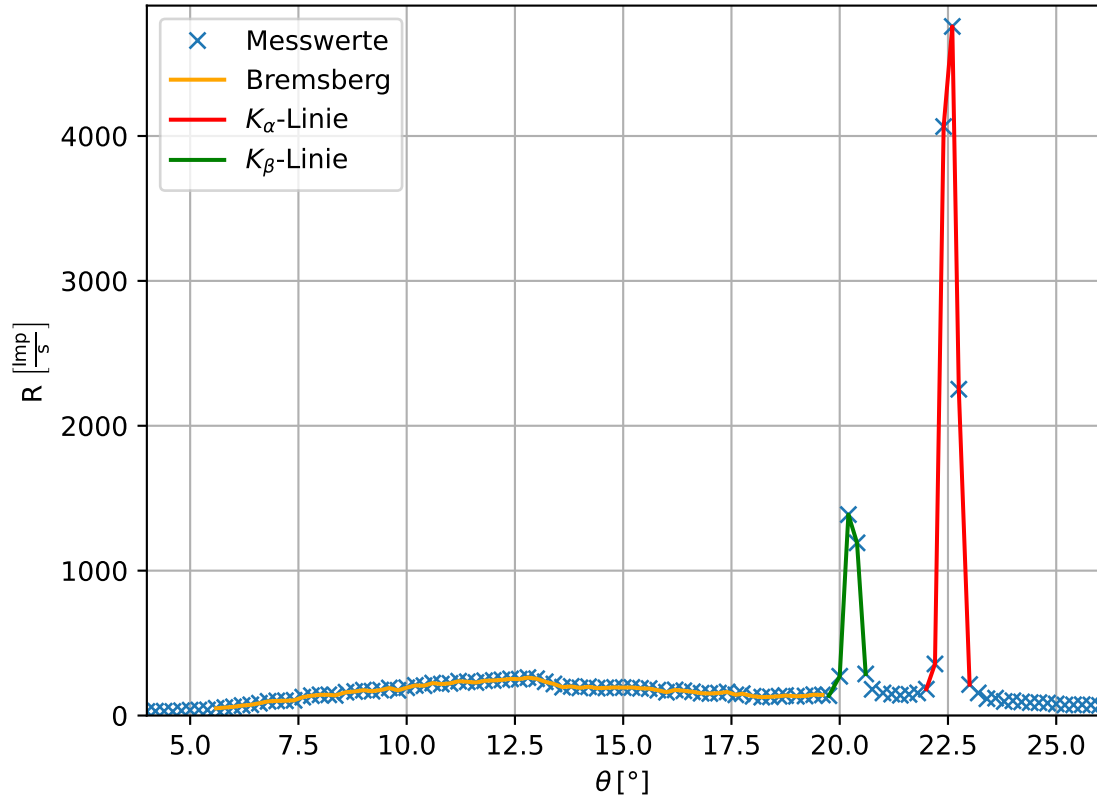
Damit lässt sich durch Umstellen der Gleichung (10) die minimale Wellenlänge und mit der Gleichungen (1) und (2) die maximale Energie des Bremsbergs berechnen. Daraus



folgt

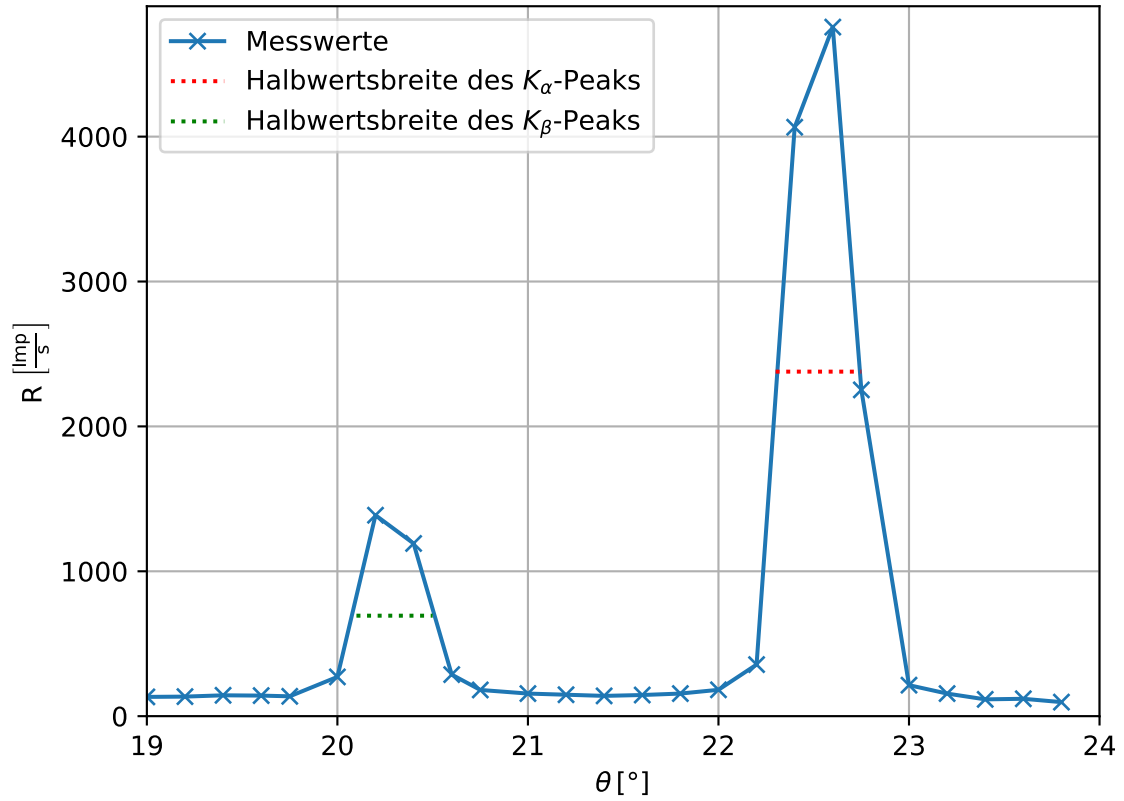
$$\lambda_{\min} = 39,31 \text{ pm}$$

$$E_{\max} = 31,54 \text{ keV}.$$



**Abbildung 5:** Messdaten des Emissionsspektrum einer Cu-Röhre.

Um das Auflösungsvermögen der Apparatur zu bestimmen, wird der Ausschnitt der  $K_{\alpha}$ - und  $K_{\beta}$ -Linien in der Abbildung (6) dargestellt. Innerhalb dieser Abbildung sind die Halbwertsbreiten der  $K_{\alpha}$  und  $K_{\beta}$ -Linien eingezeichnet.



**Abbildung 6:** Detailspektrum der Cu-Röhre der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien.

Durch die jeweils zwei Schnittpunkten mit der Halbwertsbreite und der  $K_\alpha$ - und  $K_\beta$ -Linien ergeben sich zu jedem Peak zwei Winkel. Für die  $K_\alpha$ -Linie ergeben sich  $\theta_{\alpha,\min} = 22,30^\circ$  und  $\theta_{\alpha,\max} = 22,75^\circ$ . Für die  $K_\beta$ -Linie sind die Winkel  $\theta_{\beta,\min} = 20,10^\circ$  und  $\theta_{\beta,\max} = 20,50^\circ$ . Aus diesen Winkeln werden mit den Gleichungen (1) und (2) die Energien ermittelt. Die daraus ergebenden Energiedifferenzen  $\Delta E$  wird für die Berechnung des Auflösungsvermögens mit

$$A = \frac{E}{\Delta E}$$

verwendet. Hier beschreibt  $E$  die Energie der Peaks. In der Tabelle (2) sind die berechneten Werte aufgelistet.

**Tabelle 2:** Werte zur Bestimmung der Auflösungsvermögen.

$K$ -Linie	$E$ [keV]	$\Delta E$ [keV]	$A$
$\alpha$	8,00	0,15	52,63
$\beta$	8,91	0,17	53,23

Mit den Werten aus Tabelle (2) und den Gleichungen (5), (6) und (7) werden die Abschirmkonstanten ermittelt. Diese sind in der Tabelle (4) aufgeführt. Zudem lässt sich die Absorptionsenergie nicht experimentell bestimmen, weswegen der Theoriwert  $E_{K,\text{abs}} = 8,987\text{keV}$  [2] verwendet wird.

**Tabelle 3:** Experimentelle und theoretische Abschirmkonstanten.

$\sigma_n$	experimentell	theoretisch
$\sigma_1$		3,57
$\sigma_2$	12,22	12,14
$\sigma_3$	22,09	24,04

### 5.3 Absorptionsspektrum fünf verschiedener Materialien

Die Messdaten bei der Messung der Absorptionsspektren sind in den Abbildungen (7), (8), (9),(10), (11) dargestellt. Zusätzlich sind in den Abbildungen die Mittelwerte, sowie der Braggwinke  $\theta_K$  markiert. Mithilfe der Gleichung (10), (1), (2) und (8) werden die Braggwinkel, die Absorptionsenergien und die Abschirmkonstanten der verschiedenen Absorber bestimmt und in der Tabelle (4) aufgeführt.

**Tabelle 4:** Bragg-Winkel, Absorptionsenergie und Abschirmkonstanten der unterschiedlichen Absorber.

Material	$\theta_K^{\text{exp.}}$ [°]	$\theta_K^{\text{lit.}}$ [°]	$E_K^{\text{exp.}}$ [keV]	$E_K^{\text{lit.}}$ [keV]	$\sigma_K^{\text{exp.}}$	$\sigma_K^{\text{lit.}}$
Zn	19,84	18,60	9,07	9,65	4,67	3,56
Ga	17,21	16,06	10,40	11,11	3,87	3,67
Br	13,13	13,20	13,55	13,48	4,10	3,83
Sr	10,99	11,01	16,15	16,12	4,33	3,98
Zr	9,91	9,84	17,89	18,01	4,61	4,08

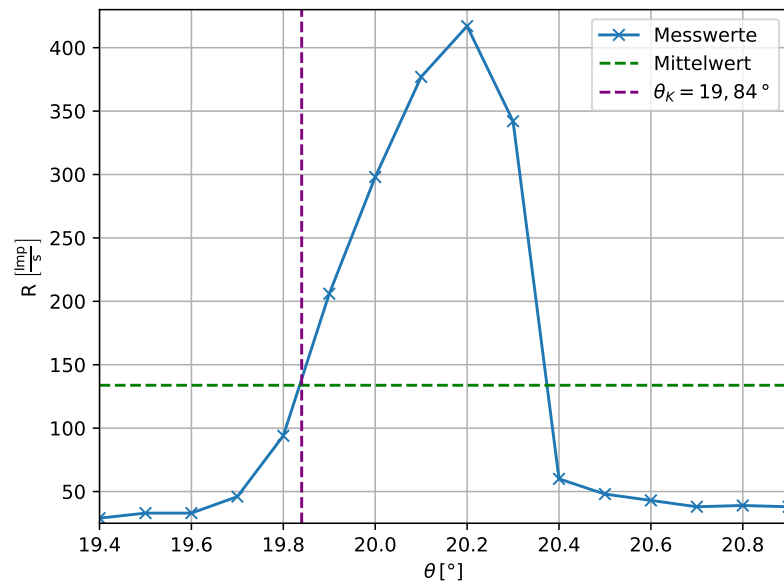


Abbildung 7: Ermittlung des Braggwinkels des Zink-Absorbers.

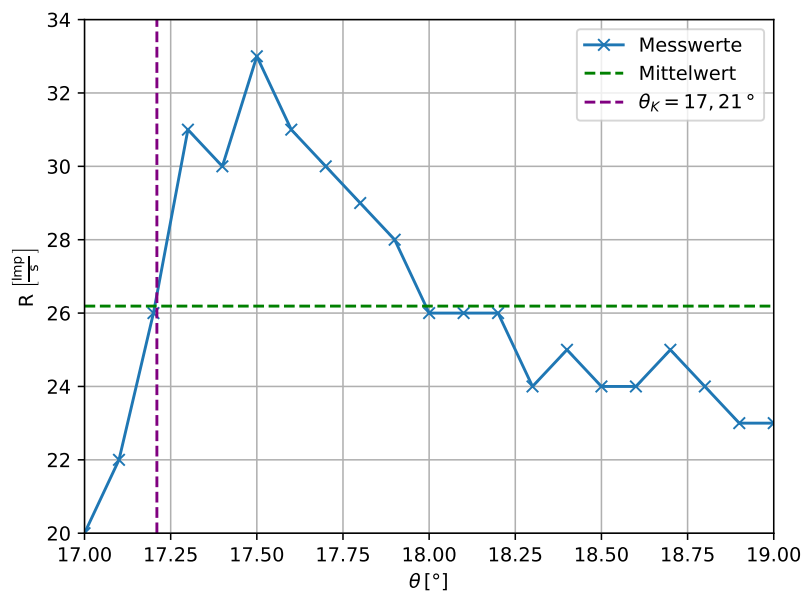


Abbildung 8: Ermittlung des Braggwinkels des Gallium-Absorbers.

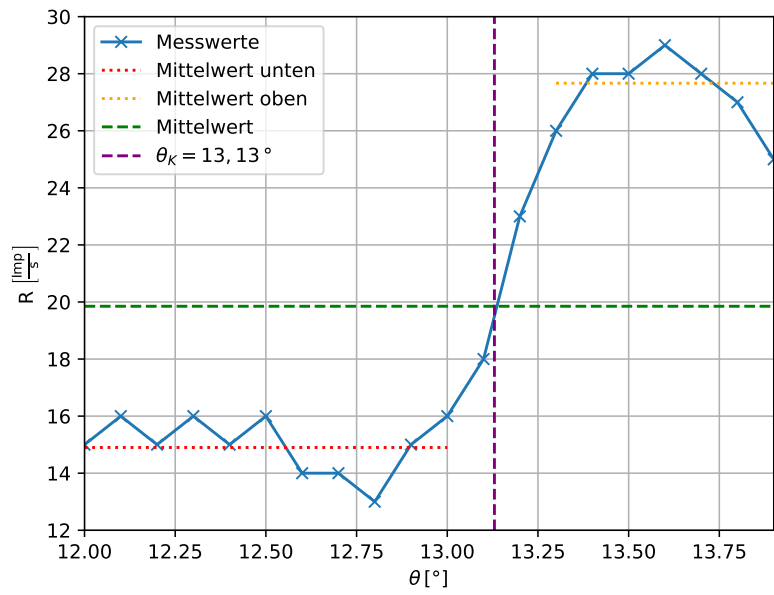


Abbildung 9: Ermittlung des Braggwinkels des Brom-Absorbers.

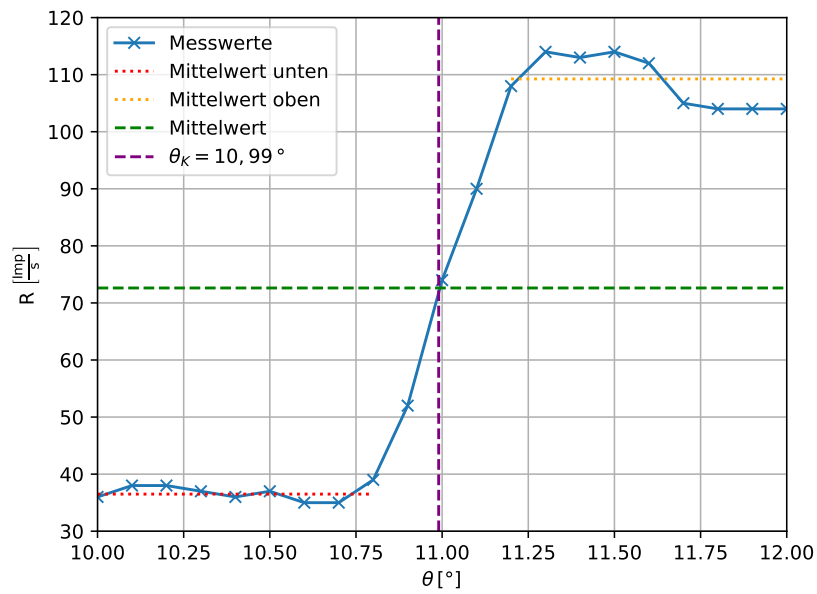


Abbildung 10: Ermittlung des Braggwinkels des Strontium-Absorbers.

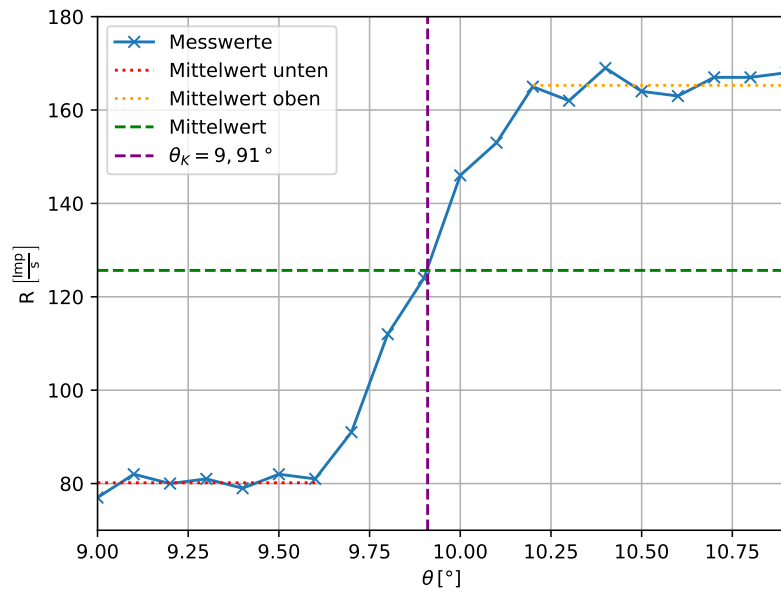


Abbildung 11: Ermittlung des Braggwinkels des Zirkonium-Absorbers.

## 5.4 Bestimmung der Rydbergkonstanten

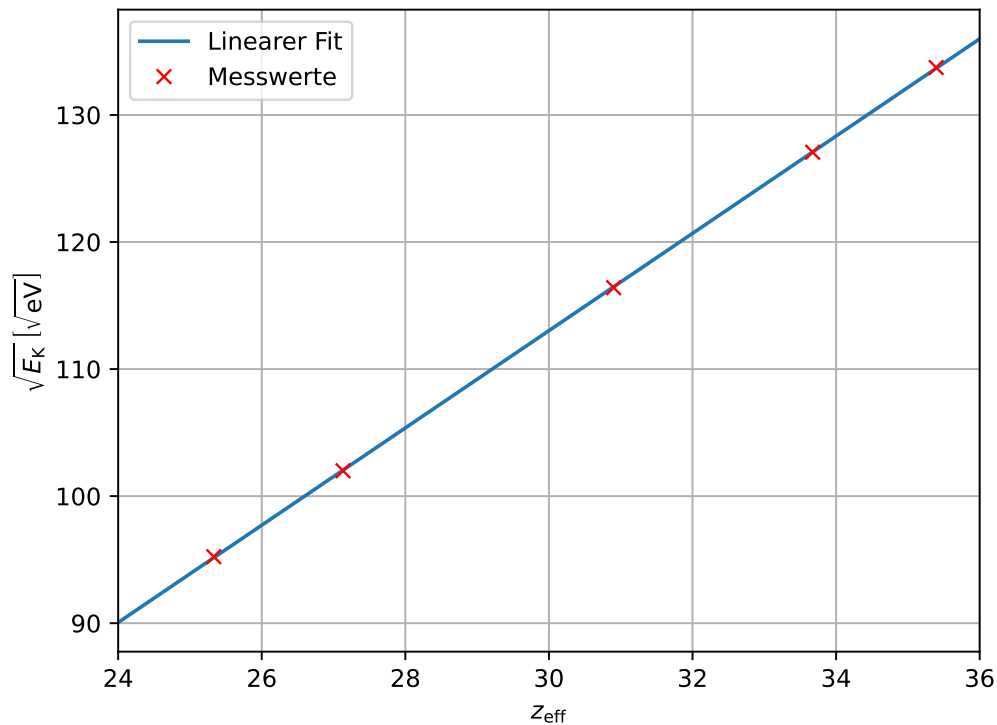
Anhand des Moseleyschen Gesetz (4) lässt sich ein linearer Zusammenhang zwischen  $\sqrt{E_K}$  und  $z_{\text{eff}}$  ablesen, wobei der Proportionalitätsfaktor die Rydbergenergie  $R_\infty$  entspricht. Daher werden mithilfe der Messdaten der Absorptionsspektren einer lineare Regression durchgeführt. Hierfür wird die Funktion  $y = mx + b$  verwendet. Somit ergeben sich

$$m = (3,828 \pm 0,009) \sqrt{\text{eV}}$$

$$b = (-1,81 \pm 0,28) \sqrt{\text{eV}}.$$

Demnach lautet die experimentelle Rydbergenergie

$$R_{\infty, \text{exp}} = m^2 = (14,65 \pm 0,07) \text{ eV}.$$



**Abbildung 12:** Lineare Regression der Absorptionsenergien und den entsprechenden Ordnungszahlen.

## 6 Diskussion

Die Abweichungen des Braggwinkels, der Abschirmkonstante der Kupferröntgenröhre, des Braggwinkels der verschiedenen Absorptionsmaterialien und der Absorptionsenergien sind geringfügig. Die Messung des Braggwinkels ist besonders genau, die Abweichung beträgt 0%. Die Abweichung der Abschirmkonstante  $\sigma_2$  beträgt 0,68%, die der Abschirmkonstante  $\sigma_3$  beträgt 8,12%. Die Abweichung des Braggwinkels beträgt bei Strontium 0,18%, bei Zirkonium 0,71%, bei Brom 0,53%, bei Zink 6,67% und bei Gallium 6,96%. Auffällig ist der plötzliche Anstieg des Fehlers bei den letzten beiden Proben. Dies setzt sich bei den folgenden Größen weiter fort. Die Abweichung der Absorptionsenergie bei Strontium ist 0,16%, bei Zirkonium 0,69%, bei Brom 0,52%, bei Zink 6,01% und bei Gallium 6,36%. Für die Abschirmkonstanten sehen die Abweichungen wie folgt aus: Bei Strontium 8,70%, bei Zirkonium 12,90%, bei Brom 7,01%, bei Zink 31,12% und bei Gallium 7,43%. Die Abweichung der Rydberkonstante liegt bei 5,42%.

Vor allem die Abweichungen bei Zink und Gallium fallen höher als die anderen Abweichungen aus. Dies könnte darin begründet liegen, dass die ersten drei Proben von uns

aufgenommen wurden, Zink und Gallium jedoch von unseren Gruppenpartnern. Dies lässt nur eine bedingte Vergleichbarkeit zu, da wir keine Kontrolle über die Einstellungen des Programms hatten. Vor allen Dingen bei Zink war der theoretische Braggwinkel nicht im Messbereich enthalten, wodurch große Abweichungen entstehen. Die sonstigen kleinen Abweichungen lassen sich dadurch erklären, dass nicht händisch experimentiert werden musste und somit wenig Spielraum für Fehler gegeben war.

## Literatur

- [1] Unknown. *Röntgenemission und -absorption*. TU Dortmund, Fakultät Physik. 2024.
- [2] NIST. *X-ray Transition Energies Database*. URL: <https://physics.nist.gov/PhysRefData/XrayTrans/Html/search.html>.

## Anhang

### Originaldaten