

V101 - Das Trägheitsmoment

Mittwoch, 19. Juni 2024 20:34

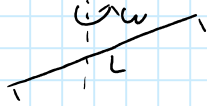
Ziel: Trägheitsmoment verschiedener Körper experimentell bestimmen

$$I = \sum r_i^2 \cdot m_i \Rightarrow I = \int r_{\perp}^2 dm$$

homogene Massenverteilung, konstanter mittlerer Abst. r :

$$I = m r^2$$

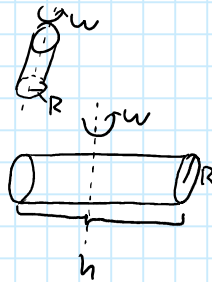
$$\rightarrow I_{\text{Stab}} = \frac{m L^2}{12}$$



$$\rightarrow I_{\text{Kugel}} = \frac{2}{5} m R^2$$

$$\rightarrow I_{\text{Zyl}} = \frac{m R^2}{2}$$

$$\rightarrow I_{\text{Zyl}} = m \left(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12} \right)$$



Satz von Steiner:

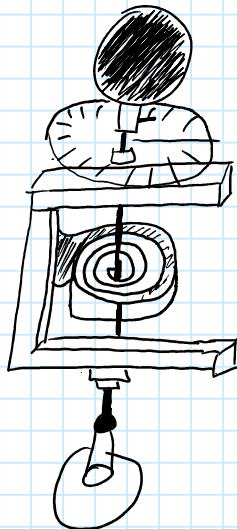
$$I = I_s + m \cdot a^2$$

Drehmoment $\vec{M} = \vec{r} \times \vec{F}$, $|\vec{M}| = F r \sin(\varphi)$, $\varphi = \angle(\vec{F}, \vec{r})$

Auslenkung schwingungsfähiges System: $T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}$

$$\text{Winkelrichtgröße } D = \frac{F \cdot r}{\varphi}$$

$$\Rightarrow M = D \cdot \varphi \quad (\text{für kleine } \varphi)$$



Bestimmung von D: Auslenkung der waagerechten Stange

Bestimmung von D: Auslenkung der waagerechten Stange bis 120° in 10 Schritten und Messung der dafür benötigten Kraft (Abstand 20cm)

Bestimmung von I_D :

Auslenkung aus 90° und Messung von 5T



Trägheitsmoment Kugel / Zylinder:

Vermessung mit Schieblehre und Waage

10 mal 90° Auslenkung, Messung von 5T

Trägheitsmoment einer Poppe:

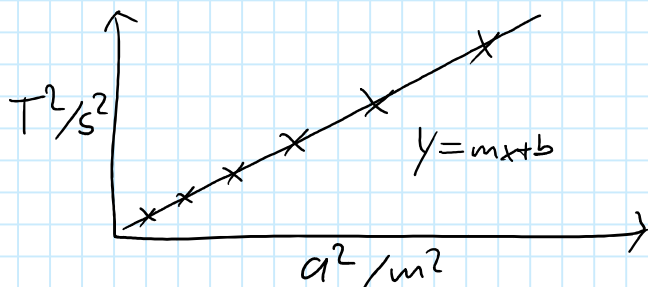
Messung der einzelnen Körperteile und Mittelung

Auslenkung 5 mal 90° , 5 mal 120° , zwei Halbtagen

Auswertung: Winkelrichtgröße und Eigenträgheitsmoment

$$D = \frac{FR}{\varphi} \quad [\varphi] = \text{rad} \quad [D] = \text{Nm}$$

Abstand der Gewichte a , Schwingungsdauer T



$$I_{\text{ges}} = I_D + I_{\text{Zul}}$$

$$\rightarrow T^2 = \underbrace{\frac{8\pi^2 m}{D}}_m a^2 + \underbrace{\frac{4\pi^2}{D} (I_D + 2m(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12}))}_b$$

$$\Rightarrow I_D = \frac{cD}{4\pi^2} - 2m(\frac{R^2}{4} + \frac{h^2}{12})$$

$$\Rightarrow I_D \approx 3 \cdot 10^{-4} \text{ kg m}^2$$

Kugel und Zylinder

$T^2 \cdot n$

Kugel und Zylinder

$$\Rightarrow I = \frac{T^2 \cdot D}{4\pi^2}$$

Puppe: Vermessung aller Körperteile

→ Volumina

→ Volumenanteil an $V_{\text{ges}} \Rightarrow$ in einzelnen Teile

→ Mit S.v. Steiner Berechnung des "theoretischen" Trägheitsmoments

→ Vergleich mit exp. bestimmten über Schwingzeiten

Fragen: