

Devoir 1 : Algèbre & cie

Patrick Fournier

12 septembre 2022

Répondez aux questions dans un nouveau fichier `solution.R`. N'hésitez pas à consulter la documentation de R!

Exercice 1

Implémentez de manière efficace la fonction f donnée par

$$f(x, n) = \sum_{k=0}^n e^{-\sqrt{2^k}} \cos(2^k x)$$

Exercice 2

Soit \mathbf{L} une matrice triangulaire à gauche inversible de taille n et \mathbf{b} un vecteur compatible. L'algorithme de substitution avant (forward substitution) permet de trouver l'unique solution au système

$$\mathbf{L}\mathbf{x} = \mathbf{b}.$$

L'algorithme de base est donné ci-dessous :

```
1 : for  $k \in 1$  TO  $n$  do
2 :    $x_k \leftarrow b_k$ 
3 :   for  $i \in 1$  TO  $k - 1$  do
4 :      $x_k \leftarrow x_k - L_{ki}x_i$ 
5 :   end for
6 :    $x_k \leftarrow x_k / L_{kk}$ 
7 : end for
```

Il est possible de modifier légèrement l'algorithme de manière à ne pas utiliser de variable intermédiaire \mathbf{x} . L'idée est d'écraser les entrées de \mathbf{b} qui deviennent inutiles à mesure que la procédure avance. À la fin de l'exécution de l'algorithme modifié, le vecteur \mathbf{b} contiendra donc la solution du système. Implémentez cet algorithme.