

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА № 4

КАЧЕСТВО ПРОЦЕССОВ РЕГУЛИРОВАНИЯ

Цель работы - ознакомление с показателями качества процессов, протекающих в автоматических системах; принцип суперпозиции в линейных автоматических системах; астатизм автоматических систем; точки приложения входных воздействий в автоматических системах.

1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Всякая реальная автоматическая система действует в разнообразных режимах, которые отличаются значениями задающего воздействия и возмущения или характером их изменения. Чем меньше значения имеет при этом рассогласование, тем выше качество управления. Однако единую объективную числовую оценку качества управления весьма затруднительно, если не невозможно, и по этой причине приходится применять частичные оценки отдельных наиболее характерных режимов.

В настоящее время разработано большое число различных критериев качества автоматических систем, которые условно можно разбить на четыре группы.

К первой группе относятся критерии, которые в той или иной степени используют для оценки качества величину ошибки в различных типовых режимах.

Ко второй группе относят критерии, которые определяют величину *запаса устойчивости*, т.е. критерии, устанавливающие, насколько далеко от границы устойчивости находится автоматическая система.

Почти всегда опасной для автоматической системы является колебательная граница устойчивости. Это определяется тем, что стремление повысить общий коэффициент усиления, как правило, приводит к колебательной границе устойчивости и затем – к возникновению незатухающих колебаний.

Третья группа критериев качества определяет так называемое *быстродействие* автоматических систем. Под быстродействием понимается быстрота (скорость) реагирования автоматической системы на появление управляющих и возмущающих воздействий. Наиболее просто быстродействие может оцениваться по времени затухания переходного процесса.

К четвертой группе критериев качества относятся комплексные критерии, дающие оценку некоторых обобщенных свойств, которые могут учитывать точность, запас устойчивости и быстродействие. Обычно это делается при помощи рассмотрения некоторых интегральных свойств кривой переходного процесса.

Скажем о критериях качества, относящихся к первой группе, в основу формирования которых положено следующее. Среди возможных режимов автоматических систем важное значение имеет переходный процесс, возникающий при быстром (в пределе – мгновенном) изменении задающего воздействия или возмущения от одного значения до другого. В общем случае можно гово-

ритель о том, что чем с большей скоростью и плавностью протекает такой процесс, тем меньше продолжительность и величина рассогласования.

Поэтому одной из оценок качества управления (прямой оценки) служит оценка качества переходной характеристики автоматической системы относительно задающего воздействия. При этом имеется в виду, что чем лучше переходная функция, тем лучше в конечном итоге автоматическая система будет отрабатывать произвольное задающее воздействие.

На рис. 1 представлены наиболее распространенные виды переходных характеристик автоматических систем. Кривую 1 называют колебательной, особенность которой состоит в наличии переходов через установившееся значение, или по-иному - наличие перерегулирований. При этом если переходная характеристика имеет только одно колебание, то такую характеристику называют малоколебательной.

У монотонной характеристики не изменяется знак ее скорости ее нараста-

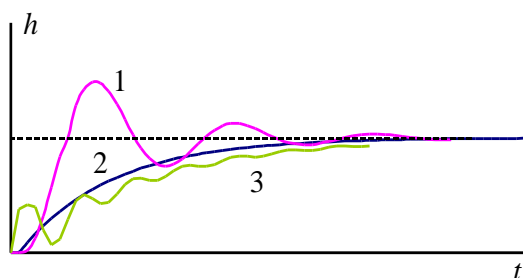


Рис. 1.

ния. так, например, для кривой 2 - $\frac{dh}{dt} \geq 0$.

Иногда к монотонным относят характеристики без регулирования (кривая 3).

Среди показателей качества наиболее часто употребляются:

Δ_{cm} — статическая погрешность, которая характеризует относительную разность между действительным и требуемым значением регулируемой координаты в установившемся режиме. Статическая погрешность равна

$$\Delta_{cm} = \frac{|h_{уст} - g(t)|}{g(t)};$$

t_p — время регулирования, под которым понимается показатель, оценивающий длительность переходного процесса. Однако в идеальной линейной системе переходный процесс бесконечен, поэтому временем регулирования t_p считают тот промежуток времени, по истечении которого отклонения переходной характеристики h от установившегося значения $h_{уст}$ не превышают допустимого значения $\Delta h_{уст}$

$$|h - h_{уст}| \leq \Delta h_{уст}.$$

Обычно $\Delta h_{уст}$ выражают в процентах и в большинстве случаев $\Delta h_{уст} = 5\%$;

t_n – время нарастания, под которым понимается время между моментами приложения воздействия вида $1(t)$ и первым пересечением кривой переходной функции $h(t)$ границ "трубки" допустимых отклонений $\pm \Delta h_{уст}$.

Перерегулирование оценивают как разность между максимальным значением h_{max} переходной характеристики и ее установившемся значением $h_{уст}$. Перерегулирование выражают в %

$$\sigma = \frac{h_{max} - h_{уст}}{h_{уст}} 100\%.$$

В большинстве случаев требуется, чтобы перерегулирование не превышало 10-30%. В некоторых автоматических системах допускают перерегулирование до 50% и больше. Иногда требуется, чтобы перерегулирование отсутствовало и процесс был монотонным.

При заданных значениях σ и t_p переходная характеристика не должна выходить из определенной области (рис. 2), которую называют область допустимых отклонений.

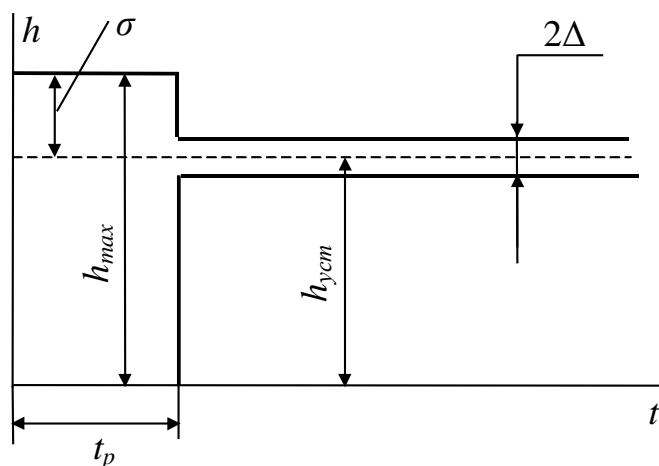


Рис. 2.

Существенным показателем качества служит также число колебаний, т.е. число максимумов характеристики за время регулирования. Обычно бывает одно-два колебания. Допускается до трех-четырех колебаний.

Всякая автоматическая система имеет своей целью, кроме воспроизведения задающего воздействия, подавление, т.е. уменьшение влияния возмущений. Поэтому качество

регулирования оценивают также по переходной характеристике $h_f = h_f(t)$ системы по возмущению. Основная особенность этой характеристики (рис. 3) в том, что ее установившееся значение должно быть весьма мало в статической системе (кривая 1) и равно нулю в астатической системе (кривые 2 и 3). Характеристику, пересекающую ось абсцисс, называют колебательной (кривые 1 и 2) и, не имеющую этого пересечения, называют монотонной (кривая 3).

Как уже отмечалось, интегральные оценки качества переходной характери-

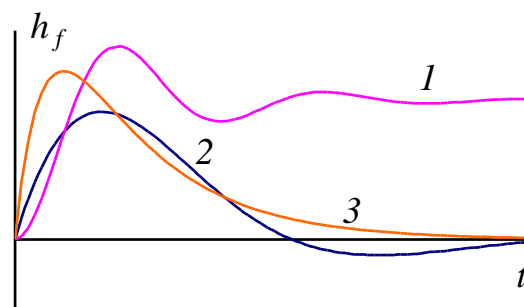


Рис. 3

ки – быстроты затухания ее колебаний и величины отклонения

$$x(t) = h_{ycm} - h(t)$$

от установившегося значения. Они удобны для сравнения близких по структуре систем (лучшая из них имеет меньшую интегральную оценку) и для выбора параметров системы. Обычно используются интегральные оценки автоматической системы относительно задающего воздействия. Иногда рассматриваются такие оценки относительно возмущения.

Наибольшее распространение получила квадратичная интегральная оценка

$$(1) \quad I = \int_0^L x^2(t) dt = \int_0^L (h_{ycm} - h(t))^2 dt,$$

которая может применяться как для монотонных, так и для колебательных переходных процессов. Она зависит только от величины, но не от знаков отклонений.

Пусть изображение по Лапласу переходной характеристики $h(t)$ (относительного задающего воздействия или возмущения)

$$(2) \quad H(p) = \frac{b_1 p^{n-1} + b_2 p^{n-2} + \dots + b_{n-1} p + b_n}{a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n} \times \frac{1}{p},$$

где у полинома

$$a_0 p^n + a_1 p^{n-1} + \dots + a_{n-1} p + a_n$$

все корни имеют отрицательные вещественные части; коэффициенты старших членов числителя, вплоть до b_{n-1} могут быть нулями.

Тогда квадратичная интегральная оценка определяется выражением

$$(3) \quad I = \frac{1}{2a_n^2 \Delta} (B_0 \Delta_0 + B_1 \Delta_1 + \dots + B_{n-1} \Delta_{n-1} - 2b_n b_{n-1} \Delta).$$

В этом равенстве

$$(4) \quad \Delta = \begin{vmatrix} a_n & -a_{n-2} & a_{n-4} & -a_{n-6} & \dots & 0 \\ 0 & a_{n-1} & -a_{n-3} & a_{n-5} & \dots & 0 \\ 0 & -a_n & a_{n-2} & -a_{n-4} & \dots & 0 \\ 0 & 0 & -a_{n-1} & a_{n-3} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & a_1 \end{vmatrix},$$

Δ_i ($i = 0, 1, 2, \dots, n-1$) – определитель, который получается из Δ заменой $(i-1)$ – столбца столбцом

0

[illegible]

43

Движение по гармоническому (синусоидальному) закону. Такой режим используется весьма часто, так как он позволяет наиболее полно оценить динамические свойства системы управления. Задающее воздействие принимается изменяющимся по закону

$$g(t) = g_{\max} \sin \omega t.$$

Покажем как можно определить x_{ycm} при задающем воздействии $g(t)$, имеющем произвольную и в то же время достаточно плавную вдали от начальной точки процесса произвольную форму, т.е. через некоторое время существенное значение имеет только конечное число m производных

$$\frac{dg}{dt}, \frac{d^2g}{dt^2}, \dots, \frac{d^m g}{dt^m}.$$

Пусть

$$(6) \quad \frac{X(p)}{G(p)} = W_{замх}(p) = \frac{1}{1 + W(p)},$$

где $W_{замх}(p)$ – передаточная функция замкнутой системы по ошибке; $W(p)$ – передаточная функция разомкнутой системы.

Разложим передаточную функцию по ошибке в выражении (6) в ряд по возрастающим степеням комплексной величины p

$$(7) \quad X(p) = (c_0 + c_1 p + \frac{c_2}{2!} p^2 + \frac{c_3}{3!} p^3 + \dots) G(p),$$

который сходится при малых значениях p , т.е. при достаточно больших значениях времени t , что соответствует установившемуся процессу изменения выходной величины $y(t)$ при заданной форме задающего воздействия $g(t)$.

Переходя в выражении (7) к оригиналу, получаем формулу для установившейся ошибки

$$x_{ycm} = c_0 g(t) + c_1 \frac{dg(t)}{dt} + \frac{c_2}{2!} \frac{d^2 g(t)}{dt^2} + \dots$$

Величины c_0, c_1, c_2, \dots называют *коэффициентами ошибок*, которые могут определяться согласно общему правилу разложения в ряд Тейлора

$$(8) \quad \begin{aligned} c_0 &= (W_{замх}(p))_{p=0}, \\ c_1 &= \left(\frac{dW_{замх}(p)}{dp} \right)_{p=0}, \\ &\dots\dots\dots \\ c_m &= \left(\frac{d^m W_{замх}(p)}{dp^m} \right)_{p=0}. \end{aligned}$$

Так как передаточная функция замкнутой системы по ошибке представляет собой дробно-рациональную функцию, то коэффициенты ошибок можно более просто получить делением числителя на знаменатель и сравнением получающегося ряда с выражением (7).

Пример. Задающее воздействие в автоматической системе меняется по закону

$$g(t) = g_0 + g_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Передаточная функция разомкнутой системы имеет вид

$$W(p) = \frac{k}{p(T_1 p + 1)(T_2 p + 1)}.$$

Определить установившуюся ошибку в замкнутой системе.

Решение. Найдем передаточную функцию замкнутой системы по ошибке

$$W_{зам}(p) = \frac{1}{1 + W(p)} = \frac{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p}{T_1 T_2 p^3 + (T_1 + T_2)p^2 + p + k}.$$

Вначале решим вопрос о числе коэффициентов ошибок, т.е. чему равно m в выражении (8). Так как третья производная задающего воздействия в нашем примере равна нулю, то выражение для установившейся ошибки будет конечно и равно

$$x_{уст} = c_0 g(t) + c_1 \frac{dg(t)}{dt} + \frac{c_2}{2!} \frac{d^2 g(t)}{dt^2}.$$

Деля числитель на знаменатель передаточной функции замкнутой системы по ошибке получим

$$W_{зам}(p) = \frac{1}{k} p + \left(\frac{T_1 + T_2}{k} - \frac{1}{k^2} \right) p^2 + \dots$$

Сравнение этого ряда с выражением (7) дает

$$C_0 = 0,$$

$$C_1 = \frac{1}{k},$$

$$\frac{C_2}{2} = \frac{T_1 + T_2}{k} - \frac{1}{k^2},$$

и тем самым установившаяся ошибка будет равна

$$x_{уст} = \frac{g_0 + \varepsilon t}{k} + \frac{\varepsilon}{k^2} ((T_1 + T_2)k - 1).$$

2.ИССЛЕДОВАНИЕ

В лабораторной работе исследуется автоматическая система, структурная схема которой имеет вид

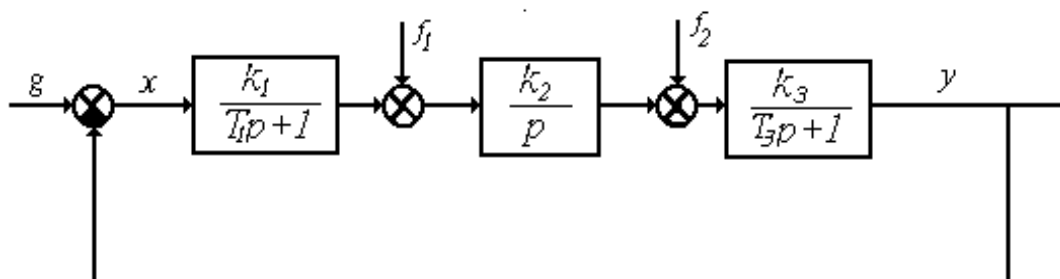


Рис. 4.

Варианты

Варианты → Параметры ↓	1	2	3	4	5	6	7
k_1	4,0	3,75	3,5	3,25	3,0	2,75	2,5
k_2	3,0	2,0	3,0	3,5	2,5	4,0	4,0
k_3	1,5	1,4	1,1	1,3	2,0	1,6	1,7
T_1	0,025	0,03	0,04	0,025	0,03	0,045	0,035
T_3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Варианты → Параметры ↓	8	9	10	11	12	13	14	15
k_1	2,75	2,5	2,0	4,0	3,75	2,0	2,0	2,0
k_2	2,5	4,0	5,0	2,0	2,0	2,0	1,5	1,2
k_3	1,6	1,6	0,75	1,1	1,2	0,75	0,75	0,75
T_1	0,045	0,035	0,045	0,025	0,03	0,04	0,04	0,04
T_3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1

Варианты → Параметры ↓	16	17	18	19	20	21	22	23
k_1	5,0	1,5	2,0	2,0	3,0	4,0	3,0	2,5
k_2	4,0	4,0	3,0	2,0	2,0	1,0	2,0	4,0
k_3	1,5	1,5	1,5	2,0	1,0	2,0	3,0	1,5
T_1	0,045	0,04	0,04	0,05	0,04	0,04	0,04	0,025
T_3	0,1	0,1	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

Варианты → Параметры ↓	24	25	26	27	28	29	30
k_1	3,75	3,5	3,25	3,0	2,75	2,5	2,75
k_2	2,0	3,0	3,5	2,5	4,0	4,0	2,5
k_3	1,4	1,1	1,3	2,0	1,6	1,7	1,6
T_1	0,03	0,04	0,025	0,03	0,045	0,035	0,045
T_3	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2	0,2

3.ЗАДАНИЕ

3.1. Исследовать систему на устойчивость с использованием одного из критериев: критерия Гурвица, критерия Рауса, критерия Михайлова, критерия Найквиста. Выбор критериев осуществляется по следующему принципу. Если номер Вашего варианта обозначить за №, то при № = 1,5,9,13,17,21,25,29 Вы применяете критерий Гурвица; при № = 2,6,10,14,18,22,26,30 - критерий Рауса; при № = 3,7,11,15,19,23,27 - критерий Михайлова; при № = 4,8,12,16,20,24,28 - критерий Найквиста.

3.2. Проверить выполнение принципа суперпозиции в заданной автоматической системе, для чего снять переходные процессы при

а) $g(t) = 1(t); f_1(t) = f_2(t) = 0,0;$

б) $g(t) = 0,5; f_1(t) = f_2(t) = 0,0.$

3.3. Вычислить аналитическим путем значение интегральной оценки качества вида

$$I = \int_0^{\infty} x^2(t) dt.$$

3.4. Вычислить значение этой же интегральной оценки, прибегая к моделированию заданной автоматической системы.

3.5. Показать аналитическим путем, что заданная автоматическая система обладает астатизмом первого порядка, но не обладает астатизмом второго, третьего порядков.

3.6. Вычислить аналитическим путем в заданной автоматической системе значение x_{cm} при задающем воздействии $g(t) = 1(t) \times t$.

3.7. Показать аналитически, что в заданной автоматической системе x_{cm} при входном воздействии $g(t) = 1(t) \times t^2$ не является постоянной величиной, а зависит от времени t .

3.8. Подтвердить результаты аналитических расчетов, выполненных в пунктах 3.5 - 3.7, путем моделирования.

3.9. Показать аналитически, что в заданной автоматической системе характер переходного процесса зависит от точки приложения входного воздействия, при этом рассмотреть следующие варианты

а) $g(t) = 0,0; f_1(t) = 1(t); f_2(t) = 0,0;$

б) $g(t) = 0,0; f_1(t) = 0,0; f_2(t) = 1(t);$

3.10. Выводы предыдущего пункта подтвердить результатами моделирования заданной автоматической системы.

3.11. Используя результаты моделирования при $g(t) = 1(t)$, вычислить значения прямых показателей качества переходного процесса при заданных значениях параметров каждого из звеньев автоматической системы. Прямые показатели следующие:

Δ_{cm} – статическая погрешность, которая характеризует относительную разность между действительным и требуемым значением регулируемой координаты в установившемся режиме. Статическая погрешность равна

$$\Delta_{cm} = \frac{|y_{уст} - g(t)|}{g(t)};$$

t_p – время регулирования – промежуток времени между моментом приложения воздействия вида $1(t)$ и моментом времени, начиная с которого отклонение регулируемой координаты от заданного значения остается в пределах $\pm \Delta_{\partial}$, где Δ_{∂} – допустимое отклонение, которое характеризует величину допустимого относительного отклонения регулируемой координаты в установившемся режиме относительно заданного значения; в данной лабораторной работе $\Delta_{\partial} = \pm 5\%$.

t_H – время нарастания – время между моментом приложения воздействия вида $1(t)$ и первым пересечением кривой переходной функции $h(t)$ границы "трубки" допустимых отклонений $\pm \Delta_{\partial}$;

σ – перерегулирование, равное

$$\sigma = \frac{y_{\max} - y_{уст}}{y_{уст}} 100\%.$$

3.12. Проведя соответствующие эксперименты построить зависимости

$$\Delta_{cm} \left(\frac{k_1}{k_{1зад}} \right), t_p \left(\frac{k_1}{k_{1зад}} \right), t_H \left(\frac{k_1}{k_{1зад}} \right), \sigma \left(\frac{k_1}{k_{1зад}} \right).$$

3.13. Проведя соответствующие эксперименты построить зависимости

$$\Delta_{cm}\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right), t_p\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right), t_n\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right), \sigma\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right).$$

Примечание: Зависимости, указанные в пунктах 3.12, 3.13, рекомендуется представлять в вид рис. 5.

3.14. Привести объяснения построенным зависимостям в пунктах 3.12, 3.13.

4. СОДЕРЖАНИЕ И ОФОРМЛЕНИЕ ОТЧЕТА

4.1. Заданная структурная схема автоматической системы с заданными значениями параметров.

4.2. Изложение процесса исследования заданной автоматической системы на устойчивость и результаты исследования.

4.3. Изложение процесса проверки выполнения (не выполнения) принципа суперпозиции в заданной автоматической системе и результаты проверки.

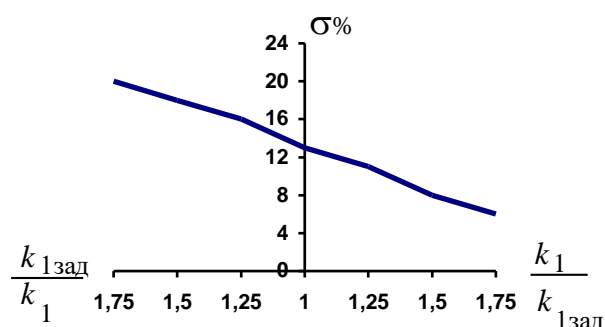


Рис. 5.

4.4. Вычисление значения интегральной оценки качества аналитическим путем и сравнение со значением этой же интегральной оценки качества, вычисленное путем моделирования автоматической системы.

4.5. Доказательство того, что заданная автоматическая система обладает астатизмом первого порядка, но не обладает астатизмом второго, третьего порядков.

третьего порядков.

4.6. Изложение процесса вычисления ошибки $x(\infty)$ и значения этой ошибки при $g(t)=1(t)$ и $g(t)=1(t)\times t$.

4.7. Доказательство того, что при $g(t)=1(t)\times t^2$ ошибка $x(\infty) \neq const$.

4.8. Результаты моделирования заданной автоматической системы при задающем воздействии $g(t)=1(t)$; $g(t)=1(t)\times t$; $g(t)=1(t)\times t^2$.

4.9. Изложение доказательства того, что в заданной автоматической системе характер переходного процесса зависит от точки приложения входного воздействия. В основе приложения должен лежать аналитический подход.

4.10. Результаты моделирования, подтверждающие доказательство предыдущего пункта 4.9.

4.11. Зависимости $\Delta_{cm}\left(\frac{k_1}{k_{1зад}}\right), t_p\left(\frac{k_1}{k_{1зад}}\right), t_n\left(\frac{k_1}{k_{1зад}}\right), \sigma\left(\frac{k_1}{k_{1зад}}\right); \Delta_{cm}\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right), t_p\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right), t_n\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right), \sigma\left(\frac{T_3}{T_{3зад}}\right).$

4.12. Объяснения характера построенных зависимостей в предыдущем пункте 4.11.

4.13. Текстовая часть отчета должна соответствовать ГОСТу 2.105-79; графики выполняются с учетом ГОСТа 2319-81; список использованной литературы представляется с учетом ГОСТа 7.1-81.

5. КОНТРОЛЬНЫЕ ВОПРОСЫ

1. В этой лабораторной работе была вычислена интегральная оценка при $g(t) = 1(t)$

$$I = \int_0^{\infty} x^2(t) dt.$$

Затем преподаватель попросил студента увеличить постоянную времени T_3 в два раза. Как Вы думаете, какой из случаев возможен:

- а) значение интегральной оценки возрастет;
- б) значение интегральной оценки уменьшится;
- в) значение интегральной оценки не изменится.

Приведите Ваши рассуждения. Естественно, такой громоздкий путь, как составление точного аналитического выражения $I = I(T_3)$ исключается.

2. Задана структурная схема автоматической системы (рис. 6), у которой $W(p) = \frac{k}{(T_1 p + 1)(T p_2 + 1)}$. Определите значение k_{oc} , при котором автоматическая система приобретает астатизм первого порядка.

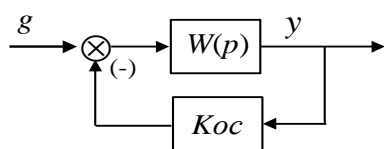


Рис. 6.

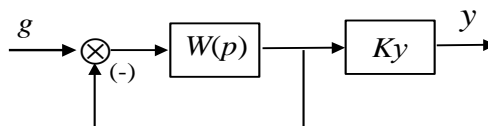


Рис. 7.

4. Задана структурная схема автоматической системы (рис. 8), у которой $W(p) = \frac{k}{p(T p_1 + 1)}$. Покажите, что для этой автоматической системы $g(t) = A(t)$ интегральная квадратичная ошибка равна

$$I = \int_0^{\infty} x^2(t) dt = A^2 \left(T_1 + \frac{1}{k_1} \right).$$

5. Задана структурная схема автоматической системы (рис. 9) у которой $W(p) = \frac{k}{(Tp + 1)}$, а звено, обозначенное как y_1^2 выполняет именно эту математическую операцию, т.е. $y = y_1^2$. Покажите, что представленная автоматическая система нелинейная.

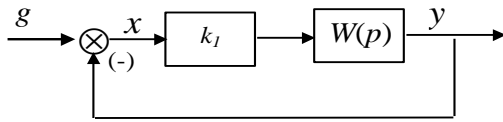


Рис. 8.

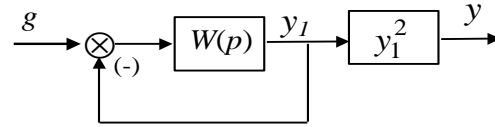


Рис. 9.

6. Для монотонных переходных процессов применяется интегральный критерий качества вида

$$I = \int_0^{\infty} x(t) dt.$$

Покажите справедливость равенства

$$I = \int_0^{\infty} x(t) dt = \lim_{p \rightarrow 0} X(p).$$