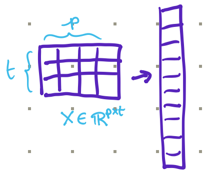
image ← front back

$X \approx F + B$

$\Leftrightarrow F = X - B$, ba^T

creuse car avant-plan peu de pixel → on veut min sa norme 1



on veut $\min\limits_{a \in \mathbb{R}^t, b \in \mathbb{R}^p} \| X - \underbrace{ba^T}_{} \|_1$ → $B(:,j) = b$ plutot $= a_j b$ scalaire luminosité

"une image du background est constante"

et $\|X - ba^T\|_1 = \sum\limits_{i=1}^{p} \sum\limits_{j=1}^{t} |x_{i,j} - b_j a_i|$ (non linéaire)

on suppose $a = [1, 1, \dots, 1]$

Solut° pour b: $\min\limits_{b \in \mathbb{R}^p} \sum\limits_{j=1}^{t} \|X(:,j) - b\|_1$ → $i = 0, \dots p$ nb de pixels (for images)

en fait ça en + problèmes → $\min\limits_{b_i \in \mathbb{R}} \sum\limits_{j=1}^{t} |X(i,j) - b_i|$ → p problèmes à 1 var

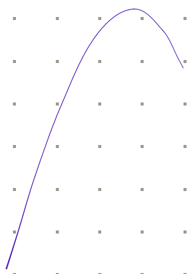
1 pixel → $b_i = 1$ pixel de b

① on veut les b_i qui vont min → $\sum\limits_{j=1}^{t} |X(i,j) - b_i|$

→ ◇ **Valeur Absolue.** La valeur absolue d'une fonction affine

$$f(x) = |c^T x - b| = \max\left(c^T x - b, b - c^T x\right)$$

est une fonction linéaire par morceau.



donc $\min\limits_{b_i \in \mathbb{R}} \sum\limits_{j=1}^{t} |X(i,j) - b_i|$

$= \min\limits_{b_i \in \mathbb{R}} \max\left(\underbrace{\Sigma X(i,j) - b_i, \Sigma b_i - X(i,j)}_{\text{un des deux est } p_j}\right)$

Problème équivalent:

$\min\limits_{b_i, p_i \in \mathbb{R}} \sum\limits_{j=1}^{t} r_{ij}$

tel que $r_{ij} \geq x_{ij} - b_i$, $1 < i < t$

$r_i \geq b_i - x_{ij}$, $1 < i < t$

on a n problèmes (variable i)

forme linprog

boucle pour chaque pixel

for (i de 0 à p)

vecteur variable: $(\underbrace{X(i,0), \dots X(i,t)}_{\text{de 0 à t}}, b_i)$

donc $\min\limits_{b_i \in \mathbb{R}} \sum\limits_{j=1}^{t} |X(i,j) - b_i|$

Forme standard:

$\min\limits_{b_i, p_i \in \mathbb{R}} \sum\limits_{j=1}^{t} r_{ij}$

tel que $x_{ij} - b_i + s_i^{(1)} = r_{ij}$

$b_i - x_{ij} + s_i^{(2)} = r_{ij}$

$b_i, \underbrace{p_i}_{\text{déjà le cas}}, s_i^{(1)}, s_i^{(2)} > 0$

$p_i \geq x_{ij} - b_i$ $= + s_i$

$p_i \geq b_i - x_{ij}$ $= + s_i$

— $p_i \geq r$ → $p_i = r + d_1$

$p_i \geq -r$ → $p_i = -r + d_2$

donc $\min\limits_{b_i \in \mathbb{R}} \sum\limits_{j=1}^{t} |X(i,j) - b_i|$

$$= \min_{b_i \in \mathbb{R}} \max\big(\underbrace{\Sigma X(i,j) - b_i , \Sigma b_i - X(i,j)}_{\text{un des deux est } p_{ij}}\big)$$

Problème équivalent :

$$\min_{b_i, r_i \in \mathbb{R}} \sum_{j=1}^{t} r_{ij}$$

tel que $r_{ij} \geq x_{ij} - b_i \quad , \quad 1 < i < t$

$r_i \geq b_i - x_{ij} \quad , \quad 1 < i < t$

Pour linprog

$$\min_{b_i, r_{ij} \in \mathbb{R}} \sum_{j=1}^{t} r_{ij} = \sum_{j=1}^{t} |X(i,j) - b_i|$$

vecteur des variables
$x = [b, r_{i1}, r_{i2}, \dots r_{it}]$

tel que $\boxed{\begin{matrix} -r_{ij} - b_i \leq -x_{ij} \\ -r_{ij} + b_i \leq x_{ij} \end{matrix}}$

⚠ i est constant ici ↑

on veut
en avoir
1 b par
pixel

Pour chaque i $\quad a_i = \begin{pmatrix} -1 & -1 \\ +1 & -1 \end{pmatrix} \quad b_i = \begin{pmatrix} -x_{ij} \\ x_{ij} \end{pmatrix}$

Pour tout

$$A = \begin{array}{c} \\ \left(\begin{array}{ccccc} -1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ +1 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ +1 & 0 & -1 & \dots & 0 \\ \vdots & & & & \\ -1 & 0 & 0 & \dots & -1 \\ +1 & 0 & 0 & \dots & -1 \end{array} \right) \end{array} \Bigg\} 2 \times t$$

$1+t$

$$b = \begin{pmatrix} -x_{i0} \\ +x_{i0} \\ -x_{i1} \\ +x_{i1} \\ \vdots \\ -x_{it} \\ +x_{it} \end{pmatrix} \Bigg\} 2 \times t$$