V351 - Fourieranalyse und Synthese

Dienstag, 18. Juni 2024 15:22

Ziel:

Es werden Spannungsverläufe in Fourierkomponenten zerlegt & weitere Spannungen mit diesen modelliert

Theorie:

Falls $f: \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ intbar. mit $f(t+T) = f(t) \quad \forall t \in \mathbb{R}$ zu einem festen $T \in \mathbb{R}$, dann gilt:

$$f(t) = \sum_{n \in \mathbb{Z}} f_n e^{\frac{2\pi n i}{T} t}, \text{ mit } f_n = \langle e^{\frac{2\pi i}{T} nt} | f(t) \rangle_{L^2}, \text{ falls}$$

$$\|f\|_{L^2} < \infty.$$

Dabei gilt: $\langle f | g \rangle_{L^2} = \int_0^T f^* g \, dt$

Weiter gilt:

$$\hat{f}(\omega) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{\mathbb{R}} f(t) e^{-i\omega t} dt$$

Aufbau:

-> digitales Oszilloskop (mit FFT)

-> Oberwellengenerator

- -> Erzeugt Grundschwingung: $e^{i\omega t}$, $\omega := \frac{2\pi}{T}$
- -> Oberschwingungen: $e^{i\omega n t}$, $n \in \mathbb{N}^{\geq 2}$
- -> regelbare Amplituden ($\pm$ für Phasenversch.)

-> Fktgenerator.

-> Multimeter

7. Fourier - Synthese:

Durchführung:

-> Ausgang Oberwellengenerator an Multimeter

-> Amplitudenstärke wird abh. von „n" der Oberschwingung eingestellt um verschiedene Spannungen zu modellieren

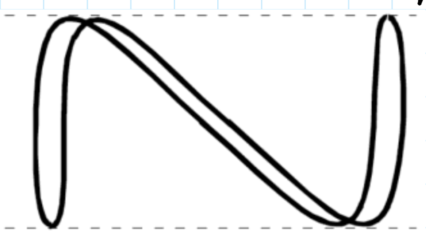
-> Modelliert werden:

- Rechteck -
- Sägezahn - } - Spannung
- Dreieck -

-> Der Oberwellengenerator wird an ein Oszilloskop angeschlossen

- X - Achse: Grundschwingung
- Y - Achse: n-te Oberschwingung
  - Für jede einmal

-> Phasenversch. wird angepasst, bis die Lissajous - Figur sich überlagert:



-> Überlagerung wird stück für stück aktiviert

- Eventuelle Phasenversch. um π

-> Nun wird Approx. betrachtet

Ergebnis & Probleme:

-> Gute Approx.

-> Osz. an Stellen: endl. Anzahl an Schwingungen

-> Osz. an Stellen: endl. Anzahl an Schwingungen

-> Gibbsches Phänomen an Unstetigkeiten

-> Beste Approx. bei Dreiecksspannung

↳ $f_n \sim \frac{1}{n^2}$, statt $\frac{1}{n}$

↳ Schnellere Konv.

2. Fourier-Analyse:

Durchführung:

-> Am Fktgener. wird eine Schwingungsform eingestellt -> Grundfrequenz einstellen

↳ Rechteck-
↳ Sägezahn-
↳ Dreieck-
} -Spannung

-> Die Spannung wird auf das Oszilloskop gegeben

↳ Modus FFT: fast Fouriertransform

-> Frequenzspektrum: in dB -> $U_r \sim 10^{\frac{U_{dB}}{20}}$

↳ δ-Distributionen bei per.-Fkt.

↳ Von Rauschen unterscheiden und Amplituden aufnehmen

Ergebnis & Probleme:

-> Fit mit $f(n) = \frac{A}{n^\alpha}$, mit $n = \frac{f_n}{f_0}$ } Frequenzen

-> theor. erwartete n-Abh. werden weitesgehend reproduziert

↳ Unsicherheit von α marginal

-> Rauschen