

V35.1 Fourier-Analyse und Synthese

Ziel: Funktion in Fourieranteile zerlegen & aus Fourieranteilen Funktion bauen

Theorie:

> Voraussetzung: periodische Fkt in Raum oder Zeit $f(t+T) = f(t)$
→ Sinus & Kosinus

> Fourierreihe: $f(t) \sim \frac{1}{2} a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos(\frac{2\pi n}{T} t) + b_n \sin(\frac{2\pi n}{T} t))$

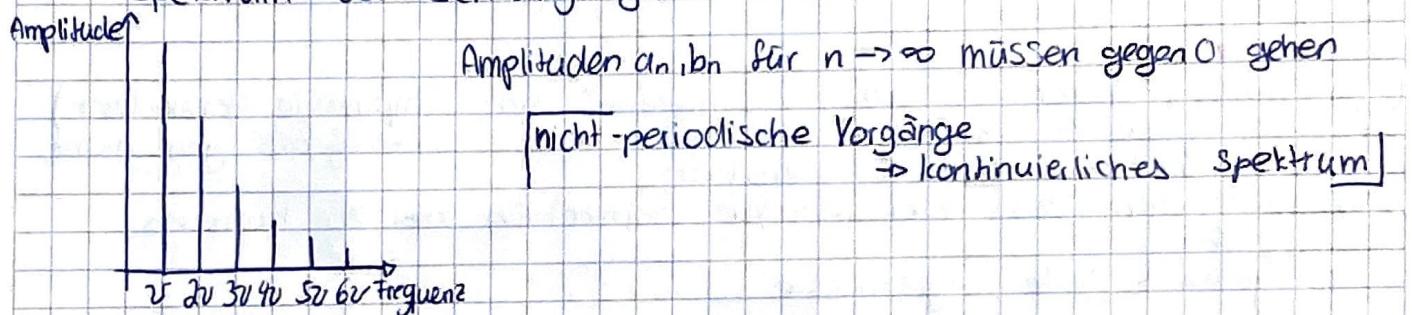
mit Koeffizienten: $a_n = \frac{2}{T} \int_0^T f(t) \cos(\frac{2\pi n}{T} t) dt$, b_n mit Sin.

→ gerade Fkt ($f(t) = f(-t)$) $\rightarrow b_n = 0$ z.B. $\cos(x)$
ungerade Fkt ($f(t) = -f(-t)$) $\rightarrow a_n = 0$ z.B. $\sin(x)$

→ wenn f überall stetig ist
- gleimäßige Konvergenz: dann stellt Fourierreihe ~~g~~ periodische Fkt der Periodendauer T dar

- Grundfrequenz $\nu_1 = 1/T \rightarrow$ treten nur ganzzahlige Vielfache auf
→ harmonische Oberschwingung

- Spektrum der Schwingungen



- Gibbsches Phänomen: wenn f unstetig hat Fourier-Reihe an der Stelle eine endliche Abweichung
→ gut beobachtbar bei endlichem n (Fourier-Summe)

> Fouriertransformation: $g(w) = \int f(t) e^{-iwt} dt$
- f periodisch $\rightarrow g$ konvergierende Reihe von S-Fkt (wie in Abb oben)
- g stellt Frequenzspektrum der Fkt dar
- da in Praxis nicht über unendliche Zeiten messbar
→ g nur noch Summe diffbarer Fkt \rightarrow Peaks endlicher Breite
⇒ Abweichungen vom exakten Ergebnis

Vorbereitungsaufgabe:

> Rechteckspannung: $a_n = 0$, $b_n \approx \frac{1}{n}$

> Dreieckspannung: $a_n = \frac{8}{\pi^2 n^2}$, $b_n = 0$, n ungerade

> Sägezahnpunktion: $a_n = 0$, $b_n \approx \frac{1}{n} \cdot (-1)^{n+1}$

⇒ Amplitude der Spannungen nehmen mit $1/n$ bzw. $1/n^2$ ab

Durchführung:

> Aufbau:

- Oberwellengenerator: werden in verschiedene Phasen geschaltet um oben genannte Spannung zu erzeugen

- Digitales OSZ: Visualisierung der Wellen, Fourier-Analyse

- Scanner: ablesen & messen der Amplitude

- Funktionen-Erzeuger: verschiedene ausschwingende Schwingungen erzeugen

> Durchführung:

① Oberwellengenerator:

- Oberwellen werden in versch. Phasen angeschaltet um Spannung zu erzeugen

- Amplitude mit richtiger $\frac{1}{n}$ -Abhängigkeit eingeschaltet

- Digitales Oszillograph:

- wird an generator angeschlossen um Spannung sichtbar zu machen

② Funktionengenerator:

- mit Oszillograph verbunden

- Digitales Oszillograph:

- "FFT" \rightarrow Fast Fourier Transformation

- Peaks auf Oszillograph zu sehen \rightarrow Frequenz & Amplitude notieren

Auswertung:

- ① > nicht alle Oberwellen konnten hinzugefügt werden, wegen Rauschen
 > bei Dreieckschw. ($1/n^2$) schnelleres Rauschen
 ② > Amplitude von dB \rightarrow V umrechnen
 > Messwerte plotten \rightarrow fit mit $U(x) = ax^b$
 b im Exponenten wichtig für Abschall, a unwichtig
 Rechteck, Sägezahn $b \approx -1$
 Dreieck $b \approx -2$

Diskussion:

- (> Oberwellengenerator • Schalter „Summation“ hat Amplitude verändert)
 > Bei Synthese konnte letzte Oberwelle nur schwierig bis gar nicht zugeschaltet werden, wegen Rauschen
 > Messung der Peaks bei Analyse abbrechen bei zu hohem Rauschen
 \rightarrow insgesamt gute Ergebnisse

* Scanner: - @Amplitude Grundschw. wird maximiert

- alle anderen Schw. werden nach den berechneten Koeffizienten eingestellt