

Atelier sur l'apprentissage machine quantique

Isabelle Viarouge

isabelle.viarouge@usherbrooke.ca

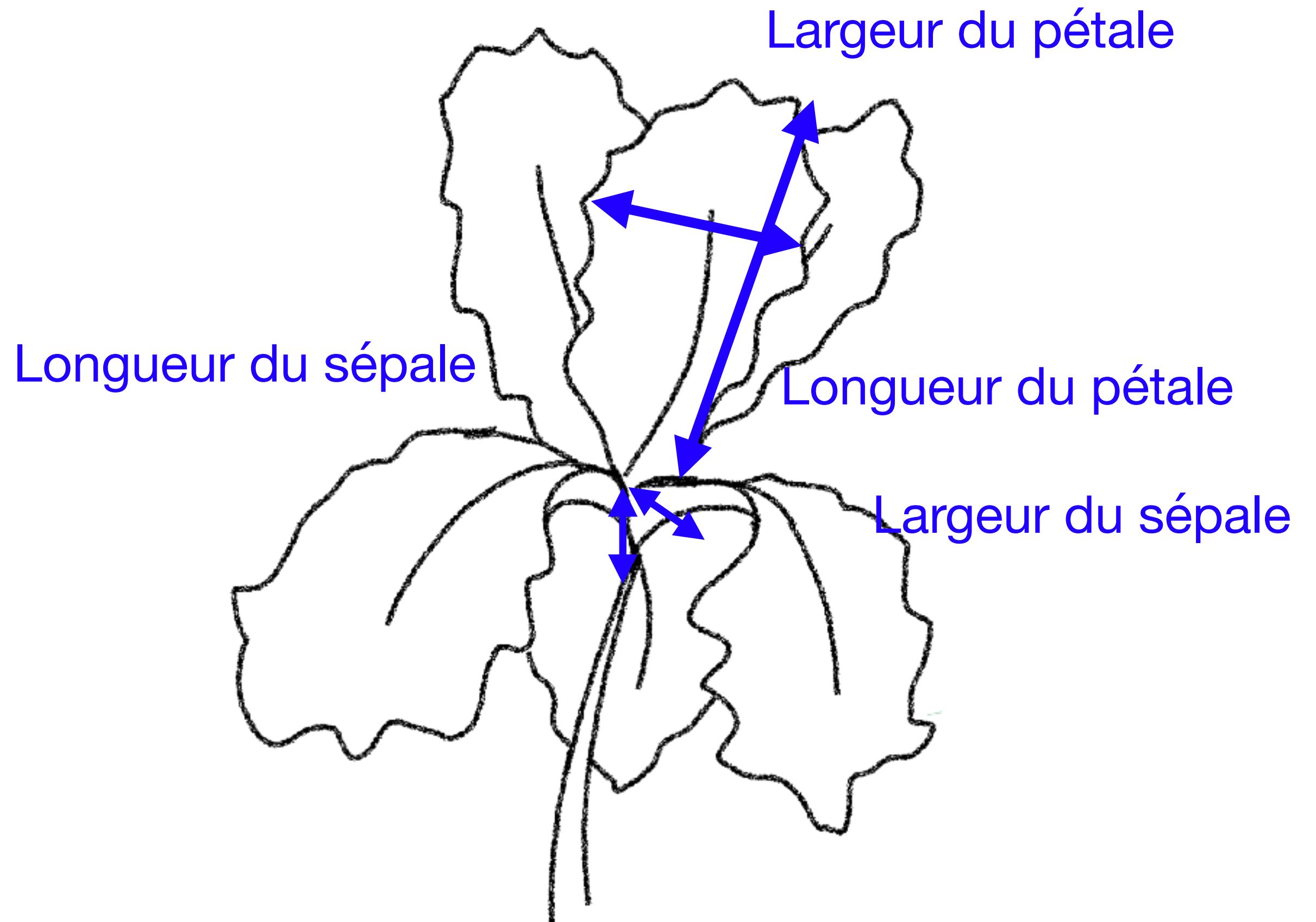
7 mai 2025

Plan

1. Introduction
2. La classification en apprentissage machine
3. Rappel quantique
4. Encodage de données dans l'espace des caractéristiques quantiques
5. Mesure quantique et classificateur quantique
6. Entrainer un classificateur quantique

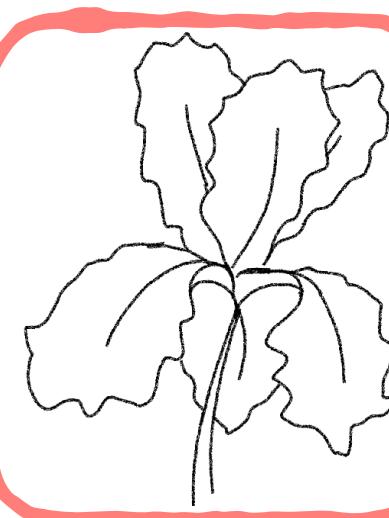
Notre problème jouet

Jeu de données Iris

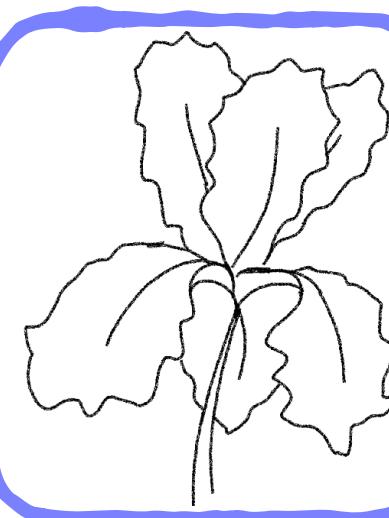


$$\vec{x} = [5.1, 3.5, 1.4, 0.2]$$

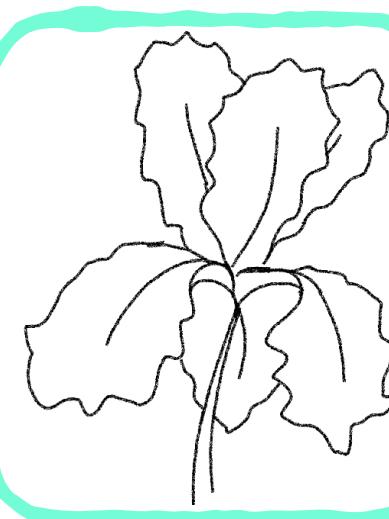
Trois classes



Setosa



Versicolour



Virginica

Notre problème jouet

Jeu de données pour une classification binaire

- Ensemble du domaine

$$\mathcal{X} = \left\{ \begin{array}{c} \text{image d'une feuille} \\ \text{de chou-fleur} \end{array} \right\} = \{\vec{x}_i\}$$

Par exemple $\vec{x}_0 = [5.1, 3.5, 1.4, 0.2]$

- Domaine d'étiquettes

$$\mathcal{Y} = \left\{ \begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{red square} \end{array} \right\} = \{0, 1\}$$

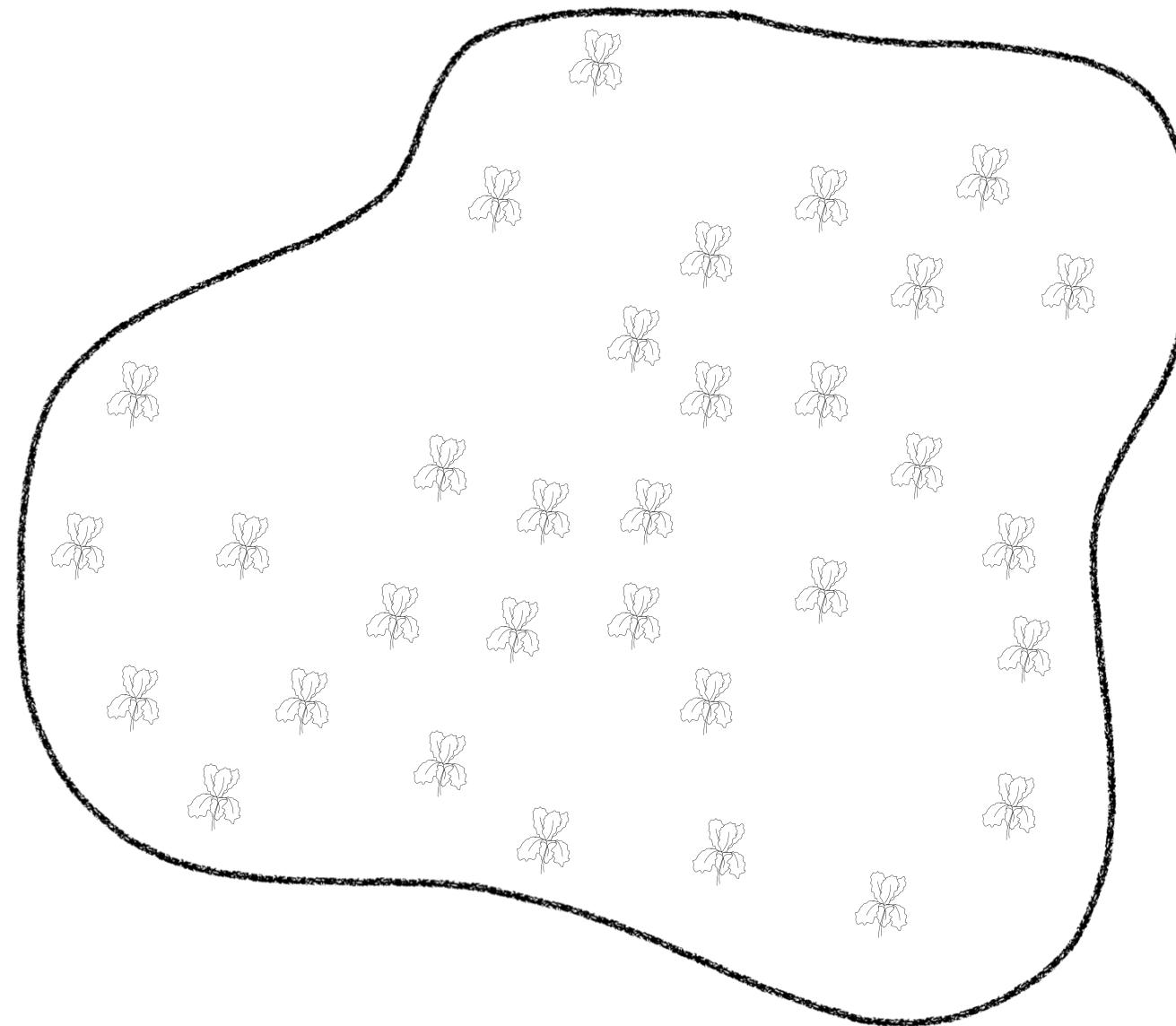
- Véritable fonction d'étiquetage,
Inconnue

$$f(\text{image d'une feuille}) = \left\{ \begin{array}{c} \text{blue square} \\ \text{red square} \end{array} \right.$$

Notre but est d'apprendre la véritable fonction d'étiquetage f !

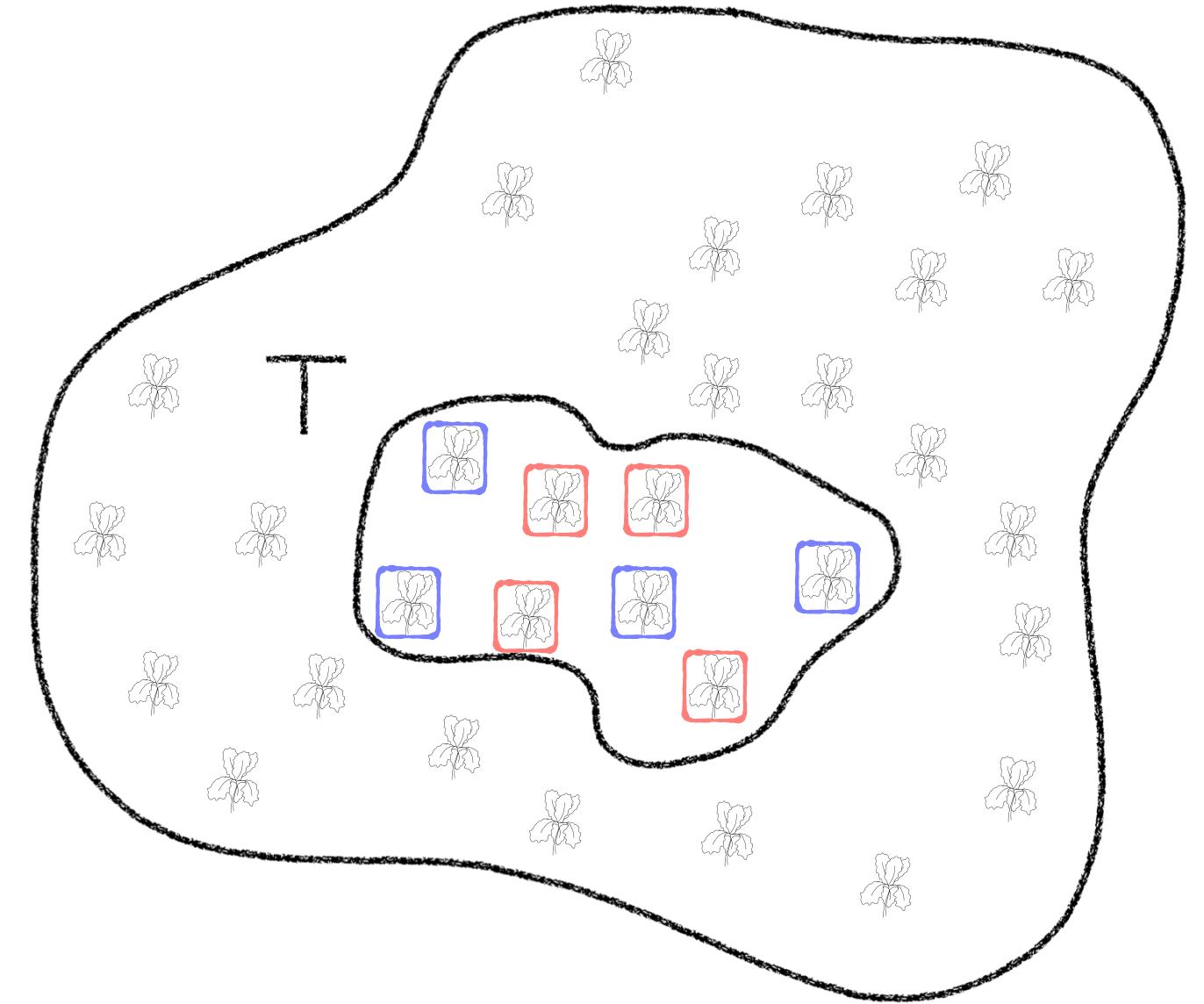
Notre problème jouet

Ensemble d'entraînement et de test pour l'apprentissage supervisé



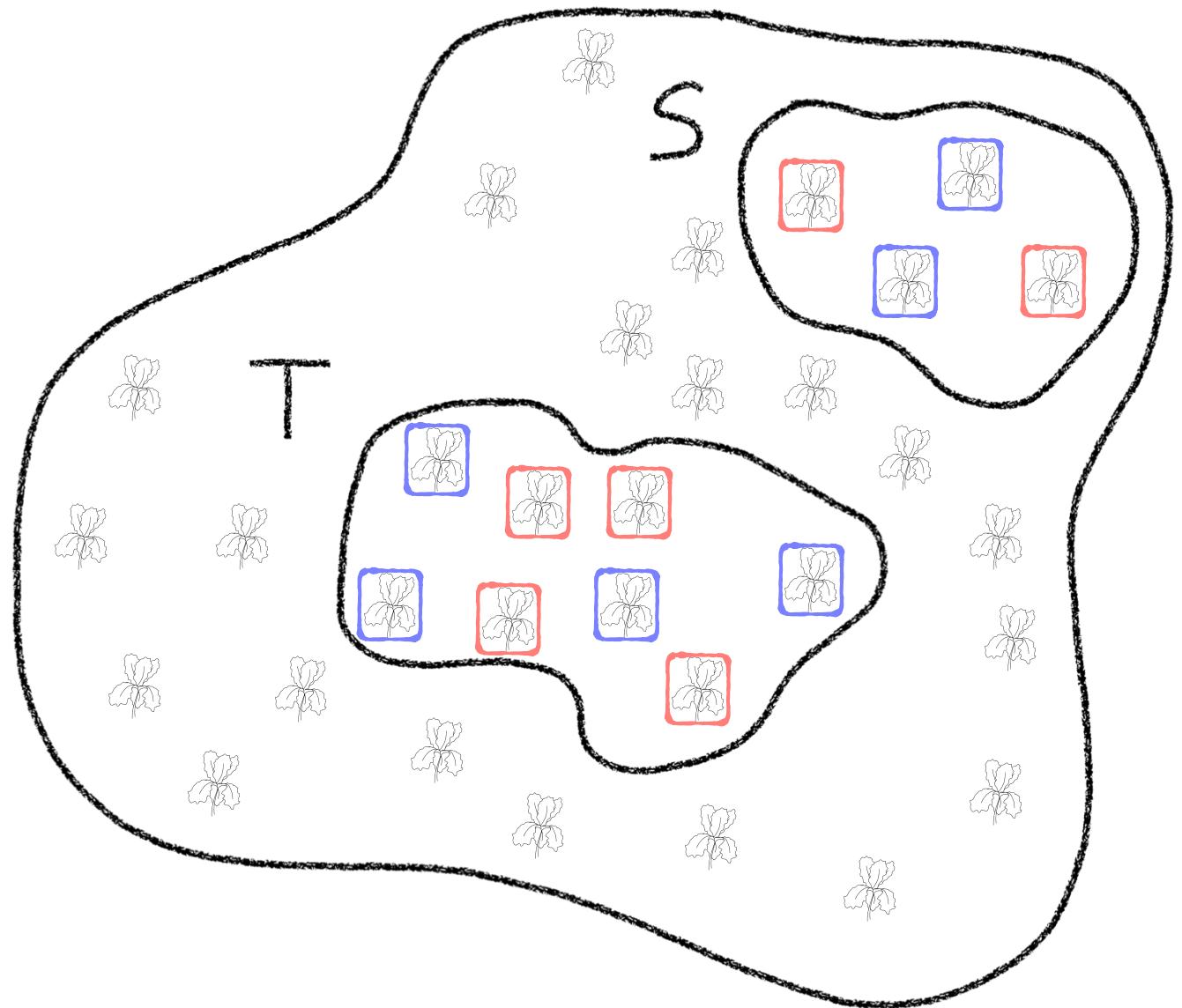
L'ensemble de toutes les entrées et étiquettes

$$\mathcal{Z} = \{(\vec{x}_i, y_i)\} = \{(\vec{x}_i, f(\vec{x}_i))\}$$



L'ensemble d'entraînement est une séquence finie de paires

$$T = ((\vec{x}_1, y_1), (\vec{x}_2, y_2), \dots, (\vec{x}_m, y_m))$$



L'ensemble test est utilisé pour mesurer la performance du classificateur sur de nouvelles données

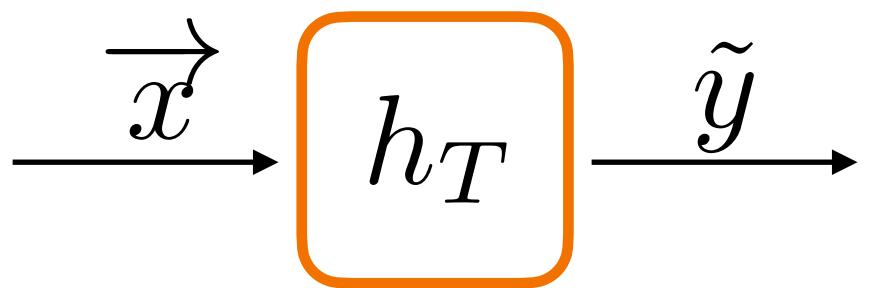
$$S = ((\vec{x}_1, y_1), (\vec{x}_2, y_2), \dots, (\vec{x}_r, y_r))$$

La classification en apprentissage machine

Classificateur et l'algorithme d'apprentissage

- **Classificateur h_T**

- Entrée: instance de l'ensemble du domaine $\vec{x} \in \mathcal{X}$
- Sortie: une étiquette $\tilde{y} \in \{0, 1\}$

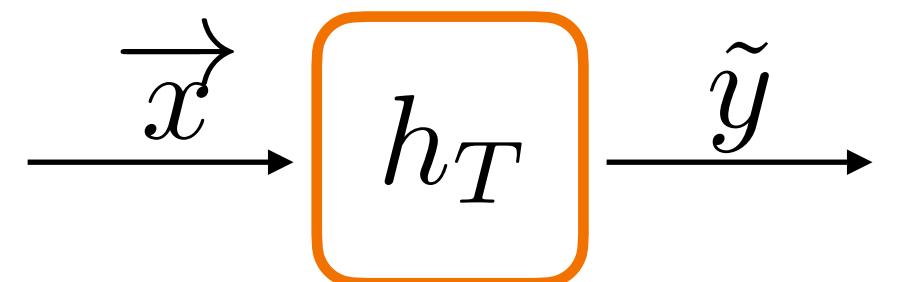


La classification en apprentissage machine

Classificateur et l'algorithme d'apprentissage

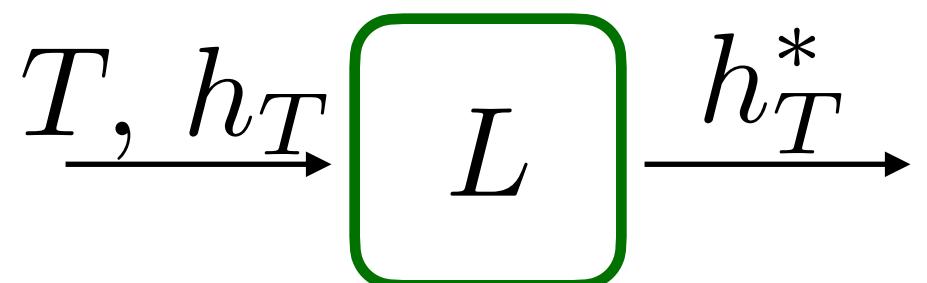
- **Classificateur h_T**

- Entrée: instance de l'ensemble du domaine $\vec{x} \in \mathcal{X}$
- Sortie: une étiquette $\tilde{y} \in \{0, 1\}$



- **Algorithme d'apprentissage L**

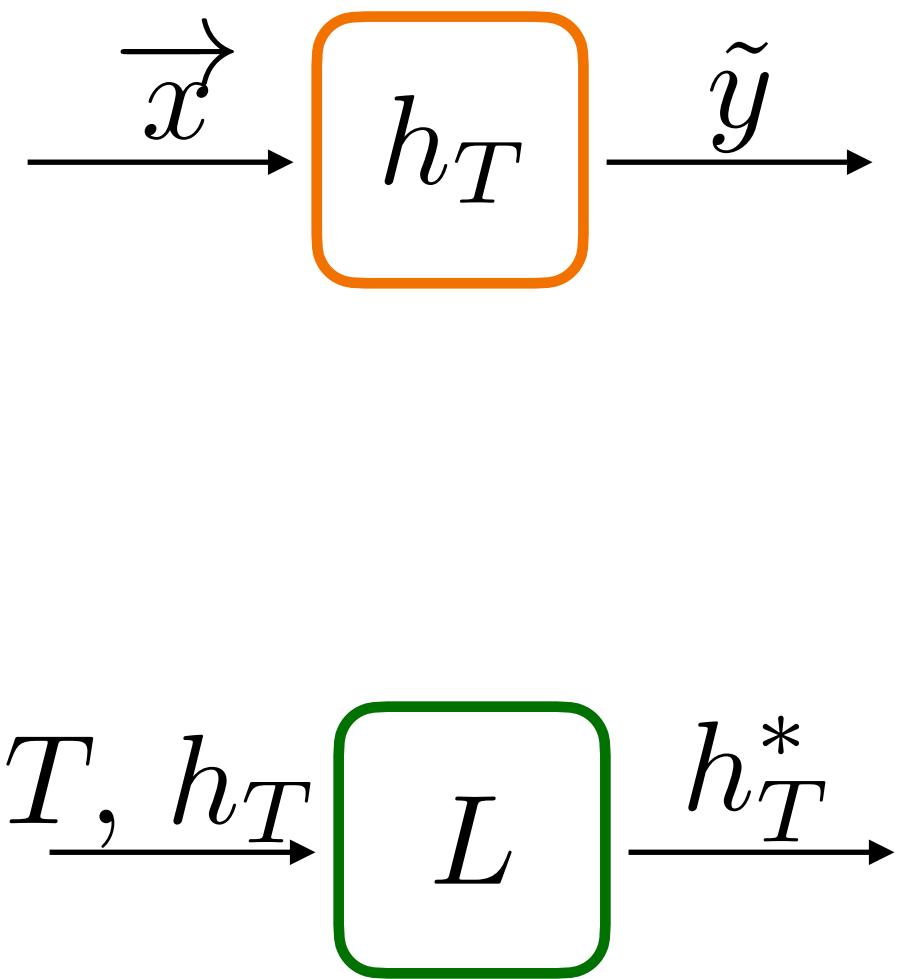
- Entrée: Ensemble d'entraînement $T = \{(\vec{x}_i, y_i), i = 1, \dots, m\}$
- Entrée: Classificateur h_T
- Sortie: Classificateur optimisé h_T^*



La classification en apprentissage machine

Classificateur et l'algorithme d'apprentissage

- **Classificateur h_T**
 - Entrée: instance de l'ensemble du domaine $\vec{x} \in \mathcal{X}$
 - Sortie: une étiquette $\tilde{y} \in \{0, 1\}$
- **Algorithme d'apprentissage L**
 - Entrée: Ensemble d'entraînement $T = \{(\vec{x}_i, y_i), i = 1, \dots, m\}$
 - Entrée: Classificateur h_T
 - Sortie: Classificateur optimisé h_T^*
- **L'erreur** d'un classificateur est la probabilité qu'il ne prédise pas l'étiquette correcte sur un point de données aléatoire
- Le but de l'algorithme est de trouver h_T qui **minimise l'erreur**.

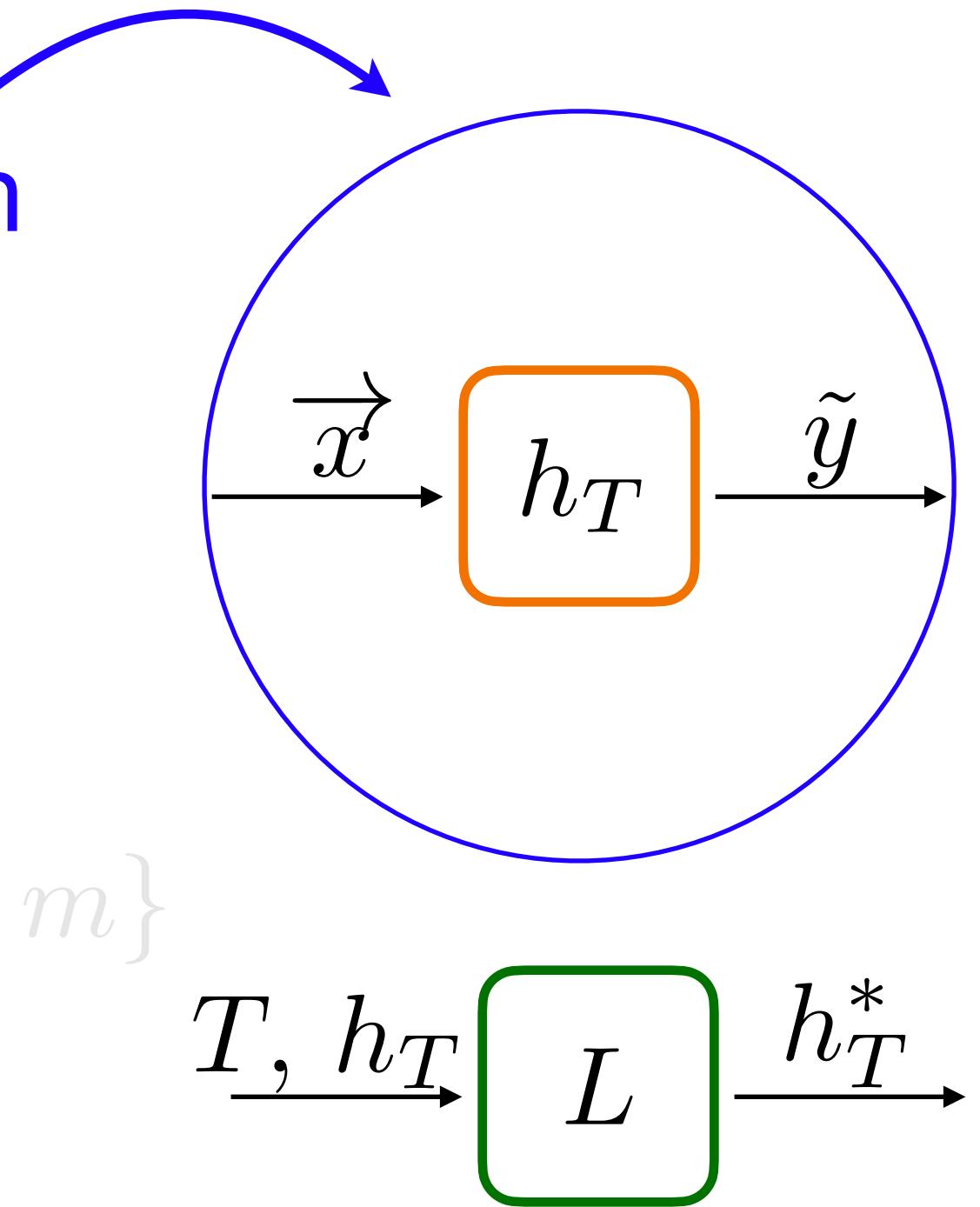


La classification en apprentissage machine

Classificateur et l'algorithme d'apprentissage

- **Classificateur h_T**
 - Entrée: instance de l'ensemble du domaine $\vec{x} \in \mathcal{X}$
 - Sortie: une étiquette $\tilde{y} \in \{0, 1\}$
- **Algorithme d'apprentissage L**
 - Entrée: Ensemble d'entraînement $T = \{(\vec{x}_i, y_i), i = 1, \dots, m\}$
 - Entrée: Classificateur h_T
 - Sortie: Classificateur optimisé h_T^*
- L'**erreur** d'un classificateur est la probabilité qu'il ne prédise pas l'étiquette correcte sur un point de données aléatoire
- Le but de l'algorithme est de trouvé h_T qui **minimise l'erreur**.

Implémenté par un circuit quantique!

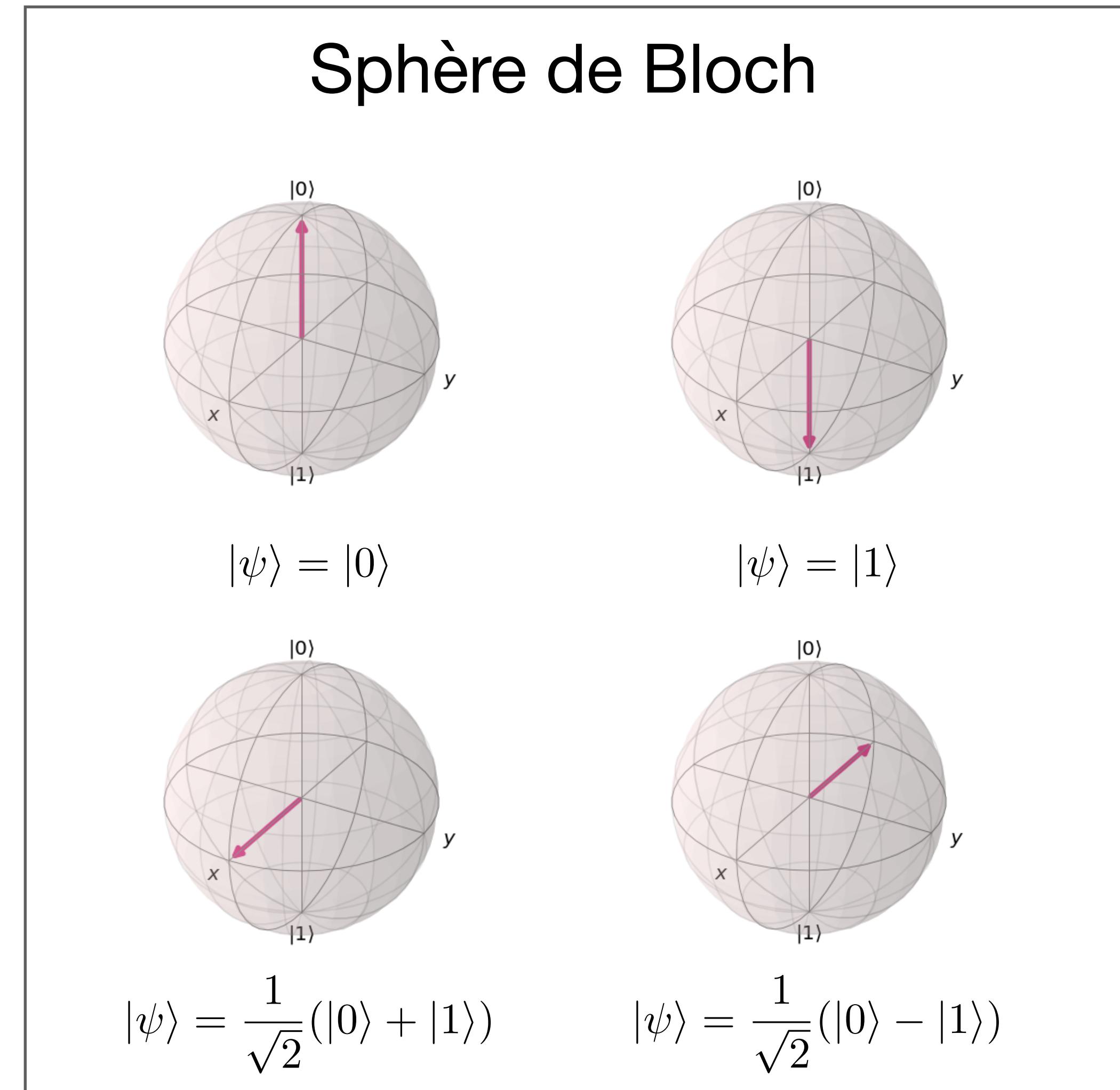
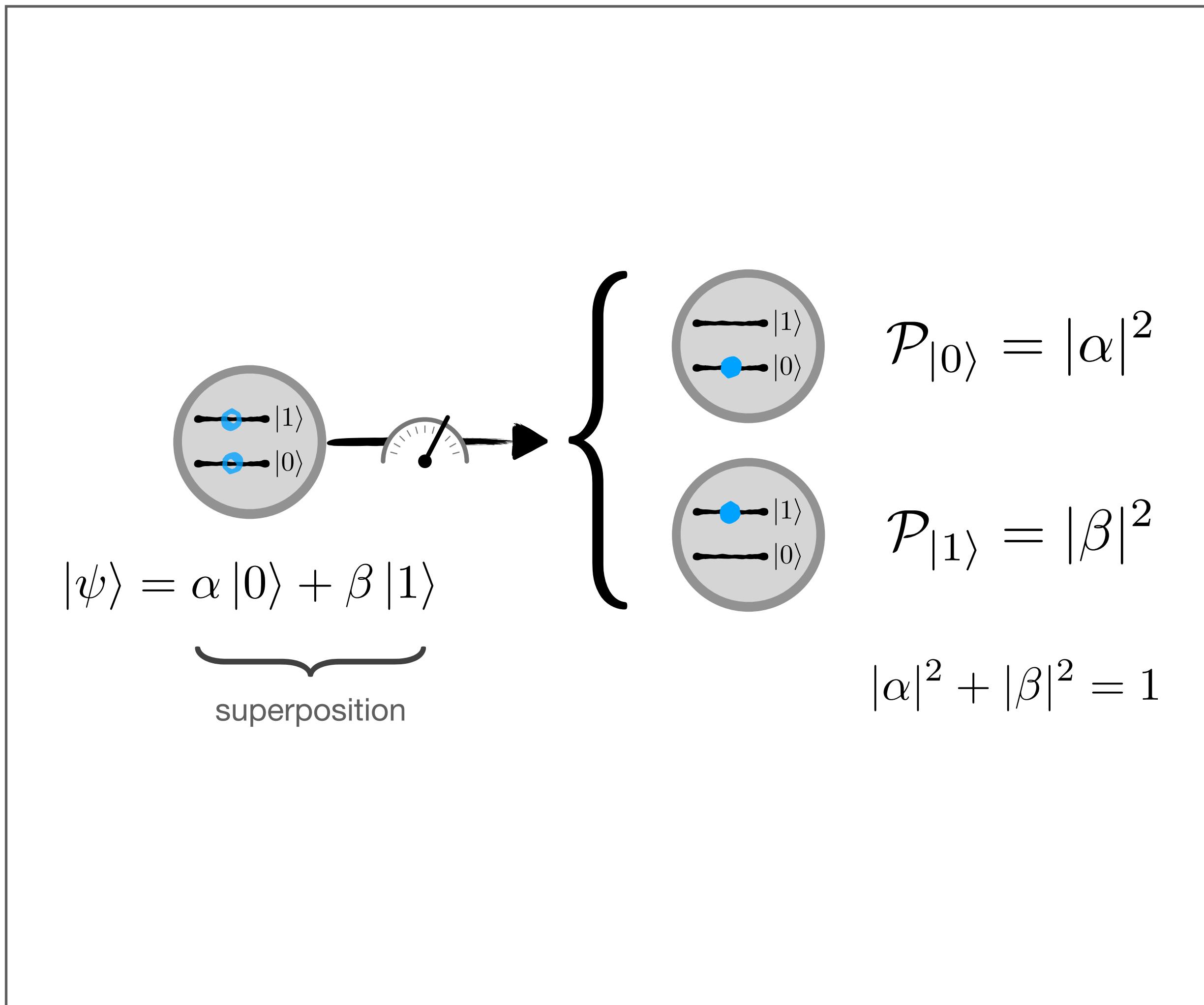


Rappel

État à 1 qubit

Rappel

État à 1 qubit



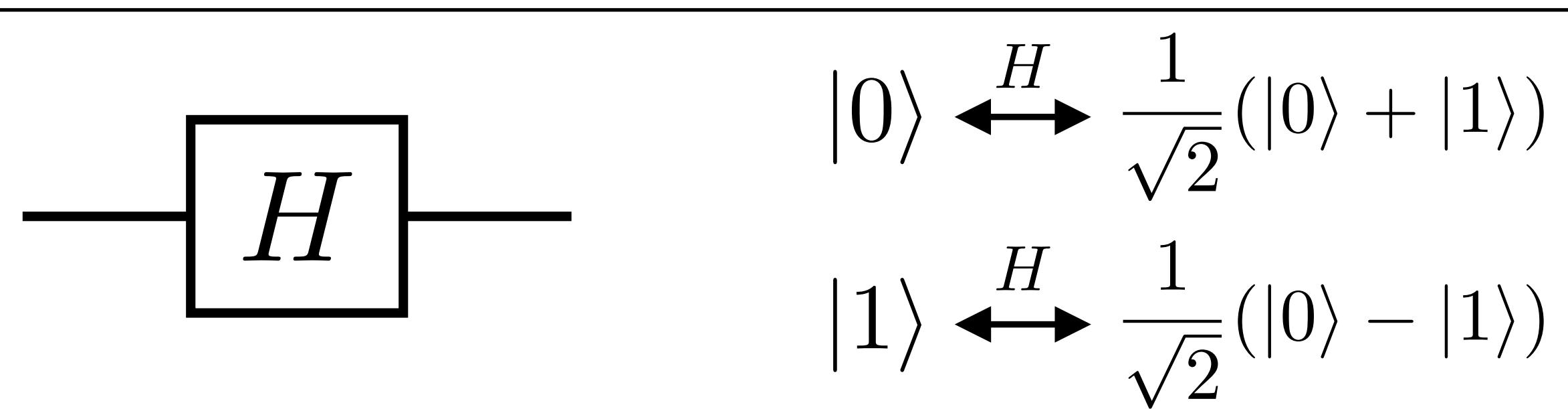
Rappel

Portes à 1 qubit

Porte X (NOT)



Porte Hadamard



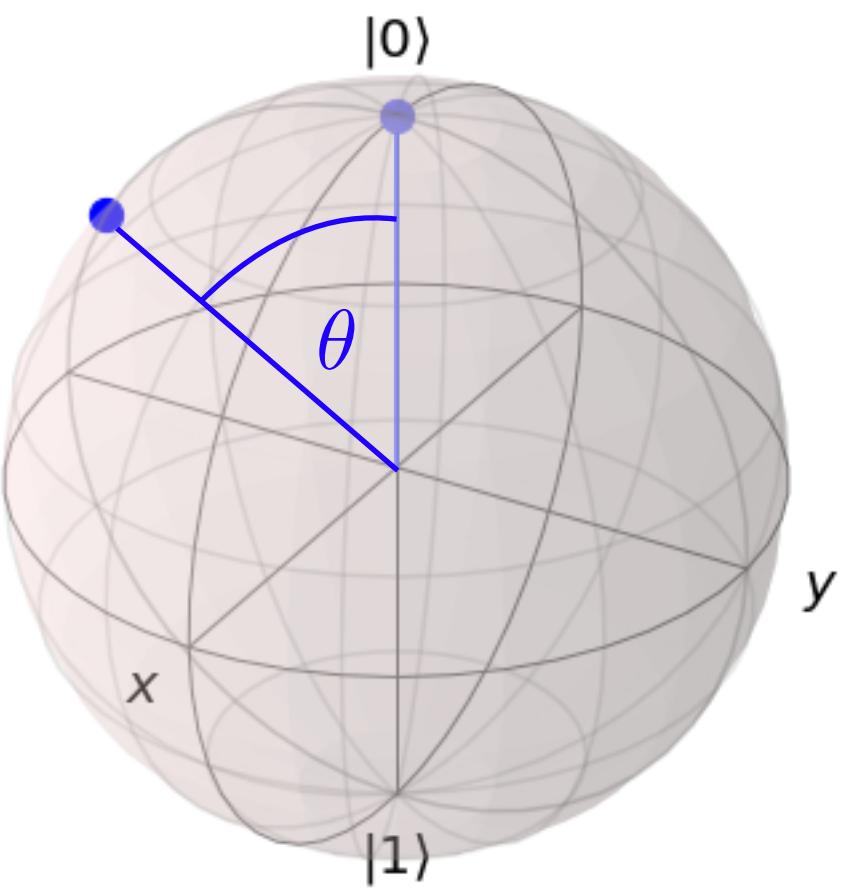
Porte Z



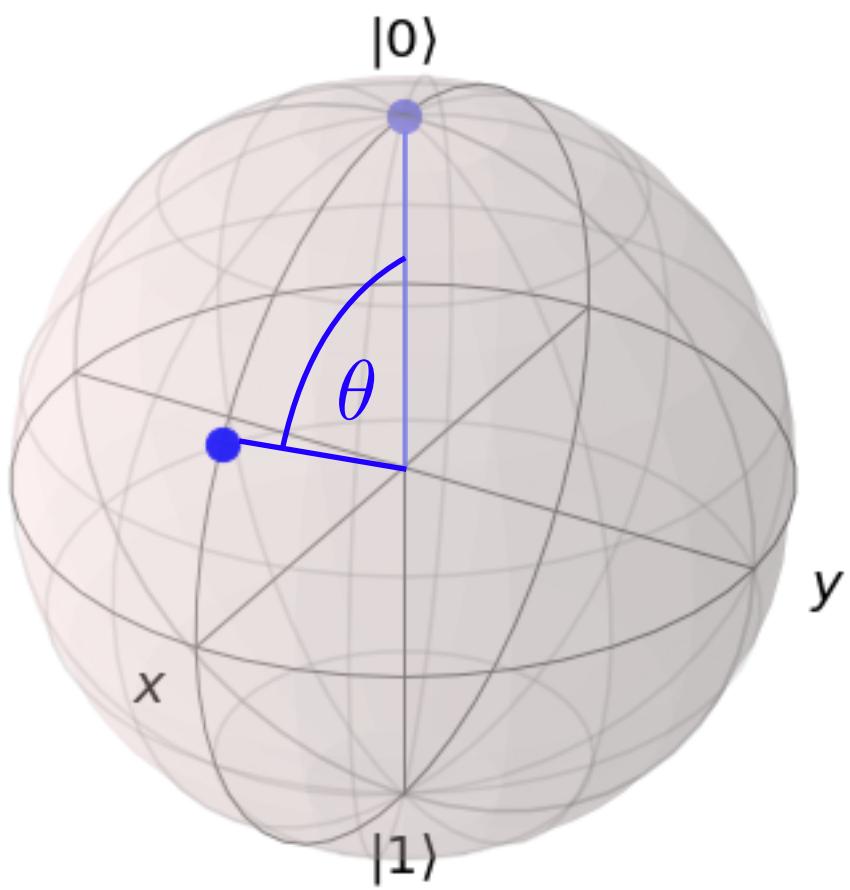
Rappel

Porte à 1 qubit paramétrée

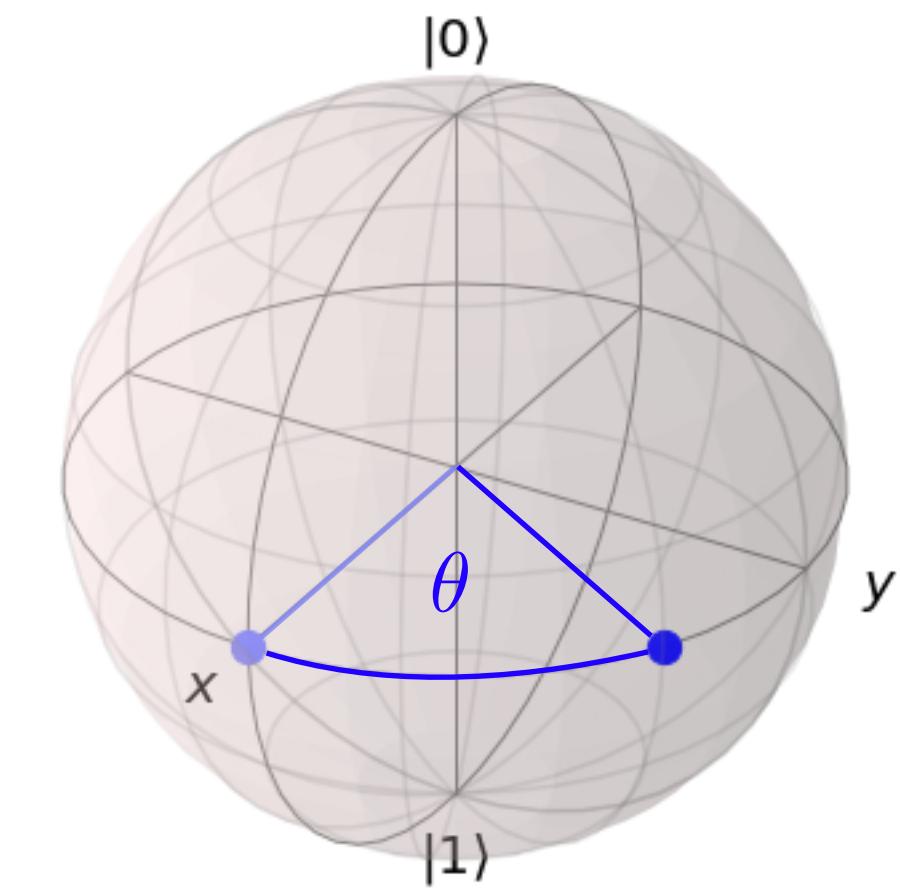
L'état d'un qubit peut être tourné d'un angle arbitraire θ autour des axes X , Y et Z .



$R_x(\pi/3)$



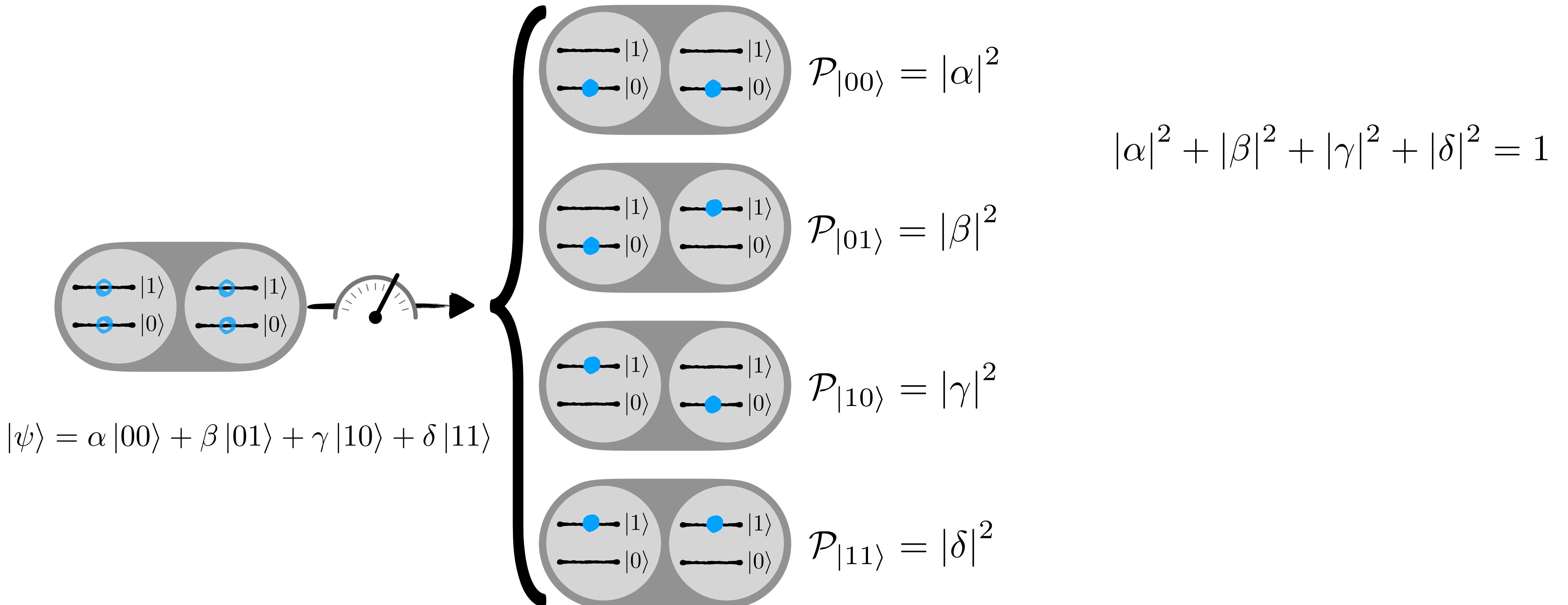
$R_y(\pi/3)$



$R_z(\pi/3)$

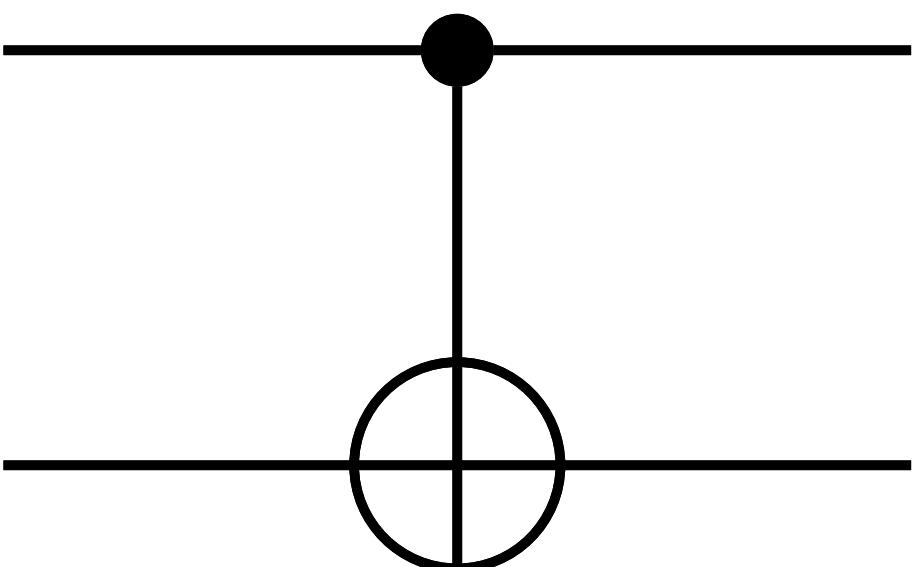
Rappel

État à 2 qubits

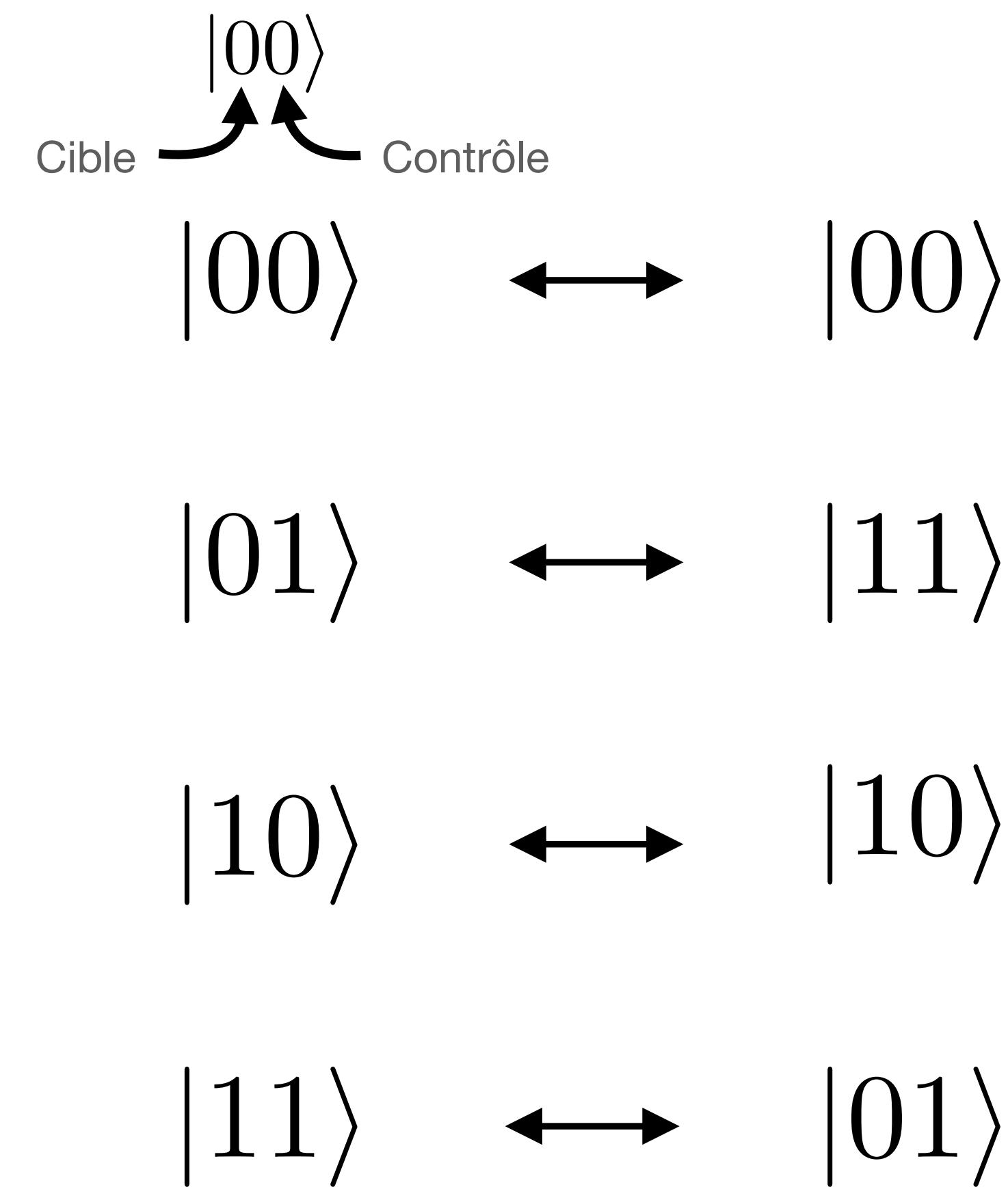


Rappel Portes à 2 qubits

Porte X contrôlée (*CNOT*)



La porte *CNOT*
intrieue deux qubits!



Rappel

Lab 1

Objectifs

- Introduire le jeu de données Iris
- Visualiser l'application des portes à 1 qubit avec la sphère de Bloch
- Construire un circuit quantique avec Qiskit
- Lancer une expérience sur une ressource de calcul et observer les résultats

Exercice

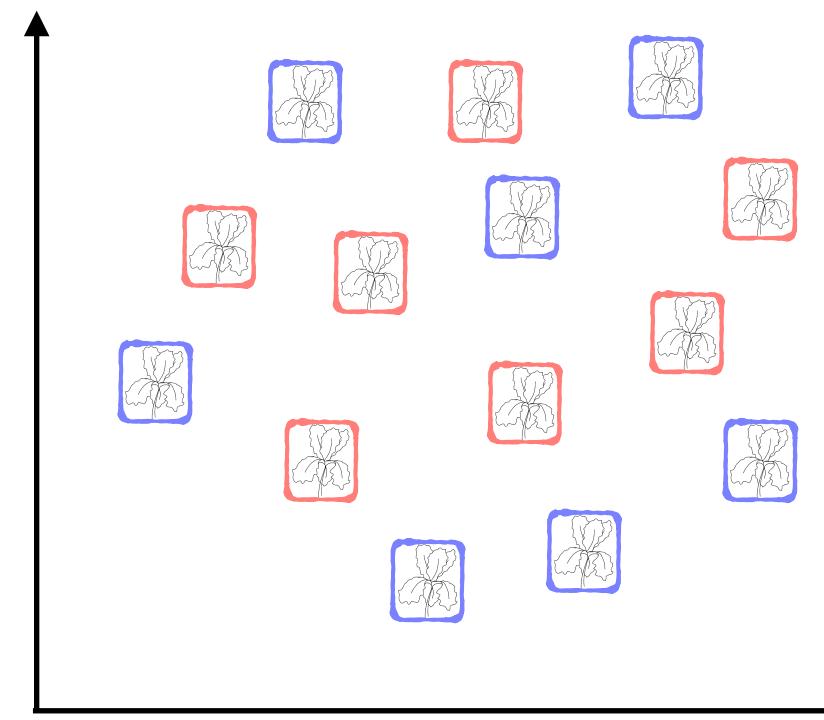
- Construire un circuit quantique donné

[Lien Colab Lab1](#)

Encodage de données

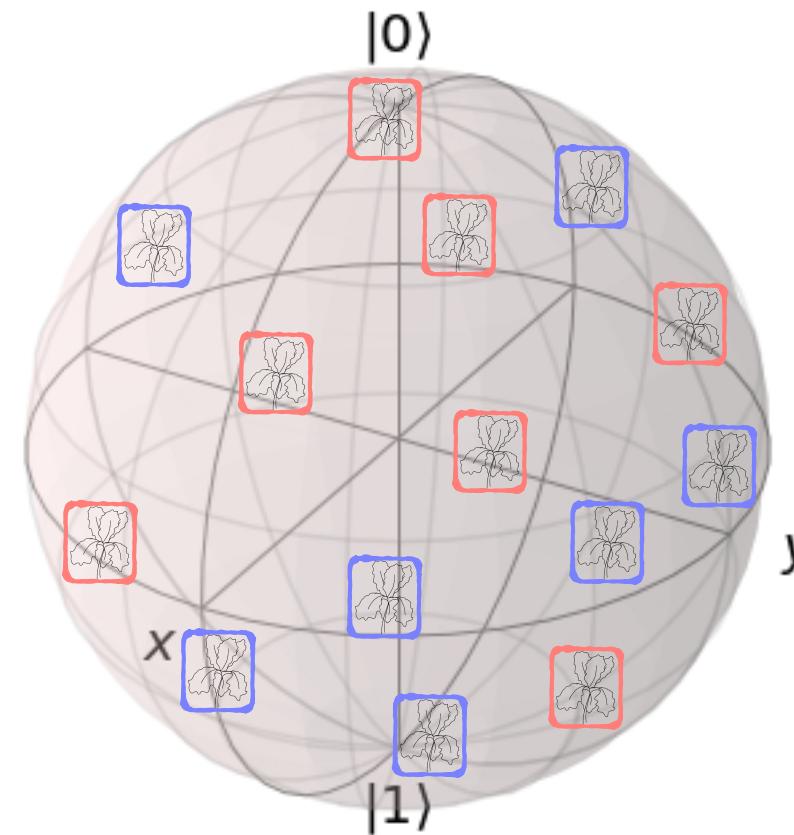
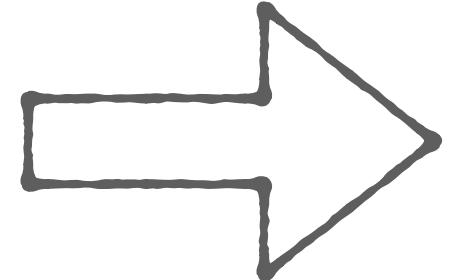
Projection dans un espace à haute dimension

Espace des données classiques



Espace des caractéristiques quantiques

Encodage quantique



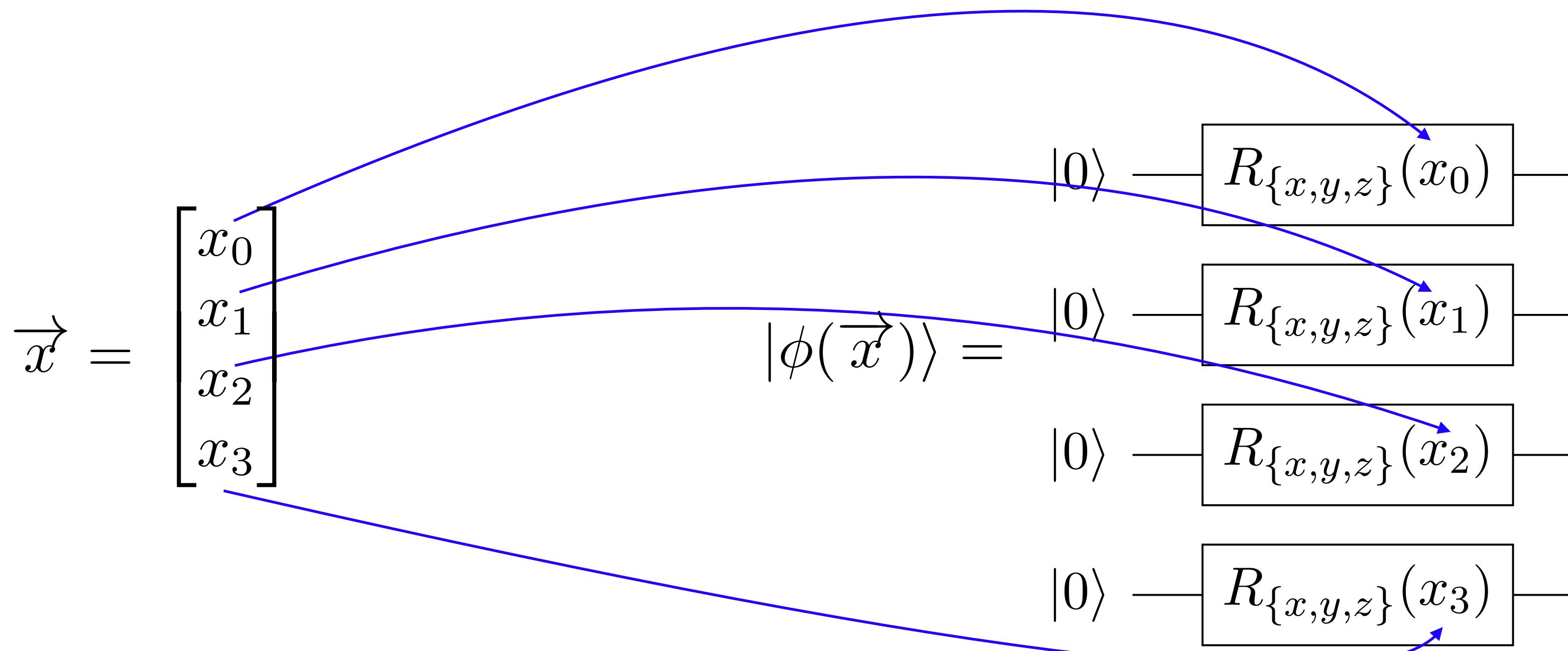
Deux approches:

- Encodage par angle
- Encodage par amplitude

Encodage de données

Encodage par angle

Vecteur d'entrées
classique



N caractéristiques peuvent être encodées dans l'angle de rotation de N qubits

Encodage de données

Encodage par amplitude

Vecteur d'entrées
classique

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = x_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_1 \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} + x_2 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix} + x_3 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Normalisé $\rightarrow \|\vec{x}\|^2 = |x_0|^2 + |x_1|^2 + |x_2|^2 + |x_3|^2 = 1$

État quantique

$$|\phi(\vec{x})\rangle = x_0|00\rangle + x_1|01\rangle + x_2|10\rangle + x_3|11\rangle$$

N données peuvent être encodées dans les amplitudes d'un état de $\log(N)$ qubits

Encodage de données

Encodage par amplitude - exemples

Données classiques

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Données normalisées

$$\vec{\tilde{x}} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

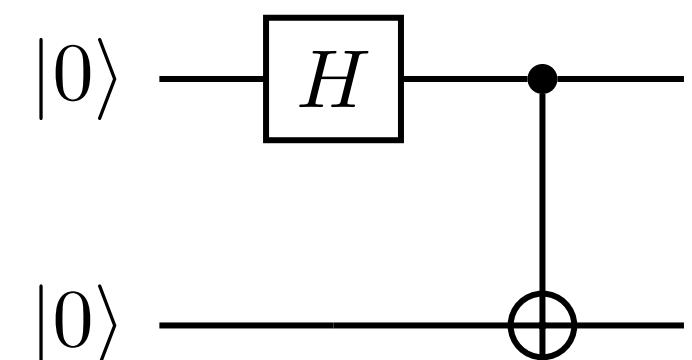
État quantique

$$|\phi(\vec{x})\rangle = |00\rangle$$

Circuit quantique

$|0\rangle$ —

$|0\rangle$ —



$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

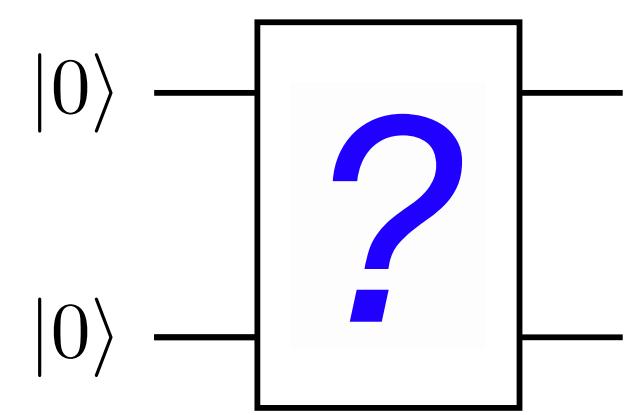
$$\vec{\tilde{x}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$$

$$|\phi(\vec{x})\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$$

$$\vec{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 3.5 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\vec{\tilde{x}} = \frac{1}{\sqrt{17.25}} \begin{bmatrix} 1 \\ 3.5 \\ -2 \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$|\phi(\vec{x})\rangle = \frac{1}{\sqrt{17.25}}(|00\rangle + 3.5|01\rangle - 2|10\rangle)$$



Encodage de données

Lab 2

Objectifs

- Projection de données 1D dans un espace des caractéristiques quantiques avec l'encodage par angle
- Encodage par angle et par amplitude pour le jeu de données Iris
- Encodage de données avec Qiskit

Exercice

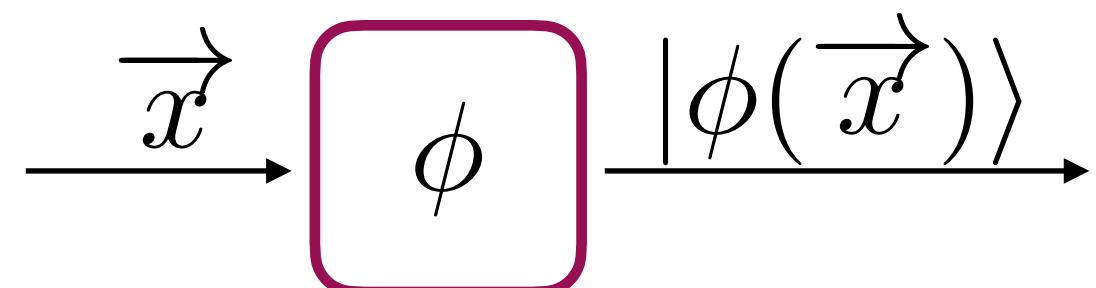
- Implementer une projection dans l'espace des caractéristiques quantiques

[**Lien Colab Lab2**](#)

Classificateur quantique

De l'encodage de données à un classificateur

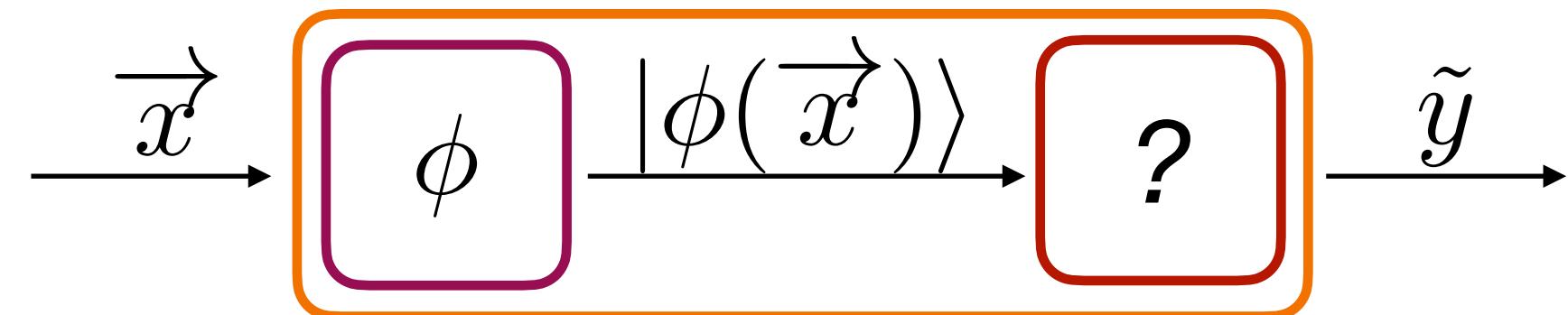
- Encodage de données



- Classificateur

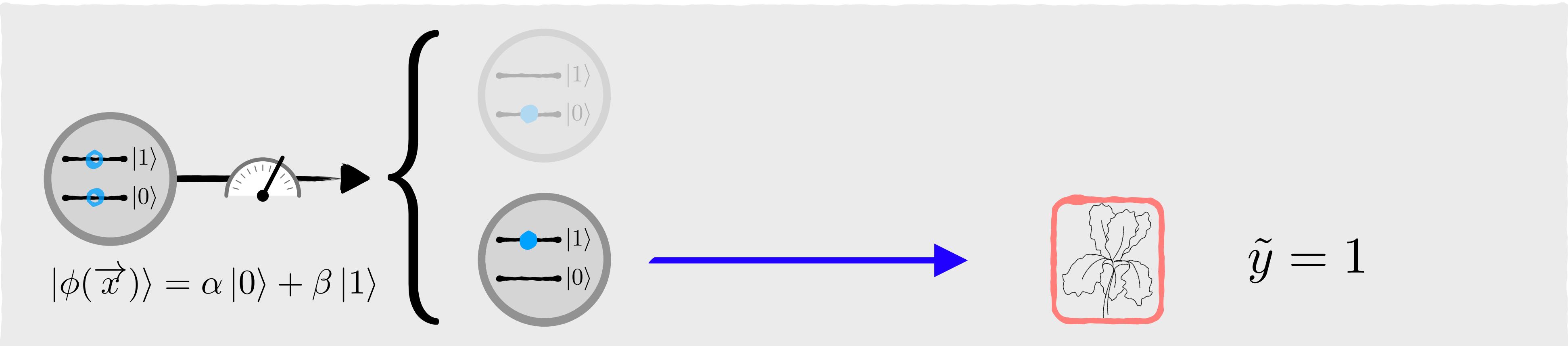
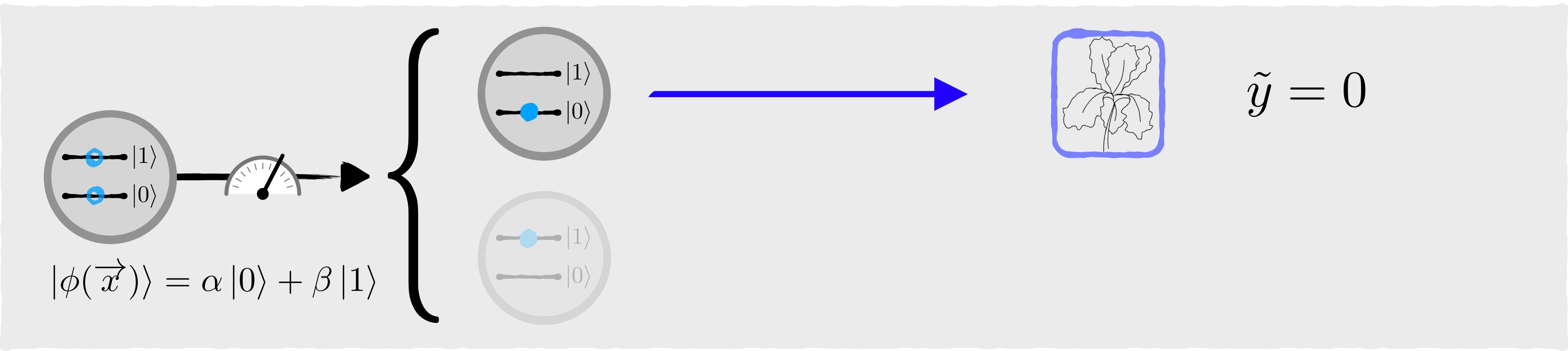


- Il manque un morceau!



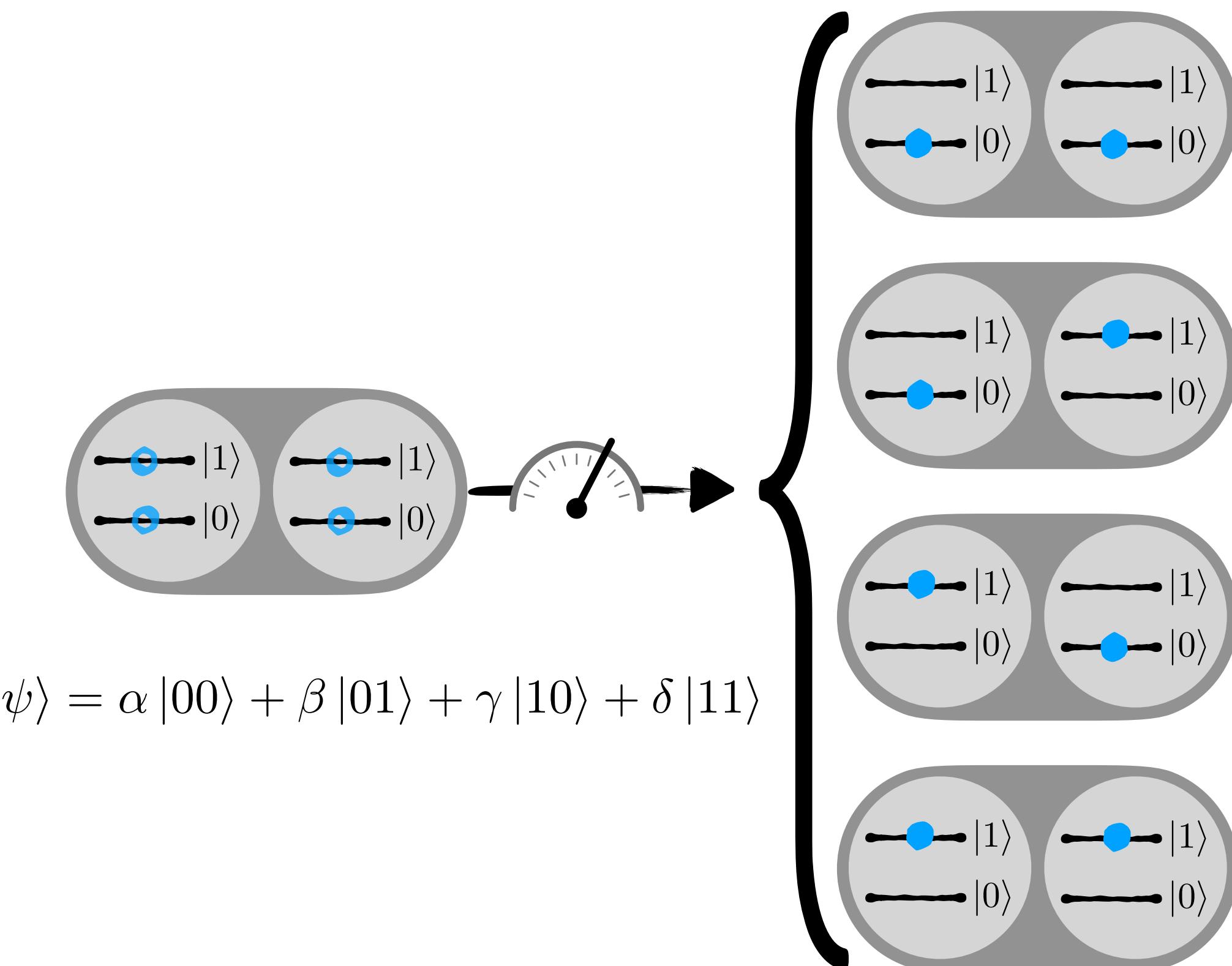
Classificateur quantique

Mesure et fonction d'interprétation pour 1 qubit



Classificateur quantique

Mesure et fonction d'interprétation pour 2 qubits



La fonction d'interprétation prend comme entrée deux bits

00

01

10

11

et devrait retourner 0 ou 1.

Nous avons quelques options

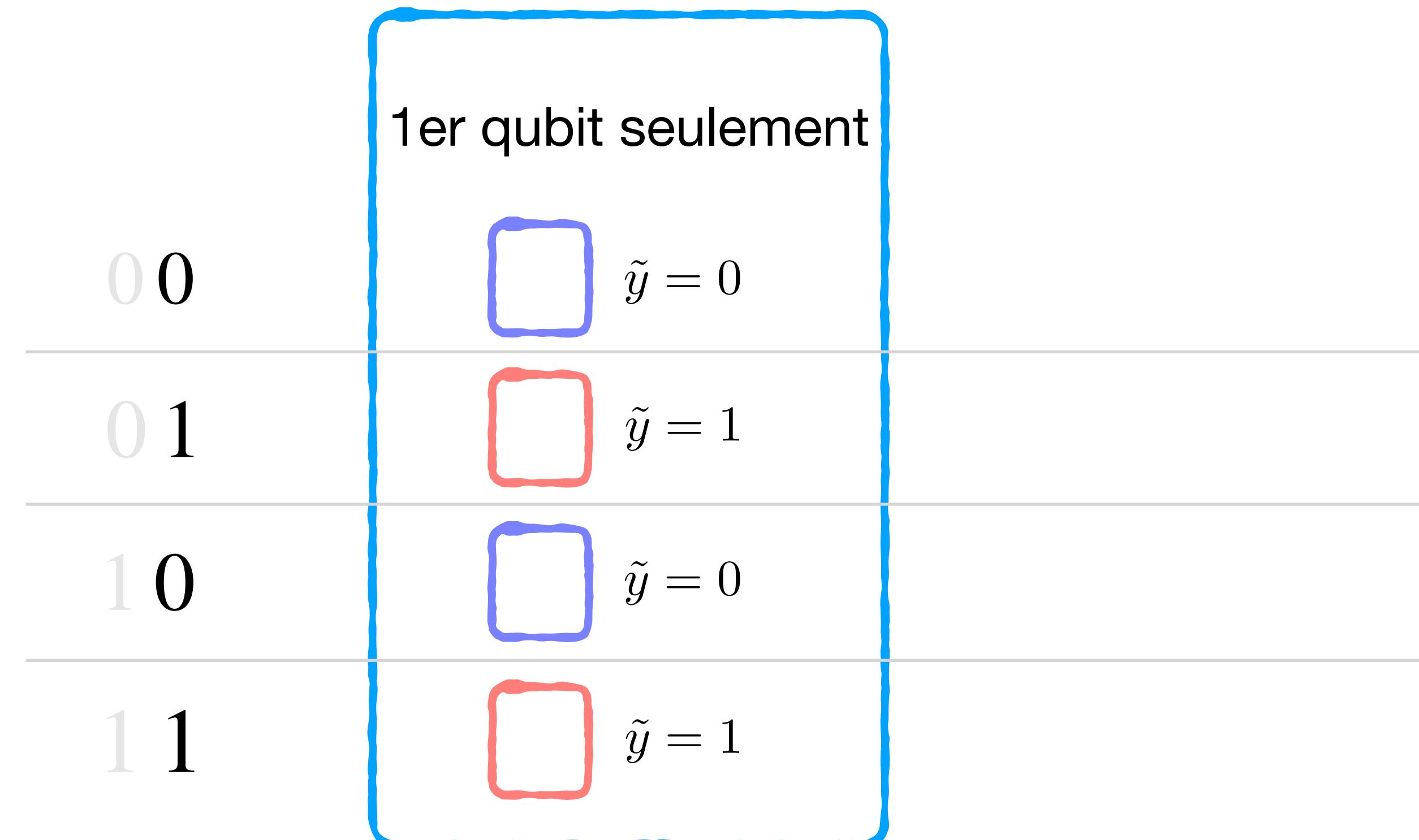
Classificateur quantique

Mesure et fonction d'interprétation pour 2 qubits

0 0
0 1
1 0
1 1

Classificateur quantique

Mesure et fonction d'interprétation pour 2 qubits



Classificateur quantique

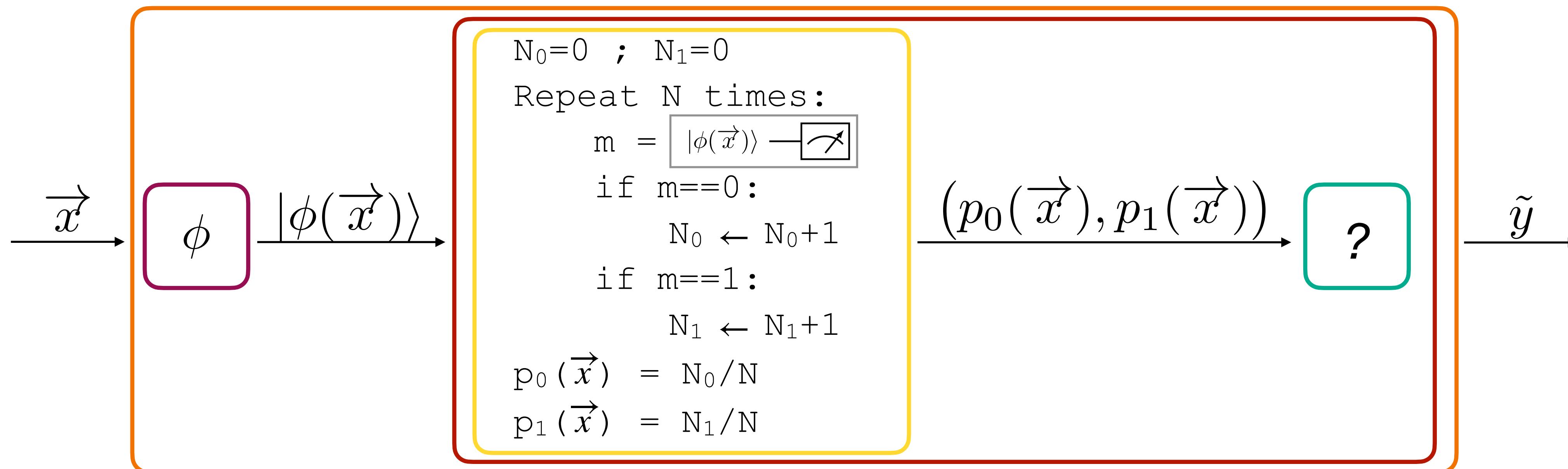
Mesure et fonction d'interprétation pour 2 qubits

		1 ^{er} qubit seulement	Parité
0 0		<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 0$	<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 0$
0 1		<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 1$	<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 1$
1 0		<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 0$	<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 1$
1 1		<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 1$	<input type="checkbox"/> $\tilde{y} = 0$

Classificateur quantique

Valeur moyenne de la fonction d'interprétation

- Le résultat de la mesure d'un état quantique est **probabiliste**
- Il faut répéter la préparation de l'état et la mesure **plusieurs fois**
- Le résultat est une **probabilité** que l'entrée \vec{x} appartienne à la classe 0/1



Classificateur quantique

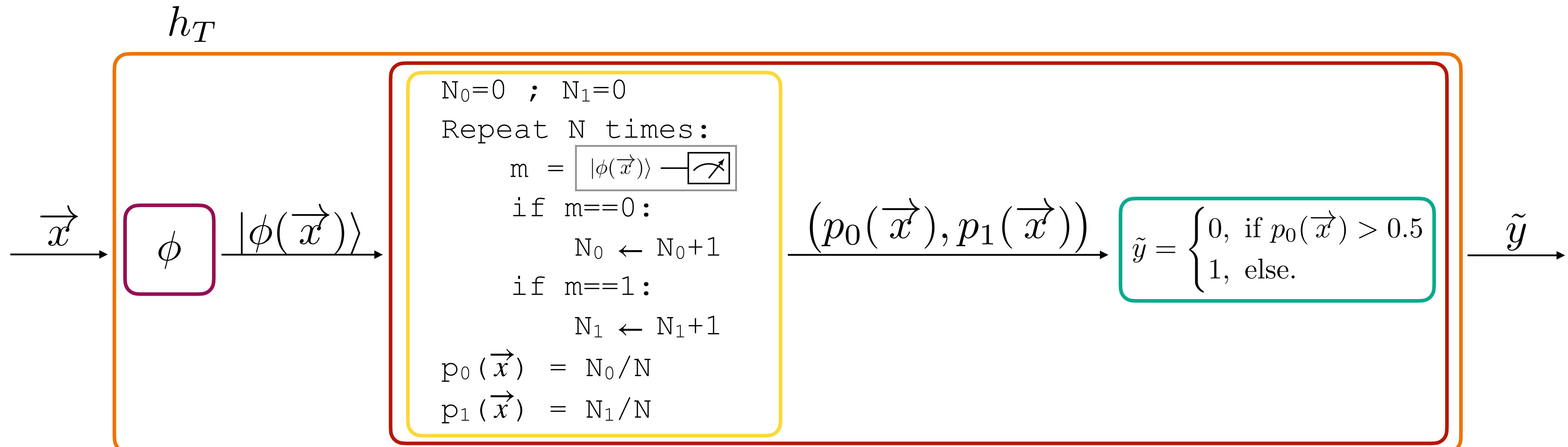
Règle de décision

On assigne l'étiquette en se basant sur la règle de décision suivante

$$\xrightarrow{(p_0(\vec{x}), p_1(\vec{x}))} \boxed{\tilde{y} = \begin{cases} 0, & \text{if } p_0(\vec{x}) > 0.5 \\ 1, & \text{else.} \end{cases}} \xrightarrow{\tilde{y}}$$

Classificateur quantique

Une (première) définition d'un classificateur quantique



Classificateur quantique

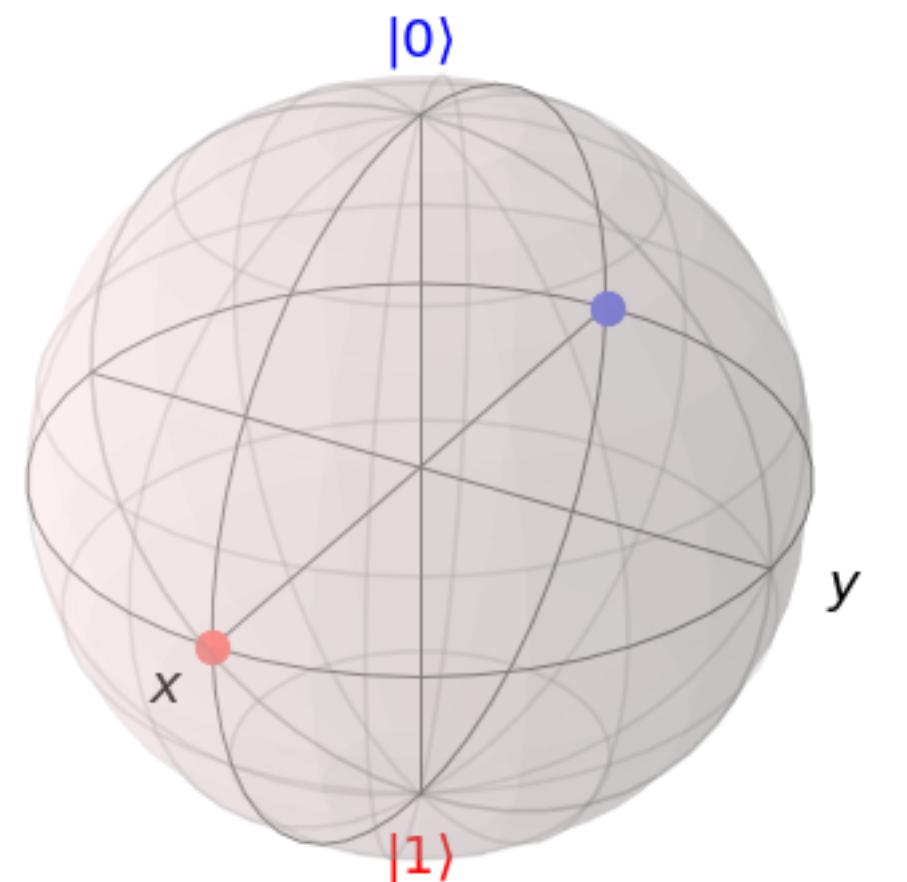
Exemple de problèmes potentiels

- Jeu de données composé de deux points

$$\mathcal{D} = \{(x_0, y_0), (x_1, y_1)\} = \{(+1, 0), (-1, 1)\}$$

- Encodage par angle

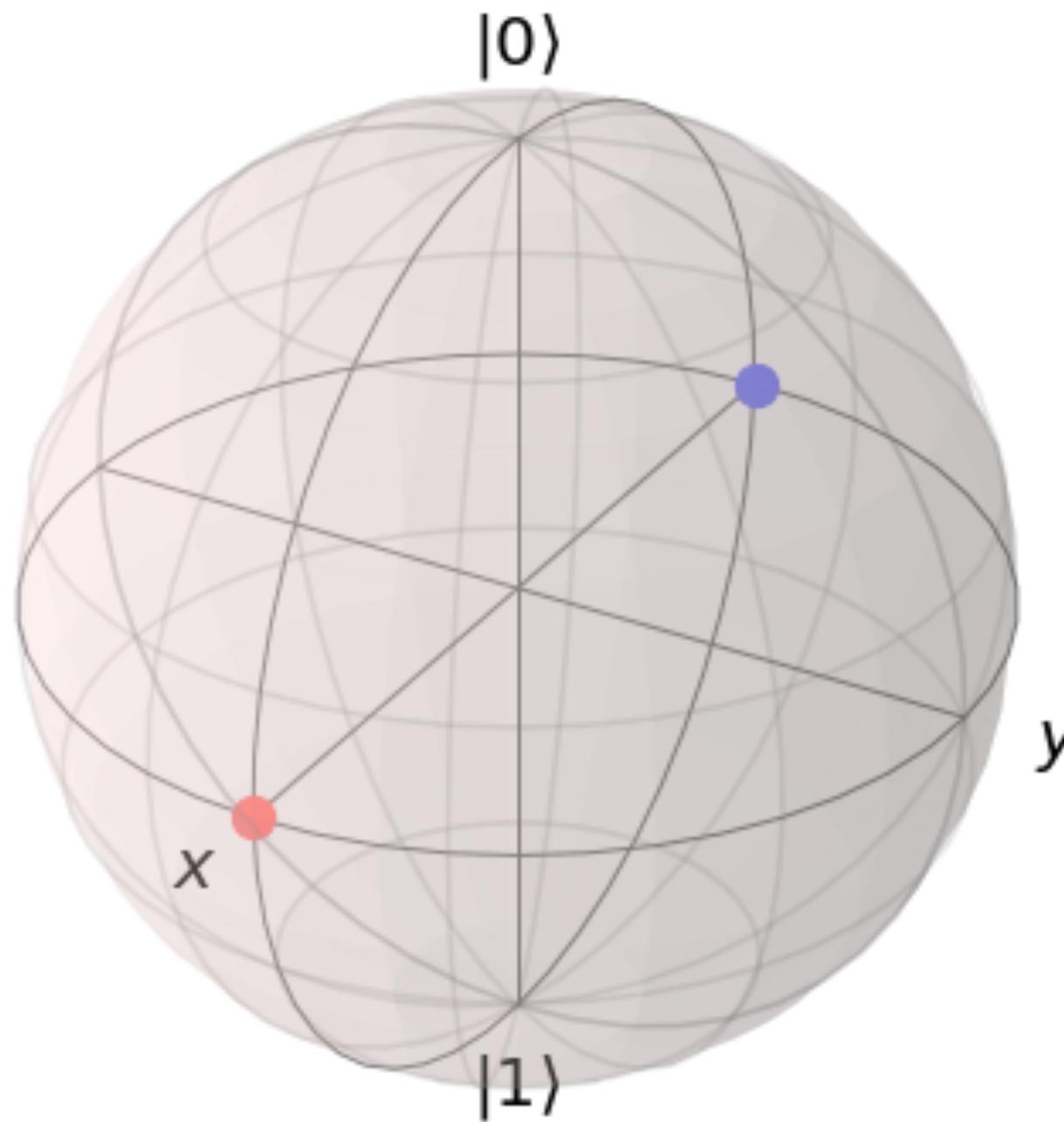
$$\phi(x) = \mathcal{R}_y\left(\frac{x\pi}{2}\right) \begin{cases} |\phi(+1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle + |1\rangle) \\ |\phi(-1)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|0\rangle - |1\rangle) \end{cases}$$



Classificateur quantique

Mesure selon un différent axe

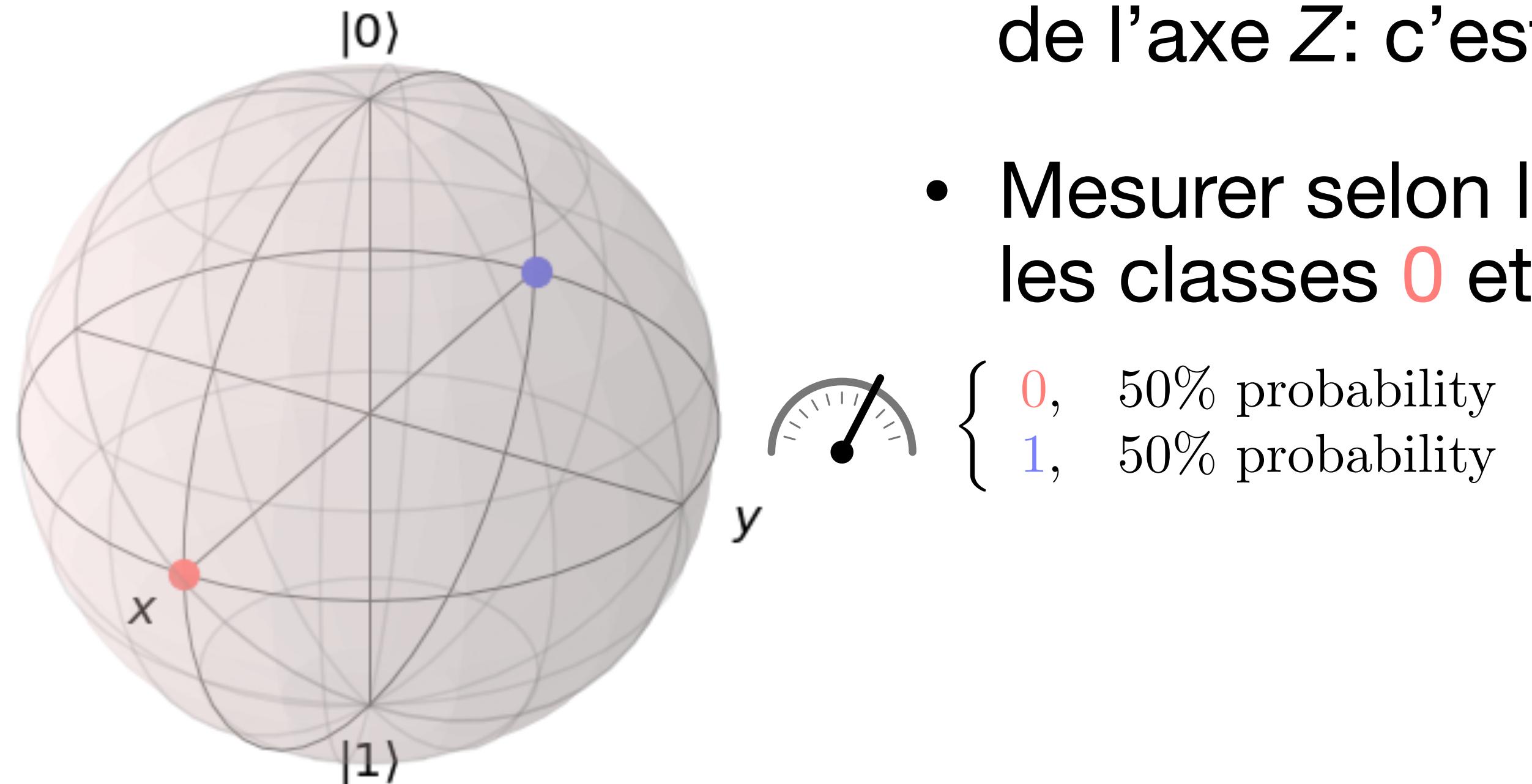
- L'ordinateur quantique effectue une mesure le long de l'axe Z : c'est la *base computationnelle*.



Classificateur quantique

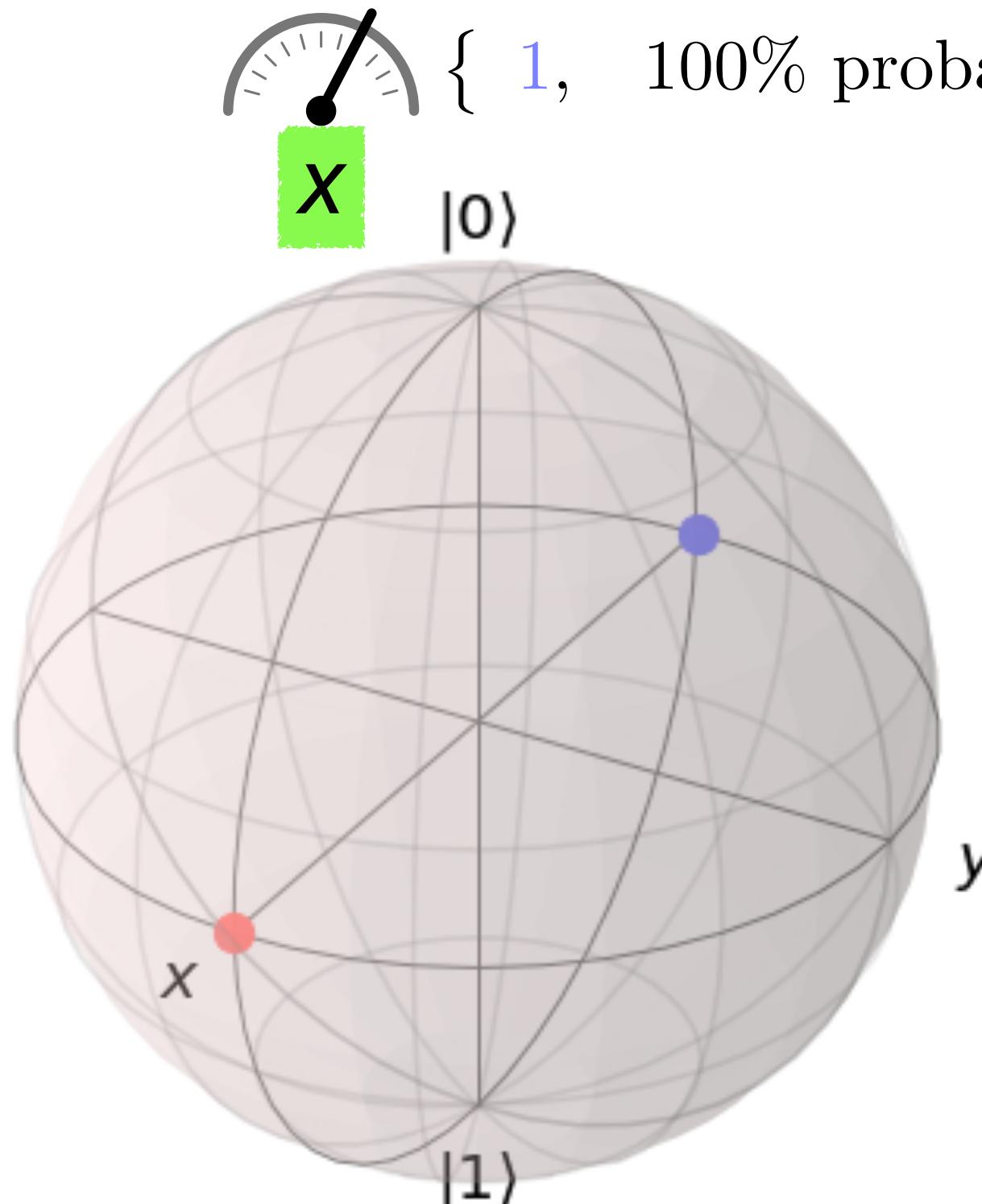
Mesure selon un différent axe

- L'ordinateur quantique effectue une mesure le long de l'axe Z : c'est la *base computationnelle*.
- Mesurer selon l'axe Z ne permet pas de distinguer les classes **0** et **1**.

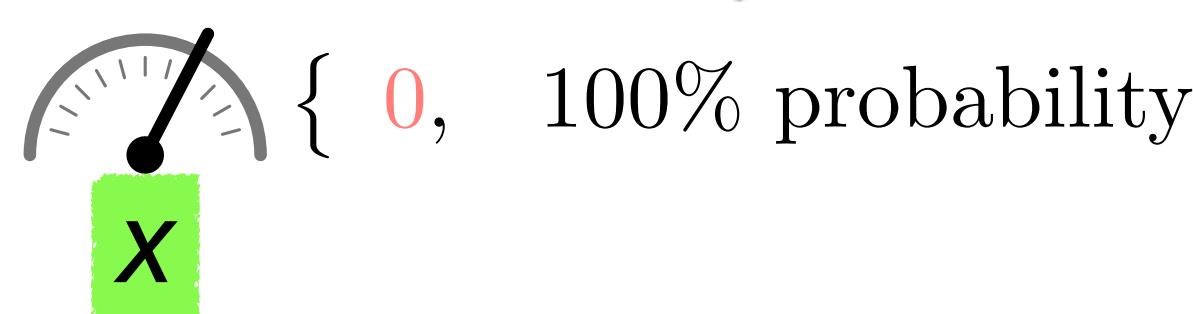


Classificateur quantique

Mesure selon un différent axe



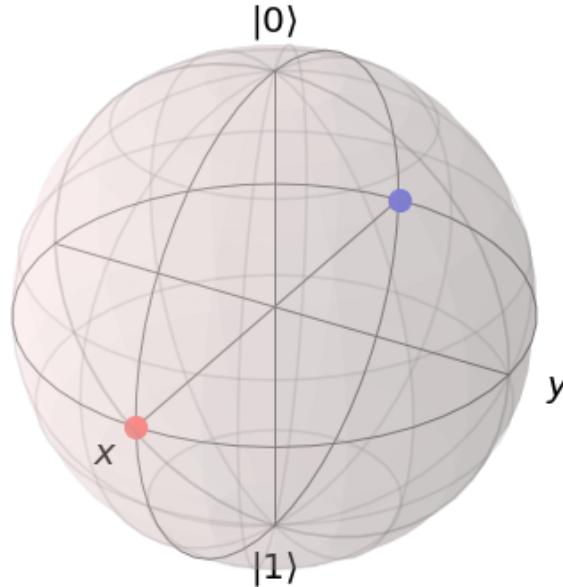
- L'ordinateur quantique effectue une mesure le long de l'axe Z: c'est la *base computationnelle*.
- Mesurer selon l'axe Z ne permet pas de distinguer les classes 0 et 1.
- Si nous pouvions mesurer sur l'axe X, les classes seraient facilement séparables...



Classificateur quantique

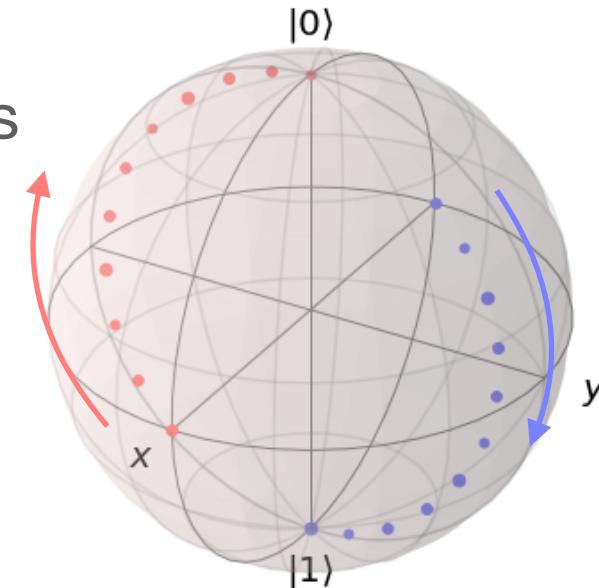
Mesure selon un différent axe

États initiaux

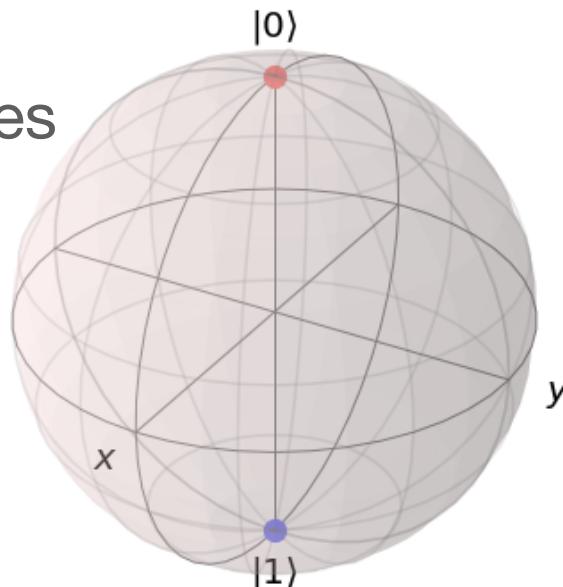


- L'ordinateur quantique effectue une mesure le long de l'axe Z : c'est la *base computationnelle*.
- Mesurer selon l'axe Z ne permet pas de distinguer les classes **0** et **1**.
- Si nous pouvions mesurer sur l'axe X , les classes seraient facilement séparables...
- Ou tourner l'état du qubit avant de faire la mesure!

États tournés

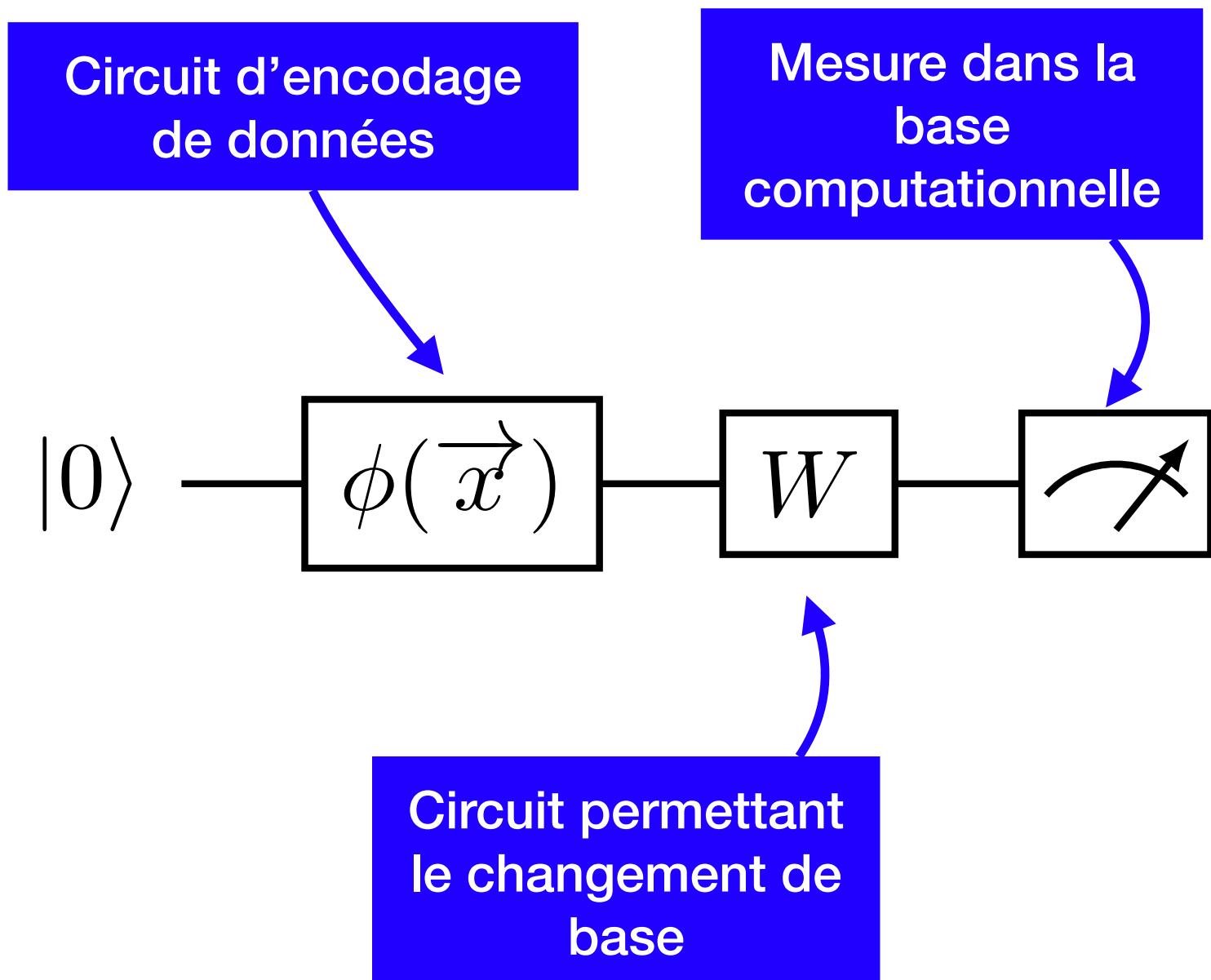


États discernables



Classificateur quantique

Mesure selon un différent axe



- L'ordinateur quantique effectue une mesure le long de l'axe Z : c'est la *base computationnelle*.
- Mesurer selon l'axe Z ne permet pas de distinguer les classes **0** et **1**.
- Si nous pouvions mesurer sur l'axe X , les classes seraient facilement discernables...
- Ou tourner l'état du qubit avant de faire la mesure!
- Trois composantes d'un classificateur quantique

Classificateur quantique

Lab 3

Objectifs

- Classifier des données avec 1 qubit
 - Mesurer selon l'axe des X , Y et Z

Exercice

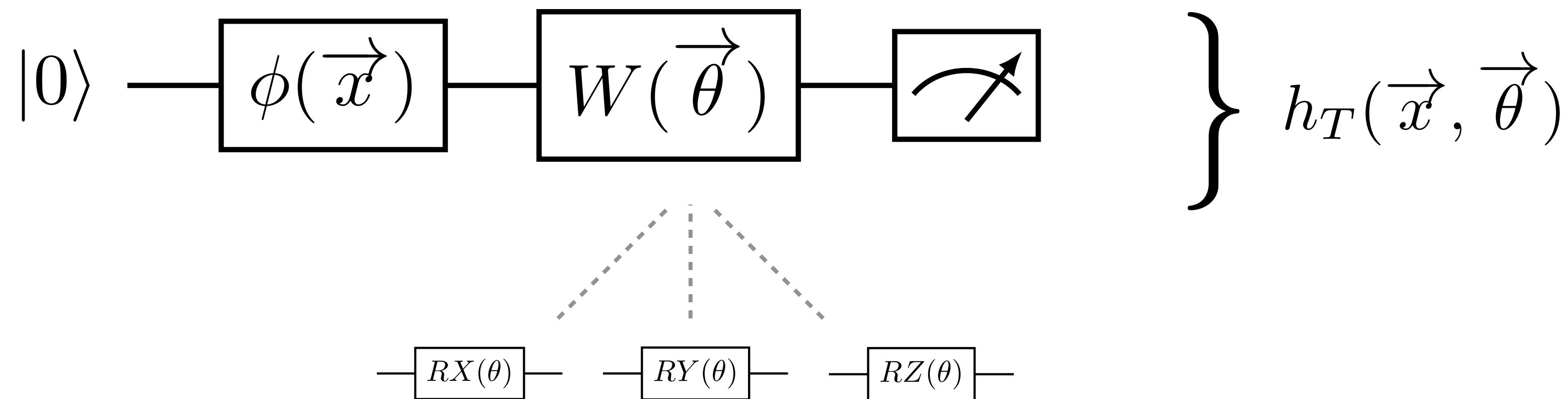
- Modifier le circuit d'encodage de données et l'axe de mesure

[**Lien Colab Lab3**](#)

Entraîner un classificateur quantique

Apprendre le circuit de rotation optimal

- En général, on ne connaît pas la forme du circuit W
- On inclut des portes de rotation paramétrées afin “d’apprendre” la mesure optimale

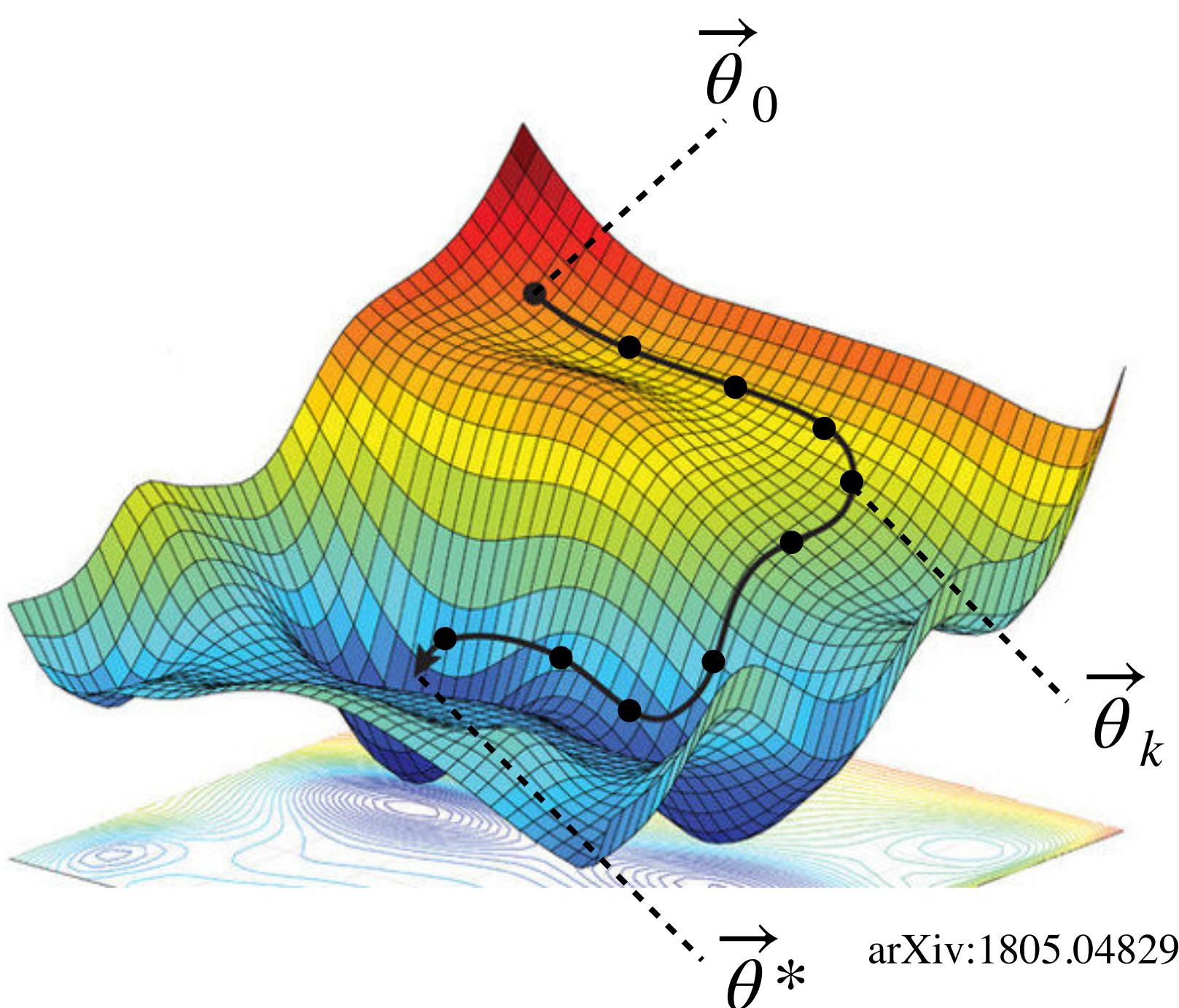


La mesure optimale est celle qui minimise l’erreur de classification.

Entraîner un classificateur quantique

Méthodes variationnelles

- Les méthodes variationnelles sont une catégorie de techniques utilisée pour **l'approximation** de distributions de probabilités compliquées.
- Principe:
 1. Commencer avec une “*fonction d’essai*”, ou *ansatz*, qui dépend de paramètres ajustables $\vec{\theta}_0$
 2. Mettre à jour les paramètres de façon itérative afin de trouver $\vec{\theta}^*$ qui minimisera l’erreur de classification



arXiv:1805.04829

Entraîner un classificateur quantique

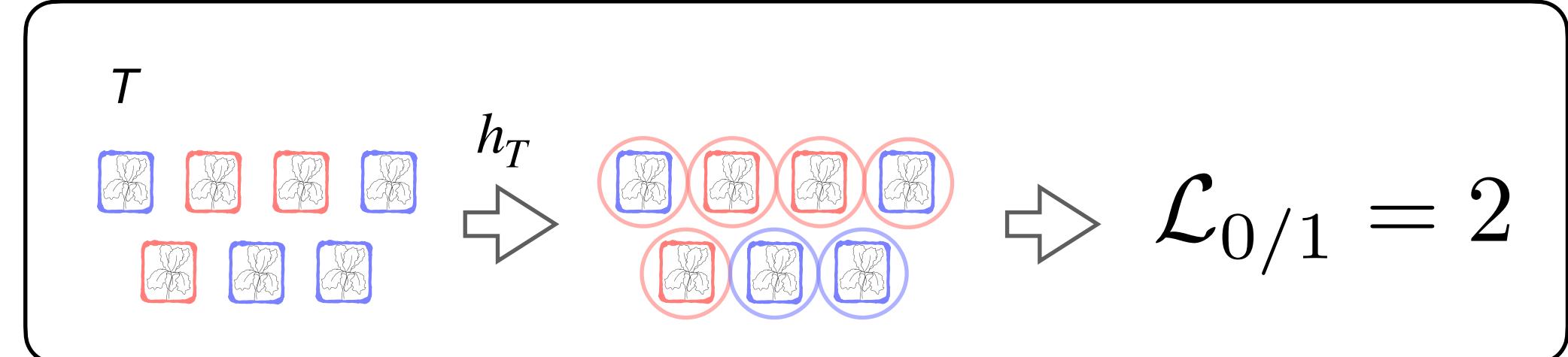
Fonction objectif

- La **fonction objectif** est une mesure de l'erreur entre la sortie du modèle et la valeur cible

$$\mathcal{L}(\vec{x}, h_T(\vec{x}, \vec{\theta}), y)$$

- Exemple

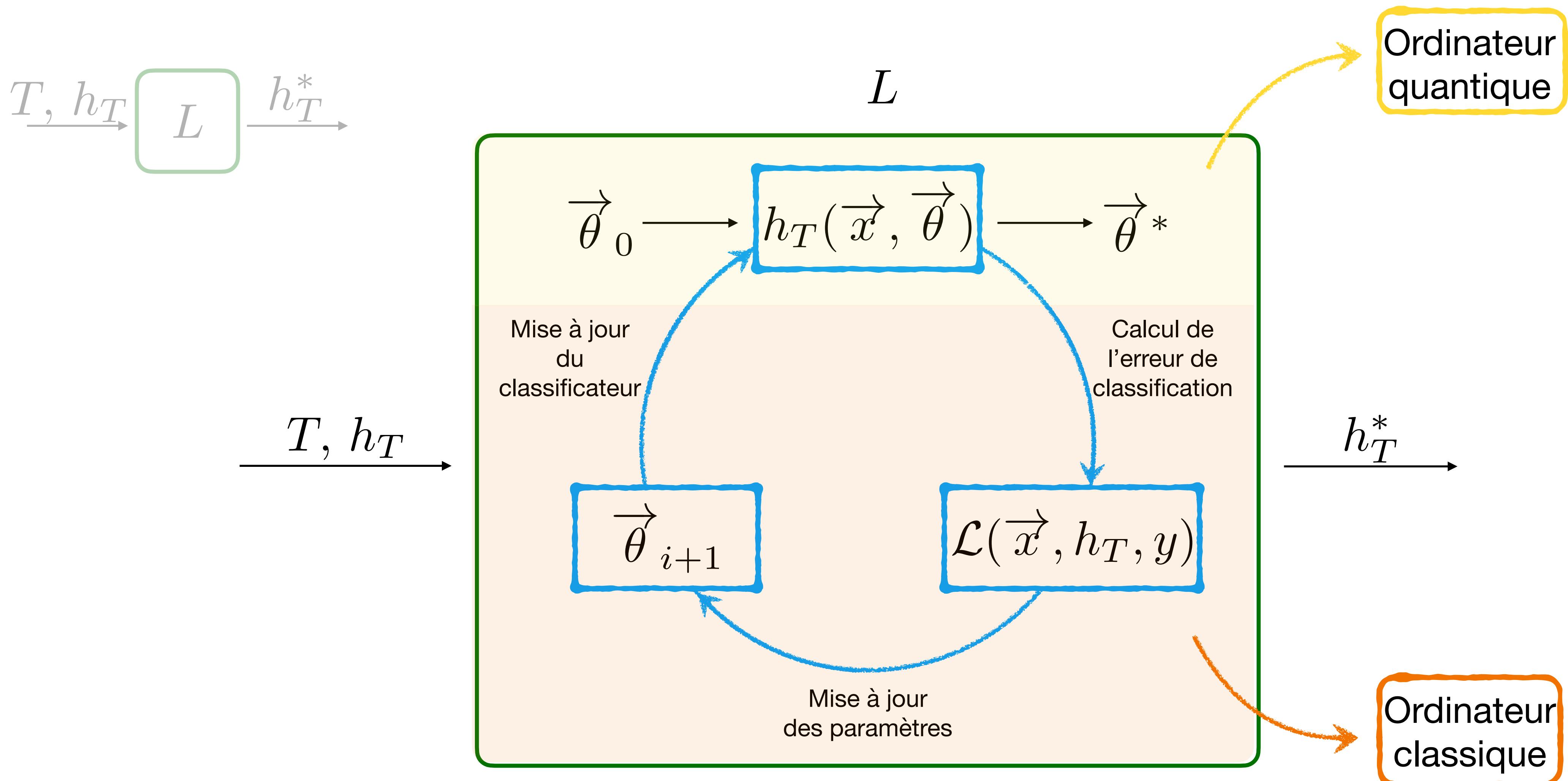
$$\mathcal{L}_{0/1} = \sum_{(\vec{x}, y) \in T} 1_{h_T(\vec{x}, \vec{\theta}) \neq y}$$



- Entrainer** un classificateur consiste à minimiser la fonction objectif calculée sur **l'ensemble d'entraînement**, en espérant que le model généralisera bien sur **l'ensemble test**

Entraîner un classificateur quantique

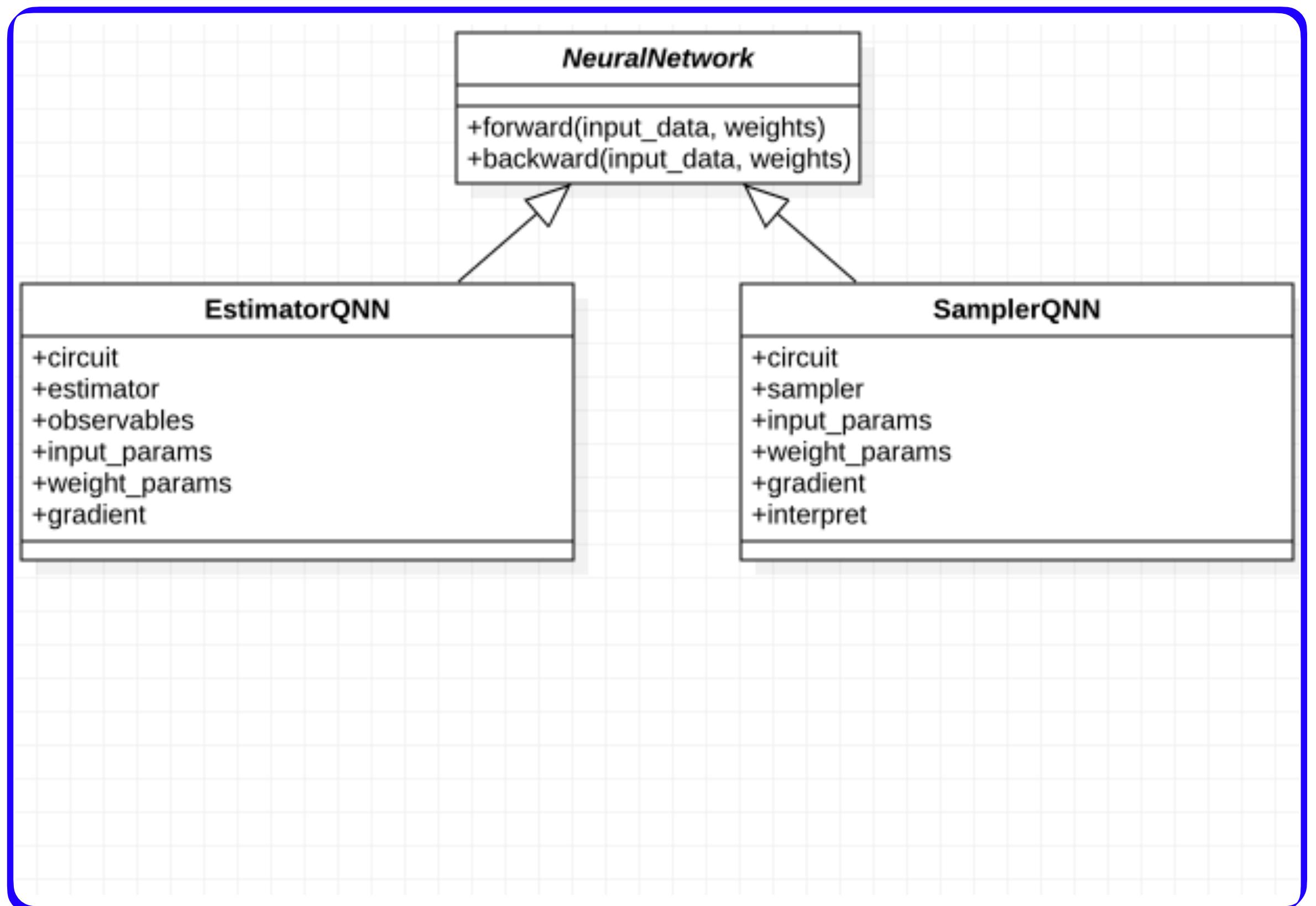
Algorithme d'apprentissage



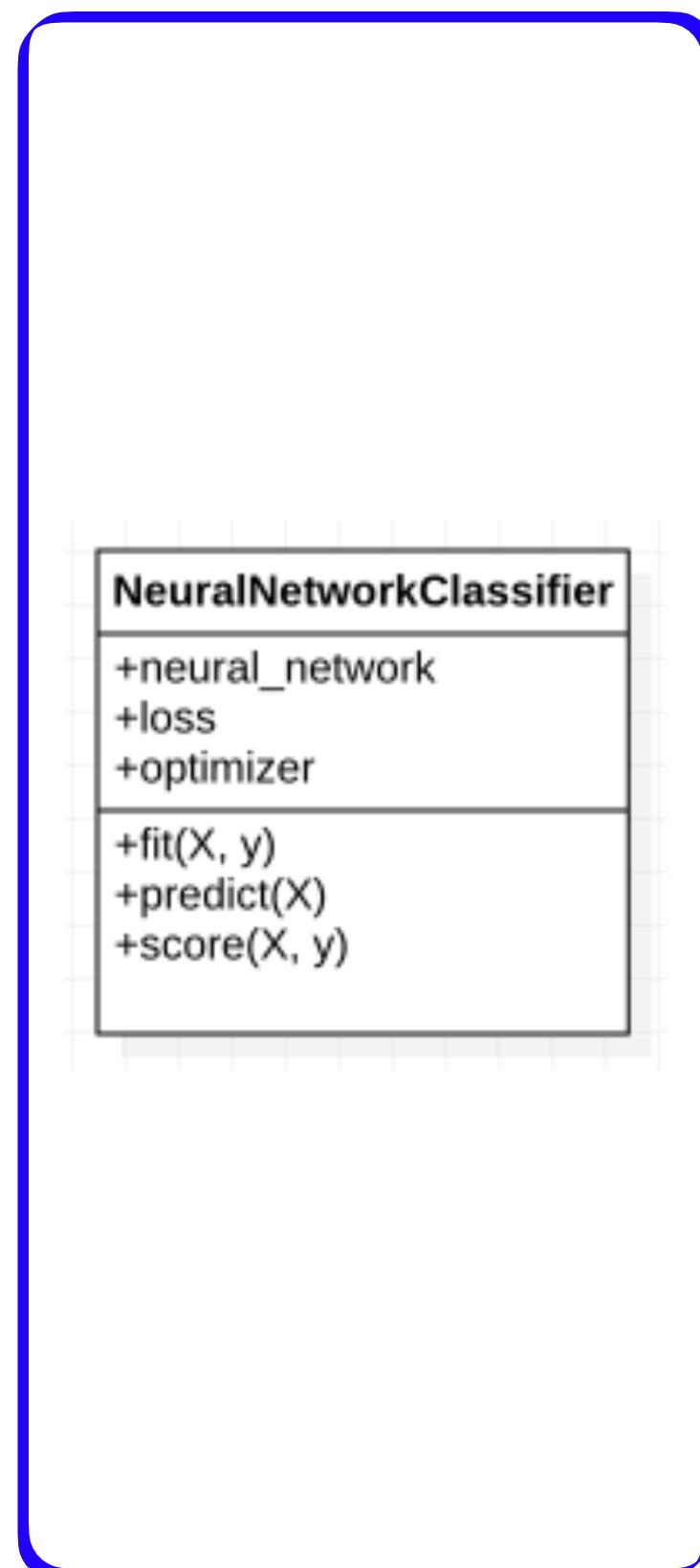
Entraîner un classificateur quantique

Librairie d'apprentissage quantique Qiskit (version > 0.5)

Définition d'un modèle quantique pour la classification



Entrainer un modèle quantique



Entraîner un classificateur quantique

Lab 4

Objectifs

- Bâtir un circuit paramétré
 - Encodage par angle
 - Circuit variationnel quantique (ansatz)
- Classification du jeu de données Iris

Exercice

- Modifier le circuit d'encodage et observer l'effet sur la classification

[**Lien Colab Lab4**](#)

Merci pour votre participation!

Isabelle Viarouge
isabelle.viarouge@usherbrooke.ca